

# ELECTRON SPIN

Basta guardare al singolo elettrone ed in particolare al suo spin: voglio poter manipolare lo spin tramite impulsi RF e voglio leggere tramite **spin-to-charge conversion** il valore del qbit.

Ho dei **vantaggi** rispetto allo spin del nucleo:

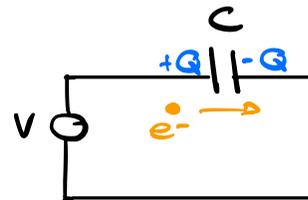
- > e' integrabile CMOS
- > e' molto scalabile (100 nm x 100 nm)
- > tempo di coerenza lungo grazie allo spin del nucleo pari a  $\phi$  nel silicio (o germanio) arricchito  $\frac{T_c}{T_2} \approx 10^3$

Ma anche degli **svantaggi**:

- > ho il rumore che mi impone dei limiti

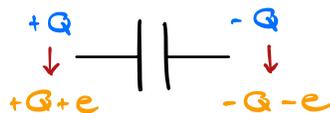
## COULOMB BLOCKADE

ammiamo di avere un condensatore C  
l'energia immagazzinata in C e':



$$E = \int VI dt = \int V \cdot C \frac{dV}{dt} dt' = C \int V dV = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

ora ammiamo che un elettrone passi da sx a dx di C; allora la carica varia di:



quindi l'energia finale e la variazione valgono:

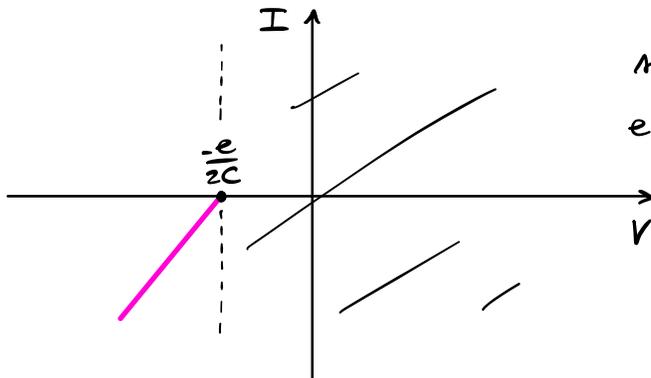
$$E_f = \frac{(Q+e)^2}{2C}$$

$$\Delta E = \underbrace{E_f - E_i}_E = \frac{(Q+e)^2 - Q^2}{2C} = \dots = \frac{e}{C} (Q + \frac{e}{2})$$

e deve essere negativa:  $\Delta E < 0 \Leftrightarrow Q < -\frac{e}{2}$

Da essa mi ricavo la tensione che devo avere per muovere l'e<sup>-</sup>:

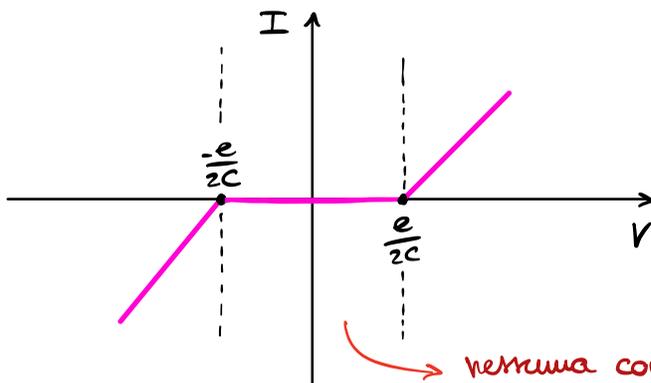
$$V < -\frac{e}{2C}$$



se  $V > \frac{e}{2C}$  allora non passa alcun e<sup>-</sup> e quindi non ho corrente

Spostando l'elettrodo da dx a sx e svolgendo i calcoli ottengo

$$V < \frac{e}{2C}$$



nessuna corrente può scorrere per  $|V| < \frac{e}{2C}$

tal effetto è detto **COULOMB BLOCKADE** e rappresenta l'energia minima da fornire per vincere la repulsione coulombiana degli elettroni dall'altra parte e si verifica in dispositivi molto piccoli (tipo i quantum dots) causando un incremento (idealmente ∞) della resistenza a basse tensioni (e basse capacità)

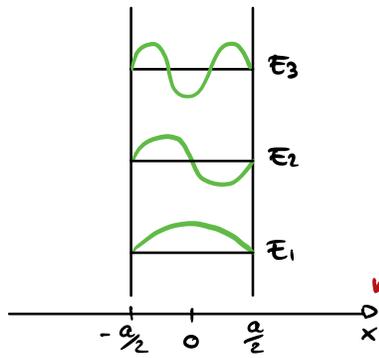
se  $C \approx 5 \text{ fF}$  allora:  $V = \frac{e}{2C} \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{10 \cdot 10^{-15} \text{ F}} = 16 \mu\text{V}$  (l'effetto non è visibile normalmente)

$$\Delta E \approx 16 \mu\text{eV} \ll kT$$

@RT (kT ≈ 25 meV) → e quindi l'elettrodo passa sempre indipendentemente dalla tensione

## QUANTUM DOT

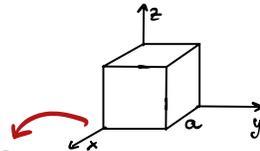
un **punto quantico** è una **nanostruttura** a 0D (senza dimensioni) formato da un cristallo di semiconduttore confinato in ogni direzione da un altro semiconduttore con banda proibita maggiore (che quindi può essere anche un isolante)



l'energia associata ai QD e' data da

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$\hbar^2$   
 ↓  
 massa elettrone    numeri quantici lungo la rispettiva direzione



Il concetto e' quello di confinare un singolo elettrone ( $n_x = n_y = n_z = 1$ ) nello stato fondamentale e manipolarne lo spin.

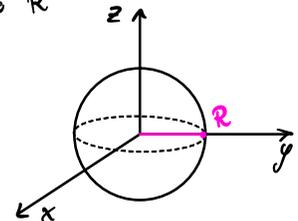
Per semplicita' nei calcoli supponiamo il QD sferico di raggio R

⇒ la capacita' e'  $C = 4\pi\epsilon_0 R = 10 \text{ fF}$

$R = 10 \text{ nm}$

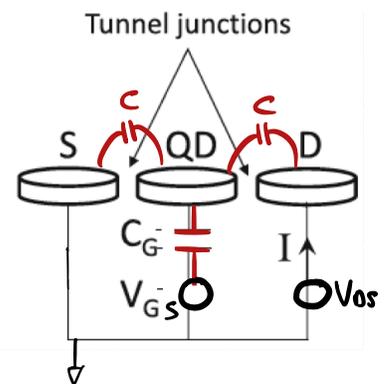
⇒ l'energia di carica e'  $E_c = \frac{e^2}{2C} \approx 70 \mu\text{eV} (\gg kT)$

i quantum computer non sono @RT  
 ma sono raffreddati a  $T \approx 3 \text{ mK} \Rightarrow kT \approx 0,25 \mu\text{eV}$



## SINGLE ELECTRON TRANSISTOR (SET)

Il SET e' un dispositivo elettronico basato sull'effetto di bloccaggio coulombiano e formato da un QD, separato da SOURCE e DRAIN da giunzioni tunnel. Il potenziale elettrico del QD puo' essere manipolato tramite il contatto di GATE, che e' accoppiato capacitivamente.



> l'energia elettrostatica del QD con N e<sup>-</sup> in eccesso e':

$$E(N) = \frac{(C_G V_G - Ne)^2}{2C_\Sigma}$$

somma capacita' del QD:  $C_\Sigma = 2C + C_G$

> l'energia necessaria per aggiungere l'ultimo e<sup>-</sup> (potenziale chimico) e':

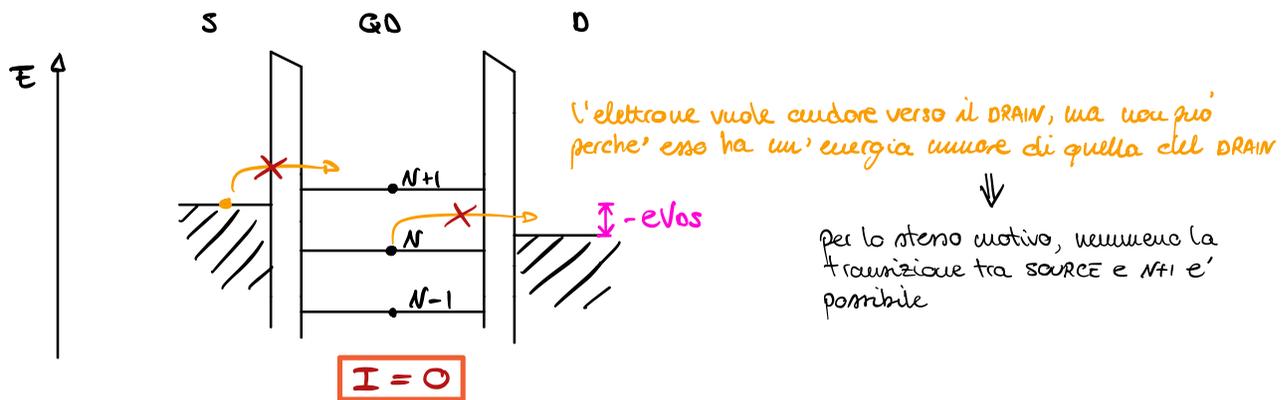
$$\mu(N) = E(N) - E(N-1) = \frac{e}{C_\Sigma} [e(N - \frac{1}{2}) - C_G V_G]$$

se aggiungo un elettrone l'energia aumenta di  $\Delta\mu = \frac{e^2}{C_\Sigma}$  detta ADDITION ENERGY

Di solito l'energia termica non è in grado di fornire questa energia. Possiamo quindi avere due casi:

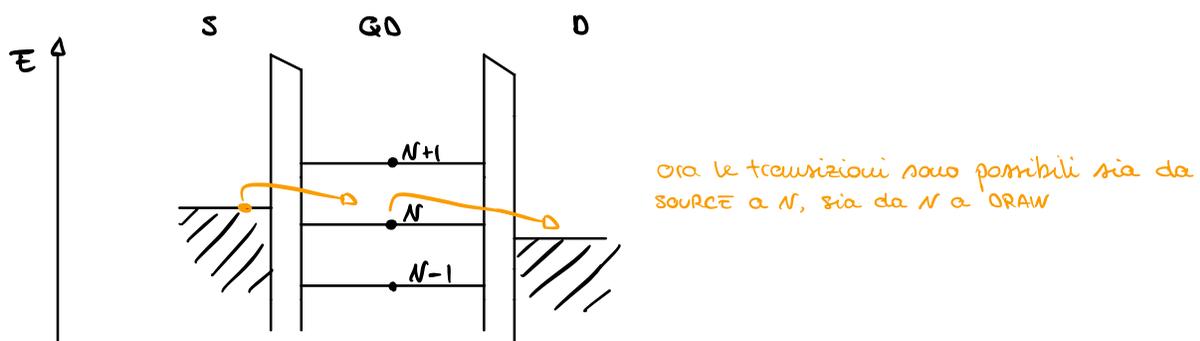
- se  $\mu_S < \mu(N+1) \wedge \mu_0 > \mu(N)$ , allora l'elettrone non può passare né da SOURCE a QD né da QD a DRAIN
- se  $\mu_S > \mu(N+1) > \mu_0$ , allora può avvenire il tunnel  $S \rightarrow QD \rightarrow D$

$V_G$  può essere usato per spostare il potenziale in su o in giù



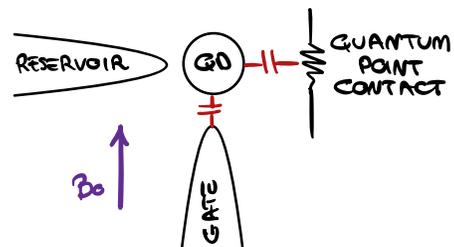
$\Rightarrow$  in questa configurazione ho  $\emptyset$  corrente che scorre tra DRAIN e SOURCE

Se aumento la  $V_{GS}$ , alzo i livelli del QD e le cose cambiano:



$\Rightarrow$  in questo caso ho  $I \neq 0$

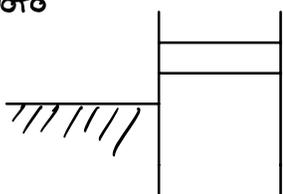
Il dispositivo è implementato secondo il seguente schema a lato:



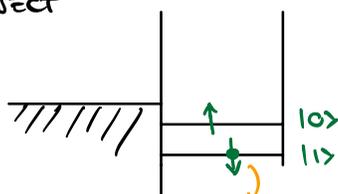
Il QD può servire come spin qbit e può essere

- **INIZIALIZZATO**: il singolo elettrone può essere intrappolato tramite tunneling e bloccaggio di Coulomb all'interno del QD
- **LETTO**: applicando un grande campo magnetico  $B$  che induce lo splitting di Zeeman per gli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  e poi applicando una tensione  $V_g$  che consente selettivamente solo il tunnel dallo stato  $|0\rangle$  (a  $E$  maggiore). Tale tecnica è chiamata **CONVERSIONE SPIN-TO-CHARGE**
- **CONTROLLATO**: tramite ESR con porte a singolo e doppio qbit

1) VUOTO

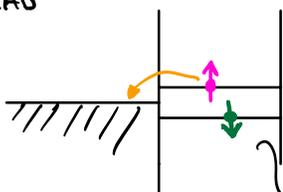


2) INJECT



risparmio di avere un  $e^-$  con spin giù, ma non lo so: è casuale

2) READ



$|0\rangle \rightarrow$  corrisponde a una transizione  $-e \rightarrow 0 \rightarrow -e$

$|1\rangle \rightarrow$  corrisponde ad una carica pari a  $-e$

→ solo l'elettrone con spin  $\downarrow$  può rimanere dentro al QD: se ha spin  $\uparrow$  esce e viene sostituito

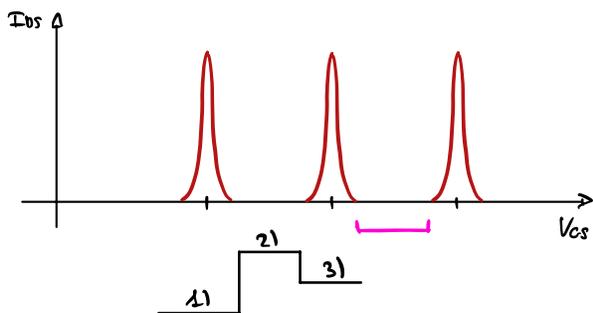
⇓

$|0\rangle \rightarrow |1\rangle$

$|1\rangle \rightarrow |1\rangle$

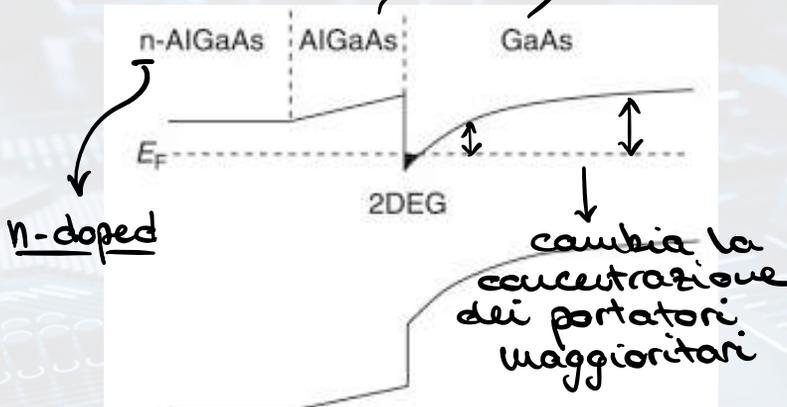
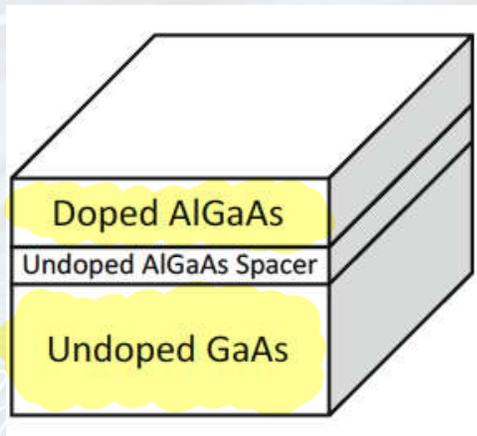
il tempo impiegato è  $\sim 100 \mu s \ll T_2^*$

vedo' una corrente del tipo:



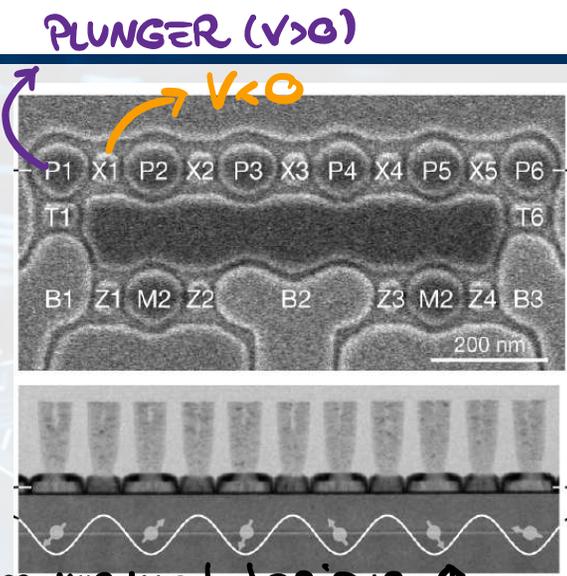


# 2D electron gas (2DEG)



→ SIMILE AL MOSFET

genero una modulazione ↑



- Typical spin qubit implementation = 2D electron gas (2DEG) such as the one formed at the interface between undoped GaAs and **doped AlGaAs**

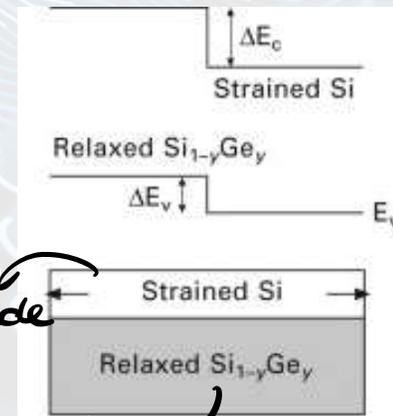
ridotta solo da FONONI e SCATTERING

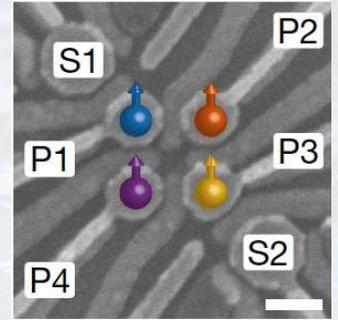
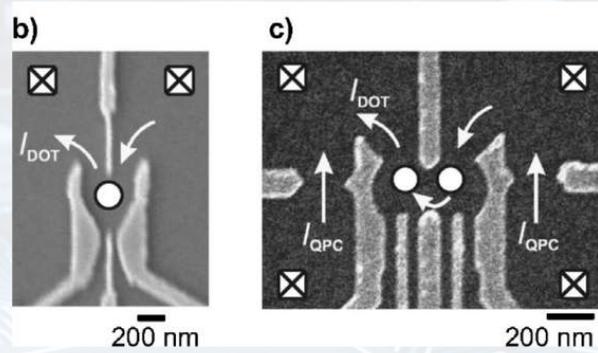
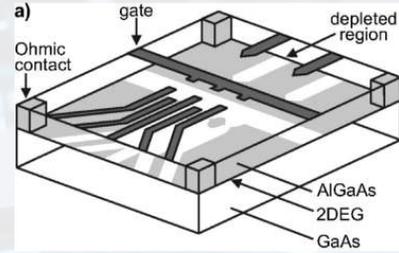
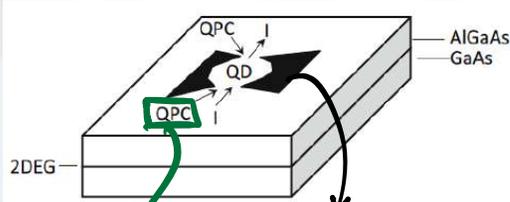
- No doping in the GaAs to ensure high mobility, which is useful in high electron mobility transistors (HEMT) » della mobilità'

- Similarly, qubits can be formed in SiGe/Si(QW)/SiGe

→ posso avere larghezze diverse

R - grande  
raggio  
R + grande



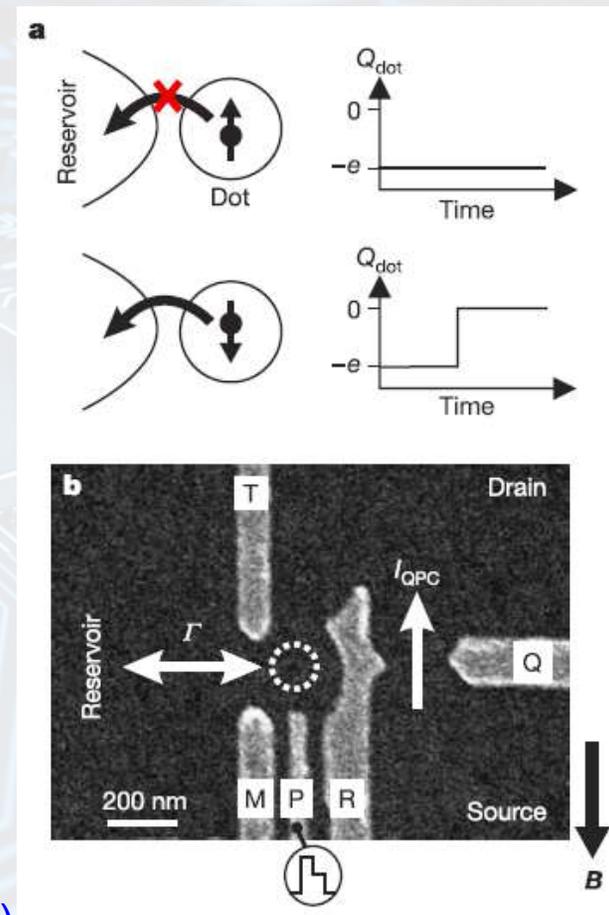


QUANTUM POINT CONTACT

*elettrodi:  
se applico una tensione, genero una barriera di potenziale  $\sim$  → una sorta di vulcano...*

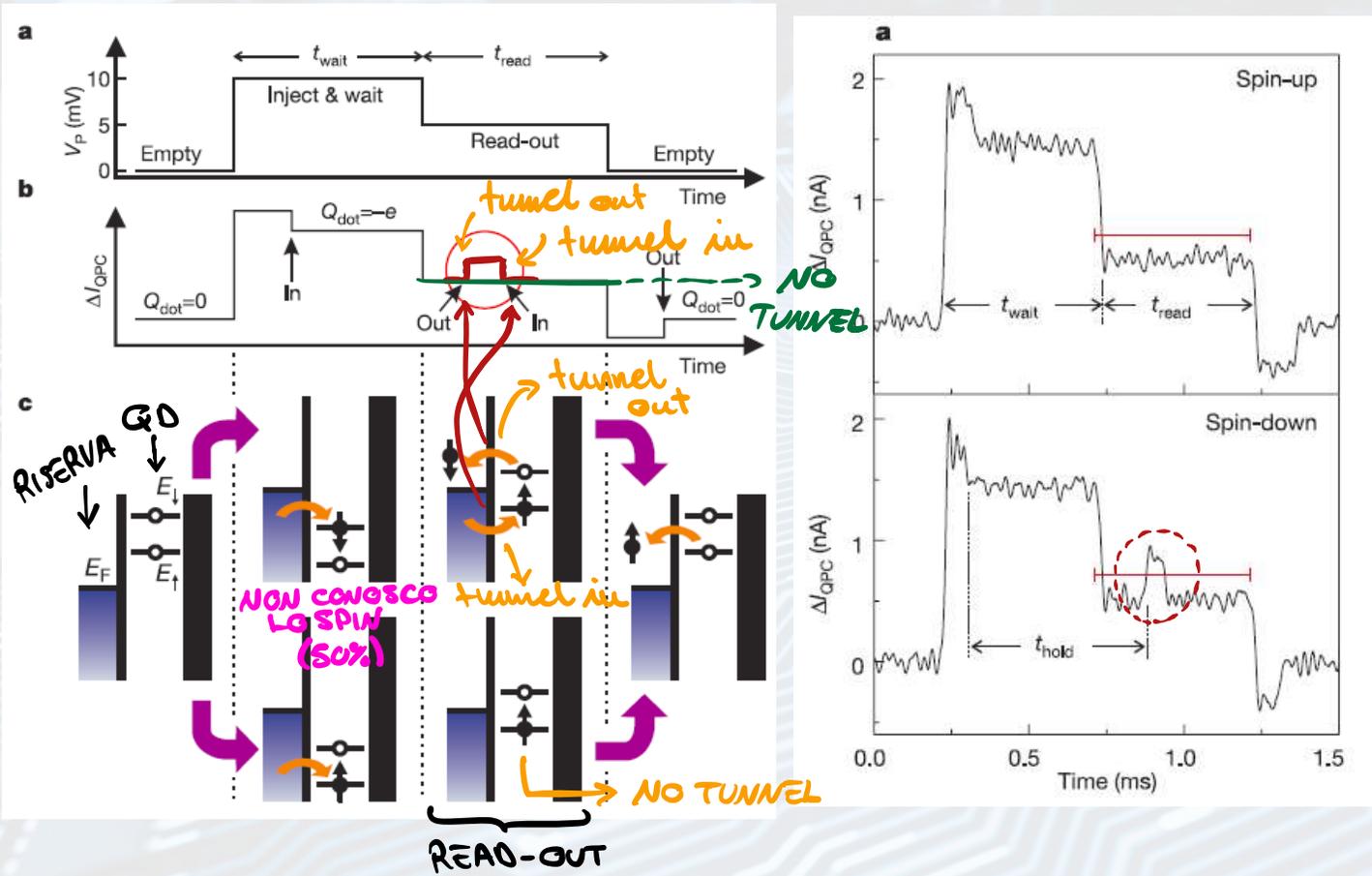
- A top gate can be used as barrier gate ( $V_G < 0$ ) to repel electrons from the 2DEG by creating a barrier potential
- Plunger gates ( $V_G > 0$ ) can be formed to locally trap electrons
- Gate constrictions can form a quantum point contact (QPC) serving as tunneling channels to trap/detrap electrons in the QD
- Single, double or multiple QD structures can be formed

- Read by **spin-to-charge conversion**
  - Tune the dot potential so that only the spin-down state  $|1\rangle$  can tunnel
  - Probe the dot charge after tunneling
- The quantum dot was obtained by depleting a 2DEG in GaAs/AlGaAs heterostructure
  - T, M, R define the dot by depletion
  - P controls the dot potential with respect to the reservoir
  - Long relaxation time  $T_1 = 0.85$  ms at  $B_0 = 8$  T



J. M. Elzerman, et al., Nature 430, 431 (2004)

# Spin-to-charge read/initialization



- Spin up: no read current peak during read
- Spin down: a current peak appear randomly during  $t_{read}$
- The same protocol is used for both qubit readout and initialization
- Read/initialization errors might be due to thermal broadening in the reservoir

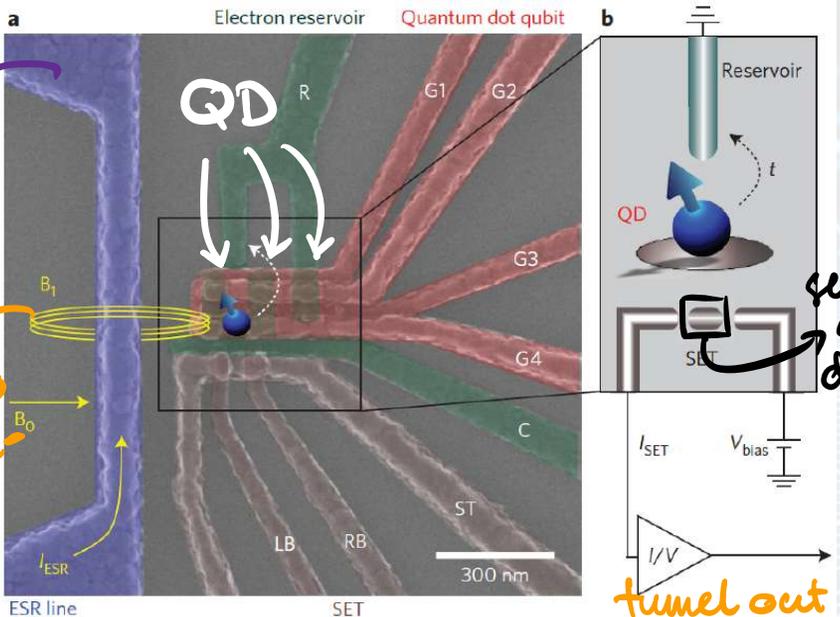
J. M. Elzerman, et al., Nature 430, 431 (2004)



# Spin control by ESR → ELECTRON SPIN RESONANCE

TX LINE

CAMPO MAGNETICO



scumbile al potere del qd

- Qubit in epitaxially-grown, isotopically enriched  $^{28}\text{Si}$  ( $< 880\text{ppm}$  of  $^{29}\text{Si}$ ) includes

On-chip transmission line for ESR

Reservoir for initialization/read

Gates for electrostatic control

SET for sensing

SET stability diagram indicate gate/drain biasing needed to initialize/read

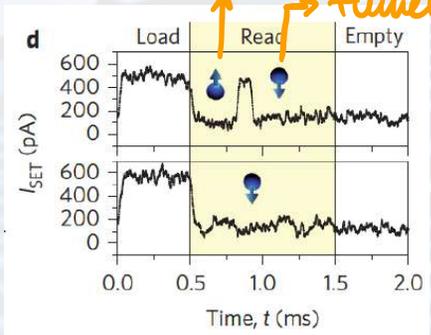
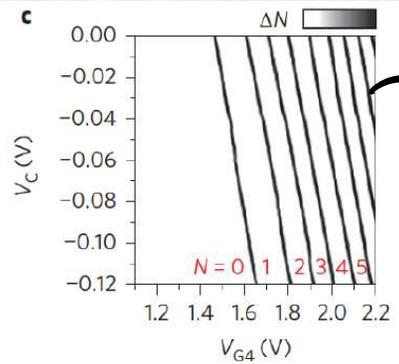
Initialize/read by spin-to-charge conversion

Gate voltage  $V_G$  is tuned to yield a tunneling time of about  $100\ \mu\text{s}$

⇒ dopo l'inizializzazione ho scope ↓

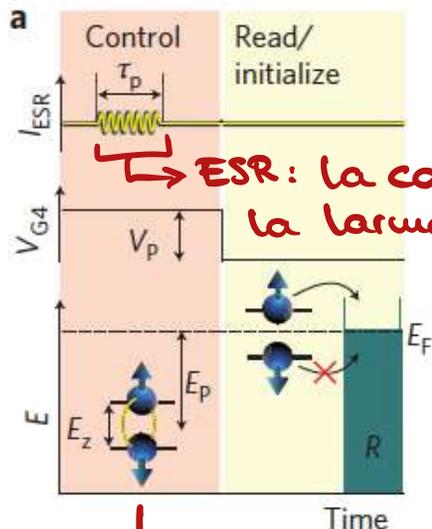
M. Veldhorst, et al., Nature Nanotech. 9, 981 (2014)

DRAIN CURRENT: e' una line perche' il QD e' accoppiato capacitivamente e tale CG → delle altre ... ?



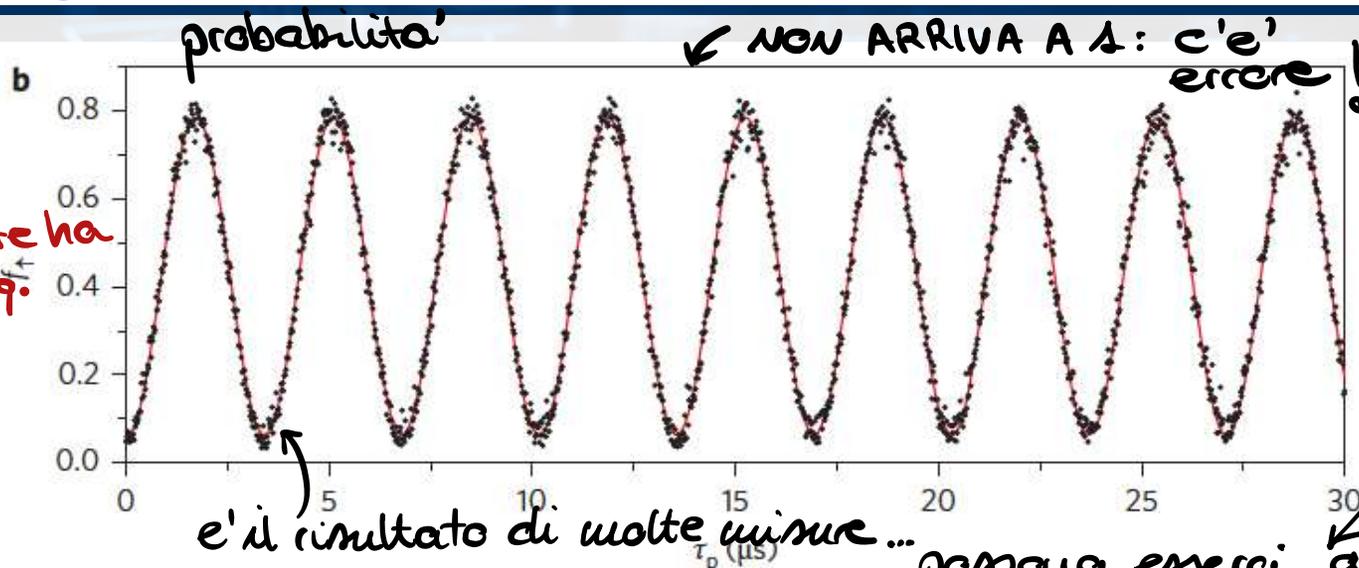


# Spin control by ESR



ESR: la corrente ha la Larmor freq.

ESR: e' una rotazione lungo x dello spin



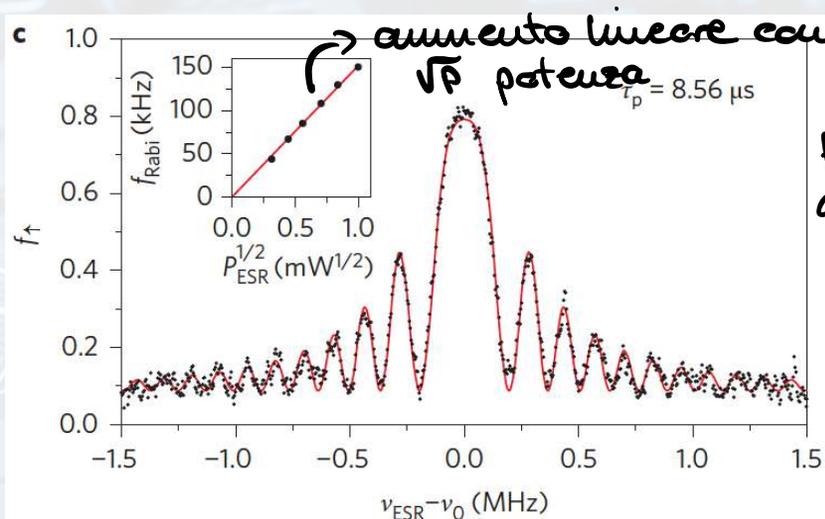
possiamo esserci ad esempio errori nel gate

- During the control time, the qubit states are below the Fermi level in the reservoir
- The RF pulse in the transmission line generates an oscillating  $B_1$ -field for ESR
- Resonance at the Larmor frequency  $\nu_0 = g^* \frac{\mu_B B_0}{h} = 39.1$  GHz with  $B_0 = 1.4$ T,  $g^* \approx 1.998$  accounts for the electron effective mass in the QD

M. Veldhorst, et al., Nature Nanotech. 9, 981 (2014)

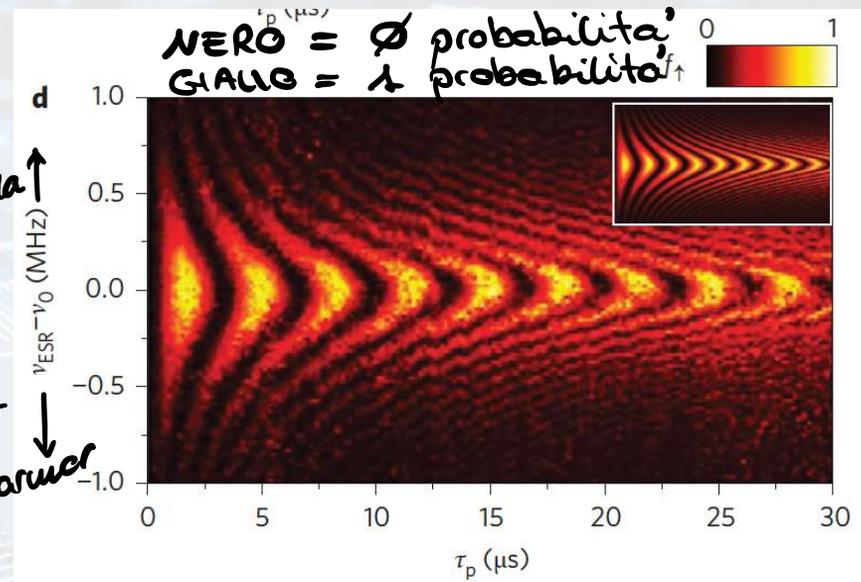


# Amplitude and frequency of ESR



fregs +  
alte della  
larvor ↑

fregs +  
basse  
della larvor ↓



- ESR decays quickly with the detuning frequency  $\nu_{\text{ESR}} - \nu_0$
- The Rabi frequency  $\Omega$  is proportional to  $B_1 \sim \sqrt{P_{\text{ESR}}}$
- The Chevron pattern shows Rabi oscillations as a function of the frequency mismatch, according to the Rabi formula:

$$P(t_{\text{MW}}, \Delta\omega) = \frac{\omega_R^2}{2[\omega_R^2 + \Delta\omega^2]} \left[ 1 - \cos(\sqrt{\omega_R^2 + \Delta\omega^2} t_{\text{MW}}) \right]$$

M. Veldhorst, et al., Nature Nanotech. 9, 981 (2014)



# Quality factor and fidelity

- **Quality factor Q**

*esempio: quante rotazioni posso fare*

- Defined as the number of qubit operations (quantum gates) before coherence is lost

- Typically we would like  $Q \sim 10^3$

- Q can be estimated as the ratio between the dephasing time  $T_2^*$  and the manipulation time  $T_\pi$

- Typically assessed by  $T_2^*$  measured by Ramsey experiment

- **Quantum fidelity**

*posso avere mismatch nelle frequenze*

- Defined as the 'accuracy' of a quantum gate

*... nel tempo*

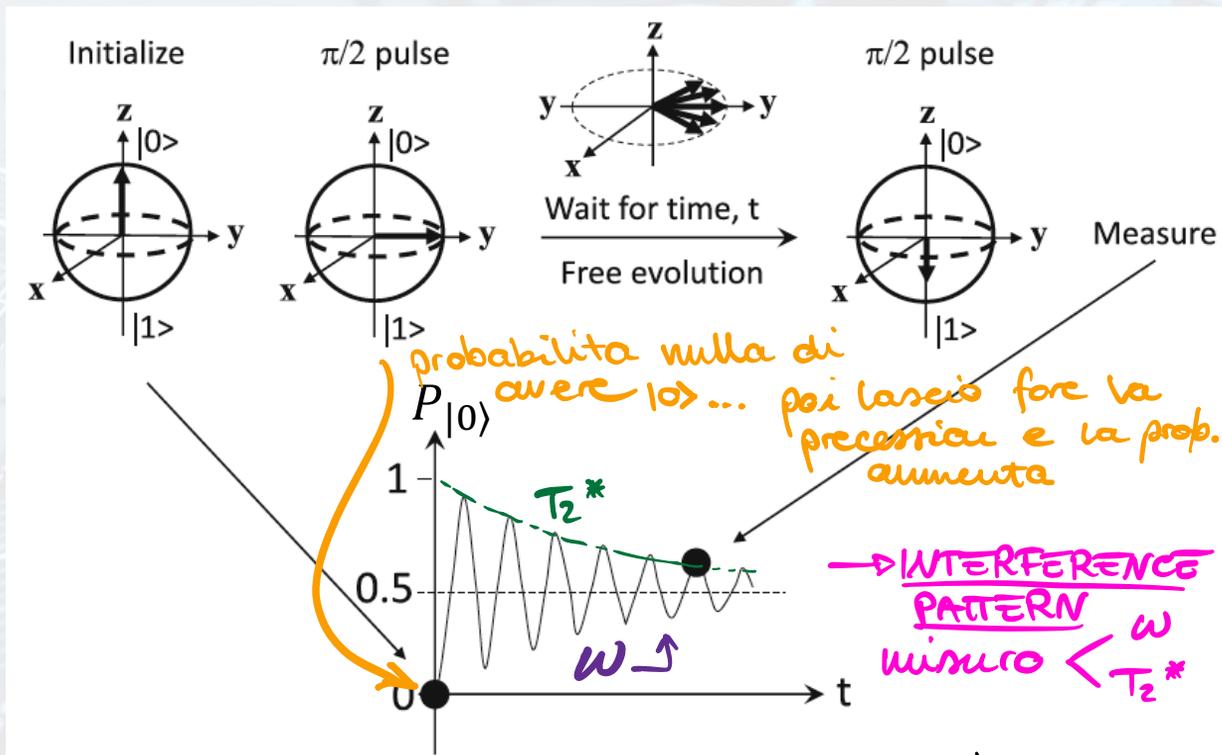
*... rotazioni di esempio  $\frac{\pi}{2}$  + errore*

- e.g., an X gate operated on state  $|0\rangle$  leads to state  $|1\rangle$ , but reading the final state would still yield a small probability of reading  $|0\rangle$

- typically measured with randomized benchmarking (RB)

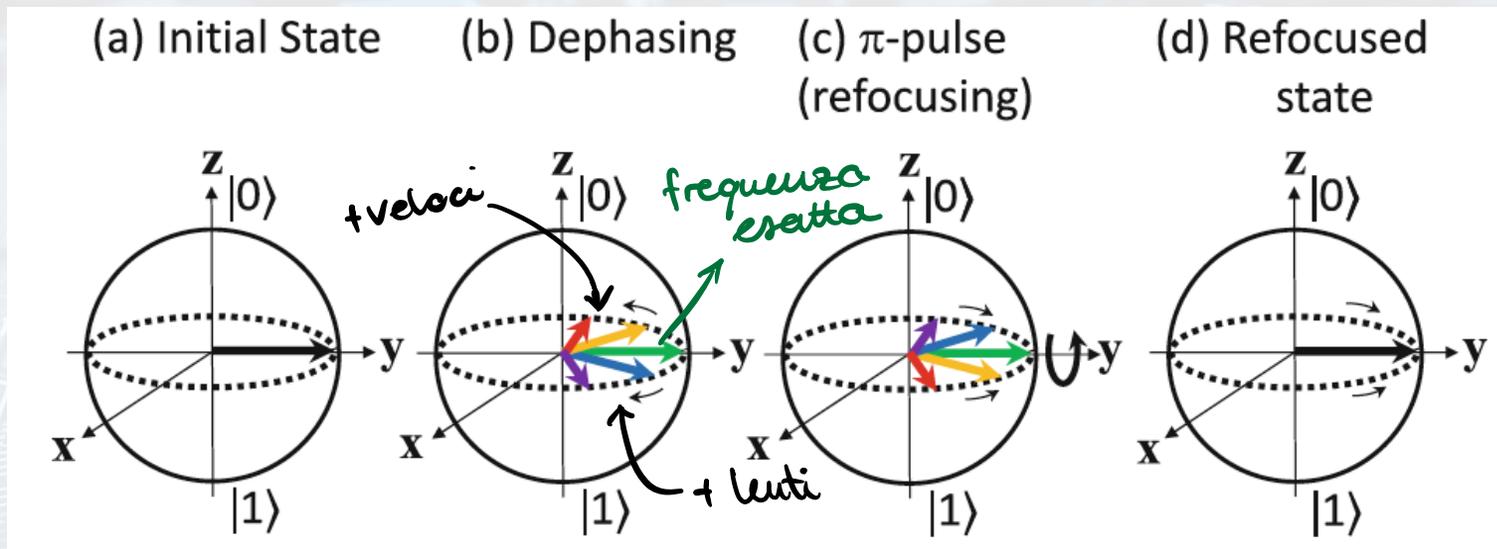


# Ramsey experiment



- Ramsey experiment:
  - Initialize to  $|0\rangle$
  - Rotate  $\frac{\pi}{2}$  ( $x$ ) *attorno x*
  - Wait for time  $t$
  - Rotate  $\frac{\pi}{2}$  ( $x$ )
  - Measure the probability  $P_{|0\rangle}$
- Due to precession,  $P_{|0\rangle}$  oscillates with the Larmor frequency
- $P_{|0\rangle}$  also decays due to the dephasing time  $T_2^*$

$\Delta = \omega - \omega_0$  *la frequenza reale è leggermente diversa da quella di Larmor e va misurata: posso definire un errore ( $\Delta$ )*

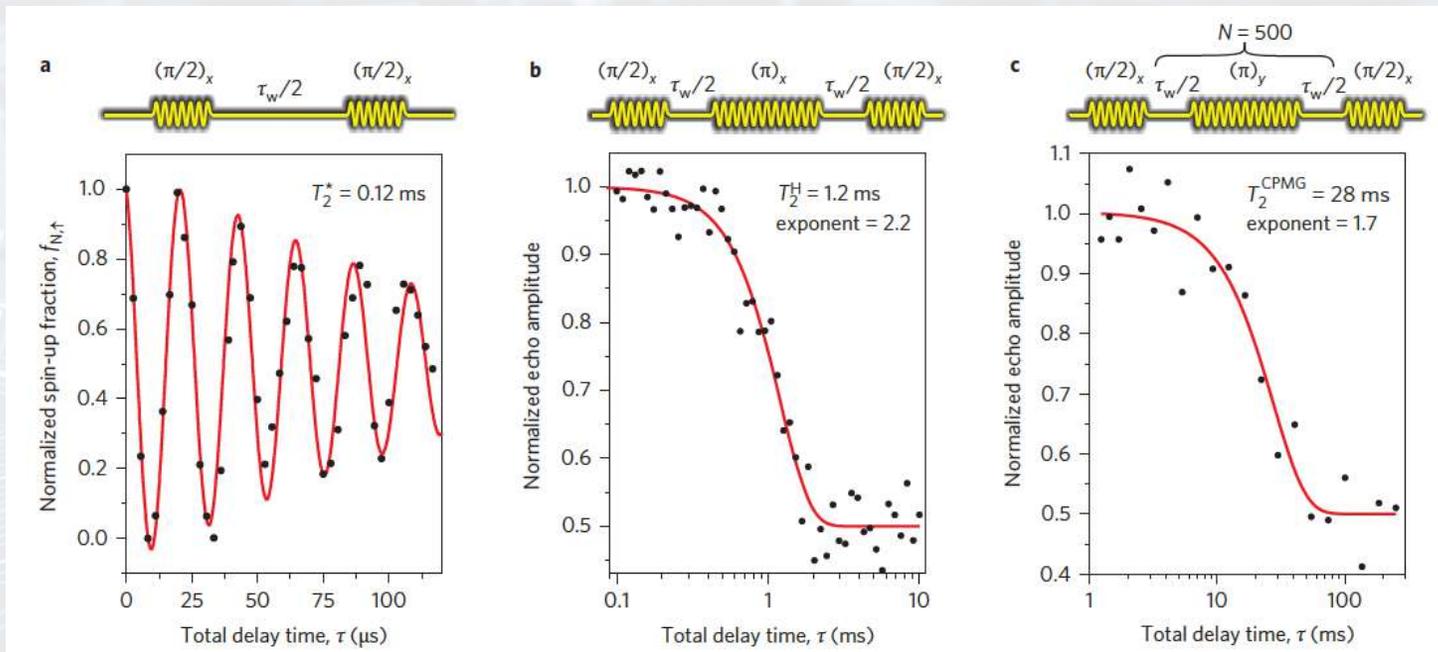


- $T_2^*$  applies to an ensemble measurement:
  - measurement of a large number of physical qubits like in NMR
  - repeated measurements on a single qubit
- A single measurement is usually characterized by time  $T_2$
- $T_2$  can be distinguished from  $T_2^*$  by Hahn echo, i.e., a Ramsey experiment with an added  $\pi(y)$  rotation for refocusing



# Ramsey experiments on spin qubit

- Misurare la  
     $\omega_c$  esatta  
- Misurare  $T_2^*$



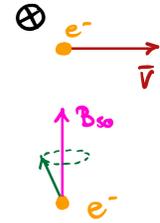
- Ramsey experiment reveal  $T_2^* = 0.12$  ms
- Hahn echo experiment indicate  $T_2^H = 1.2$  ms
- Hahn echo is repeated N times in the Carr-Purcell-Meiboom-Gill (CPMG) experiment, yielding  $T_2^{\text{CPMG}} = 28$  ms

M. Veldhorst, et al., Nature Nanotech. 9, 981 (2014)

# INTERAZIONI

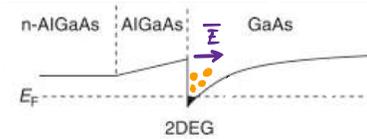
## 1) SPIN-ORBITA (EFFETTO DRESSSELHAUS)

Supponiamo di avere un campo elettrico  $\vec{E}$  e un elettrone che si muove con velocità  $v$ , allora esso è soggetto a un campo magnetico  $B_{so}$  che genera precessione e fa ruotare lo spin



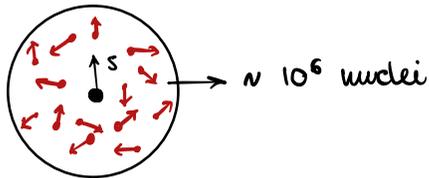
$\Rightarrow$  ho un random-walk del mio stato attorno al punto previsto

ad esempio, il campo elettrico è presente nel QD  $\rightarrow$



## 2) ACCOPPIAMENTO IPERFINE

è dovuto alla debole interazione magnetica tra gli elettroni e il nucleo dell'atomo nel materiale ospite: nel QD, l'elettrone ha un certo spin ed è immerso in atomi con nuclei che hanno **un loro proprio spin**. Questo genera un



macro campo magnetico che genera una rotazione dello spin dell'elettrone

il  $^{28}\text{Si}$  ha 14 neutroni e 14 protoni e ha  $I=0$

$\Rightarrow$  non ho interazioni ... molto bello; ma questo è solo il 92% del silicio in natura ... il restante è dato maggiormente da

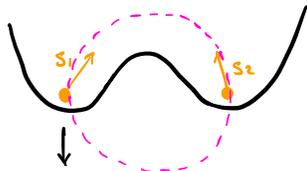
$^{29}\text{Si}$  14 p. 15 n  $I = \frac{1}{2}$  5%

$^{30}\text{Si}$  14 p. 16 n  $I = 0$  3%

$\Rightarrow$  posso "purificare" il silicio (**DISARRICCHIARLO**) per avere solo 28 o 30 per non introdurre l'interazione coi nuclei

$\Rightarrow$  i QD contengono solo  $^{28}\text{Si}$

### 3) EXCHANGE INTERACTION



→ se il secondo spin si trova all'interno del campo magnetico allora esso interagisce col campo indotto dal primo spin

il primo spin genera un campo magnetico

⇒ l'energia potenziale è data da:  $V_2 = -\mu_2 \cdot \mathbf{B}$  → si vede l'interazione

⇒ per "calibrare il sistema" devo agire sulla barriera di potenziale interposta fra le due valli per far sì che l'energia potenziale sia corretta

$U = \int \hat{\sigma}_{z1} \otimes \hat{\sigma}_{z2} = \hat{H}_{int} \Rightarrow$  può essere espresso tramite l'operatore; quindi ho

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_{int}$$

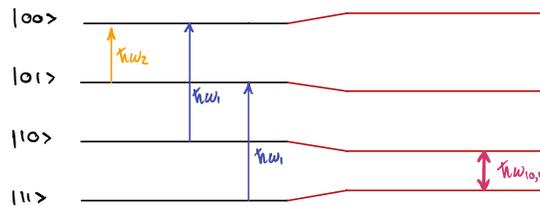
$$= \frac{\hbar \omega_1}{2} \hat{\sigma}_{z1} \otimes \hat{I} + \frac{\hbar \omega_2}{2} \hat{I} \otimes \hat{\sigma}_{z2} + \int \hat{\sigma}_{z1} \otimes \hat{\sigma}_{z2}$$

$$\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_1 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_2 \end{pmatrix} + \int \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_1 + \omega_2 + \frac{2J}{\hbar} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 - \omega_2 - \frac{2J}{\hbar} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1 + \omega_2 - \frac{2J}{\hbar} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_1 - \omega_2 + \frac{2J}{\hbar} \end{pmatrix}$$

se  $J = 0$  non ho interazioni ⇒ ho uno splitting del secondo qubit



se  $J > 0$  allora ho un ulteriore termine  $\begin{cases} > 0 & \text{per } |00\rangle \text{ e } |11\rangle \\ < 0 & \text{per } |01\rangle \text{ e } |10\rangle \end{cases}$   
 il flip tra  $|10\rangle \rightarrow |11\rangle$   
 $|11\rangle \rightarrow |10\rangle$  } è il CNOT e lo ottengo di solito con una rotazione di rabi con  $J$ -coupling

# SUPERCONDUCTING CIRCUITS

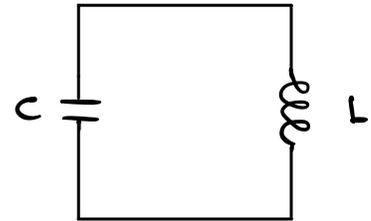
In alcune circostanze, un circuito elettrico può mostrare effetti quantistici che possono essere sfruttati per il calcolo quantistico; alla base di questi circuiti c'è il risonatore LC.

Ho dei **vantaggi** (produzione microelettronica classica, lunga coerenza) e degli **svantaggi** (scaling difficile e area grande).

## LC RESONATOR

Consideriamo un oscillatore LC senza perdite ( $R=0$ ) con

- capacità  $C$
- induttanza  $L$



In questi circuiti la corrente oscilla mentre l'energia viene scambiata tra  $C$  e  $L$  quindi trasferita continuamente tra campo elettrico e campo magnetico  $\Rightarrow$  è un **oscillatore**

ENERGIA ELETTROSTATICA  $U_C = \int VI dt = \int C \frac{dV}{dt} V dt = \int CV dt = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$

ENERGIA MAGNETICA  $U_L = \int VI dt = \int L \frac{dI}{dt} I dt = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$  ← flusso del campo magnetico

$\Rightarrow U_{\text{tot}} = U_1 + U_2 = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L}$  e' l'energia totale dell'oscillatore

Tale oscillatore LC può essere visto come un **quantum harmonic oscillator (QHO)**:

l'hamiltoniano corrispondente è  $\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L}$

$\Rightarrow$  posso vedere un parallelismo con un analogo oscillatore meccanico (SHO) dato ad esempio da una massa attaccata ad una molla



SHO	LC circuit
$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}k\hat{x}^2$	$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L}$
$\hat{p}$	$\hat{Q}$
$\hat{x}$	$\hat{\Phi}$
$m$	$C$
$k$	$1/L$
$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$	$\hat{Q} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \Phi}$
$\omega_0 = \sqrt{k/m}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

dalla tabella ricavo che  $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$  sono coniugate e analogo lo sono  $[\hat{Q}, \hat{\Phi}] = i\hbar$

$$\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar \Rightarrow \Delta x \Delta p \gg \frac{\hbar}{2}$$

l'operatore di carica lo posso anche scrivere come  $\hat{Q} = -i\hbar \frac{d}{d\Phi}$

e la frequenza di risonanza e'  $\omega_0 = \frac{1}{LC}$

introduciamo il **flusso normalizzato**

diventa  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2C} \frac{d^2}{d\Phi^2} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L}$   
 energia potenziale

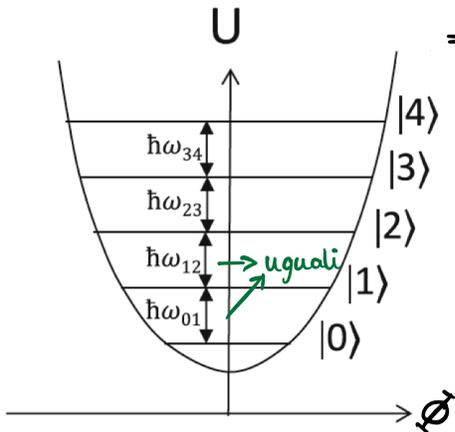
$$\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \rightarrow \Phi_0 = \frac{h}{2e}$$

e' una conseguenza della quantizzazione del campo magnetico in natura

$$\Rightarrow \hat{H} = -\frac{4e^2 \hbar^2}{2C} \frac{d^2}{d\phi^2} + \frac{\phi^2}{2L(2\pi)^2} \phi^2$$

$$\Rightarrow \hat{H} = -4Ec \frac{d^2}{d\phi^2} + \frac{E_L}{2} \phi^2$$

e' un secondo modo per scrivere l'Hamiltoniano



$\Rightarrow$  l'energia potenziale diventa  $U(\phi) = \left(\frac{\phi_0}{2\pi}\right)^2 \frac{\phi^2}{2L}$   
 $\phi$  e' lo sfasamento

l'energia di ogni livello e' data da

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0$$

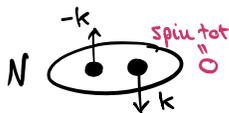
$\Rightarrow$  nasce un **PROBLEMA** dal fatto che **sono uguali** perche' non so piu' che transizione sto facendo

In questo genere di circuiti la resistenza  $R=0$  grazie all'effetto **superconduttivo** del circuito portato a temperatura  $T < T_c$  temperatura critica

$\Rightarrow$  la resistenza porta perdite e introduce scattering che introduce sfasamento

**N.B.** anziche' esprimere la carica come  $Q$  puo' essere comodo usare  $2Ne$

$$Q = 2Ne$$



Lo e' il numero di paia di elettroni: in uno stato superconduttivo vedremo che gli elettroni si accoppiano...

**COOPER-PAIR**  $\rightarrow$  e' un bosone e non un fermione!

# SUPERCONDUTTIVITA'

i metalli posti ad una temperatura minore di una **temperatura critica** hanno una resistenza pari a zero → **importante per la coerenza!**

⇒ può scorrere corrente anche senza tensione applicata al metallo

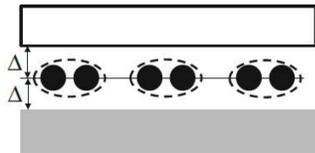
⇒ ogni metallo ha la sua temperatura critica  $T_c$  (Al:  $T_c = 1,2\text{ K}$ ; Nb:  $T_c = 9,2\text{ K}$ )

⇒ le frequenze dei qbit sono  $\sim 10\text{ GHz}$ , cioè  $T = \frac{hf}{k} = 0,5\text{ K}$

**TEORIA BCS** è una teoria proposta per spiegare la superconduttività: essa è un effetto quantistico di **condensazione delle COPPIE DI COOPER** che si comportano come dei bosoni (**BOSE CONDENSATION**)

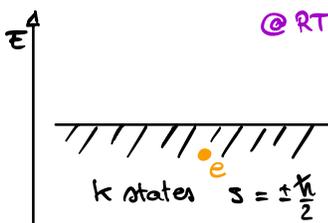
i bosoni possono occupare lo stesso stato energetico anche se hanno lo stesso spin

è uno stato legato fra due elettroni (o lacune) che si può realizzare grazie all'intervento di qualche forza attrattiva che vince la repulsione

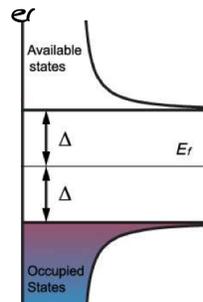


Sono due elettroni con spin opposto che formano una **quasi-particella** con spin = 0 ⇒ è un **bosone**

⇒ a basse temperature si formano coppie di Cooper nel livello di Fermi

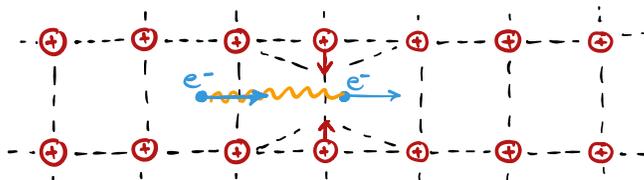


Sono i portatori di carica della corrente nei superconduttori



possiamo ammettere che se un elettrone si muove allora induce cariche positive che a loro volta fanno sì che il secondo elettrone della coppia si muova come il primo

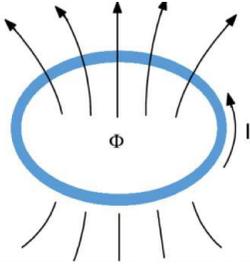
questo è vero se gli atomi e i nuclei non vibrano ... ! ( $T < T_c$ )



si genera una zona a densità di carica positiva maggiore

## RELAZIONE TRA FLUSSO E FASE

perche' tutte le coppie sono condensate sullo stesso livello



La funzione d'onda  $\psi$  coppia di cooper e' la stessa e vale:

$$\psi = \sqrt{n_s} e^{i\phi} \quad \text{e' l'unico stato}$$

↓  
dovuta' delle cp con carica 2e

possiamo ricavare la fase del loop dalla seguente relazione:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \\ &\stackrel{\text{Stokes}}{=} \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \end{aligned}$$

↓  
potenziale vettore  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

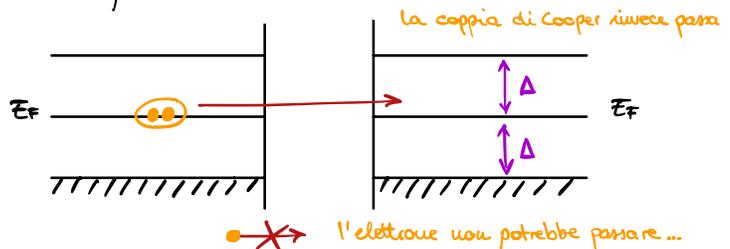
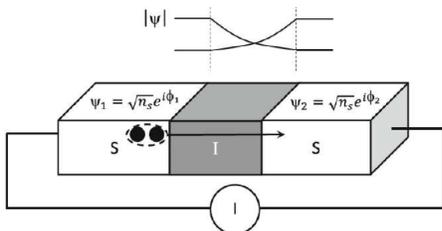
la fase di un quanto deve essere un multiplo intero di  $2\pi$

$$\Rightarrow 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi n \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Phi = n \Phi_0}$$

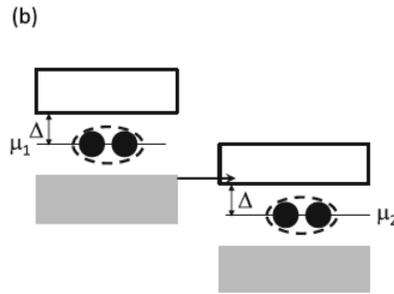
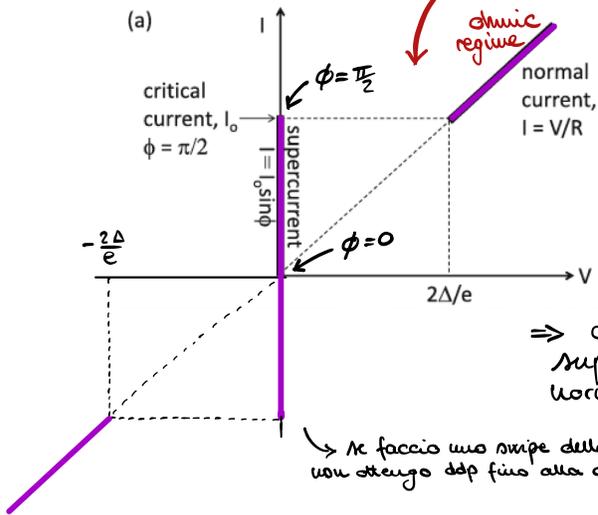
## JOSEPHSON JUNCTION

la giunzione josephson e' composta da due strisce di superconduttori separate da un dielettrico. Alla base del suo funzionamento c'e' l'effetto tunnel delle coppie di Cooper.

A bassa temperatura ( $T < T_c$ ) si generano coppie di Cooper che possono trasportare corrente senza caduta di potenziale: ma genera una corrente anche con una tensione pari a zero.



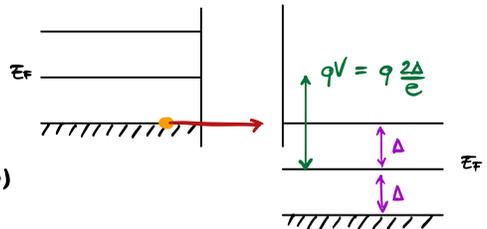
ho una caratteristica I-V:



=> oltre I<sub>0</sub> il drop tra la JJ e' maggiore del superconducting gap e quindi il tunnel avviene normalmente con gli elettroni

se faccio uno swipe della I non ottengo drop fino alla corrente I<sub>c</sub>

entro in regime ohmico:

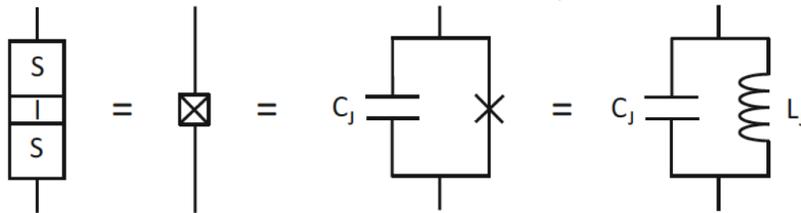


in questo caso l'elettrone puo' generare corrente e tale corrente diventa lineare con la tensione ottenendo un regime ohmico

NON DIPENDE DAL MATERIALE

=> la corrente oscilla a una frequenza che dipende dalla tensione applicata

Ricaviamo ora il circuito equivalente della giunzione:



$$C_J = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{t_{ox}}$$

ad esempio, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: ε<sub>r</sub> = 9 e A = 1 μm<sup>2</sup> ho C<sub>J</sub> = 80 fF

dalle due relazioni di J. posso poi ricavarci:  $V = \frac{\hbar}{2e} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{\hbar}{2e I_0 \cos\phi} \frac{dI}{dt}$

=> ottengo la

$$L_J = \frac{\hbar}{2e I_0 \cos\phi} = \frac{L_{J0}}{\cos\phi}$$

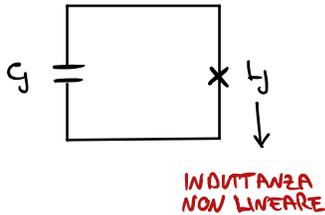
l'energia potenziale ai capi della JJ vale:

$$U_J = \int_0^t VI dt = \int_0^t \frac{\Phi_0}{2\pi} I_0 \sin \phi \frac{d\phi}{dt} dt' = \int_0^\phi \frac{\Phi_0}{2\pi} I_0 \sin \phi d\phi = \underbrace{\frac{\Phi_0 I_0}{2\pi}}_{E_J} (1 - \cos \phi)$$

e' la  $I_c$  della JJ

**JOSEPHSON ENERGY**  
=  $E_J (1 - \cos \phi)$

quindi il risonatore e' dato da

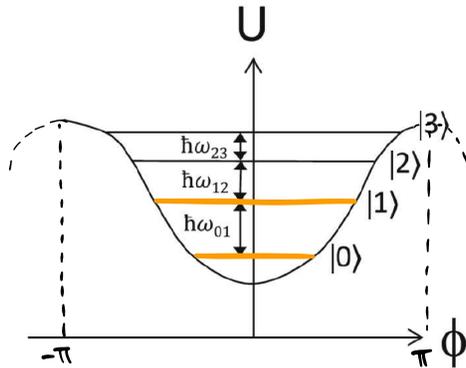


e l'Hamiltoniano diventa:

$$\hat{H} = U_C + U_L = 4E_C \hat{N}^2 + \frac{E_J}{2} \phi^2$$

con  $\hat{N} = -i \frac{\partial}{\partial \phi}$  e con  $E_C = \frac{e^2}{2C}$  energia di carica della capacita'

$$\Rightarrow \hat{H} = U_L + U_J = 4E_C \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - E_J \cos \phi$$

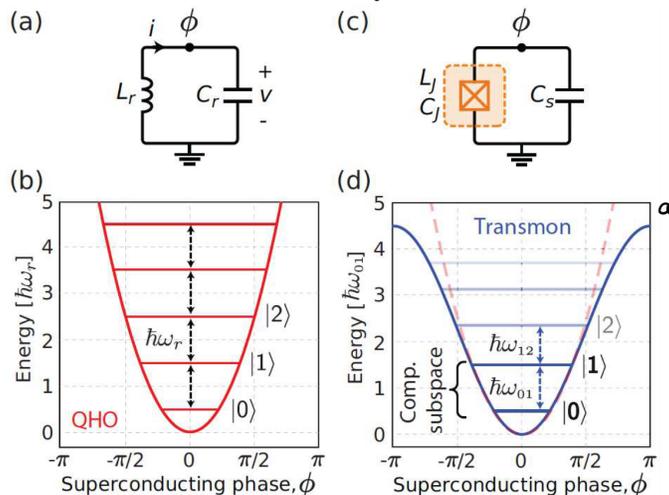


mi genera una variazione tra i livelli possibili che non e' piu' uguale  $\Downarrow$   
ho risolto il problema usando la JJ

$\Rightarrow$  la JJ ha introdotto un'induttanza non lineare che modifica l'hamiltoniano e i suoi autovalori

non sono piu' equispaziati  $\Rightarrow$  riesco a selezionare i due stati base  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$

quindi la JJ introduce **ANARMONICITA'** consentendo di avere un sistema a due livelli adatto al funzionamento con qbit. Segue lo schema riassuntivo dei due casi:

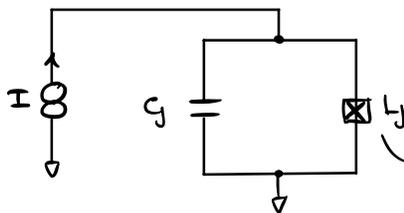


# SUPERCONDUCTING QBITS

I qbit a superconduttore possono essere sviluppati sulla base dell'**oscillatore armonico** visto precedentemente in diversi modi (phase/charge, capacitive/inductive, fixed/variable frequency, ...) e tra questi il più popolare è il **transmon**.

Posso avere tre tipologie di qbit basati sulla JJ:

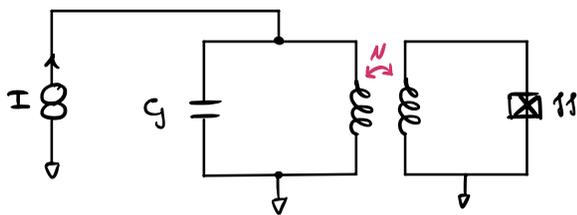
## PHASE QBIT



è formato da una giugola JJ con bias DC in corrente (I)

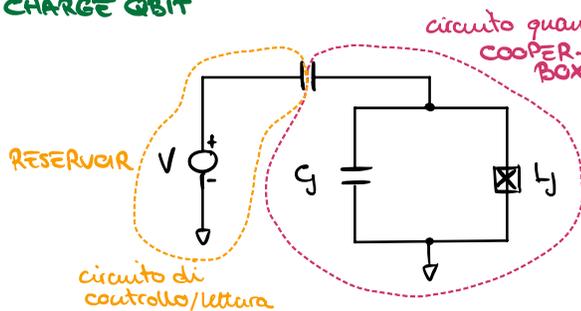
→ sostituisce l'induttore dell'LC con una JJ

## FLUX QBIT



è formato da una giugola JJ con bias dal flusso proveniente da un campo magnetico esterno

## CHARGE QBIT



è formato da una giugola JJ con bias DC in tensione (accoppiato capacitivamente)

→ stesso circuito in due modi:

1) COOPER-PAIR BOX  $E_J \leq E_C$

2) TRANSMON  $E_J \gg E_C = \frac{Q^2}{2C}$  ↙ aumento C!

Analizziamo quest'ultima configurazione e calcoliamo l'hamiltoniano:

> il numero intero di coppie CO e':  $N = \frac{Q}{2e}$

> il numero di coppie CO indotte dalla capacità e':  $N_g = \frac{C_g V_g}{2e}$  (non-intero)

⇒  $\hat{H} = \underbrace{4E_C (N - N_g)^2}_{\text{energia di carica}} - E_J \cos \phi = 4E_C \left( -i \frac{\partial}{\partial \phi} - N_g \right)^2 - E_J \cos \phi$   
↙ energia potenziale  
↘  $N_g$  possiamo scegliere tramite  $V_g$

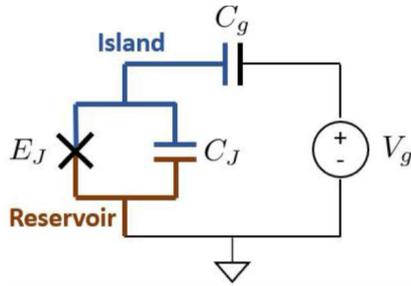
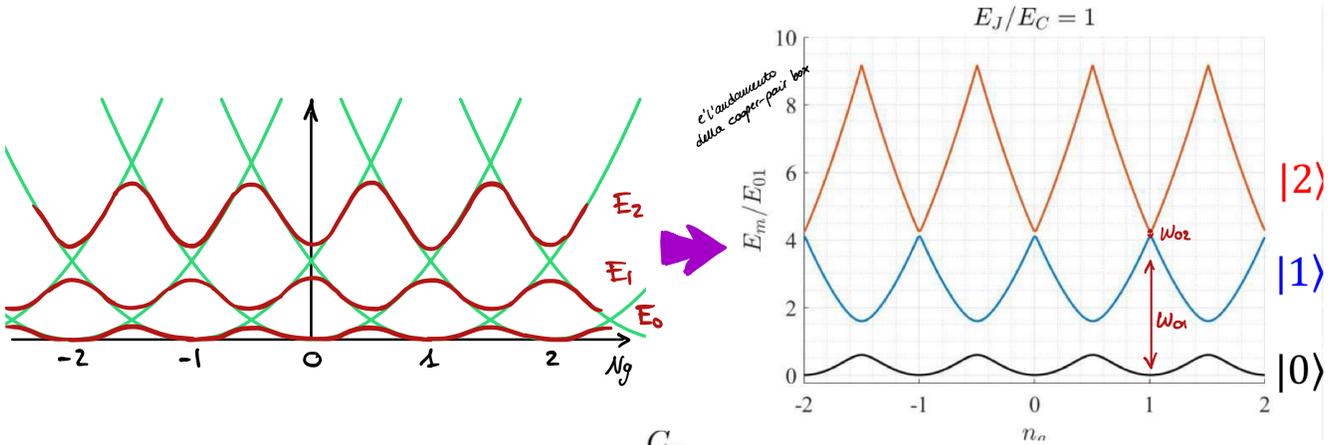
# COOPER-PAIR BOX

presenza } di coppie di cooper in eccesso sull'isola  
 assenza }

la cooper-pair box e' un qbit di carica (charge qbit) con  $E_J \leq E_C$

↳ la carica e' un buon numero quantico e la leggo tramite un SET

gli autovalori li posso ricavare come segue:



Per ottenere le massime prestazioni e' utile scegliere un intero o un semi-intero di  $N_g$

Integer $N_g$	Large $\omega_{01}$	Easy to initialize, no thermal excitation
	$\omega_{01} \approx \omega_{02}$	Difficult control
Half-integer $N_g$	$\omega_{01} \neq \omega_{02}$	Easy control
	$\frac{\partial E}{\partial N_g} \approx 0$	Low sensitivity to $N_g$ (charge) noise

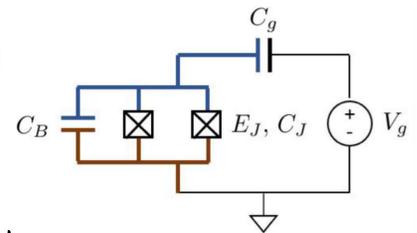
perche' anziche' avere un andamento oscillatorio di  $E$ , non lo facciamo piatto?

per farlo introduco il **TRANSMON** in cui la capacita' e' molto grande, tale da avere  $E_J \gg E_C \Rightarrow$  i livelli di energia sono **circa piatti**

Pocho poi migliorare la cooper-pair box usando due JJ in parallelo per consentire la regolazione della frequenza

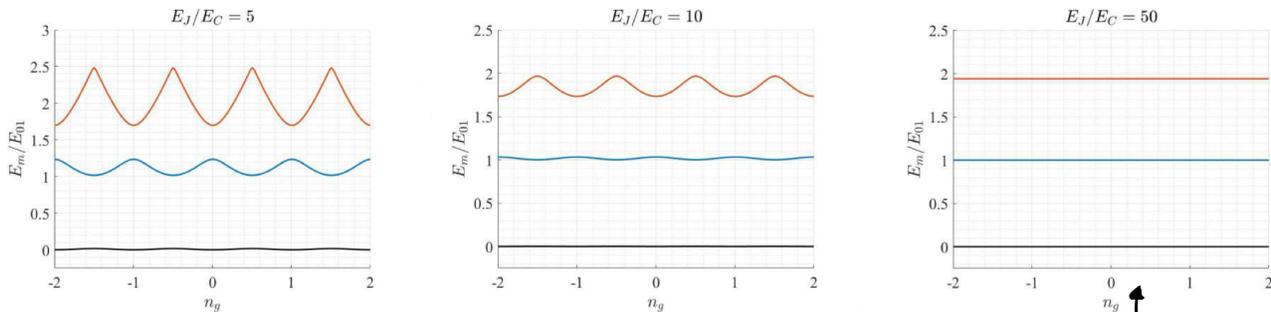
(SQID) o aggiungere una grande capacita'  $C_B$  (TRANSMON)

che puo' essere usata sia con lo SQID, sia con la JJ singola



# TRANSMON

e' l'abbreviazione di *transmission line shunted plasma oscillation* ed e' una Cooper-pair box con una capacita'  $C$  molto grande tale da avere:  $\bar{E}_J \gg E_C$



- la fase diventa un buon numero quantico
- ho minore sensibilita' al rumore di carica: grazie all'andamento piatto
- ho un tempo di coerenza lungo:  $T_{coh} = 100 \mu s$

per troppo ho anche degli svantaggi, e il piu' significativo e' la *small anharmonicity*, che posso ricavare di seguito, partendo dall'energia:

$$E_n \approx \underbrace{\hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2}\right)}_{\text{harmonic contrib.}} - \underbrace{\frac{E_C}{12} (6n^2 + 6n + 3)}_{\text{non-harmonic contrib.}} \quad n=0,1,2,\dots$$

calcoliamo le frequenze degli intervalli fra i livelli energetici:

$$\omega_{01} = \frac{E_1 - E_0}{\hbar} = \omega_0 - \frac{E_C}{12\hbar} (6 + 6 + 3 - 0 - 0 - 3) = \omega_0 - \frac{E_C}{\hbar}$$

$$\omega_{12} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \omega_0 - \frac{E_C}{12\hbar} (24 + 12 + 3 - 6 - 6 - 3) = \omega_0 - 2 \frac{E_C}{\hbar}$$

$$\omega_{23} = \dots = \omega_0 - 3 \frac{E_C}{\hbar}$$

spesso il rapporto e' detto  $\eta = \frac{E_C}{\hbar}$

aumentando la capacita' nel transmon  $E_C$  diminuisce e  $\eta$  pure: ottengo una *small anharmonicity* => e' un problema

quando voglio passare da  $|0\rangle$  a  $|1\rangle$  induco anche una transizione tra  $|1\rangle$  a  $|2\rangle$  perché le energie sono molto simili e quindi quando scelgo C devo fare un trade-off tra unharmonicity e coherence time.

NON-HARMONICITY: 
$$\alpha = \frac{\omega_{01} - \omega_{02}}{\omega_{01}} \approx \sqrt{\frac{\epsilon_c}{\epsilon_j}}$$

→ visto che la dipendenza è sotto radice e' + lenta della dipendenza di  $T_{coh}$  che mi dimostra essere esponenziale

ad esempio:  $\omega_{01} \approx 5 - 30 \text{ GHz}$   
 $\Delta\omega \approx 200 \text{ MHz}$  }  $\frac{\Delta\omega}{\omega_{01}} \approx 9\%$

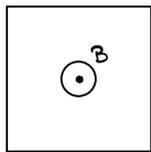
per fare cio' e' stato progettato lo **SQID** che misura il flusso magnetico condensato

||

**SUPERCONDUCTING QUANTUM INTERFERENCE DEVICE**

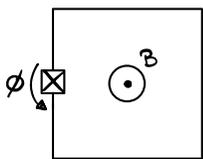
(dispositivo superconduttore a interferenza quantistica)

in questo caso ho una relazione tra flusso e fase data dalla circuitazione



$$\frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi n \quad (\text{già visto})$$

ma se aggiungo una JJ al superconductive loop si genera una discontinuita'



$$\phi + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi n \iff$$

$$\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

↓  
 posso trascurare il meno visto che e' un angolo

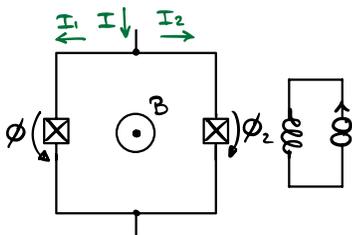
se ora ho due JJ, ho che:

$$I = I_1 + I_2 = I_0 \sin \phi_1 + I_0 \sin \phi_2$$

$$= I_0 (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)$$

$$= I_0 \cdot 2 \frac{\sin(\phi_1 + \phi_2)}{2} \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (\text{PROSTAFERESI})$$

$\phi_1 - \phi_2$  e' lo sfasamento totale  $\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$  e ho:



$$= 2I_0 \cos\left(\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right) \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)$$

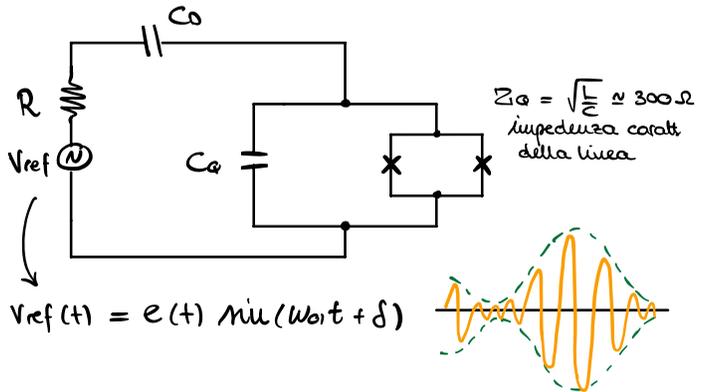
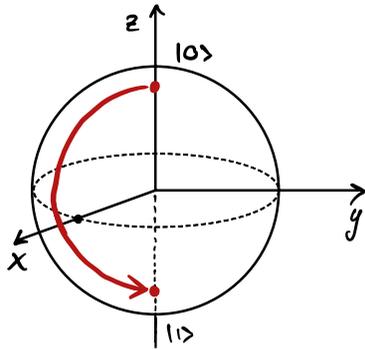
$$= I_{0,eq} \sin \phi_{eq} \Rightarrow E_j = \frac{I_0 \Phi_0}{2\pi}$$

variando il campo magnetico B posso variare  $\Phi_e$

variando  $\Phi_e$  posso controllare  $E_j$  e quindi la frequenza: *tunable transition*

**X-Y GATE**  $\Rightarrow$  rotazione lungo l'asse x o lungo l'asse y che richiede un trasferimento di energia per indurre la rotazione di Rabi da  $|0\rangle$  a  $|1\rangle$

$\Rightarrow$  posso usare un accoppiamento capacitivo con una tensione @ RF  $V_{ref}(t)$ , come segue:



l'hamiltoniano e' dato da:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar}{2} \omega_0 \hat{\sigma}_z - \frac{e(t)}{2} \frac{C_0}{C_0 + C_q} \sqrt{\frac{\hbar}{2Z_0}} (\underbrace{\hat{\sigma}_x \cos \delta}_I + \underbrace{\hat{\sigma}_y \sin \delta}_Q)$$

*partitore capacitivo*

*precisazioni: non siamo interrotti a quarto termine*

*$Z_0$ : e' una carica (ZERO POINT FLUCTUATION CHARGE)*

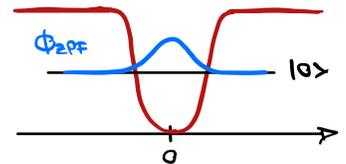
*I: in-phase*  
*Q: in-quadrature*

La  $Q_{ZPF}$  non e' una carica reale, ma e' la variazione della carica in  $Z_0$

Similmente a quanto succede nell'ESR nel caso dello spin qbit, la tensione applicata provoca la rotazione attorno all'asse:

$\rightarrow$  x se  $\delta = 0$  (solo componente in fase, I)

$\rightarrow$  y se  $\delta = \frac{\pi}{2}$  (solo componente in quadratura, Q)

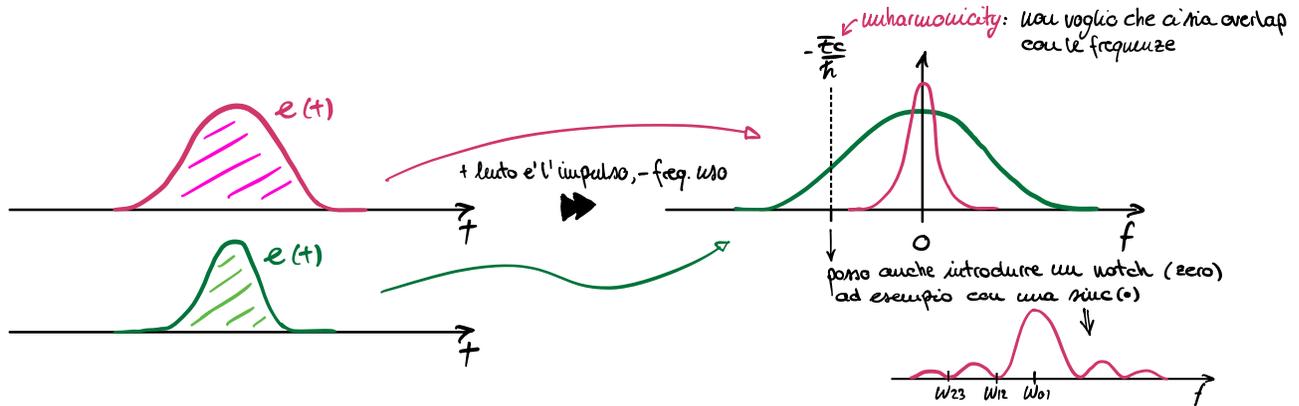


l'angolo di rotazione e' dato da:

$$\Phi = \frac{C_0}{C_0 + C_q} \sqrt{\frac{\hbar}{2Z_0}} \int_0^t -e(\tau) d\tau$$

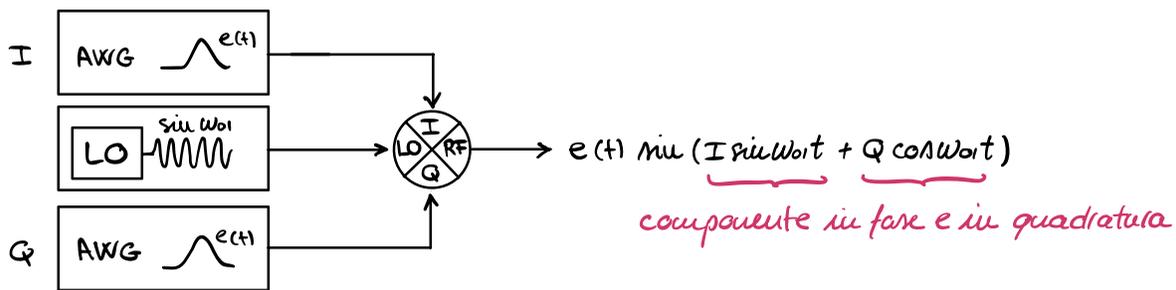
ad esempio, posso generare un gate  $\hat{\sigma}_x$  con  $\delta = 0$  e  $\phi = \pi$ :

e infatti:  $\hat{U} = e^{-i \frac{1}{2\hbar} \frac{C_0}{C_0+C_2} \sqrt{\frac{\hbar}{22a}} \hat{\sigma}_x \int_0^t e(\tau) d\tau} = e^{-i \frac{\phi}{2} \hat{\sigma}_x} = \hat{R}_x(\phi) !$

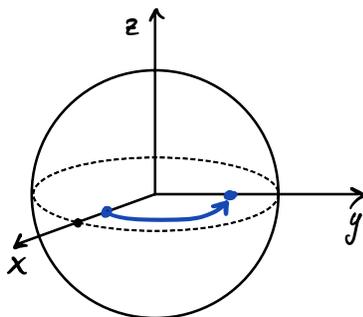


uso una gaussiana perche' l'integrale non ne altera la forma; non e' obbligatorio ma e' un caso molto utilizzato...

Otengo uno schema finale che e' il seguente



**Z GATE** → rotazione attorno all'asse z e corrisponde ad un aumento di  $\frac{\pi}{2}$  nella fase: quindi possiamo tradurre una rotazione z in un cambio di fase delle rotazioni x e y; ad esempio per avere  $X_\phi$  seguito da  $X_\phi^\phi$  abbiamo:



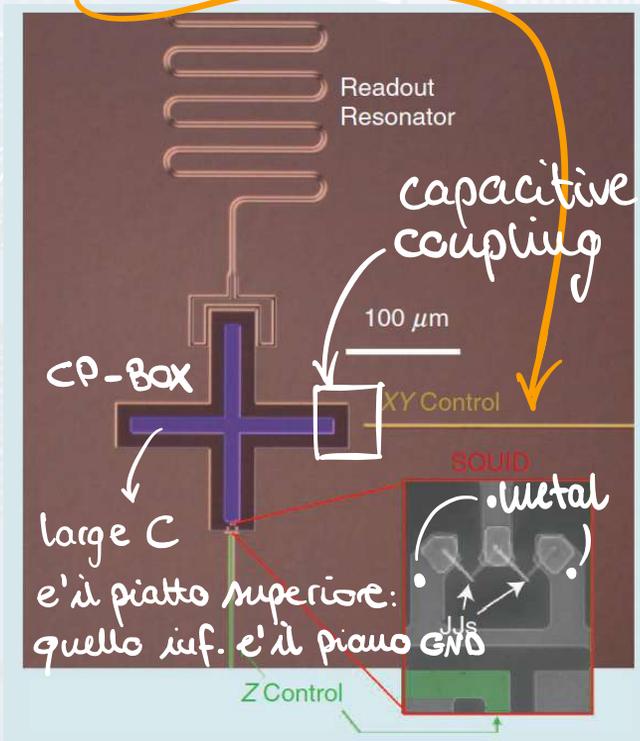
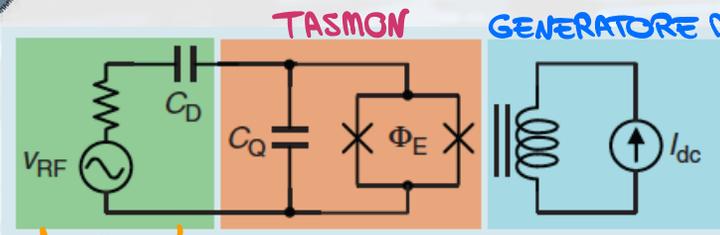
$X_\phi^\phi X_\phi = Z_{-\phi} X_\phi Z_\phi X_\phi \rightarrow$  **VIRTUALE**

oppure puo' essere ottenuto come  $\hat{H} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_{01} & 0 \\ 0 & \omega_{01} \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_z$   
 variando  $\Delta\omega_{01}$  per un tempo di gate pari a  $t = \frac{\phi}{\Delta\omega_{01}}$

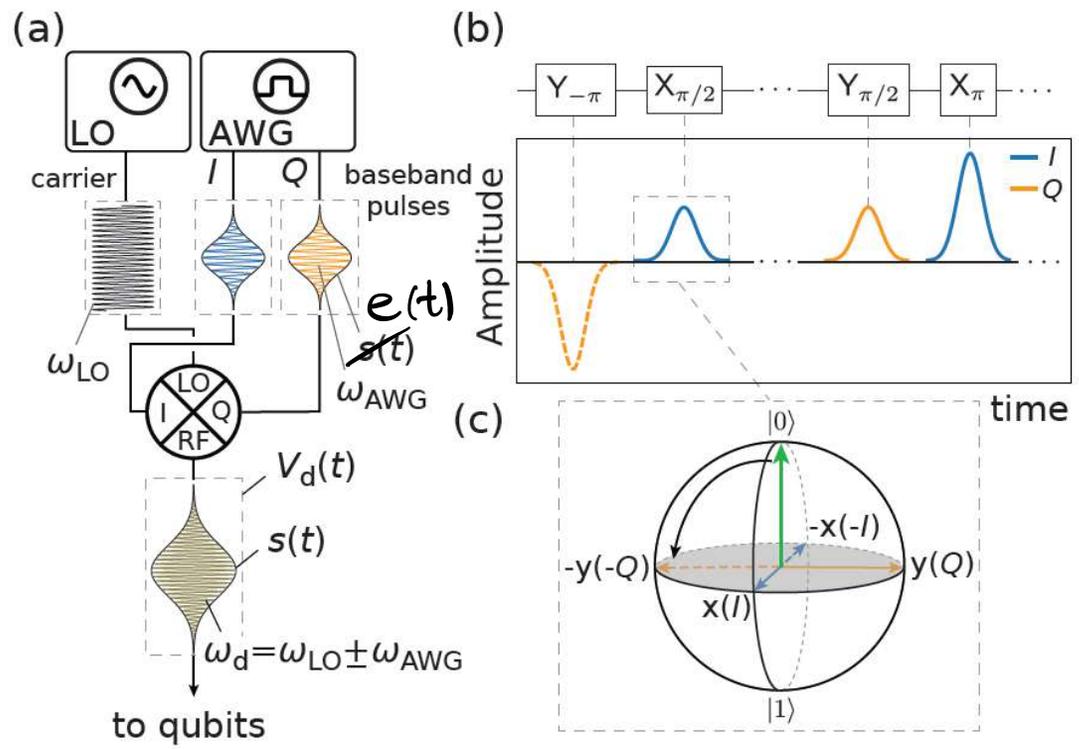
⇒ corrisponde ad un cambiamento della velocità angolare: ho un **tuning della frequenza**



# Superconducting qubit



- The cross-shaped qubit capacitance (Cooper pair box) is:
  - capacitively coupled to the XY coplanar waveguide (CPW) line
  - Inductively coupled to the Z CPW line
- The SQUID includes two JJs for flux-bias coupling
- JJs are typically made of Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Al and patterned with electron beam lithography
- The substrate is sapphire or high-resistivity silicon
- JJ uniformity is typically around 1% range, i.e. ~30 MHz variation in the qubit frequency



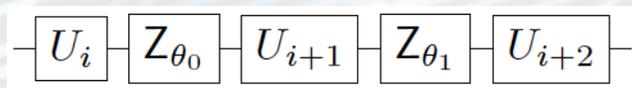
- LO = local oscillator with low phase noise
- I and Q features the same frequency but I and Q phases
- IQ mixer for mixing the LO with the pulses generated by the arbitrary waveform generator (AWG):
  - Baseband I is multiplied to the in-phase component of the LO
  - Baseband Q is multiplied to quadrature component of the LO
- For frequency multiplexing, the LO is tuned close to the qubit frequency, finer adjustment is provided by the AWG such that  $\omega_{LO} + \omega_{AWG} = \omega_{01}$  where various  $\omega_{AWG}$  are generated to match the various qubit frequencies
- Gate sequence is executed as a sequence of AWG pulses



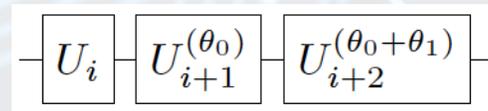
- $x$ -rotation and  $y$ -rotation only differ by a reference phase
- For instance,  $Y$  can be obtained in two ways:
  - Applying a pulse to the Q port
  - Applying the same pulse to the I port after a phase increase of  $\frac{\pi}{2}$
- Note: a phase increase of  $\frac{\pi}{2}$  corresponds to a  $z$ -rotation, therefore we can translate a  $z$ -rotation in a change of phase of the following  $x$ - and  $y$ -rotations
- For instance, to operate a  $X_\theta$  followed by a  $X_\theta^\phi$ , namely another  $X_\theta$  but with a phase  $\phi$  relative to the first one, we can execute:

$$X_\theta^\phi X_\theta = Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta$$

- Conversely, a  $Z_\theta$  gate can be executed by adding phase  $\theta$  to all the following gates, thus reducing the number of gates and improving the fidelity, namely:

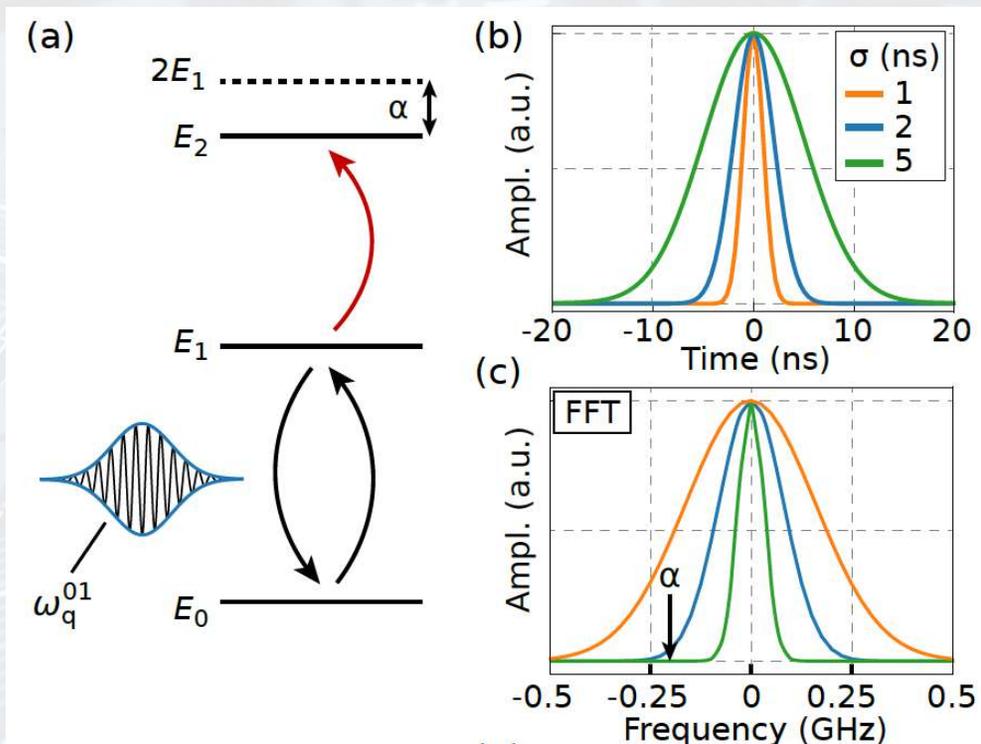


is equivalent to





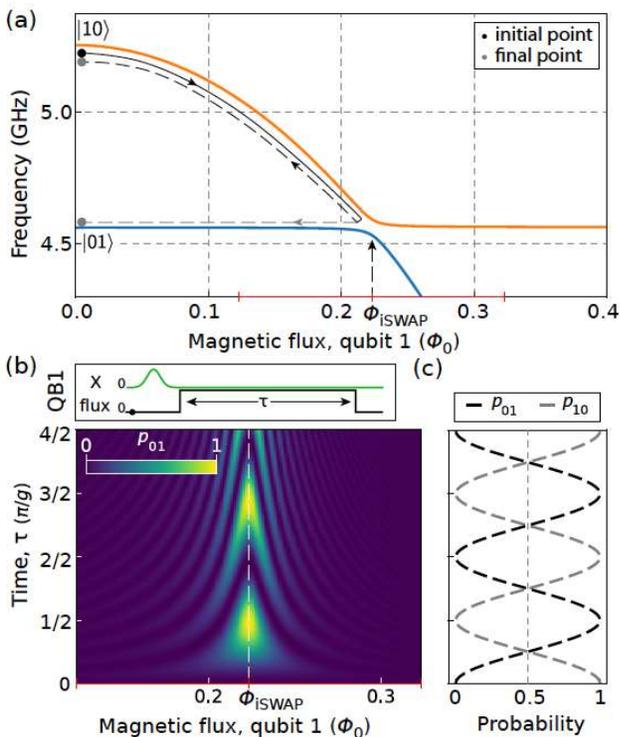
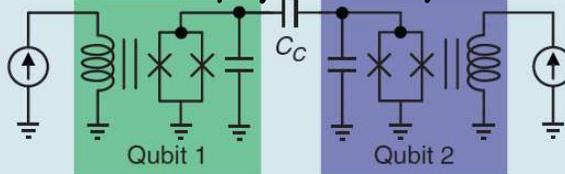
# Mitigating leakage



- The qubit frequency  $\omega_{01}$  is just few % different from the higher excitation frequency  $\omega_{12}$
- This can lead to leakage, e.g., the partial occupation of state 2 during a Rabi oscillation between 0 and 1
- This is because the finite pulsewidth leads to some frequency overlap with  $\omega_{12}$  although the pulse is tuned at  $\omega_{01}$
- In addition, phase errors can arise due to the repulsion between energy transitions  $\hbar\omega_{01}$  and  $\hbar\omega_{12}$
- Leakage and phase errors can be mitigated by pulse engineering such as the derivative reduction by adiabatic gate (DRAG) or other techniques aimed at creating a notch at  $\omega_{12}$



variando la corrente su un L  
peno variare la freq. di quel qbit



- A 2-qubit gate like *SWAP* (or *iSWAP*, or  $\sqrt{iSWAP}$ ) can be carried out by capacitively coupling two qubits for a given time to enable an energy exchange (see also [QCD07](#))
- For instance, starting from state  $|10\rangle$ , one can tune the frequency of qubit 1 to equal qubit-2 frequency via the magnetic flux  $\Phi_0$  (Z port)
- Note that the degeneracy is removed at this point by avoided crossing
- Here, Rabi oscillations occur with a frequency which depends on the coupling capacitance and frequency detuning, thus enabling transition from  $|10\rangle$  to  $|01\rangle$
- By controlling the Z-line pulsewidth, one can achieve *iSWAP* or  $\sqrt{iSWAP}$



- The resulting 2-qubit operator is:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega t & -i \sin \Omega t & 0 \\ 0 & -i \sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- where the swap frequency  $\Omega = \frac{\kappa}{\hbar}$  depends on the coupling  $\kappa$  ([slide 16, QCD07](#))

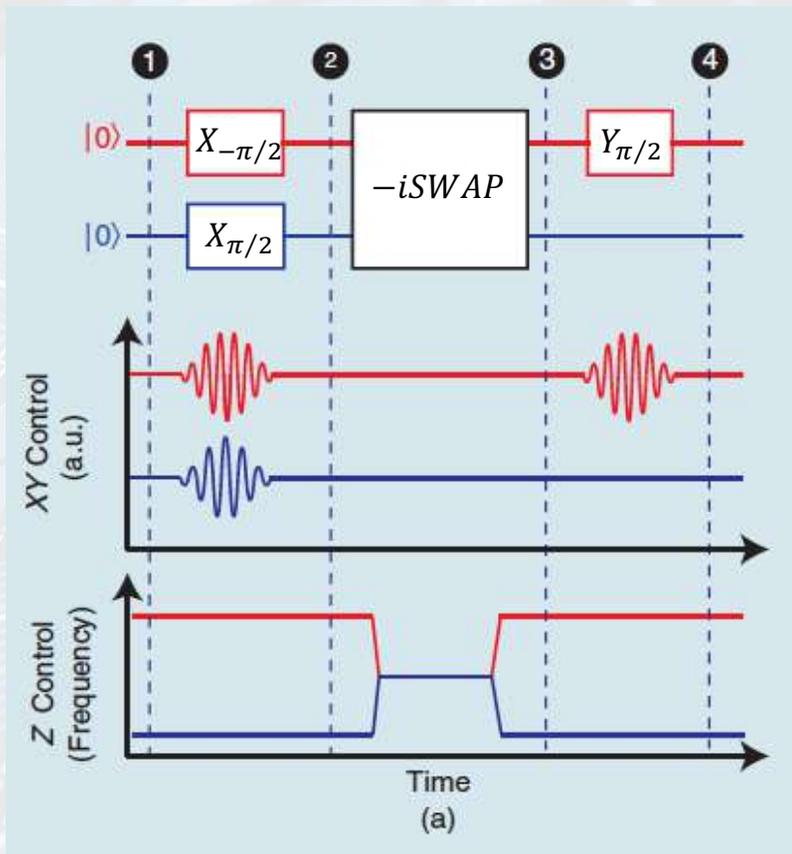
- For  $\Omega t = \frac{\pi}{4}$ , we have  $U = \sqrt{iSWAP'}$

- For  $\Omega t = \frac{\pi}{2}$ , we have  $U = -iSWAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- The operator causes swap with an additional  $-\frac{\pi}{2}$  shift which creates *entanglement*, i.e., starting from an initial composite state, the final state cannot be decomposed anymore



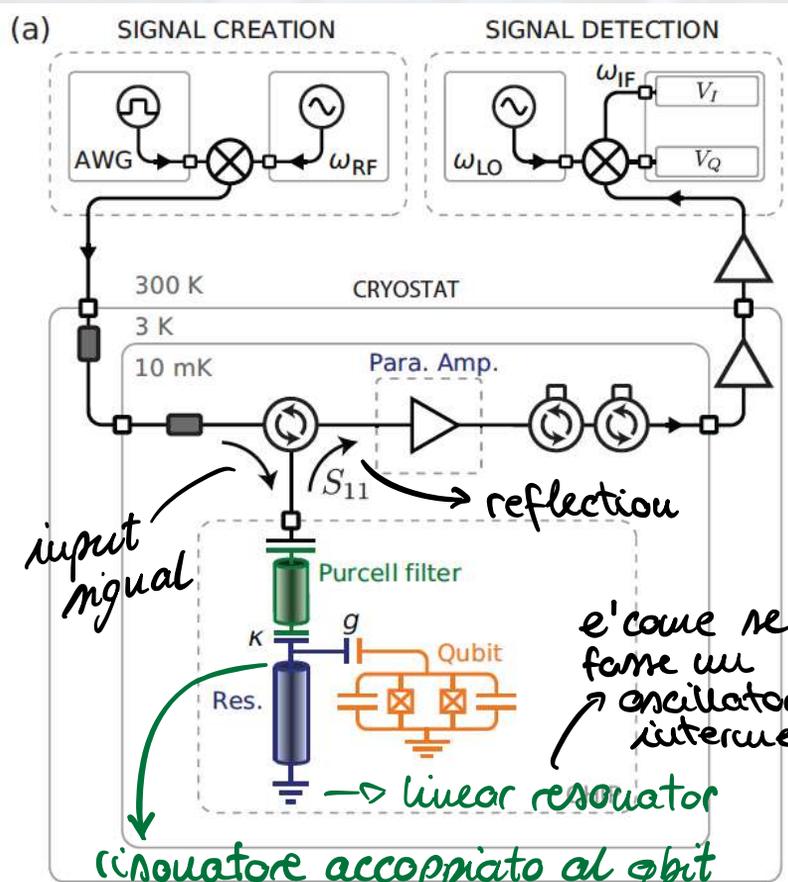
# Example → nel dettaglio...



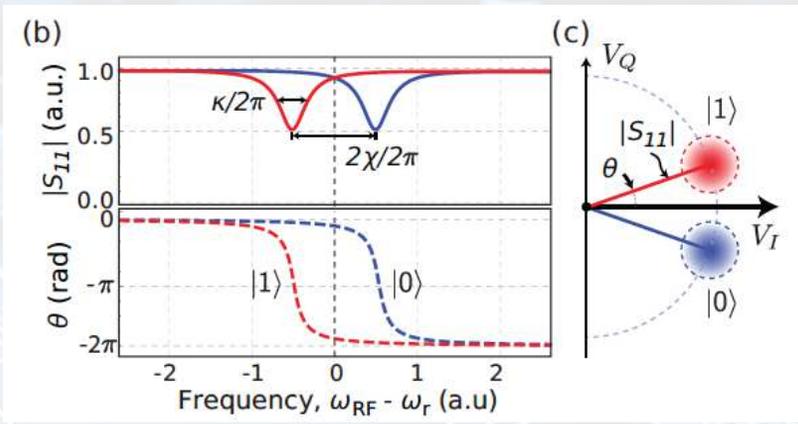
- The two qubits are first initialized in state  $|0\rangle$ , thus corresponding to state  $|00\rangle$
- $X_{-\pi/2}$  is applied to qubit 1 leading to  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$
- $X_{\pi/2}$  is applied to qubit 2 leading to  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$
- This corresponds to superposition, leading to the composite state  $\frac{1}{2}(|00\rangle - i|01\rangle + i|10\rangle + |11\rangle)$
- $-iSWAP$  is applied leading to entanglement, namely state  $\frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2}(|0\rangle + |1\rangle)|1\rangle$
- Finally, gate  $Y_{\pi/2}$  is applied to qubit 1 to create interference resulting in Bell state  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$



# Dispersive readout of the transmon qubit



*potrei avere un leakage se hanno la stessa frequenza*



- Anharmonic oscillator → state-dependent  $L$ :
  - low  $L$  for state  $|0\rangle$
  - high  $L$  for state  $|1\rangle$
- Thus impedance reflectivity can reveal the qubit state
- To prevent energy leakage from the qubit during computation, the probe pulse is sent to a LC oscillator capacitively coupled to the qubit
- The read frequency is chosen in-between the two resonances to maximize the phase difference
- A band-pass Purcell filter is used with a notch at the qubit frequency to minimize energy leakage



- Cooper pair box and transmon are the most popular superconducting qubits thanks to **easy fabrication and flexibility**
- The transmon features an excellent  $T_2^*$  by large shunting capacitance
- Tunable frequency transmon available via the SQUID, although prone to flux noise
- Fixed frequency transmon is less affected by flux noise, although the operating frequency depends on manufacturing process
- **Initialization, control and readout of the transmon is carried out by RF pulses**



	Electron spin (quantum dot)	Superconducting	Trapped ion	Neutral atom	Electron spin (single donor)	NV center
Coherence time $t_{\text{coh}}$	400 $\mu\text{s}$	100 $\mu\text{s}$	10 s	1 s	100 ms	20 ms
Gate time $t_{\text{gate}}$	200 ns	40 ns	50 $\mu\text{s}$	100 $\mu\text{s}$	200 ns	25 $\mu\text{s}$
$N=t_{\text{coh}}/t_{\text{gate}}$	2,000	2,500	200,000	10,000	500,000	800
Fidelity:						
1qubit	99.5%	99.99%	99.999%	99%	99.5%	99.5%
2qubit	99%	99.9%	99.9%	90%	90%	90%
read	99%	99%	99.99%	99.9%	95%	94%
Largest algorithm		53 qubits	30 qubits			
Companies	HRL, <u>Intel</u>	<u>Google</u> , <u>IBM</u> , <u>Rigetti</u> , <u>D-Wave</u> (annealing)	Honeywell, Ion-Q	ColdQuanta, Pasqual, Atom Computing	Silicon quantum computing	

la prima ad avere  
commercializzato  
i quantum computer