Rf Circuit Design

22 · 02 · 2021 PRIMA LEZIONE

UNA VOLTA SI USAVANO SEMICONDUTTORI DIVERSI SEMICONDUTTORI DAL SILICIO (AVEVANO ALTE RESISTENZE DI SUBSTRATO) FINO AL 2000 CIRCA.
CON IL SILICIO (CMOS) SI PUÒ COMPATTARE DI PIÙ LA TECNOLOGIA

IN QUESTO CORSO RF TRASMITTERS AND RECIEVERS

I CIRCUITI RF VANNO STUDIATI A GRANDI SEGNALI E NON PIÙ A PICCOLI SEGNALI

RF MICROELECTRONICS, RAZAVI LIBRO DI TESTO
INTEGRATED FREQUENCY Syntetizer for Wireless Systems, Lacaita / Levantino / Samori.

Thursday → Lezione in Classe (26.02)
Cadence Lab sarà in Laboratorio 26.02
Francesco Tesolin → Teaching Assistant.
ESAME FINALE PROBABILMENTE 15 Giugno

FULL-DUPLEX → NON FACILE DA FARE XÈ TRASMETTIAMO E RICEVIAMO ALLO STESSO MOMENTO, MA VISTO CHE DOBBIAMO TRASMETTERE USIAMO UN SEGNALE FORTE CHE DI NORMA SATURA L'AMPLIFICATORE RICEVITORE CHE È FATTO PER RICEVERE SEGNALI PICCOLI. UNA VOLTA SI USAVA IL DIPLEXER CHE HA 3 INGRESSI (ANTENNA / RICEVITORE / TRASMETTITORE) CHE SERVIVA A FILTRARE I SEGNALI (TACS Phone)

2G Phone → Spostamento da AM a Modulazioni digitali, il principale vantaggio è che da la possibilità di fare TDD (Time Divison Duplexing)
Spendiamo del tempo a ricevere e del tempo a trasmettere
Abbiamo trasformato il DIPLEXER con uno swith RF.
Questa tecnica la posso usare solo con comunicazioni digitali.

3G Phone → LNA (tipicamente usato solo con segnali a basse ampiezza)
3 Chip (box verdi) e BPF (Band Pass Filters) che sono oggetti esterni.

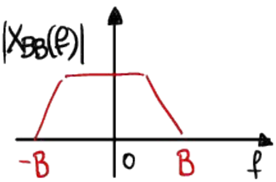
23.02.2021 3h di Lezione

• COMMUNICATION THEORY

Per inviare l'informazione tipicamente moduliamo la portante che è una sinusoide (di norma)

2 PARAMETRI → AMPIEZZA, FASE → $A_c \cos[w_c t]$

Perché moduliamo la portante?



il segnale è centrato sullo zero in un basement signal

Per garantire una propria emissione l'antenna deve avere una specifica lunghezza d'onda $\frac{\lambda}{2}$ phisical dimension Hertz dipole

e ricordando $\lambda = \frac{c}{f_c}$

AD ESEMPIO $\lambda = 30cm \rightarrow f_c = 1GHz$

Usiamo quindi la modulazione perché ogni antenna ha la sua frequenza in base alla sua dimensione

TIPI DI MODULAZIONE

- MODULAZIONE D'AMPIEZZA

SEGNALE DI BASE (BASEMENT SIGNAL)

$$x(t) = A_c[1 + m \cdot x_{BB}(t)] \cos w_c t$$

SE VOGLIO LO SPETTRO DI UNA MODULAZIONE AM CALCOLO LA TRASFORMATA DI FURIER DI $x(t)$ CHE È

$$X(f) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt$$

RICORDANDO CHE IL COSENO PUÒ ESSERE SCRITTO

$$x(t) = A_c[1 + m \cdot x_{BB}(t)] \cdot \frac{e^{jw_c t} + e^{-jw_c t}}{2}$$

RICORDIAMO ANCHE CHE $e^{jw_c t} \longleftrightarrow \delta(f - f_c)$ (trasformata di Furier)

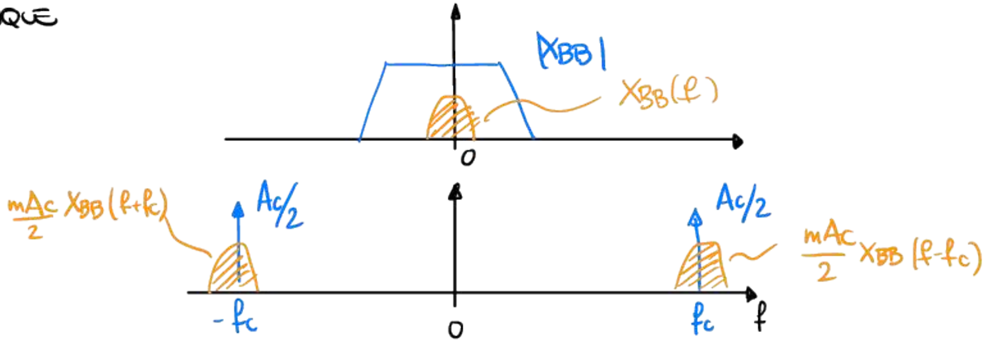
QUINDI SI OTTIENE

$$X(f) = \frac{A_c}{2}\delta(f-f_c) + \frac{A_c}{2}\delta(f+f_c) + \frac{mA_c}{2} \cdot X_{BB}(f) * \delta(f-f_c) + \frac{mA_c}{2} X_{BB}(f) * \delta(f+f_c)$$

SI PUÒ RISCRIVERE COME

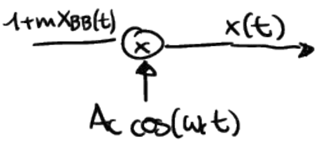
$$X(f) = \frac{A_c}{2}\delta(f-f_c) + \frac{A_c}{2}\delta(f+f_c) + \frac{mA_c}{2}X_{BB}(f-f_c) + \frac{mA_c}{2}X_{BB}(f+f_c)$$

DUNQUE

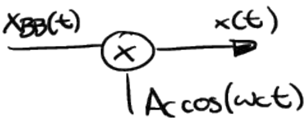


Questo spiega come possiamo trasmettere wireless, usando un'antenna di dimensioni finite

COME TORNIAMO AL SEGNALE ORIGINALE? ESISTONO 2 MODI



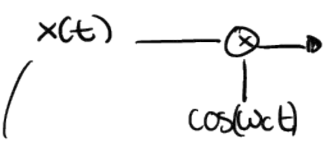
VISTO CHE USIAMO $1+mX_{BB}(t)$ QUESTO SI CHIAMA AM MODULATION WITH TRASMITTER CARRIER



AM MODULATION WITHOUT TRASMITTER CARRIER

TORNANDO ALLA DOMANDA

1) Coherent Demodulation (Rx)



$$x(t)\cdot\cos(w_c t) = X_{BB}(t)\cdot\cos^2 w_c(t)$$

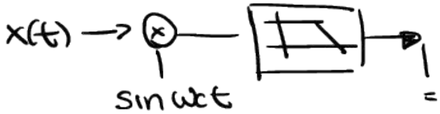
$$= X_{BB}(t)\cdot\frac{1+\cos 2w_c t}{2}$$

$x(t) = X_{BB}(t)\cdot\cos(w_c t)$ (CASO SENZA TRASMITTER CARRIER)

SE PASSO IN UN FILTRO PASSA BASSO QUESTO OTTENGO $\simeq \frac{X_{BB}(t)}{2}$

Perchè demodulazione coerente? : Perchè il demodulatore ha stessa fase e frequenza

ATTENZIONE! PERÒ LA FREQUENZA UGUALE NON È FONDAMENTALE INFATTI SE TENGO FREQUENZA UGUALE E FASE DIVERSA (90°)



$$x(t)\cdot \sin \omega_c t$$

$$= X_{BB}(t) \sin(\omega_c t)\cdot \cos(\omega_c t)$$

$$= X_{BB}(t)\cdot \frac{1}{2} \sin(2\omega_c t)$$ ← OTTENGO ∅ DOPO IL FILTRO

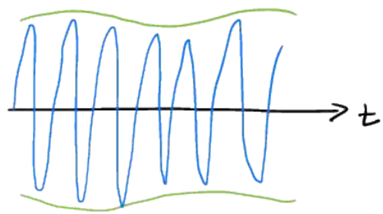
AVERE LA COERENZA È MOLTO DIFFICILE!!

NON COHERENT DEMODULATION

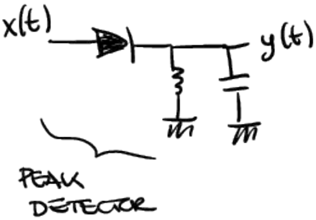
SI BASA SULL' ENVELOPE DETECTOR

CON TRASMITTED CARRIER

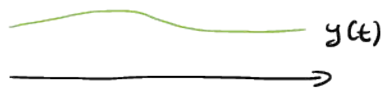
$$x(t) = A_c[1 + m X_{BB}(t)] \cos(\omega_c t)$$



QUESTO SEGNALE PASSATO DOPO UN PEAK DETECTOR



OTTENIAMO SOLO I PICCHI DELLA SINUSOIDE

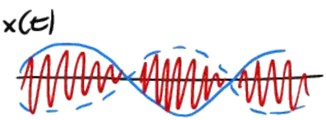


SE SOTTRAIAMO L'AMPIEZZA A_c RITORNIAMO AL SEGNALE INIZIALE

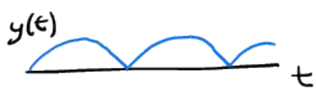
VANTAGGI E SVANTAGGI TRA COERENTE E NON COERENTE?

Se abbiamo una situazione in cui la modulazione non ha trasmitted carrier

$x(t) = X_{BB}(t)\cdot \cos(\omega_c t)$ allora il segnale nel tempo sarà



CON IL PEAK DETECTOR RICAVEREI SOLO



QUINDI IN QUEI CASI DI MODULAZIONE DI NON TRASMITTED CARRIER NON POSSIAMO USARE LA DEMODULAZIONE NON COERENTE

USIAMO LA RAPPRESENTAZIONE FASORIALE OF A SINUSOIDAL ATI (SEGNALE DA INVIARE È UNA SINUSOIDE)

$$x_{BB}(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

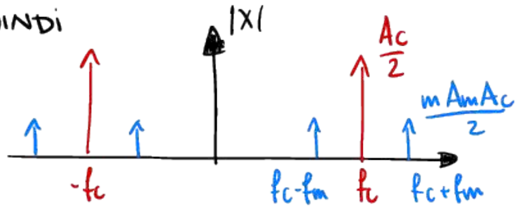
$$x(t) = A_c[1 + m\, x_{BB}(t)]\cos(\omega_c t)$$

$$= A_c \cos\omega_c t + m A_m A_c \cos(\omega_c t)\cdot\cos(\omega_m t)$$

RICORDIAMO $\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}\cos(x-y) + \frac{1}{2}\cos(x+y)$

$$= A_c \cos(\omega_c t) + \frac{m A_m A_c}{2}\left[\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t\right] \ *$$

QUINDI



VOGLIAMO OTTENERE IL FASORE

$$x(t) = \mathrm{Re}\{\bar{x}(t)\cdot e^{j\omega_c t}\}$$

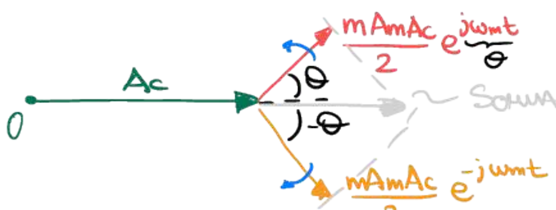
FASORE (RICORDIAMO CHE È UNA COSTANTE)

RICORDIAMO CHE $e^{j\omega_c t} = \cos(\omega_c t) + j\sin(\omega_c t)$

VOGLIAMO OTTENERE $\bar{X}(t)$ [IL FASORE] DI QUESTO $*$

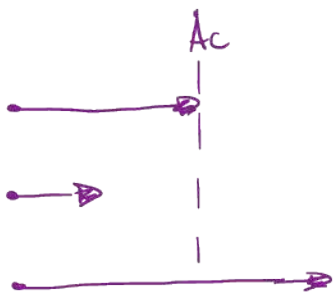
$$\bar{X}(t) = A_c + m\frac{A_m A_c}{2}\cdot e^{-j\omega_m t} + \frac{m A_m A_c}{2} e^{j\omega_m t}$$

POSSIAMO OTTENERE UNA RAPPRESENTAZIONE GEOMETRICA



I DUE VETTORI SONO SEMPRE SIMMETRICI COSÌ CHE LA SOMMA CADA SEMPRE SULL'ASSE ORIZZONTALE

Ha senso noi variamo l'ampiezza del vettore ma non variamo la fase



MINIMO E MASSIMO FASORE

• FREQUENCY MODULATION

$$x(t) = A_c \cos\Big[\omega_c t + \underbrace{m\int_{-\infty}^{t} x_{BB}(t')\,dt'}_{\varphi(t)}\Big]$$

C'È UNA RELAZIONE TRA FREQUENCY E FASE

RICORDIAMO CHE $\omega(t) = \dfrac{d\phi}{dt}$ E CHE QUINDI $\phi(t) = \int_{-\infty}^{t} \omega(t')\,dt$

QUESTE sono le relazioni tra fase e frequenza angolare $[\omega]$

QUESTO SIGNIFICA CHE METTENDO $X_{BB}(t)$ NELL' INTEGRALE NOI MODULIAMO LA FASE E QUINDI LA FREQUENZA

RICAVIAMO LO SPETTRO (APPROSSIMAZIONE NARROW BAND FM [NBFM])

L'approssimazione consiste nel $\varphi(t) = m\int_{-\infty}^{t} x_{BB}(t')\,dt' \ll 1\,\text{rad}$

Sotto questa approssimazione:

$$x(t) = A_c \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

$$= A_c \cdot \cos(\omega_c t) \cdot \cos[\varphi(t)] - A_c \sin(\omega_c t) \cdot \sin[\varphi(t)]$$

APPROSSIMAZIONE NBFM

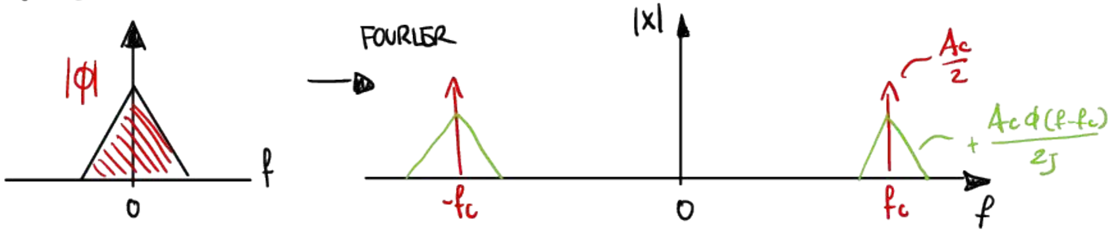
$$\simeq A_c \cdot \cos\omega_c t \cdot 1 - A_c \cdot \sin\omega_c t \cdot \varphi(t)$$

$$= \underbrace{A_c \cos(\omega_c t)}_{\text{CARRIER}} - \underbrace{A_c\,\varphi(t) \cdot \sin(\omega_c t)}_{\text{AM MODULATION OF THE QUADRATURE COMPONENT OF THE CARRIER}}$$

POSSIAMO VEDERE L'FM COME UN AM DELLA QUADRATURA DELLA PORTANTE

$$= A_c \cdot \frac{e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}}{2} - A_c\varphi(t) \cdot \frac{e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}}{2j}$$

QUINDI



ABBIAMO LO STESSO SPETTRO SPOSTATO SU 2 PICCHI. TUTTAVIA A DIFFERENZA DELLA MODULAZIONE AM QUI ABBIAMO UNA VARIAZIONE DI FASE

ORA STUDIAMO IL CASO DELLA SINUSOIDE FM (IN QUESTO CASO NON SERVONO APPROSSIMAZIONI)

$$X_{BB}(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

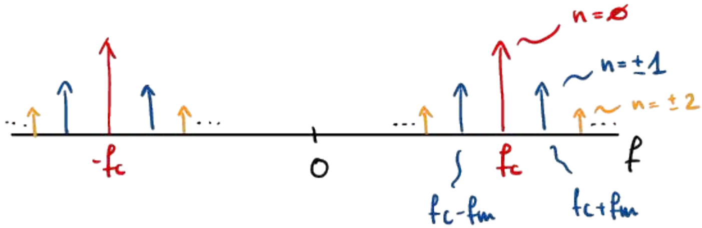
$$x(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + m\int_{-\infty}^{t} A_m \cos(\omega_m t')\,dt'\right]$$

$$= A_c \cos\Big[\underbrace{\omega_c t - \overbrace{\frac{m A_m}{\omega_m}}^{\beta \text{ (peak phase)}} \sin \omega_m t}_{\varphi(t)}\Big] = A_c \cos\left[\omega_c t - \beta \sin(\omega_m t)\right]$$

Possiamo scriverlo come una serie di Fourier (Bessel Function)

$$= A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \overbrace{J_n(\beta)}^{\text{First Kind Bessel Function}} \cdot \cos\left[\omega_c + n\omega_m t\right]$$

Abbiamo come risultato



Se non facciamo approssimazioni lo spettro di una modulazione FM è infinito

L'occupazione di banda del 98% del segnale è $BW_{98\%} = 2(\beta+1)\cdot f_m$ BW of baseband signal

CARSON'S BANDWITH

Quindi l'occupazione di Banda non è semplicemente 2B come potevamo pensare dall'esempio prima ma qui abbiamo anche $\beta+1$

$$BW_{98\%} = 2(\beta+1)\cdot f_m \approx 2 \cdot f_m$$

NBFM $\rightarrow \varphi \ll 1\,\text{rad} \Rightarrow \beta \ll 1\,\text{rad}$

RAPPRESENTAZIONE FASORIALE

$$x(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + \varphi(t)\right] \approx \text{NBFM} \simeq A_c \cos(\omega_c t) - A_c \varphi(t)\cdot \sin(\omega_c t)$$

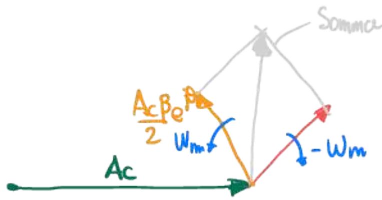
QUINDI $= A_c \cos(\omega_c t) - A_c \sin(\omega_c t)[-\beta \sin \omega_m t]$

$$= \underbrace{A_c \cos(\omega_c t)}_{\text{CARRIER}} + \frac{A_c \beta}{2}\left[\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t\right]$$

COSTRUIAMO IL FASORE

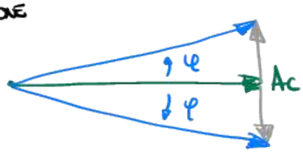
$$\overline{X}(t) = A_c + A_c \beta/2 \cdot e^{-j\omega_m t} - A_c \beta/2 \cdot e^{j\overbrace{\omega_m t}^{\theta}}$$

QUINDI IL FASORE È



La somma è sempre in quadratura con la portante

CON LA NBFM POSSIAMO CONSIDERARE UNA MODULAZIONE UNICAMENTE PM



FM È EQUIVALENTE A UNA MODULAZIONE AM DELLA COMPONENTE IN QUADRATURA DELLA PORTANTE

NOTIAMO CHE VARIA ANCHE L'AMPIEZZA DEL VETTORE, PERCHE? NON È UNICAMENTE UNA MODULAZIONE FM (o PM)

XÈ ABBIAMO FATTO LA NBFM APPROXIMATION. The equivalence holds only under NBFM approximation $\beta \ll 1$ rad (or $\varphi \ll 1$ rad). IN PRATICA ABBIAMO APPROSSIMATO L'ARCO CON LA TANGENTE

Se $\beta \ll 1$ (o $\varphi \ll 1$ rad) $\rightarrow$ allora arco $\simeq$ tangente altrimenti no

Si chiama Narrow Band Approssimation when $\beta \ll 1$ rad altrimenti la banda è $+\infty$

AM E PM MODULATION (QUADRATURE MODULATION)

$$x(t) = a(t) \cdot \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

IL FASORE È: $\overline{X}(t) = a(t) \cdot e^{j\varphi(t)}$ xè $\mathrm{Re}\{x(t) \cdot e^{j\omega_c t}\} = \mathrm{Re}\{a(t)\cos[\omega_c t + \varphi) + j\, a(t)\sin[\omega_c - \varphi]\}$

RAPPRESENTAZIONE ALTERNATIVA

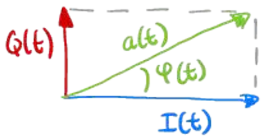
$$x(t) = I(t) \cdot \cos(\omega_c t) - Q(t)\sin(\omega_c t)$$

$$= I(t)\frac{e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}}{2} + jQ(t) \cdot \frac{e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}}{2j}$$

$$= \frac{1}{2}\underbrace{[I(t) + jQ(t)]}_{\overline{X}} \cdot e^{j\omega_c t} + \frac{1}{2}\underbrace{[I(t) - jQ(t)]}_{\overline{X}^*} e^{-j\omega_c t}$$

IN PRATICA SOTTO NBFM $I(t)$ È MODULATO AM MENTRE $Q(t)$ IN FM

$$= \frac{1}{2}\bar{x}\,e^{j\omega_c t} + \frac{1}{2}\bar{x}^* e^{-j\omega_c t} = 2\cdot\frac{1}{2}\,Re\{\bar{x}\cdot e^{j\omega_c t}\}$$



In demodulazione siamo in grado di riprenderci: $Q(t)$ e $I(t)$ visto che sono ortogonali.
Questo xè esiste la proprietà che

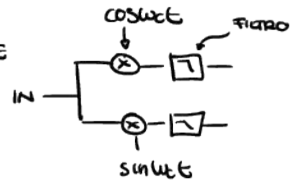
$$\int_0^T \cos(\omega_c t)\sin(\omega_c t)\,dt = \emptyset$$

25.02.2021

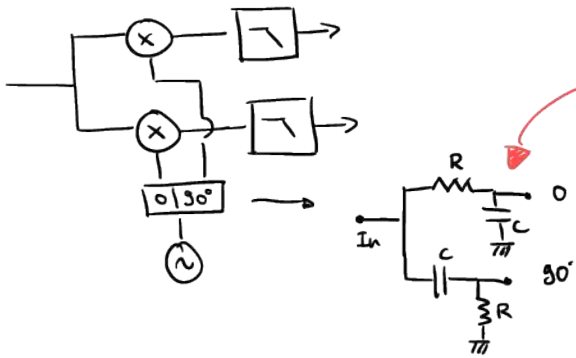
3h DI LEZIONE

La cosa importante da ricordare è che quando demoduliamo e vogliamo le 2 componenti dobbiamo avere sempre questa demodulazione a 2 canali

DEMODULATORE



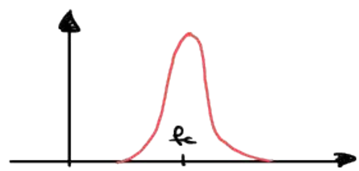
QUAL'È L'IMPATTO DELLE NON IDEALITÀ DELL'OSCILLATORE (PRECISIONE) SUL DEMODULATORE?



OVVIAMENTE LA FREQUENZA DELLA SINUSOIDE D'INGRESSO DEVE ESSERE ALLA FREQUENZA DI TAGLIO, COSÌ HANNO LA STESSA AMPIEZZA E FASE -45° e 45° CIOÈ 90° DI DIFFERENZA

IN QUESTO MODO POSSIAMO GENERARE UN COSENO ED UN SENO

Potremmo avere delle armoniche non volute, tipicamente abbiamo una struttura del tipo



ABBIAMO QUESTO AL POSTO DI UN $\delta(t)$

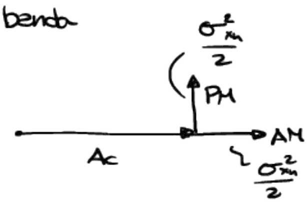
UNWANTED TONES & UNWANTENT LINEWIDTH

QUESTO CORROMPERÀ L'INFORMAZIONE RICEVUTA E NELLO STESSO CASO QUELLA TRASMESSA

COME POSSIAMO QUANTIFICARE QUESTO? E PERCHÈ LO CHIAMIAMO RUMORE DI FASE?

Rice theorem → segnale + rumore bianco limitato in banda

$$A\cos(\omega_c t) + x_n(t)$$



Questo teorema dice che metà della potenza del segnale sarà in fase con lo stesso mentre l'altra metà sarà in quadratura

In tutto questo eliminare le variazioni d'ampiezza è molto facile ma il rumore di fase ce lo teniamo, questo è il motivo per cui si chiama phase noise
Ad esempio con un hard limiter eliminiamo il rumore d'ampiezza ma non quello di fase

Ricordiamo anche che

FASE? $\rightarrow$ $$\varphi_n(t) = \int_{-\infty}^{t} w_n(t')\,dt'$$

Allora

$$x \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow y \qquad S_y = |H(f)|^2 \cdot S_x$$ LA VEDIAMO COME UN FILTRO

Nel caso di $\varphi_n(t) = \int_{-\infty}^{t} w_n(t')\,dt'$ possiamo dunque scrivere che

$$x \longrightarrow \boxed{\frac{1}{j2\pi f}} \longrightarrow y \qquad S_y = \frac{1}{4\pi^2 f^2} \cdot S_x$$

Integrale in Fourier

SE IN INGRESSO ABBIAMO RUMORE BIANCO QUESTA È UNA COSTANTE $= W$

RANDOM WALK PHASE NOISE

Quello che è importante è che il Random walk per frequenze vicino a Ø tende a infinito, questo significa che il rumore di fase può essere molto grande

COME AFFUGGE?

RUMORE SINUSOIDALE

Supponiamo $A_c \cos[w_c t + \varphi_m(t)]$ con $\varphi_m = \Delta\varphi \cos(w_m t)$
(SINUSOIDAL MODULATION)

Questo diventerà circa uguale a

$$\simeq A_c \cos(w_c t)\left[1 - A_c \sin(w_c t) \cdot \varphi_m(t)\right]$$

se $\varphi_m = \Delta\varphi \cos w_m t \ll 1\,\text{rad}$ allora

CREDO CENTRI QUALCOSA ANCORA CON LA NBPM

$$\simeq A_c \cos w_c t - \frac{A_c \Delta\varphi}{2} \cos(w_c + w_m)t + \frac{A_c\Delta\varphi}{2} \cos(w_c - w_m)t$$

VOGLIAMO SAPERE LO SPETTRO

L'AUTO CORRELAZIONE DI $A\cos(\omega t)$ È $r(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega\tau)$

LO SPETTRO È LA TRASFORMATA DI FOURIER DELL'AUTOCORRELAZIONE QUINDI

$$S_x = \frac{A^2}{4}\delta(f-f_c) + \frac{A^2}{4}\delta(f+f_c)$$ ← Credo che da questo ricavi quello del rumore

Lo spettro di una portante rovinata dal rumore sarà:

Spettro della portante

Per definire questi toni non voluti usiamo il script

$$\mathcal{L}(f_m) = \frac{S(f+f_m)}{P_c} \longrightarrow \text{IN QUESTO CASO} = \frac{\frac{A_c^2 \Delta\varphi^2}{16}}{\frac{A_c^2}{4}} = \frac{\Delta\varphi^2}{4}$$

f_m: Frequency offset

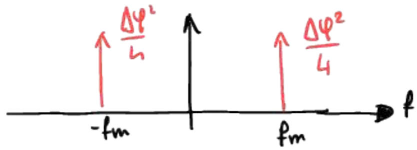
P_c: Carrier Power

$\mathcal{L}$: Single Side to carrier ratio (SSCR)

SERVE A MISURARE LA QUALITÀ DI UN OSCILLATORE (MINORE È MEGLIO)

VOGLIAMO LINKARE LO SPETTRO DELLA PORTANTE E LO SPETTRO DEL DISTURBO

$S_{\varphi m}$ (SPETTRO DEL DISTURBO) RICORDIAMO $\varphi_m = \Delta\varphi \cos \omega_m t$



POSSIAMO DIRE CHE

$$\mathcal{L}(f_m) \triangleq \frac{S_{xc}(f+f_m)}{P_c} = \frac{\Delta\varphi^2}{4} \cong S^{DSB}_{\varphi m}(f_m)$$

DSB: Double side Band

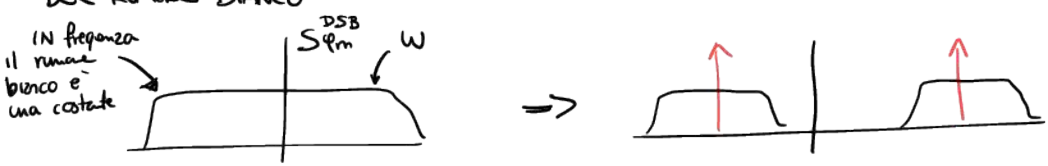
SSB: Single Side Band

Oppure

$$\boxed{\mathcal{L}(f_m) \cong \frac{S^{SSB}_{\varphi m}(f_m)}{2}}$$

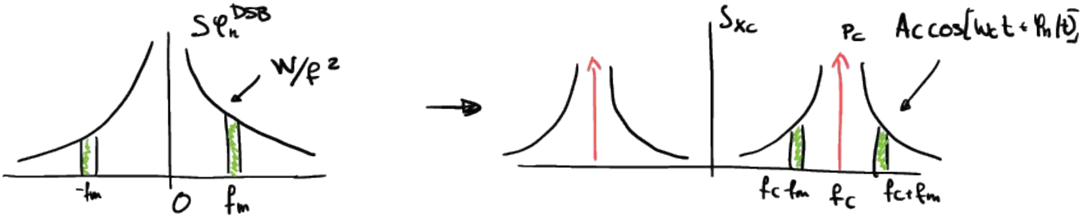
DERIVANO TUTTE DALLA NBFM app

VOGLIAMO SPOSTARCI NEL CASO GENERALE, ACCADE LA STESSA COSA NEL CASO DEL RUMORE BIANCO



$$\mathcal{L}(f_m) = W\left[\frac{dBc}{Hz}\right]$$

RANDOM WALK NOISE (white FM NOISE)



Stesso concetto del rumore sinusoidale visto che qualsiasi rumore può essere visto come una combinazione lineare di sinusoidi

C'è un problema dovuto alla NBFM approximation, infatti non può divergere lo spettro perché è compreso tra -1 e 1 dal coseno. Questo accade perché avvicinandosi a zero σ_φ cresce superiore a 1 rad e non posso più usare la NBFM.

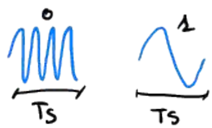
Nella realtà non c'è la divergenza in Ø abbiamo una Lorentian shape

Tipicamente $\mathcal{L}(f_m) = -100\ \frac{dBc}{Hz}$

MODULAZIONI DIGITALI

Trasmetto simboli (porzioni di sinusoidi) ma ho un limitato numero di simboli (tipo 2 nel caso di trasmissione binaria 0/1)

ES FSK



VARIO LA FREQUENZA

BPSK → VARIO LA FASE [BINARY PHASE SHIFT KEEING]

ASK → VARIO L'AMPIEZZA

OOK → ON E OFF DELLA PORTANTE [ON OFF KEEING]

NON SONO SOLO BINARIE (XE' CON PIÙ SIMBOLI POSSIAMO TRASMETTERE PIÙ INFORMAZIONI) AUMENTIAMO IL BITRATE

TEOREMA DI SHANNON SULLA CAPACITÀ DEL CANALE: $C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_n}\right)$ SNR

BIT RATE b/s

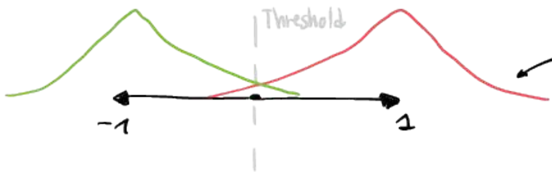
BANDA

Posso fare in modo che un fasce rappresenti tutti i simboli, questo si chiama constellation plane.

Posso usare la distanza euclidea per calcolare la distanza tra 2 segnali, e poi tipicamente metto il limite di conoscenza (threshold) del segnale al centro di questa distanza.

Al ricevitore avrò rumore, ci saranno delle gaussiane che mi indicano la probabilità d'errore; ESEMPIO

(SUPPONGO DI TRASMETTERE 1 e -1)



PROBABILITÀ CHE IL SEGNALE SIA A QUEL VALORE

Se aumento il numero di simboli e il rumore è lo stesso per mantenere la stessa probabilità d'errore devo aumentare la potenza (Ci riporta al teorema di Shannon visto in precedenza)

1-03-2021 — 2h DI LEZIONE

(Dovrebbe aver caricato gli appunti della lezione precedente su Beep, se non ho capito la lezione sopra vedere questa)

[Fliker FM Noise → Se calcoliamo il rumore di fase con l'integrale otteniamo che questo è proporzionale a $1/f^3$, quindi scende di $-30dB/dec$]

Modulazione Digitale

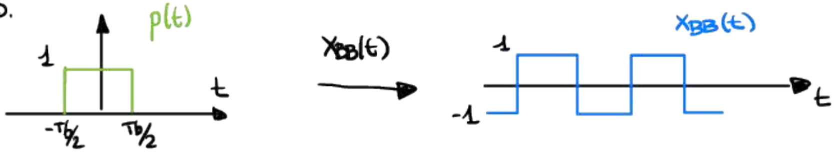
$$X_{BB}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \cdot p(t - nT_b)$$

con T_b = bit period ($1/T_b$ = bit rate)
$p(t)$ = pulse shape
b_n = COSTANTE (TIPO $-1, +1$)

$b_n = \pm 1$ IN MODULAZIONE BINARIA

$b_n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$ MULTILEVEL MODULATION (AUMENTIAMO LA CHANNEL CAPACITY)

ES.



Qual'è la banda di $X_{BB}(t)$?

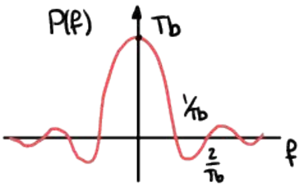
C'è un teorema che dice che lo spettro di X_{BB} è

$$S_{X_{BB}}(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b}$$

Dove $P(f)$ è la trasformata di fourier di $p(t)$ $\quad P(f) = \mathcal{F}[p(t)]$

b_n è randomico $\rightarrow$ X_{bb} è un processo stocastico

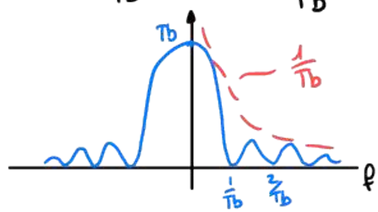
Nel nostro esempio precedente



$$P(f) = T_b \cdot \text{sinc}(fT_b)$$

Possiamo dire che lo spettro di $X_{BB}(t)$ = $S_{X_{BB}}(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b} = \frac{T_b^2\,\text{sinc}^2(fT_b)}{T_b}$

$= T_b\,\text{sinc}^2(fT_b)$ e otteniamo



La potenza di $X_{BB}(t)$ sarà calcolabile come

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} X_{BB}^2(t)\,dt$$ e visto che $X_{BB}(t) = \pm 1 \rightarrow X_{BB}(t)^2 = 1$ quindi

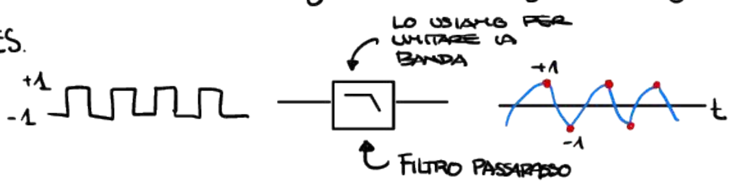
$= 1$

La Banda di $X_{BB}(t)$ è identica alla Banda di $p(t)$

Notiamo quindi che la Banda di $X_{BB}(t)$ in questo caso è ∞

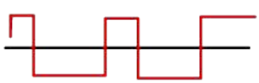
Possiamo modulare un segnale con un segnale rettangolare che ha banda infinita?

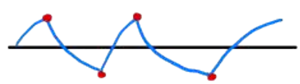
ES.



in teoria possiamo ancora ricavare 1 e -1

In pratica non possiamo farlo perché il segnale in ingresso è random e possiamo avere bit uguali che si susseguono e quelli non saremo in grado di ricavarli





Questo fenomeno si chiama Interferenza d'Intersimbolo

Se un simbolo dura più di T_b, allora questo andrebbe a impilarsi con i seguenti, in questo caso come vista avremo una combinazione di questi.

L'interferenza d'intersimbolo degrada il rapporto segnale rumore

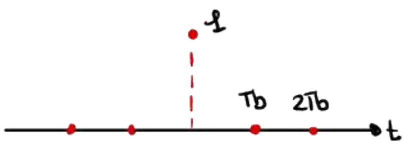
2 problemi

1) Vogliamo banda limitata

2) Limitando la banda non vogliamo l'interferenza d'intersimbolo (ISI)

Per farlo usiamo segnali speciali, Nyquist signals

Questi segnali sono creati in modo che $p(t)$ abbia valore 1 in 0, 0 a T_b, 0 a $2T_b$ e così via

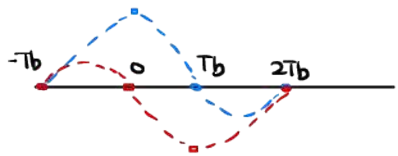


$$p(KT_b) = \begin{cases} 1 & K=0 \\ 0 & K\neq 0 \end{cases}$$

RICORDANDO CHE

$$x_{BB} = b_0\, p(t) + b_1\, p(t-T_b) + \dots$$

CON $b_0 = 1$
$b_1 = -1$



Vogliamo dei segnali che abbiano 1 in 0 e zero in tutti i multipli di T_b in modo che ci sia unicamente un segnale che abbia valore 1 in quel punto

Che forma deve avere questo segnale? Qual'è il suo spettro?

il segnale di Nyquist quantizzato è

sappiamo che dalla trasformata di Fourier discreta la trasformata di Fourier di un delta è una costante

$$P^*(f) = 1$$

Tuttavia questo è solo una quantizzazione

Se campioniamo un segnale nel tempo allora otteniamo una ripetizione periodica ogni $1/T_b$

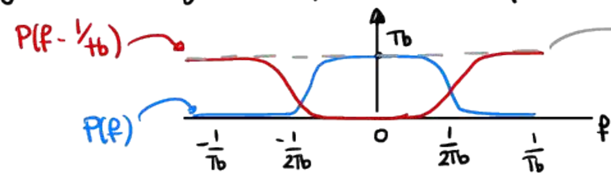
$$p(t) \xleftrightarrow{F} P(f)$$

$$p(t) \cdot \sum \delta(t - KT_b) \xrightarrow{F} P(f) * \frac{1}{T_b} \sum \delta\left(f - \frac{K}{T_b}\right)$$

Nel nostro caso abbiamo che

$$1 = \sum_{-\infty}^{+\infty} P(f - K/T_b) \cdot \frac{1}{T_b} \longrightarrow \sum_{K=-\infty}^{+\infty} P(f - K/T_b) = T_b$$

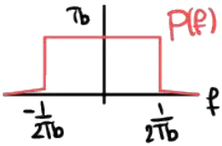
Questo significa che il segnale di Nyquist deve avere spettro:



Se sommiamo i 2 segnali otteniamo il valore costante Tb che volevamo

ESEMPI DI SEGNALI DI NYQUIST

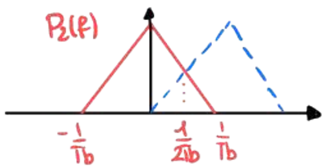
1) Spettro Rettangolare



Se lo ripetiamo otteniamo la costante (Top)

Se antitrasformiamo il segnale otteniamo un $\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_b}\right)$
(il sinc scende come $1/t$)

2) Spettro triangolare



Anche in questo caso viene una costante

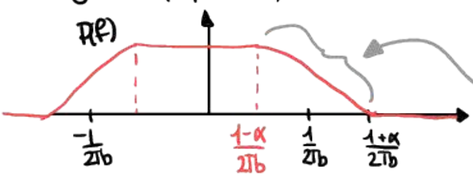
Sappiamo che $P_2(f) = P_1(f) * P_1(f)$

Antitrasformando $p_2(t) = p_1(t)^2 = \mathrm{sinc}^2(t/T_b)$
(il sinc scende come $1/t^2$)

Rispetto a prima abbiamo duplicato la banda

3) Coseno Rialzato

Segnale popolare, usato in UMTS



α = Roll-off factor $0 \le \alpha \le 1$

Questo è un andamento a coseno rialzato

$\alpha = 0$: Narrow band spectrum $[BW = 1/2T_b]$ slow envelope $(1/t)$

$\alpha = 1$: Wide spectrum $[BW = 1/T_b]$ but faster envelope $(1/t^2)$

L'antitrasformata del coseno rialzato è $p(t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_b}\right) \cdot \dfrac{\cos\left(\pi\alpha \frac{t}{T_b}\right)}{1 - 4\alpha^2 (t/T_b)^2}$

Ma perché vorremmo un $\alpha > 0$ visto che con $\alpha > 0$ occupiamo più banda?

La ragione è sempre l'ISI, se abbiamo un errore di sincronizzazione anche se usiamo il segnale di Nyquist abbiamo ISI (questo perché i segnali non sono perfettamente sincronizzati). Tuttavia più veloce è la discesa del segnale (envelope) meno ISI avrò perché il segnale scende prima.

Ho un tradeoff tra banda e envelope.

02.03.2021 — 3h DI LEZIONE

Segnale modulato $\rightarrow$ $x(t) = I(t)\cos(w_c t) - Q(t)\sin(w_c t)$ [COORDINATE CARTESIANE]

$$= A(t)\cos[w_c t + \varphi_c(t)]$$ [COORDINATE POLARI]

CON $A(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$ E $\varphi = \arctan \frac{Q(t)}{I(t)}$

ESEMPIO QPSK

Modulazione digitale

$$x(t) = \underbrace{\sum a_n p(t - nT_b)}_{I(t)} \cdot \cos w_c t - \underbrace{\sum b_n p(t - nT_b)}_{Q(t)} \cdot \sin(w_c t)$$

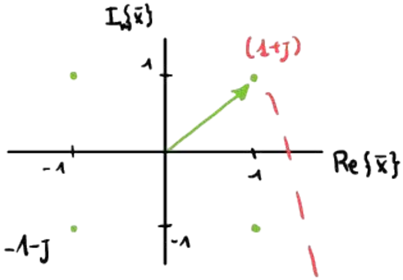
POSSIAMO RISCRIVERE COME

$$= \mathrm{Re}\left\{ \underbrace{\sum (a_n + j b_n) p(t - nT_b)}_{\bar{x}(t)} e^{j w_c t} \right\}$$

ALLORA:

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{ \bar{x}(t) e^{j w_c t} \right\}$$

DISEGNAMO:



$t = KT_b$

$p(0) = 1$

$\bar{x}(KT_b) = a_K + j b_K$

il fasore può andare in questi punti quando campioniamo ai picchi del segnale

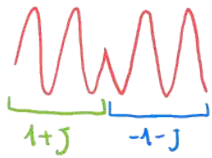
È COME TRASMETTERE

$x(t) = \cos(w_c t) + \sin(w_c t)$

SE $p(t)$ È UN RETTANGOLO NEL TEMPO

QPSK è anche una modulazione ad ampiezza costante?

Sfortunatamente non è una modulazione ad ampiezza costante, infatti se andiamo da $(1+j)$ A $(-1-j)$ abbiamo un comportamento del tipo

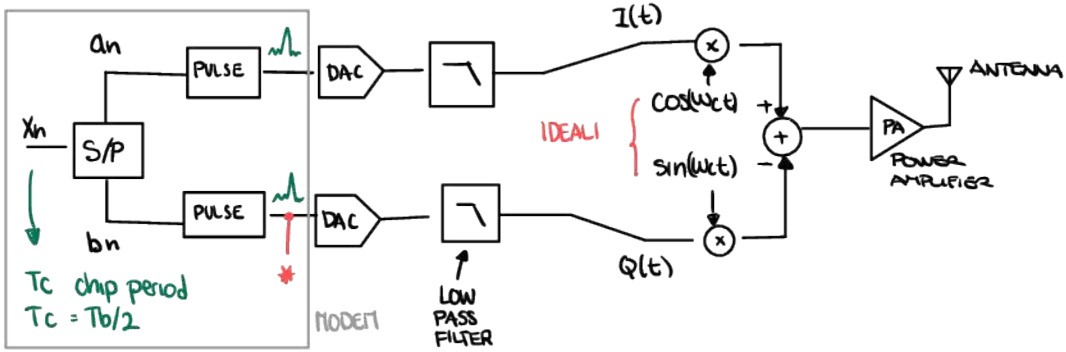


Se $p(t)$ è UN rettangolo

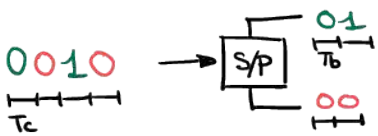
Se questo segnale passa un filtro ottengo un envelope (ampiezza non costante)

Se non abbiamo un $p(t)$ a rettangolo allora il cambiamento da un segnale ad un altro non è istantaneo

COSTRUIAMO UN TRASMETTITORE QPSK



ES. SERIE / PARALLEL CONVERTER



CON $T_b = 2T_c$ VISTO CHE ABBIAMO DIVISO IN 2 LO STREAM

$1/T_c$ = chip rate

*) IN QUESTO PUNTO HO QUALCOSA TIPO IL SINC

RF BANDWITH OF QPSK SIGNAL

Se il pulse è un coseno rialzato e:

- $\alpha = \emptyset$ (Roll-off) QUINDI $\text{sinc}(t/T_b)$ SHAPE

$$BW_{bb} = \frac{1}{2T_b} \Rightarrow \underbrace{BW}_{2 \times BW_{bb}} = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{2T_c}$$

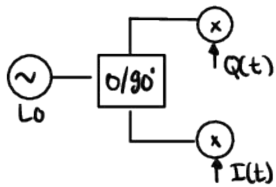
La banda di QPSK è data dal chip rate diviso 2

IMPATTO DI LO PHASE NOISE SULLA QUALITÀ DELLA MODULAZIONE?

LO: LOCAL OSCILLATOR

Nei segnali cos e sin che uso per modulare metto un errore di fase

$$X_c(t) = \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$



QUINDI RICAVIAMO CHE X(t) DIVENTA

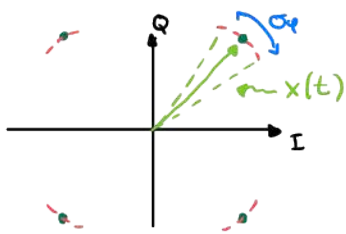
Aggiunta

$$x(t) = \mathrm{Re}\{\bar{x}(t)e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\varphi_n(t)}\}$$

Si crea un nuovo fasore effetto della Lo Phase Noise

FASORE IDEALE $\overline{X_{ID}}(t) = I(t) + jQ(t)$

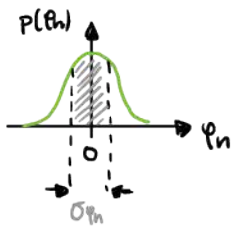
FASORE REALE $\overline{X}(t) = \overline{X_{ID}}(t) \cdot e^{j\varphi_n(t)}$



OTTENIAMO DEGLI ARCHI ATTORNO AI PUNTI DELLA COSTELLAZIONE QUESTI AVRANNO DISTRIBUZIONE GAUSSIANA SE φ_n È UN PROCESSO STOCASTICO GAUSSIANO

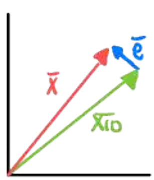
DEVIAZIONE STANDARD DI φ_n

$$\sigma_\varphi = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \varphi_n^2(t)\,dt = \int_0^\infty S_{\varphi_n}^{SSB}(f)\,df$$



CHE IMPATTO HA QUESTO ERRORE (Definizione generale)

Introduciamo L'error-Vector Magnitude



$\bar{X}$ reale

$\overline{X_{ID}}$ IDEALE

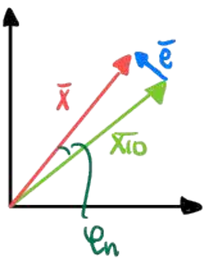
$$EVM \triangleq \frac{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} |e_j|^2}{P_{avg}}$$

È COME CALCOLARE UN SNR

LA FORMULA È COSÌ PERCHÈ CI POSSONO ESSERE + ERRORI

EVM INDOTTA DALLA PHASE NOISE

IN QUESTO CASO $EVM = \dfrac{|\bar{e}|^2}{P_{AVG}}$ RAPPORTO TRA LA POTENZA DELL'ERRORE E LA POTENZA DEL SEGNALE



CON

$$|\bar{e}| \simeq |\bar{x}_{ID}| \cdot \varphi_n \qquad \text{(PICCOLI ANGOLI)}$$

QUESTO SIGNIFICA CHE LA POTENZA DI $|\bar{e}|$ SARÀ

$$|\bar{e}|^2 \simeq |\bar{x}_{ID}|^2 \cdot \sigma_\varphi^2 \cdot \frac{1}{2}$$

QUINDI

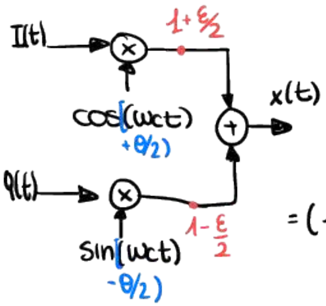
$$EVM \simeq \frac{\frac{1}{2}|\bar{x}_{ID}|^2 \cdot \sigma_\varphi^2}{\frac{1}{2}|\bar{x}_{ID}|^2} = \sigma_\varphi^2$$

Risultato importante perchè non importa quale sia la potenza trasmessa xè il rapporto segnale rumore all'output del trasmettitore è limitato dal rumore di fase

RX phase noise (Lo) $\rightarrow$ degrades SNR al RX

Anche se aumentiamo l'amplificazione del segnale il rapporto segnale rumore dovuto al rumore di fase non cambia

- EVM induced by amplitude / phase errors



ε = amplitude error (o imbalance)

θ = phase imbalance

Sono le 2 possibili imbalance da passo zero

CALCOLIAMO $x(t)$ =

$$= (1+\varepsilon/2)\cos[w_c t + \theta/2]\, I(t) - (1-\varepsilon/2)\cdot \sin[w_c t - \theta/2] \cdot Q(t)$$

È diverso da prima perchè qui abbiamo un non bilanciamento tra i segnali

Se calcoliamo l'EVM

$$EVM = \frac{P_e}{P_{avg}} = \frac{|\bar{e}|^2}{|x_{ID}|^2}$$

Difficile da fare senza fasori

CALCOLIAMO:

$\bar{e} = \bar{X} - \overline{X_{ID}}$ CON $\overline{X_{ID}} = I + jQ$ E $\bar{X} = I e^{j\theta/2}\cdot(1+\varepsilon/2) + j\, Q e^{-j\theta/2}\cdot(1-\varepsilon/2)$

È PIÙ E NON MENO

SOTTRAIAMO E OTTENIAMO

$$\bar{e} = I\left[1-e^{j\theta/2}(1+\varepsilon/2)\right] + jQ\left[1-e^{-j\theta/2}(1-\varepsilon/2)\right]$$

$$= X_I\left[\underbrace{1-e^{j\theta/2}}_{\simeq -j\theta/2} - \underbrace{e^{j\theta/2}}_{1+j\theta/2}\cdot \varepsilon/2\right] + jQ\left[\underbrace{1-e^{-j\theta/2}}_{-j\theta/2} + \underbrace{e^{-j\theta/2}}_{1-j\theta/2}\cdot \frac{\varepsilon}{2}\right]$$

PERCHÉ $e^x \simeq 1+x$ $x \simeq 0$ $1-e^x \simeq -x$

QUINDI CON θ PICCOLO

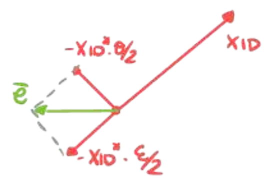
$$\simeq I\left[-j\theta/2 - (1+j\theta/2)\,\varepsilon/2\right] + jQ\left[j\theta/2 + (1-j\theta/2)\cdot\frac{\varepsilon}{2}\right]$$

con $\theta \ll 1$ e $\varepsilon \ll 1$ allora $\theta\cdot\varepsilon$ trascurabile, quindi

$$\simeq I\left[-j\,\theta/2 - \varepsilon/2\right] + jQ\left[+j\frac{\theta}{2} + \varepsilon/2\right]$$

$$\simeq \left[-j\frac{\theta}{2} - \varepsilon/2\right]\cdot(I - jQ) = (-j\,\theta/2 - \varepsilon/2)\cdot \overline{X_{ID}}^*$$

IL CONIUGATO DI $\overline{X_{ID}}$



$$EVM = \frac{|e|^2}{|X_{ID}|^2} = \frac{\left|(\varepsilon/2 + j\theta/2)\overline{X_{ID}}^*\right|^2}{|\overline{X_{ID}}|^2} = (\varepsilon^2/4 + \theta^2/4)\cdot\frac{\cancel{|\overline{X_{ID}}^*|^2}}{\cancel{|\overline{X_{ID}}|}} = \varepsilon^2/4 + \theta^2/4$$

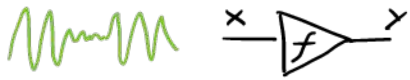
Ad esempio: $\varepsilon = 1\%$ e $\theta = 1\,\text{deg} \longrightarrow EVM = \frac{(0{,}01)^2}{4} + \frac{(0{,}0174\,\text{rad})}{4} = 0{,}00040$

$1\,\text{deg}\cdot\frac{\pi}{180} = 0{,}0174\,\text{rad}$

E quindi $EVM_{dB} = 10\log_{10} EVM = -33{,}9\ \text{dB}$

IMPATTO DELLE NON LINEARITÀ SULLE PERFORMANCE DI UN MODULATORE

Se la sinusoide è modulata anche in ampiezza una modulazione non lineare porta alla spectral regrowth



$$y = \alpha_1 \cdot x(t) + \underbrace{\alpha_3 \cdot x^3(t)}_{\text{CUBIC NON LINEARITY}} + \dots$$

STATIC NON LINEAR MODEL

se $x(t)$ è modulato solo in fase (solo PM) quindi

$$x(t) = \underbrace{A_c}_{\text{constant}} \cdot \cos\left[\omega_c t + \underbrace{\varphi(t)}_{\text{info}}\right]$$

Se calcoliamo $\alpha_3 x^3(t)$ otteniamo che

$$\alpha_3 \cdot A_c^3 \cdot \cos^3\left[\omega_c t + \varphi(t)\right]$$

Sappiamo che $\cos^3 x = \cos x \cdot \cos^2 x = \cos x \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2}$

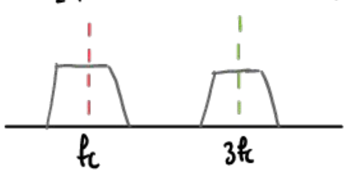
$$= \frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\cos 3x\right]$$

$$= \frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x$$

Quando eleviamo un coseno alla 3ª generiamo sia una prima che una terza armonica

Quindi

$$\alpha_3 x^3(t) = \alpha_3 A_c^3 \left[\frac{3}{4}\cos\left[\omega_c t + \varphi(t)\right] + \frac{1}{4}\cos\left[3\omega_c t + 3\varphi(t)\right]\right]$$



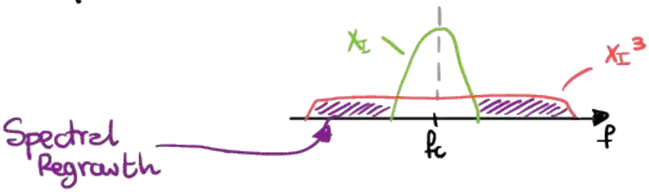
ho aggiunto un ulteriore modulazione ma non ho distorsioni di φ

SE SUPPONGO UNA MODULAZIONE D'AMPIEZZA NON COSTANTE

$$\alpha_3 x^3(t) = \alpha_3 X_I^3\left(\frac{1}{4}\cos 3\omega_c t + \frac{3}{4}\cos\omega_c t\right) - \alpha_3 X_Q^3\left(\frac{3}{4}\sin\omega_c t - \frac{1}{4}\sin 3\omega_c t\right)$$

$$x(t) = X_I(t)\cos(\omega_c t) - X_R(t)\cdot\sin(\omega_c t)$$

In questo caso ho dei termini che cadono sopra il segnale utile

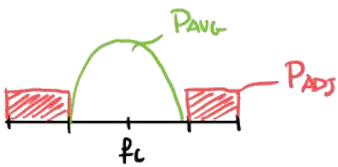


Se noto che ho degli elementi in $W_c t$ quindi centrati in f_c (quelli evidenziati prima)

La non linearità ha degradato 2 parametri

- EVM perché ha inband disturbance
- ACPR (Adiacent Channel Power Ratio) $\triangleq$ $\dfrac{\text{POWER LEAKING IN ADJ. CHANNEL}}{\text{POWER SIGNAL}}$ ← P_{ADJ}, ← P_{AVG}

questo significa che



Negli amplificatori c'è un trade off tra linearità e power efficiency. Se vogliamo essere efficienti dobbiamo usare amplificatori non lineari e non possiamo permetterci modulazioni con ampiezza non costante.

MATLAB: Scaricare il signal processing toolbox

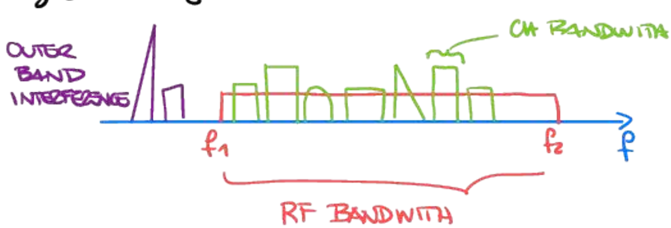
Qualsiasi filtro messo dopo il Power amplifier ha una diminuzione di potenza e quindi questa potenza si dissiperà sul filtro.

08·03·2021 2h DI LEZIONE

Diagramma a blocchi del ricevitore

Tipicamente noi facciamo esempi su Multi-user communication system, dobbiamo capire come avere accessi multipli al canale.

Un opzione è la FDMA, Frequency Division Multiplexing Access (funziona anche con segnali analogici)

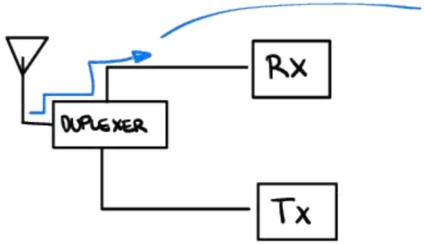


DIVIDIAMO IN CANALI

il ricevitore deve fare 2 operazioni

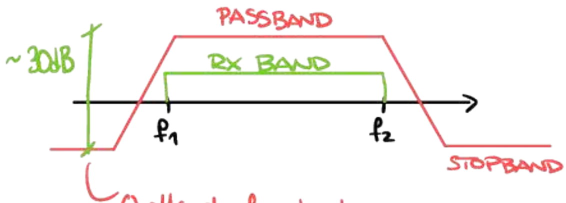
1) BAND SELECTION (Tramite un duplexer)

2) CHANNEL SELECTION (non può essere fatta a Frequenza RF, dovremmo avere un Fattore di merito troppo alto)



Lungo questo percorso abbiamo un filtro che elimina gli altri canali

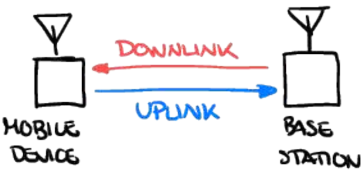
Tra f_1 e f_2 abbiamo la banda RX



Quello che fa il duplexer

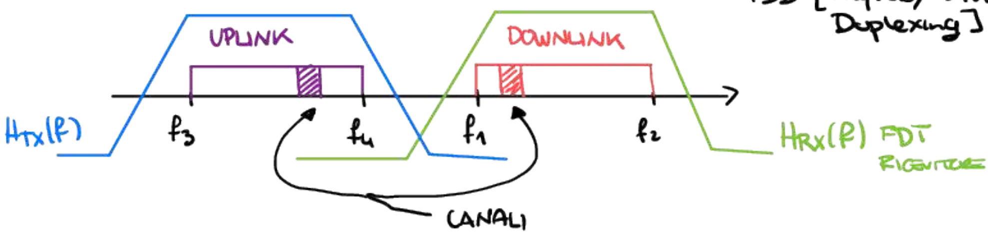
(ovviamente con qualsiasi filtro non possiamo avere attenuazione infinita tra PASSBAND e STOPBAND, nella realtà abbiamo 30/40 dB)

Non usiamo più filtri per attenuare di più perchè sennò attenuiamo troppo il segnale.



IL DUPLEXER HA 2 FUNZIONI DI TRASFERIMENTO UNA X IL RICEVITORE E UNA PER IL TRASMETTITORE.

FDD [Frequency Division Duplexing]



Questo è il motivo della differenza di frequenza tra UP e downlink, cioè per poter mettere 2 filtri e poter ricevere e trasmettere

2) COME FACCIAMO A FARE LA CHANNEL SELECTION A FREQUENZA RF VISTO I PROBLEMI DI PRIMA? E VISTO ANCHE CHE:

L'altro motivo per cui non filtriamo direttamente il canale è che non sappiamo in anticipo a che canale vogliamo connetterci. Quindi non ho solo un filtro con Q elevatissimo ma pure variabile e di solito i filtri variabili hanno performance peggiori degli altri → capiamo quindi che è impossibile

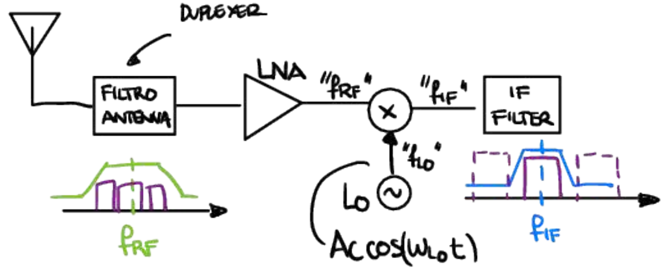
Noi sappiamo che il fattore di qualità è proporzionale a

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

ω_0 ← FREQ. CENTRALE

$\Delta\omega$ ← OFFSET

PER DIMINUIRE Q DOBBIAMO ridurre ridurre la frequenza centrale.



SPOSTIAMO TUTTA LA BANDA DEL SEGNALE AD UNA F MINORE

DOWNCONVERSION

$f_{IF} = |f_{RF} - f_{LO}|$ Questo xè quando moltiplichiamo un coseno per un coseno otteniamo

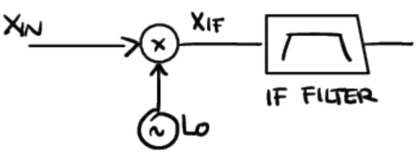
$$= \cos(\omega_{RF} t)\cos(\omega_{LO} t) = \underbrace{\frac{1}{2}\cos([\omega_{RF}-\omega_{LO}]t)}_{\text{Rimane solo questo}} + \overbrace{\frac{1}{2}\cos(\omega_{RF}+\omega_{LO})t}^{\text{Questo viene filtrato dall'IF filter}}$$

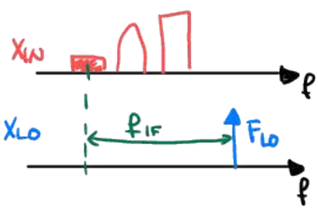
Si chiama f_{IF} perchè IF stai per INTERMEDIATE FREQUENCY.

FATTA LA DOWNCONVERSION SEGUIAMO IL CANALE!

Questo tipo di architettura è chiamato HETERODYNE RX ARCHITECTURE, che significa che usiamo frequenze differenti

Questa topologia risolve anche il problema di tunability del filtro per selezionare il canale





$X_{IF} = X_{IN} * X_{LO}$

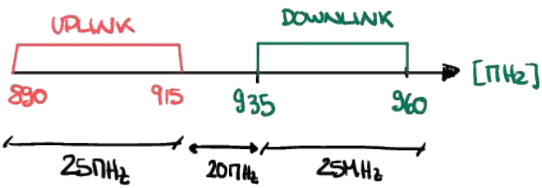
(convoluzione = moltiplicazione nel tempo)

ha fatto la convoluzione x questo lo spettro si è ribaltato

Per cambiare canale non ho bisogno del filtro variabile xè posso aumentare o ridurre f_{LO} per ricevere una diversa f_{IF} e quindi ricevere un altro canale.

Ci basta fare un tunable local oscillator

ESEMPIO DI RADIOCOMUNICAZIONI: GSM cellular system "2G"



FDMA

FDD

Ogni banda è divisa in 125 canali quindi:

$$\frac{25\,MHz}{125} = 200\,KHz \quad \text{Banda del canale}$$

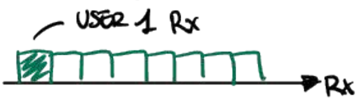
Ogni canale è diviso tra 8 utenti (xè per trasmettere voce 200KHz è troppo) in Time division. Esiste il concetto di frame nel dominio del tempo, in questo frame ogni utente ha un pezzetto in cui può ricevere e trasmettere.

il frame è di 4,6mS

quindi 1/8 di frame è 0,575ms

QUINDI GSM è anche una TDMA (Time division multiplexing)

Per rendere più facile il duplexer è stato fatto in modo che l'utente non abbia lo stesso posto nel frame per trasmettere e ricevere così non può trasmettere e ricevere in contemporanea



quindi il GSM usa anche il TDD time division duplexing

La modulazione è digitale → GMSK che è una modulazione CPM (Continuous Phase modulation) (constant envelope) non linear PA

La modulazione può essere solo digitale (non ho capito xè)

La sensibilità del segnale (minimo segnale ricevibile) è

$$P_S = -99\ dBm$$

$SNR_{min} = 9\,dB$

$BER = 10^{-3}$

Dove un $dBm = 10 \log_{10} P_{[mW]}$ (10 · logaritmo di 10 della Potenza in milliwatt)

ESEMPIO

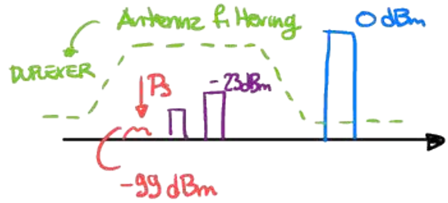
$0\,dBm \rightarrow 1\,mW$

$30\,dBm \rightarrow 1\,W$

$-20\,dBm \rightarrow 10\,\mu W$

$-100\,dBm \rightarrow 10^{-10}\,mW$

Quindi i ricevitori GSM sono molto sensibili



Però ho sensibilità $P_s = -99\,dBm$ se

Out-of-band interference: $P_B = 0\,dBm$

In-band interference: $P_B = -23\,dBm$

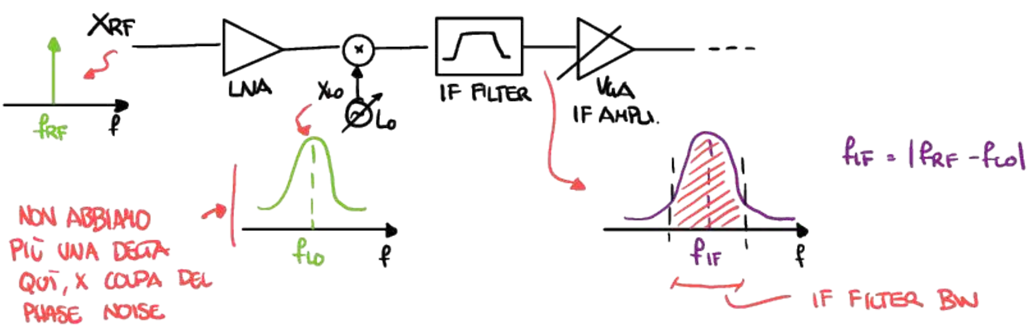
Questi valori di rumore sono più alti di quelli di segnale xè è già considerato che vengono ridotti dal filtraggio dell' IF FILTER.

ATTENZIONE COMUNQUE!! Non possiamo trasmettere per tutto il nostro ottavo di frame perché ci serve del tempo di guardia per sincronizzare e dividere i canali.

09.03.2021 3h di LEZIONE

IMPATTO DEL RUMORE DI FASE SULLE PRESTAZIONI DEL RICEVITORE

Tipicamente un ricevitore è così composto



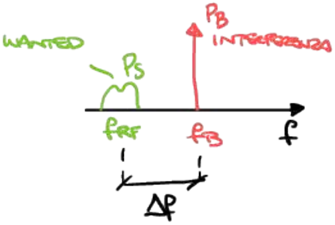
$SNR \simeq 1/\sigma_{\varphi n}^2$

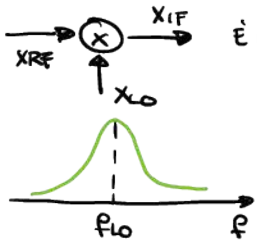
Il rumore di fase degrada anche il rapporto segnale rumore del ricevitore

Questo era l'impatto diretto del rumore di fase, tuttavia c'è un altro impatto chiamato Reciprocal mixing.

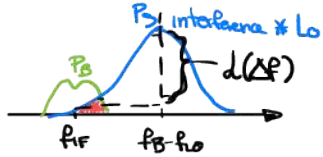
Reciprocal Mixing

Abbiamo anche interferenze più potenti del segnale/canale voluto





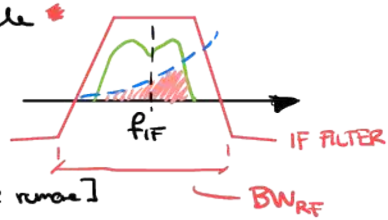
È LA CONVOLUZIONE



ABBIAMO ANCHE LA CONVOLUZIONE DELL' INTERFERENZA E DELL' LOCAL OSCILLATOR

c'è della potenza del rumore che cade nel nostro segnale

Quando applichiamo l'IF FILTER NOTIAMO CHE abbiamo comunque una degradazione dell' SNR



CALCOLIAMO L'SNR

[Δf = distanza tra segnale e rumore]

$$\mathcal{L}(\Delta f) \triangleq \frac{P_n(f_{IF}) \text{ in } 1\text{Hz}}{P_B}$$

$S_n(f_{in}) = \mathcal{L}(\Delta f) \cdot P_B$

C'È UN TEOREMA

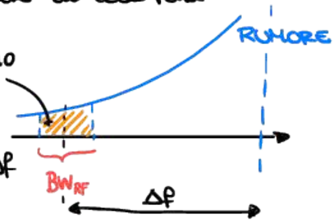
è lo stesso

Perciò

$$SNR = \frac{P_S}{P_n(f_{IF})} = \frac{P_S}{\mathcal{L}(\Delta f) \cdot P_B \cdot BW_{RF}}$$

Equivalent noise bandwidth
Dovrebbe essere l'integrale ma noi approssimiamo.
In pratica io prendo solo la parte di rumore che cade nella banda RF

$$P_B \int_{\Delta f - BW/2}^{\Delta f + BW/2} \mathcal{L}(\Delta f)\, d\Delta f$$



il rapporto SNR in dB sarà

$$SNR|_{dB} = 10\log_{10} SNR$$

$$= \underset{[dBm]}{P_S} - \underset{[dBm]}{P_B} - \underset{[dBc/Hz]}{\mathcal{L}(\Delta f)} - 10\log_{10}(BW_{RF})$$

CAPIAMO QUINDI CHE CI SONO 2 TERMINI CHE CONTRIBUISCONO A DEGRADARE L'SNR

ESEMPIO NUMERICO [GSM]

$P_S = -99$ dBm

$P_B = -40$ dBm (OUT OF BAND INTERFERENCE AT 0dB ATTENUATA DAL FILTRO DELL' ANTENNA DI 40dB)

$f_{RF} = 2{,}01$ GHz $\quad f_B = 2{,}03$ GHz $\quad f_{LO} = 2{,}00$ GHz

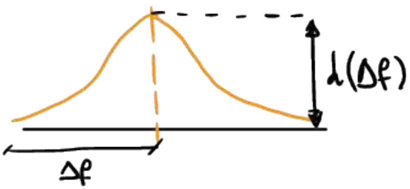
$BW_{RF} = 200\,KHz$ VOGLIAMO CHE $SNR > 50dB$ CALCOLARE $\mathcal{L} = ?$

CALCOLI :

$$\Delta f = f_B - f_{RF} = 20MHz$$

$$\mathcal{L}(\Delta f) = P_S - P_B - SNR|_{dB} - 10\log_{10} BW$$

$$= -99 + 40 - 50 - 53 = -162\ dBc/Hz \quad \text{a } 20MHz \text{ offset}$$



credo che dica ogni quanto il segnale scende di potenza ogni Hz.

FREQUENCY SYNTETIZER

Vogliamo costruire un generatore di segnali periodici controllabile in frequenza

$f_{LO} \div FCW$

Vogliamo che sia molto accurato : ACCURATEZZA $\frac{\Delta f_{LO}}{f_{LO}}$ [AGING + DRIFT]

IN GSM STANDARD L'ACCURATEZZA DEVE ESSERE $= 0,1\,ppm = 10^{-7}$ QUINDI PER $f \simeq 1GHz$ IL Δf max è di $100Hz$

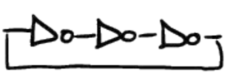
ESEMPIO

Questo è un problema perché gli oscillatori LC hanno frequenza

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{E QUINDI} \quad \frac{\Delta f}{f} \simeq \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L}$$

Non riusciamo a essere molto accurati con i condensatori e induttori [1-10%)

- ANCHE GLI OSCILLATORI RC NON VANNO BENE



$f \div \frac{1}{RC}$ Anche qui dovremmo basarci solo sulle accuratezze dei componenti (non va bene)

UN ALTRO ELEMENTO CHE UN SINTETIZZATORE DI FREQ. DEVE AVERE È UNA BUONA RISOLUZIONE, cioè il minimo Δf che posso fare

- Può essere nell'ordine della spaziatura dei canali ~ 100 KHz

- Può essere anche più piccolo per compensare le variazioni di f dovute alla temperatura ~ Hz

- SETTLING TIME
  Channel switching time (in GSM dobbiamo cambiare da una freq all'altra ogni frame, perciò questo valore ~ 100μs o perfino ~ 10μs

- SPURIOUS CONTENT [RECIPROCAL MIXING]

- PHASE NOISE

- PULLING sensibilità a VDD o a variazioni di carico

COME POSSIAMO RISOLVERE QUESTI PROBLEMI?

- ACCURATEZZA → ci basiamo su un sistema master/slave (le frecce indicano da master a slave)

ATOMIC CLOCK → **CRISTAL OSCILLATOR** → **RC / LC OSCILLATORI**

ATOMIC CLOCK
- DRIFT ≃ 10^{-9} s/day

(la base station ogni tot invia un tono per sincronizzare il cristal oscillator)

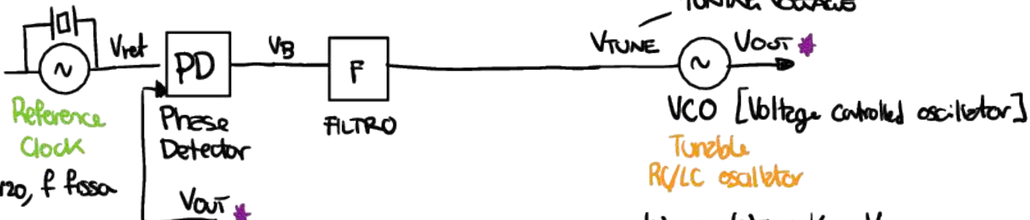
CRISTAL OSCILLATOR
TCXO (Temperature compensed cristal oscillator)
- Buona accuratezza ≃ 100ppm
  aging ≃ 0,5ppm/year
  drift ≃ 0,5ppm 0-75°C
- not tunable
- Low frequency

RC / LC OSCILLATORI
- Poco accurati
- TUNABLE
- POSSONO OPERARE A GRANDI FREQUENZE (100GHz)

ALL'INTERNO DEL DISPOSITIVO.

Per sincronizzare l'oscillatore a cristallo e quello LC/RC usiamo un Phase Locked Loop (PLL)

IL PROBLEMA È CHE ABBIAMO UN QUARZO A f FISSA E UN TUNABLE LC/RC OSCILLATOR (il quale può essere integrato in un chip, il quarzo no)



$$\omega_{OUT} = \omega_{FR} + K_{VCO} \cdot V_{TUNE}$$

FREE-RUNNING (ANGULAR) FREQUENCY

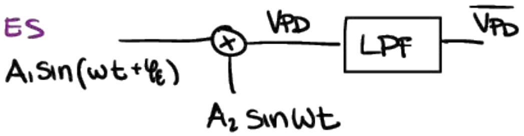
TUNING SENSITIVITY [rad/s/V] (TIPICAMENTE LINEARE)

VOGLIAMO CHE VCO ABBIA LA STESSA f DEL REFERENCE CLOCK

PHASE DETECTOR

Questo tipo di Phase Detector funziona con sinusoidi (segnali periodici)

ES



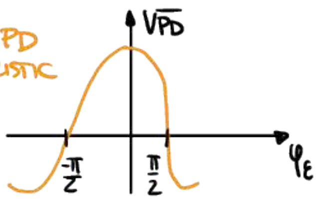
SAPPIAMO CHE
$$VPD = \underbrace{-\frac{A_1 A_2}{2}\cos(2\omega t + \varphi_E)}_{\text{FAST COMPONENT}} + \underbrace{\frac{A_1 A_2}{2}\cos(\varphi_E)}_{\text{DC COMPONENT}}$$

QUINDI

$$\overline{VPD} \approx \frac{A_1 A_2}{2}\cos\varphi_E \qquad \text{SE} \quad BW_{LPF} \ll 2\omega$$

Sopravvive solo la componente continua, abbiamo creato un sistema che da in uscita un segnale proporzionale alla differenza di fase

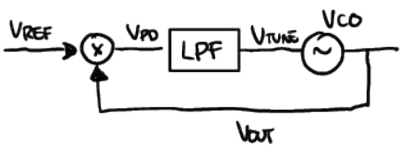
STATIC PD CHARACTERISTIC



$\overline{VPD} = \emptyset$ QUANDO $\varphi_E = \pm\frac{\pi}{2}$

Se i 2 segnali sono in quadratura non ho errori

FACCIAMO UNA VARIAZIONE DI NOTAZIONE



La variazione di notazione sta nel dire

ABSOLUTE PHASE

$$V_{ref} = A_r \cdot \sin \Phi_{ref}$$

EXCESS PHASE

$$\hookrightarrow (\omega_{ref} t + \varphi_{ref})$$

E SCRIVIAMO ANCHE CHE

$$V_{OUT} = A_0 \cos \Phi_{OUT}$$

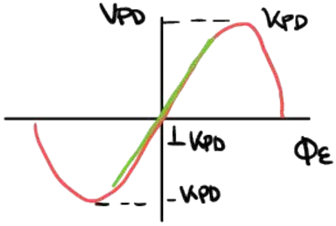
Perciò

$$V_{PD} \simeq \underbrace{\frac{A_r \cdot A_o}{2}}_{K_{PD}} \cdot \sin\Big[\underbrace{\phi_{ref} - \phi_{out}}_{\phi_E}\Big] = K_{PD} \cdot \sin(\phi_E)$$

K_{PD} [V] (PD GAIN) $\quad \phi_E$ PHASE ERROR

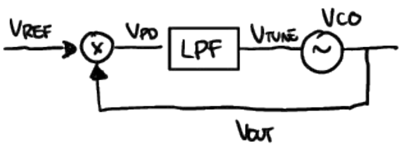
In uscita al filtro troviamo quindi una sinusoide che ha pendenza K_{PD}

(RIVEDERE COSA HA FATTO QUI CHE ERA TROPPO VELOCE)



UNIAMO TUTTE LE COMPONENTI DEL PLL

Si chiama così xè l'error amplifier è un phase detector (se la fase è la stessa sappiamo anche che la frequenza è la stessa)



- Phase detector: moltiplicatore + LPF ideale
- Vco: linear tuning

Derivata

$$\dot{\Phi}_E = \dot{\Phi}_{ref} - \dot{\Phi}_{OUT}$$

DATO CHE $\Phi_{ref} = \omega_{ref} \cdot t$ E CHE $\omega_{OUT} = \omega_{FR} + K_{VCO} V_{TUNE}$ E $V_{PD} = K_{PD} \sin \phi_E$

$$= \omega_{ref} - (\omega_{FR} + K_{VCO} V_{TUNE})$$

RISCRIVIAMO V_{TUNE} COME $K_{PD} \cdot \sin(\phi_E)$, ALLORA

$$= \omega_{ref} - (\omega_{FR} + K_{VCO} K_{PD} \cdot \sin(\phi_E))$$

$\omega = [rad/s]$

E POSSIAMO SCRIVERE L'EQ DIFFERENZIALE COME

$K = [\frac{rad}{s}/V \cdot V = \frac{rad}{s}]$

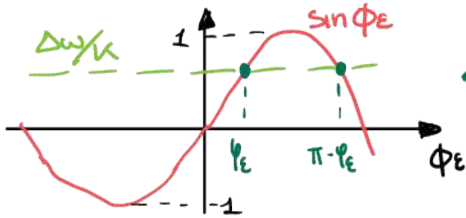
$$\boxed{\dot{\Phi}_E = \Delta\omega - K \sin(\Phi_E)}$$

FIRST ORDER PLL CHE DESCRIVE LA DIFFERENZA DI FASE TRA IN E OUT

È UN EQUAZIONE DIFFERENZIALE NON LINEARE

1) Troviamo i punti di equilibrio $\dot{\phi}_E = \emptyset \rightarrow \sin\phi_E = \frac{\Delta\omega}{K}$ è un numero

Quindi se plottiamo



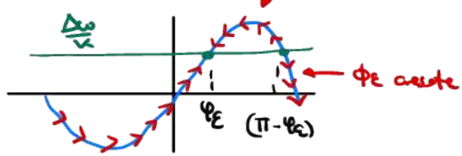
Questi sono i punti di equilibrio in un periodo

Sono stabili o no?
Per saperlo dobbiamo vedere il segno della derivata. Consideriamo 2 casi

SE $\left|\frac{\Delta\omega}{K}\right| < 1$ abbiamo 2 punti di equilibrio, altrimenti non ne abbiamo nessuno

SE $\dot{\phi}_E < 0 \longrightarrow \Delta\omega - K\sin\phi_E < 0 \rightarrow \sin\phi_E > \frac{\Delta\omega}{K}$

[ϕ_E è decrescente]



SE $\dot{\phi}_E > 0$ quando $\sin\phi_E < \Delta\omega/K$

[ϕ_E crescente]

Notiamo che il primo punto è stabile (φ_E) perché attira le frecce mentre il secondo no

$\phi_E(t) = \varphi_E$ PUNTO STABILE $\rightarrow \varphi_E = \arcsin\left(\frac{\Delta\omega}{K}\right)$

STADY STATE PHASE ERROR DIPENDE DALLA f DI OFFSET TRA ref e la free-running freq. del VCO.

$\phi_E(t) = (\pi - \varphi_E)$ NON È UN PUNTO DI STABILITÀ

SE $\frac{\Delta\omega}{K} > 1$ non c'è incrocio tra $\Delta\omega/K$ e $\sin(\phi_E)$ quindi non ho punti di equilibrio $\rightarrow \dot{\phi}_E > 0$ quindi l'errore di fase è sempre crescente e non cala mai. Non abbiamo la condizione di lock.

OVVIAMENTE c'è anche la soluzione $\dot{\phi}_E = \emptyset$ allora diciamo che il PLL è in "lock" state.

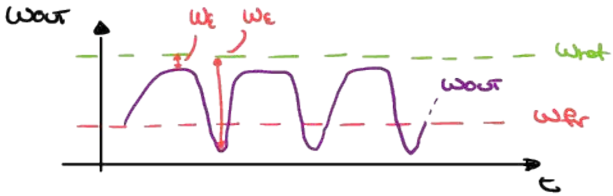
$\omega_{OUT} = \omega_{ref}$

PLL

Se $\frac{\Delta\omega}{K} > 1 \rightarrow \dot{\Phi}_\varepsilon > 0$

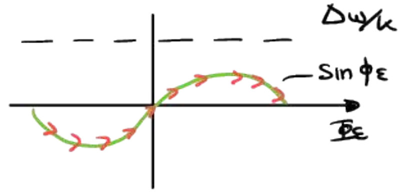
$$\omega_{out} = \omega_{fr} + K \cdot \sin \Phi_\varepsilon(t)$$

VUOL DIRE CHE L'ERRORE DI FASE VARIA SEMPRE



Sappiamo che

$$\omega_\varepsilon = \dot{\Phi}_\varepsilon$$
$$= \omega_{ref} - \omega_{out}$$



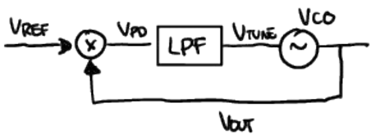
Wout NON SARÀ MAI Wref XÈ NON SIAMO IN CONDIZIONI DI LOCK CON $\frac{\Delta\omega}{K} > 1$

SAPPIAMO CHE PIÙ A Wref PIÙ LENTO VA L'ERRORE MENTRE LONTANO DA Wref VA PIÙ VELOCE (questo perchè $\omega_{ref} - [\omega_{ref} - \varepsilon] \simeq \varnothing = \dot{\Phi}_\varepsilon$ quindi vuol dire che rallenta) Questo ci fa sì di capire che wout non ha un comportamento sinusoidale ma è comunque periodico ■

LOCK STATE $\Longleftrightarrow \left|\frac{\Delta\omega}{K}\right| < 1 \Longleftrightarrow -K_L < \Delta\omega < K$

QUINDI LOCK RANGE $\boxed{\Delta\omega_L = K}$

Per avere un interpretazione intuitiva del lock range torniamo al sistema originale



$$\omega_{OUT} = \omega_{fr} + K_{vco} V_{TUNE} = \omega_{ref}$$

IMPOSING EQUALITY AT STEADY STATE (in pratica imponiamo il lock)

Allora visto che abbiamo imposto il Lock

$$V_{TUNE} = \frac{\omega_{REF} - \omega_{FR}}{K_{vco}} = \frac{\Delta\omega}{K_{vco}}$$

capiamo quindi che per essere in lock devo essere in questa condizione

Poi

$$V_{PD} = K_{PD} \cdot \sin(\phi_\varepsilon) = \frac{\Delta\omega}{K_{vco}} \longrightarrow \sin\phi_\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\underbrace{K_{vco} \cdot K_{PD}}_{K}}$$

E QUINDI $\sin\phi_E = \Delta\omega/K$

Senza fare qualsiasi calcolo con equazioni differenziali siamo arrivati comunque alla soluzione

Inoltre sappiamo che per avere il lock $V_{PD} = \Delta\omega / K_{VCO}$ capiamo che il Phase detector ha un range dinamico limitato → limiti nel lock range

Inoltre nella realtà questa eq è un'approssimazione $\omega_{OUT} = \omega_{fr} + K_{VCO} \cdot V_{TUNE}$ infatti nella realtà anche VCO limita il lock range. (infatti dopo una certa tensione saturiamo)

PERTURBATION ANALYSIS
(basata sulla linearizzazione)

Linearizziamo l'eq caratteristica del PLL

$$\dot{\Phi}_E = \Delta\omega - K\sin(\phi_E)$$

E IPOTIZZIAMO

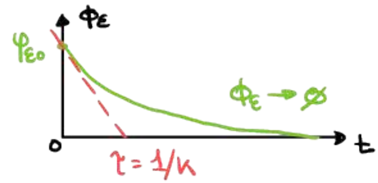
- $\left|\frac{\Delta\omega}{K}\right| < 1$ in modo che esista un punto di equilibrio stabile
- $\Phi_E \ll 1\,rad$ piccole perturbazioni (dobbiamo considerare le variazioni di ϕ_E)

ALLORA SE $\Delta\omega = 0$ LA LINEARIZZAZIONE È

$$\dot{\phi}_E = -K\phi_E \qquad \text{QUINDI:} \quad \phi_E(t) = \varphi_{E0}\, e^{-Kt}$$

IL COMPORTAMENTO DELL'ERRORE È PERCIÒ

$\tau = 1/K$ è la costante di tempo del sistema



TIPICAMENTE NON CI PIACCIONO LE EQ. DIFF, NORMALMENTE USIAMO LAPLACE

$$\dot{\Phi}_E = -K\phi_E \xrightarrow{\mathcal{L}} s \cdot \Phi_E = -K\phi_E = s = -K$$

Notiamo che abbiamo un polo a $s = -K$.

CON LAPLACE VOGLIAMO ANCHE RICAVARE UNA FDT TRA INPUT E OUTPUT DEL PLL

$$\Phi_{OUT} \text{ vs. } \Phi_{ref}$$

ALLORA PARTIAMO DALLA DERIVATA DI Φ_{out}

$$\omega_{out} = \omega_{fr} + K_{vco} V_{tune}(t)$$
$$= \underbrace{\omega_{fr} + K_{vco} V_{tune,0}}_{} + K_{vco} \cdot v_{tune}(t)$$
$$= \omega_{out,0} + K_{vco} \cdot v_{tune}(t)$$
$$= \omega_{out,0} + K_{vco} K_{PD} [\phi_{ref} - \phi_{out}] \; *$$

VOGLIAMO SEPARARE LE PERTURBAZIONI DAL PUNTO DI BIAS COSTANTE (POSSIAMO VEDERE L'AMBARADAN COME UN ANALISI A PICCOLI SEGNALI, DOVE $\omega_{out,0}$ È LA PARTE IN CONTINUA CHE NON CI INTERESSA)

$$\Phi_{out} = \int_{-\infty}^{t} \omega_{out}(t')\,dt' = \omega_{out,0} \cdot t + \varphi_{out}(t)$$

ABSOLUTE PHASE

EXCESS PHASE

NON CI INTERESSA $\omega_{out,0}$ XÈ È LA "COMPONENTE DC" QUELLA SENZA VARIAZIONI, ALLORA PRENDIAMO SOLO LA EXCESS PHASE

QUINDI SE ADESSO VOGLIO SCRIVERE $\dot{\varphi}_{out}(t)$ [QUINDI SOLO LA EXCESS PHASE]

$$\dot{\varphi}_{out}(t) = \overbrace{K_{vco} \cdot K_{PD}}^{K} [\Phi_{ref}(t) - \Phi_{out}(t)]^{*}$$
$$= K_{vco} \cdot K_{PD} [\varphi_{ref}(t) - \varphi_{out}(t)]$$

SE APPLICHIAMO LAPLACE OTTENIAMO

$$s\,\Phi_{out}(s) = K [\Phi_{ref}(s) - \Phi_{out}(s)]$$

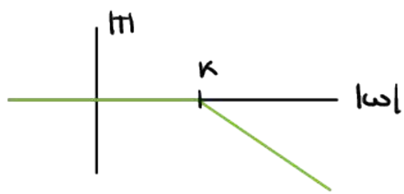
E QUINDI

$$\frac{\Phi_{out}}{\Phi_{ref}} = \frac{K}{s + K} = T(s)$$

(dove credo che queste Phi siano le excess phases)

QUINDI

$$T(s) = \frac{K}{s + K}$$



ED ANCHE CHE

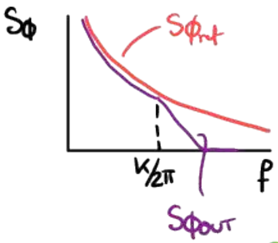
$$T(s) = \frac{\varphi_{out}}{\varphi_{ref}} = \frac{s \cdot \Phi_{out}}{s\,\Phi_{ref}} = \frac{\omega_{out}}{\omega_{ref}}$$

L'interpretazione è che in questo PLL la Vco "segue" la fase e la frequenza del reference clock con $\omega_{BW} = K$

(SIAMO ARRIVATI ALLO STESSO PUNTO DI PRIMA SOLO CON LAPLACE)

Si capisce quindi che solo piccole variazioni di Φ_{ref} sono seguite dal VCO

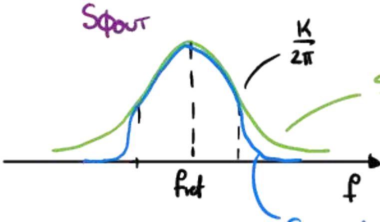
Se supponiamo lo spettro di Φ_{ref}



$$S\Phi_{OUT} = |T(f)|^2 \cdot S_{\Phi REF}$$

LOW PASS FILTERING OF INPUT PHASE NOISE

$$\mathcal{L}(f) \simeq \frac{S_\varphi^{SSB}}{2}$$



Perciò il PLL fa da passabanda per il segnale d'ingresso

È interessante xè con un semplice filtro passa basso e una retroazione riusciamo a creare un filtro passabanda attorno alla frequenza di riferimento

COME SCEGLIAMO LA BANDA DEL PLL SE ABBIAMO UNA SORGENTE MOLTO PULITA?

La scegliamo molto ampia così che possiamo seguire meglio i comportamenti della sorgente. Al contrario se il segnale della sorgente è molto sporco noi prendiamo una banda molto stretta in modo da eliminare tutte le spurie.

MA ATTENZIONE più faccio stretta la banda più riduco il lock range del PLL.

MODELLO EQUIVALENTE DELLA LINEARIZZAZIONE DEL PLL

- VCO : ABBIAMO detto che l'excess phase è

$$\varphi_{out}(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{K_{vco} \cdot V_{TUNE}(t')}_{\text{VARIAZIONI DI } \omega_{OUT}} dt'$$

FACCIAMO LAPLACE E QUINDI OTTENIAMO

$$\Phi_{OUT}(s) = \frac{K_{VCO}}{s} \cdot V_{TUNE}(s)$$

il modello lineare del VCO linearizzato quindi è

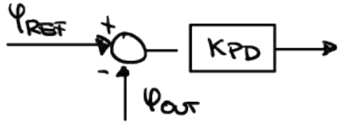
$$V_{TUNE} \longrightarrow \boxed{\frac{K_{VCO}}{s}} \longrightarrow \Phi_{OUT}$$

ATTENZIONE!!
IN INGRESSO HO UNA TENSIONE E IN OUT HO UNA FASE

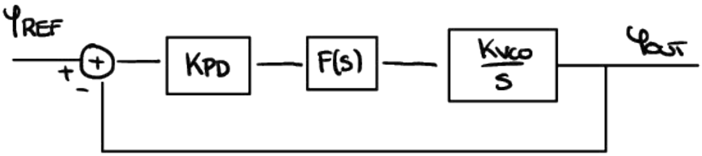
HA IL COMPORTAMENTO DI UN INTEGRATORE SULLA FASE

- PHASE DETECTOR

$$V_{PD} = K_{PD} \cdot [\underbrace{\varphi_{ref} - \varphi_{out}}_{\varphi_E}]$$



IL TOTALE MODELLO EQUIVALENTE DEL PLL È:



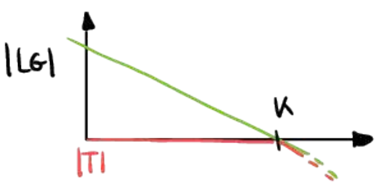
LINEAR CONTINUOUS-TIME MODEL OF A PLL, ci permette di studiare senza difficili conti le funzioni di trasferimento.

INFATTI

NEL CASO DI PLL DEL PRIMO ORDINE $F(S) = 1$ (Quelli che abbiamo studiato finora)

$$LG(s) = K_{PD} \cdot F(s) \cdot \frac{K_{VCO}}{s} = \frac{K}{s} \quad \text{(Loop Gain)}$$

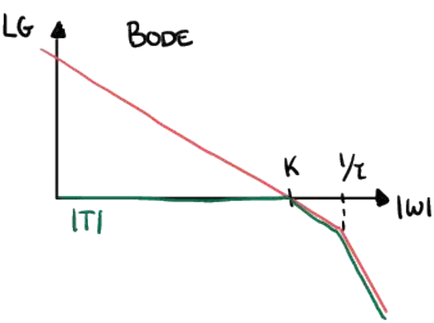
Quindi

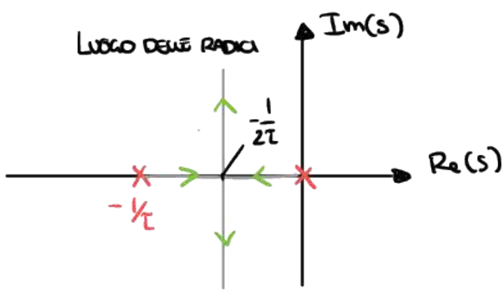


DOBBIAMO RICORDARE LE IPOTESI CON CUI SIAMO ARRIVATI AL MODELLO DI LAPLACE

PLL DEL SECONDO ORDINE

$$F(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \quad \text{QUINDI} \longrightarrow \quad LG(s) = \underbrace{\frac{K}{s}}_{VCO} \cdot \underbrace{\frac{1}{1+s\tau}}_{\text{FILTRO}}$$

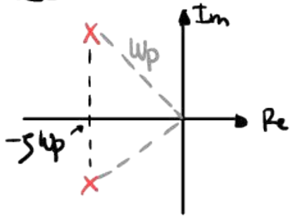




Come possiamo calcolare la FDT in-out in modo analitico?

$$T(s) = \frac{\Phi_{out}}{\phi_{ref}} = \frac{LG(s)}{1 + LG(s)} = \frac{1}{s^2\frac{\tau}{K} + s\frac{1}{K} + 1} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_p} + \frac{2\xi s}{\omega_p} + 1}$$

il luogo delle radici è



$\xi = -\frac{Re(\phi)}{2|\phi|}$ FATTORE DI SMORZAMENTO

OTTENIAMO CHE

$\omega_p = \sqrt{K/\tau}$

QUINDI $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K\tau}}$

E QUINDI I 2 POLI SONO $s_{1,2} = -\xi\omega_p \pm j\sqrt{1-\xi^2}\cdot\omega_p$

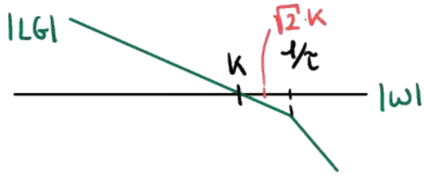
Scegliendo τ e K possiamo settare ω_p e ξ e quindi spostiamo i poli

Tipicamente vogliamo i poli del loop chiuso a 45° nel piano di Gauss (Perché è la posizione del filtro di Betthworth) è il miglior tradeoff tra sovraelongazione e tempo di assestamento.

QUINDI $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707\ldots$

E QUINDI $K\cdot\tau = 1/2 \longrightarrow K = 1/2\tau$

e questo fa sì che il crossover del loop gain LG sia un ottava prima del secondo polo ($1/\tau$)



un ottava è un fattore 2

LA FREQUENZA NATURALE DEI POLI A CLOSED LOOP È

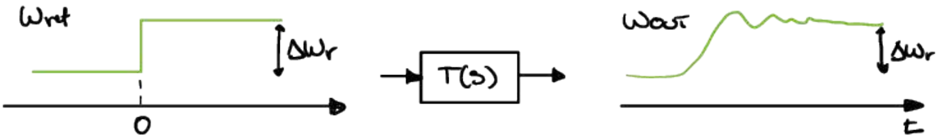
$$\omega_p = \sqrt{\frac{K}{\tau}} = \sqrt{\frac{1}{2\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\tau} = \sqrt{2}\cdot K$$

Nella realtà la banda del sistema chiuso non è K ma bensì $\sqrt{2}K$.

il margine di fase qui è tipo $63{,}4°$

Static phase error of a PLL

In tutti i loop di controllo possiamo avere un errore di controllo statico, in particolare è l'errore residuo in steady state tra Φ_{out} e Φ_{ref}
(APPLICHIAMO UNA PERTURBAZIONE IN FREQUENZA DELLA SINUSOIDE)

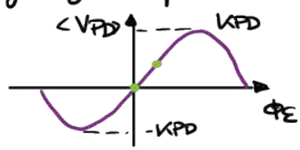


Qual'è il valore di Φ_E al steady state dato in ingresso questo gradino?

VARIAZIONI NEL STEADY STATE

Sappiamo che se l'output varia di ΔW_r allora per forza prima del Vco devo avere $\Delta W_r / K_{vco}$, poi sappiamo che $F(s)$ ha guadagno 1 perciò ci sarà anche prima di $F(s)$ una variazione di $\Delta W_r / K_{vco}$.

Sappiamo che il PD è caratterizzato così



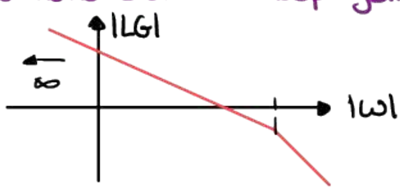
$$\varphi_E = \frac{\Delta W_r / K_{vco}}{K_{PD}} = \frac{\Delta W_r}{K}$$

ABBIAMO TROVATO
INTUITIVAMENTE L'ERRORE DI FASE STATICO

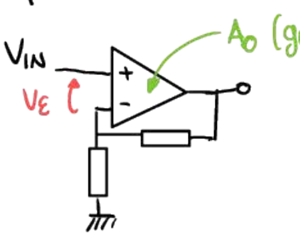
Perchè il valore statico di Φ_E non è nullo sebbene il loop gain in DC è $+\infty$?

(MATEMATICAMENTE)

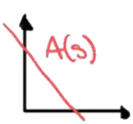
$$LG = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+s\tau}$$



Se prendiamo l'analogia circuitale

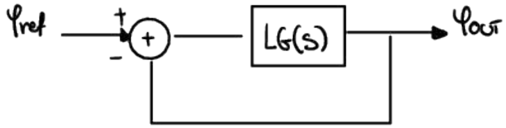


$$V_E = \frac{V_{OUT}}{A_0} \rightarrow \emptyset$$



Notiamo quindi che abbiamo comportamenti diversi V_E tende a $\varnothing$ mentre Φ_E no!!

Questo accade perché:



DIMOSTRAZIONE CHE LO STATIC PHASE ERROR È $\Delta\omega r/K$ DOPO UNA PERTURBAZIONE.

$$\underbrace{\lim_{t\to\infty} \varphi_\varepsilon(t)}_{\text{STATIC PHASE ERROR}} = \lim_{s\to 0} s\cdot\Phi_\varepsilon(s)$$

E

$$\frac{\Phi_\varepsilon(s)}{\Phi_{ref}(s)} = \frac{1}{1+LG(s)} = 1 - T(s)$$

SAPPIAMO POI CHE $LG(s) = \frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+s\tau}$ ALLORA:

SAPPIAMO ANCHE CHE

$$\omega_{ref}(t) = \Delta\omega r\cdot u(t) \qquad \text{con } u(t) \text{ gradino unitario}$$

la sua trasformata di fourier sarà $\Omega_{ref}(s) = \frac{\Delta\omega r}{s}$

è quindi otteniamo

$$\Phi_{ref}(s) = \frac{\Omega_{ref}(s)}{s} = \frac{\Delta\omega r}{s^2}$$

Quando mettiamo un gradino in frequenza otteniamo una rampa in fase

Perciò

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{\Delta\omega r}{s^2}\cdot\frac{s(1+s\tau)}{s(1+s\tau)+K}$$

è calcoliamo il limite per sapere l'errore stazionario

$$\lim_{s\to 0} s\cdot\Phi_\varepsilon(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{\Delta\omega r}{s^2}\cdot\frac{s(1+s\tau)}{s(1+s\tau)+K} = \frac{\Delta\omega r}{K}$$

QUESTO è lo static phase error dopo la perturbazione

L'ORDINE DELLA PERTURBAZIONE È QUELLO CHE FA LA DIFFERENZA, INFATTI NOI IMPONIAMO UN GRADINO IN FREQUENZA MA QUESTO DIVENTA UNA RAMPA IN FASE E QUESTO FA SI CHE L'ERRORE STATICO NON SIA NULLO.
SE AVESSIMO APPLICATO UN GRADINO DI FASE (E NON DI FREQUENZA) ALLORA AVREMMO UNO STATIC PHASE ERROR NULLO.

La stessa cosa accade con il circuito dell'amplificatore, infatti vi era ϕ perché mettevamo un ingresso di tensione a gradino e avevamo l'uscita/feedback in tensione.

COME POSSIAMO CREARE UN PLL CON ERRORE STATICO φ_E NULLO DOPO UN GRADINO DI FREQUENZA?

1) Fare un Frequency detector al posto del Phase detector non funziona perché il VCO non dovrebbe più essere un integrale perché lavoriamo tutto in frequenza e questo significa che il guadagno non va a $+\infty$ e quindi non abbiamo mai φ_E nullo

Soluzione giusta

RICORDIAMO
$$\lim_{t\to\infty} \varphi_E(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot \underbrace{\frac{\Delta}{s^m}}_{\Phi_{ref}} \cdot \underbrace{\frac{s^n \cdot H(s)}{s^n \cdot H(s) + K}}_{\frac{1}{1+LG}}$$

E $$LG(s) = \frac{K}{s^n} \cdot \frac{1}{H(s)}$$

Se LG ha n integratori e Φ_{ref} è del m-h ordine
ALLORA IL LIMITE SARÀ COSÌ FATTO

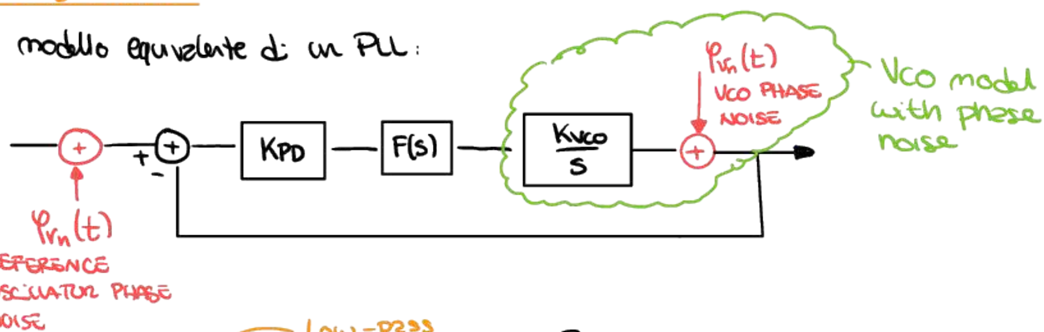
$$\lim_{s\to 0} \frac{\Delta}{K} \cdot s^{(n+1)-m} = \begin{cases} \Delta/K & \text{se } n = m-1 \\ \phi & \text{se } \underbrace{n > m-1}_{n \geq m} \end{cases}$$

Lo static phase error è ϕ se l'ordine degli integratori di $LG(s)$ è almeno uguale all'ordine della perturbazione dell'input.

DEFINIAMO IL TIPO DI UN SISTEMA RETROAZIONATO COME L'ORDINE DEGLI INTEGRATORI DI LG.

PHASE NOISE IN PLL

Dato il modello equivalente di un PLL:



$$S_{\varphi_{OUT}}(f) = S_{\varphi_{RN}} \cdot \overbrace{|T(f)|^2}^{\text{Low-pass}} + S_{\varphi_n} \cdot \underbrace{|1-T(f)|^2}_{\text{high-pass}}$$

QUESTO SECONDO TERMINE ARRIVA DA QUI

DA φ_{in} a φ_{out} ABBIAMO L'FDT $\rightarrow$ $\frac{1}{1+LG} = 1 - T(s)$

i 2 SPETTRI LI SOMMIAMO PERCHÈ I 2 ERRORI DI FASE SONO INCORRELATI.

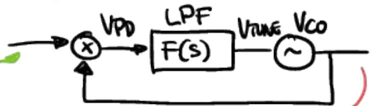
INTUITIVAMENTE:

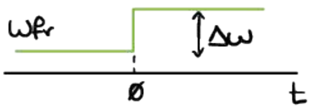
- NELLA BANDA DEL PLL $\rightarrow$ IL VCO SEGUE LA PHASE NOISE DEL REFERENCE CLOCK
- FUORI DALLA BANDA DEL PLL $\rightarrow$ IL VCO SEGUE LA SUA PHASE NOISE

CAPTURE RANGE

Se consideriamo una perturbazione della frequenza di riferimento

$\cos(\underbrace{\omega_{fr} + \Delta\omega}_{\omega_{ref}})t$





$$\sin\left(\omega_{fr} t + \int_{-\infty}^{t} K_{VCO} V_{TUNE}(t')\,dt'\right)$$

se il gradino è molto veloce possiamo non considerare la parte integrale.

Riscriviamo VPD — termine che non consideriamo

$$K_{PD} \cdot \sin[\Delta\omega t - 0 \cdot t]$$

ALLORA LA TENSIONE VTUNE SARÀ

$$V_{TUNE} \simeq K_{PD} \cdot |F(\Delta\omega)| \cdot \sin[\Delta\omega \cdot t + \angle F(\Delta\omega)]$$

CAPIAMO CHE (VISTO CHE C'È IL SENO)

$$|V_{TUNE}| \leq K_{PD} \cdot |F(\Delta\omega)|$$

INOLTRE VISTO CHE $V_{TUNE} = \Delta\omega / K_{VCO}$ ALLORA

$$\left|\frac{\Delta\omega}{K_{VCO}}\right| \leq K_{PD} \cdot |F(\Delta\omega)|$$

E QUINDI

$$\Delta\omega_c = \underbrace{K_{VCO} \cdot K_{PD}}_{K} \cdot |F(\Delta\omega)|$$

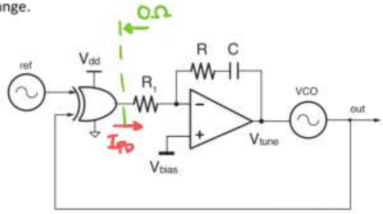
QUESTO È CHIAMATO CAPTURE OR HOLD RANGE

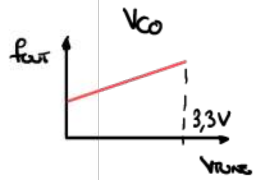
Nella discussione del lock range ci siamo mossi su punti statici per vedere dove il pll rimaneva in lock, mentre qui utilizziamo una forte variazione d'ingresso.
Si nota che se $\Delta\omega$ è tanto grande il VCO non riesce a creare una tensione proporzionale alla distanza grande da opporsi.

16.03.2021 — 3h

ESERCITAZIONE + TEORIA

T2.1 Regarding the PLL in figure, assume that $V_{DD} = 3.3\ V$ and the frequency of the square-wave reference signal is 200 kHz, let the output impedance of the XOR gate be equal to zero, assume the operational amplifier to be an ideal one, and the VCO with linear tuning characteristic the 0-3.3 V tuning voltage range.



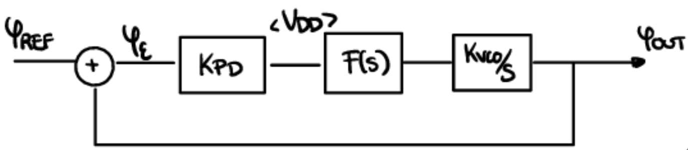


a. Setting $V_{bias} = 1.65\ V$, draw the equivalent phase model and set the parameter R_1, R, C, K_{VCO} for
   i. a maximum output current of the XOR gate equal to 1 mA,
   ii. a tuning range Δf_{VCO} = 50 kHz,
   iii. a phase margin of 60°,
   iv. a crossover frequency of the loop gain equal to 1 kHz.

b. Find the time shift at steady state (t_ε^∞) between reference and VCO signals as a function of V_{bias}.

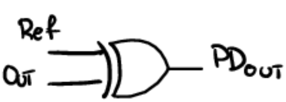
c. Assuming $V_{bias} = 1.65\ V$ and considering a voltage offset (V_o) of 10 mV and a bias current (I_b) of 10μA for the operational amplifier, evaluate the effect on the loop. What is the time shift between reference and VCO?

a) IL MODELLO EQUIVALENTE È (SAPENDO CHE L'XOR FUNZIONA DA PD)



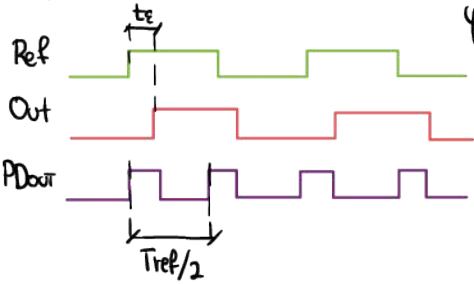
$$F(s) = \frac{R + 1/sC}{R_1} = \frac{1 + sRC}{sR_1C}$$

SAPPIAMO CHE L'XOR FUNZIONA DA PD PERCHÈ



Ref	Out	PDout
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Supponiamo un ritardo tra ref e out



$\varphi_\varepsilon = \omega_{ref} \cdot t_\varepsilon$

Vogliamo trovare la media di questo segnale, è quello che fa il filtro $\langle V_{PD}\rangle$, la quale è calcolabile come:

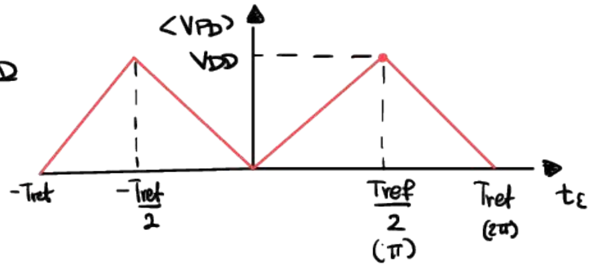
DUTY CYCLE

$$\langle V_{PD}\rangle = D \cdot V_{DD}$$

il duty cycle è scrivibile come $D = \frac{t_\varepsilon}{T_{ref}/2}$

Quindi

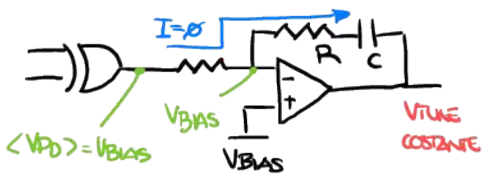
$$\langle V_{PD}\rangle = \frac{t_\varepsilon}{T_{ref}/2} = \frac{2t_\varepsilon \cdot V_{DD}}{T_{ref}}$$



Non otteniamo un coseno come nell'amplificatore analogico ma otteniamo questa forma

Per ora non abbiamo considerato V_{BIAS} xè non serviva, tuttavia adesso dobbiamo considerare il punto di Bias.

Dobbiamo considerare il cortocircuito virtuale e sapere che quando il PLL è in lock dobbiamo avere V_{TUNE} costante e questo vuol dire che la corrente che passa su RC deve essere ∅.



Quindi visto che

$V_{BIAS} = V_{DD}/2$ e quindi quando sono a 90°

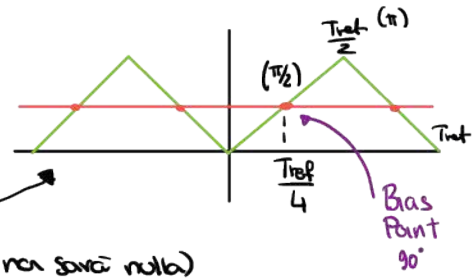
allora $\langle V_{PD}\rangle = V_{DD}/2$

Deve essere per forza visto che $I = ∅$

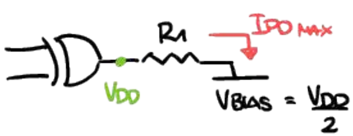
Allora

$$K_{PD} = \frac{\langle V_{PD}\rangle}{\Phi_\varepsilon} = \frac{V_{DD}}{\pi}$$

Questa dovrebbe essere la pendenza della curva.



i) $I_{PD\,MAX} = 1mA$ (All'inizio la corrente non sarà nulla)

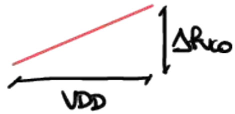


$V_{PD,MAX} = V_{DD}$

$$I_{PD,MAX} = \frac{V_{DD} - V_{DD}/2}{R_1} \rightarrow R_1 = 1{,}65\,k\Omega$$

ii)

$\Delta f_{VCO} = 50\,KHz$



$K_{VCO} \triangleq \frac{\partial \omega_{OUT}}{\partial V_{TUNE}}$ ← definizione

Perciò $K_{VCO} = \frac{2\pi\, 50K}{3,3} = 95,2$ rad/V·s

iii) $\varphi_m = 60$ deg $\quad f = 1KHz$

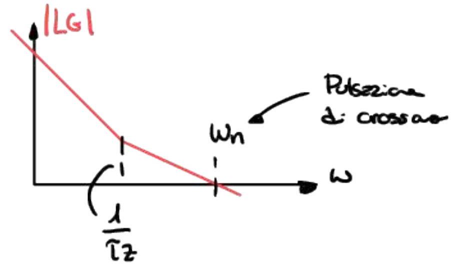
$LG(s) = K_{PD} \frac{K_{VCO}}{s} F(s) = K_{PD} \cdot K_{VCO} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1 + s\tau_z}{s\tau_0}$

$\tau_z = RC$

$\tau_0 = R_1 C$

è un type 2 PLL xè ha 2 integratori, quindi

$|LG(\omega_n)| = 1;$



$$\frac{K_{PD} \cdot K_{VCO}}{\omega_n^2 \cdot \tau_0} \cdot \sqrt{1 + \omega_n^2 \tau_z^2} = 1 \quad *$$

Noi non sappiamo i valori di R e C quindi non sappiamo τ_0 e τ_z

il margine di fase è

$$\varphi_m = \underbrace{180° - 90° - 90°}_{\text{Dati dai 2 poli}} + \arctan\left(\frac{\omega_n}{\omega_z}\right) = 60 \text{ deg}$$

Perciò $\omega_z = \frac{\omega_n}{\tan(60)} = \frac{\omega_n}{\sqrt{3}}$

Non sappiamo ne ω_z ne ω_n. Possiamo fare un'approssimazione asintotica su questa formula * (praticamente non consideriamo l'1 sotto la radice)

Oppure fare così

$$\frac{K_{PD} \cdot K_{VCO}}{\omega_n^2 \cdot \tau_0} \cdot \sqrt{1 + \omega_n^2 \tau_z^2} = 1 \longrightarrow \omega_z = \frac{1}{\tau_z} \quad e \quad \omega_z = \frac{\omega_n}{\sqrt{3}} \quad \text{perciò}$$

$$\tau_0 = \frac{K_{PD} \cdot K_{VCO}}{\omega_n^2} \cdot \sqrt{1 + \omega_n^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\omega_n}\right)^2} = 5,67 \text{ mS}$$

Da qui posso ricavare C

$$C = \frac{\tau_0}{R_1} = \frac{5{,}07\,ms}{1{,}65\,k\Omega} = 3{,}07\,\mu F$$ (con approssimazione asintotica viene 2,68 μF)

e poi ricaviamo R

$$R = \frac{\tau_z}{C} = \frac{1}{\frac{\omega_n}{\sqrt{3}} \cdot C} = 89{,}8\,\Omega$$ (con l'approssimazione asintotica viene 103,7 Ω)

b) Static time error t_ε vs. V_{bias}.

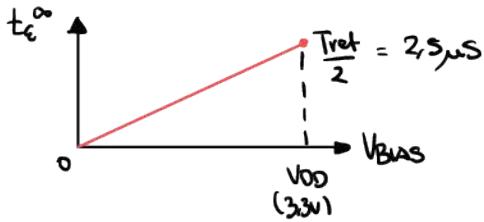
Abbiamo già detto che a steady state abbiamo che

$$\langle V_{PD} \rangle = V_{DD} \cdot \frac{t_\varepsilon}{T_{ref}/2} = V_{BIAS}$$

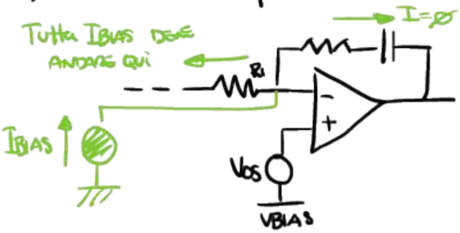
AT STEADY STATE

Perciò t_ε at steady state sarà:

$$t_\varepsilon^\infty = \frac{V_{bias}}{V_{DD}} \cdot \frac{T_{ref}}{2}$$



c) Non lo risolve perché il metodo è uguale a quello nel punto b



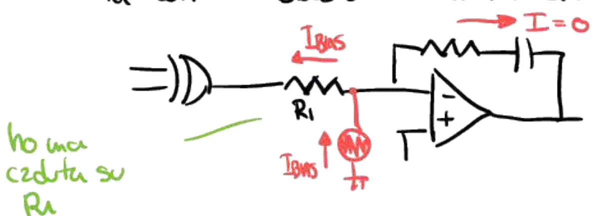
$t_\varepsilon^\infty = ?$ Usiamo la sovrapposizione degli effetti.

Perciò

$$\Delta t_{\varepsilon_1}^\infty = \frac{V_{OS}}{V_{DD}/2} \cdot \frac{T_{ref}}{2}$$

delta 1 dato da Vos è solo la variazione di t_ε

Tutta la corrente Ibias che va in Ri crea una variazione di VPD



$$\langle V_{PD} \rangle = -I_{BIAS} \cdot R_i$$

$$\Delta t_{\varepsilon_2}^\infty = \frac{-I_{BIAS} \cdot R_i}{V_{DD}/2} \cdot \frac{T_{ref}}{2}$$

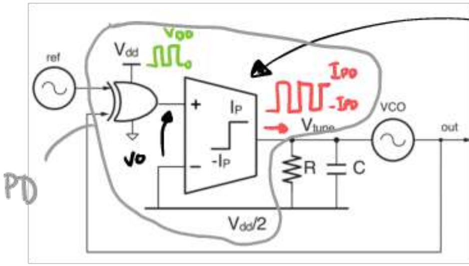
Delta 2 dato da Ibias è solo la variazione di t_ε

$$t_\varepsilon = t_\varepsilon^\infty + \Delta t_{\varepsilon_1}^\infty + \Delta t_{\varepsilon_2}^\infty$$ (in teoria)

[in tutto questo punto c dovrebbe essere Vcc al denominatore e non Vcc/2]

ESERCIZIO N2

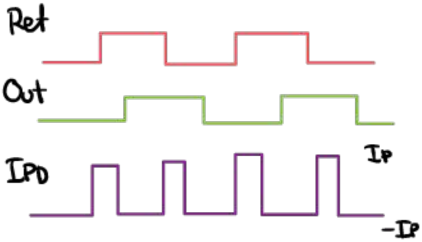
Molto simile a quello precedente solo che il filtro è fatto con una charge pump.



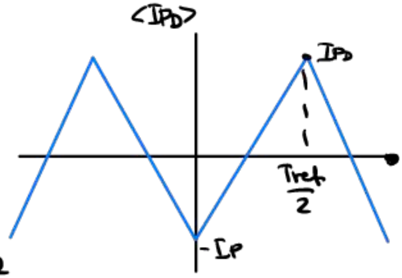
$$\left.\begin{array}{ll} \text{SE } V_0 > 0 & I_{PD} = +I_P \\ \text{SE } V_0 < 0 & I_{PD} = -I_P \end{array}\right\} \text{Charge pump}$$

Con la charge pump possiamo fare un integratore senza usare un integrato

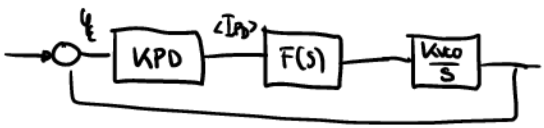
il modello equivalente del Phase Detector



$$\langle I_P \rangle = 2I_P \cdot D$$
$$= 2I_P \cdot t_\varepsilon / T_{ref/2}$$



PERCIÒ

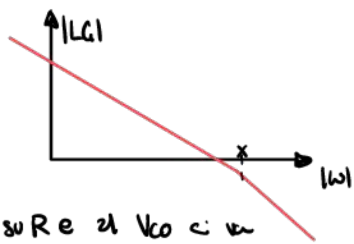


$$K_{PD} = \frac{\langle I_{PD} \rangle}{\varphi_\varepsilon} = \frac{2I_P}{\pi}$$

Visto che $\langle I_{PD} \rangle = 2I_P \cdot \frac{\varphi_\varepsilon}{\pi}$

Si ottiene che

$$F(s) = R // \frac{1}{sC} = \frac{R}{1+sRC} \quad \text{con } \tau_p = RC$$

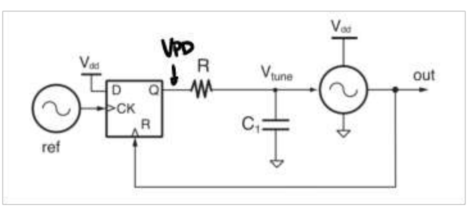


TIPO 1

(il punto di steady è a 90° perché a 90° $I_{PD} = \emptyset$ quindi non c'è caduta su R e al Vco ci va Vcc/2) ....

POI CONTINUARE NOI L'ES.....

ES 3



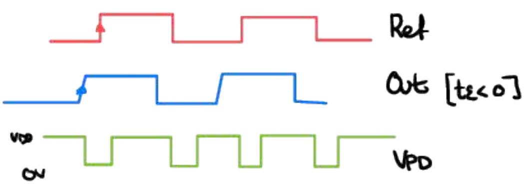
Abbiamo un diverso phase detector

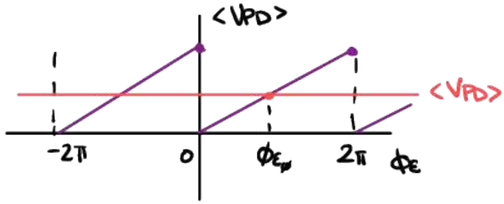
Flip Flop Tipo D

CK ↑ $\quad Q \to D = $ "1"

R ↑ $\quad Q \to \emptyset$

negli altri casi Q è mantenuto



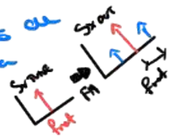


La pendenza $K_{PD} = V_{DD}/2\pi$

Per il punto di steady vogliamo $\omega_{OUT} = \omega_{ref}$. Nel punto steady il condensatore deve essere aperto e quindi $V_{PD} = V_{TUNE,\varphi}$ E VISTO CHE SAPPIAMO V_{PD} SAPPIAMO IL VALORE MEDIO E OTTENIAMO IL PHASE ERROR. (non ho capito come sapere $V_{TUNE,\varphi}$)
E POI FINIRE L'ESERCIZIO!

INFORMAZIONI TEORICHE

Abbiamo un ripple di freq. fref dato dalla filtrazione dello switch (ON-OFF) del PD (questo c'è in tutti i PLL) nel caso specifico degli integer-N PLLs questo ripple causerà una modulazione di VTUNE che farà sì che ci siano 2 toni spuri in uscita

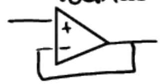


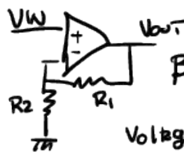
Integer-N PLLs

$\omega_{OUT} \to \omega_{ref}$ a steady state

Frequency follower

VOLTAGE FOLLOWER



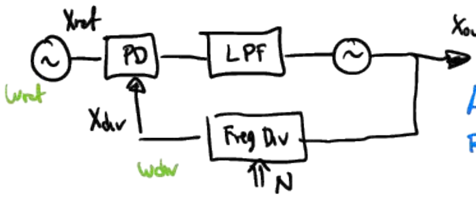


$\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Voltage Ampli

$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{\beta}$

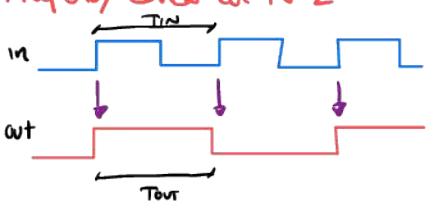
Se volessimo fare un frequency multiplier dovremmo fare



Aggiungiamo un divisore di frequenza programmabile.

$\omega_{div} \to \omega_{ref}$

Frequency divider con N=2



$T_{out} = 2 \cdot T_{in}$

Per farlo ho fatto un contatore modulo 2 e prendo solo l'MSB.

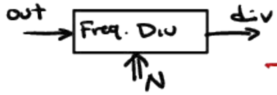
In generale se prendo un N-counter come un divisore nel feedback loop allora avrò che

$\omega_{div} = \frac{\omega_{OUT}}{N}$ e quindi $T_{div} = N \cdot T_{OUT}$

Prima abbiamo detto che a valore statico $\omega_{div} \to \omega_{ref}$ quindi questo vuol dire che $\omega_{OUT} \rightarrow N \cdot \omega_{ref}$

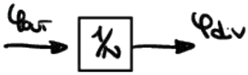
il modello equivalente del sistema sarà quindi:

EQ. MODEL DEL FREQUENCY DIVIDER

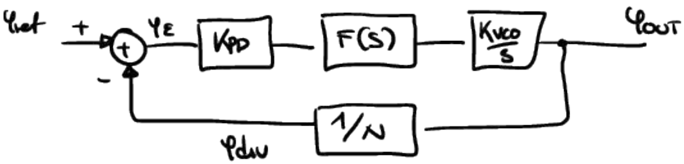


$$\omega_{div} = \frac{\omega_{OUT}}{N} \Rightarrow \varphi_{OUT} = \frac{\varphi_{OUT}}{N}$$

Perciò il modello eq sarà

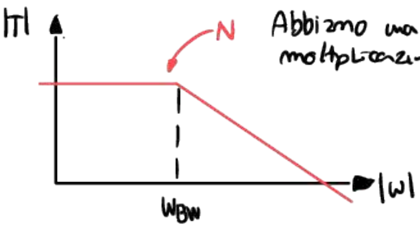


IL MODELLO TOTALE DI UN INTEGER PLL È



$$LG(s) = K_{PD} \cdot \frac{K_{VCO}}{s} \cdot F(s) \cdot \frac{1}{N}$$

$$T(s) = \frac{\Phi_{OUT}}{\Phi_{ref}} = \frac{\overbrace{N \cdot LG}^{\text{Forward gain}}}{1 + LG(s)}$$



Abbiamo una moltiplicazione per N, tuttavia abbiamo una moltiplicazione per N^2 anche della phase noise. infatti

$$S_{\varphi_{OUT}} = \underbrace{S_{\varphi_{rn}} \cdot |T(f)|^2}_{\substack{N^2 \text{ within } f_{BW} \\ \text{(LPF)}}} + \underbrace{S_{\varphi_{vn}} \cdot \left| \frac{1}{1 + LG(j)} \right|^2}_{\substack{\text{gain } 1 \\ \text{outside } f_{BW} \\ \text{(HPF)}}}$$

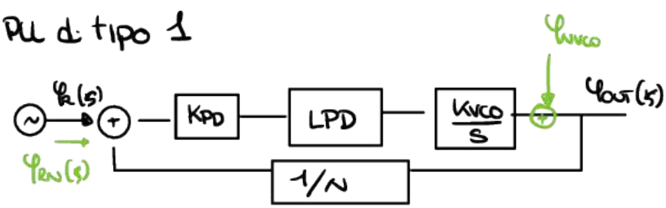
int-N PLL's amplifies the reference noise in band by N^2

18.03.2021 ESERCITAZIONE 3h

TEORIA: PLL DI TIPO 2

• Problemi dei PLL di tipo 1

RUMORE



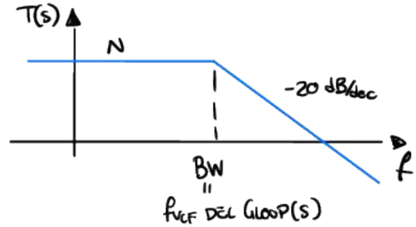
$$G_{LOOP} = K_{PD} \cdot \frac{1}{1 + sT_p} \cdot \frac{K_{VCO}}{s} \cdot \frac{1}{N}$$

è chiamato tipo 1 xè ho solo 1 polo nell'origine

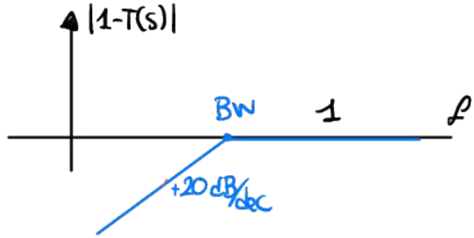
PROBLEMI

1) LIMITED VCO-NOISE FILTERING

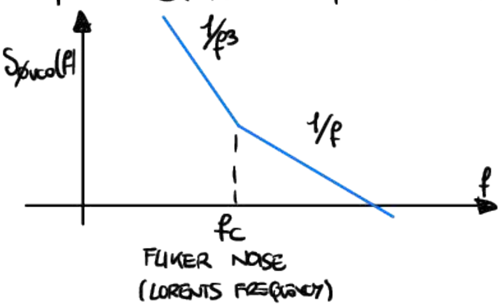
$$\frac{\varphi_{OUT}(s)}{\varphi_{RN}(s)} = T(s) = N \cdot \frac{G_{LOOP}(s)}{1+G_{LOOP}(s)}$$



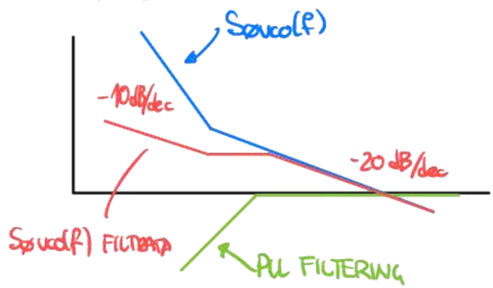
$$\frac{\varphi_{OUT}(s)}{\varphi_{NVCO}(s)} = 1-T(s) = \frac{1}{1+G_{LOOP}(s)}$$



Il profilo del rumore tipico di un Vco e':

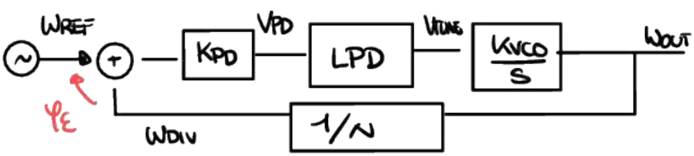


Se applichiamo il PLL filtering a $S_{\varphi vco}(f)$



CAPIAMO QUINDI CHE L'AZIONE DI FILTRAGGIO DEL RUMORE NON È MOLTO BUONA

2) STATIC PHASE ERROR @ PHASE DETECTOR INPUT @ STEADY STATE



IN STEADY STATE

$$\begin{cases} \omega_{OUT} = N\omega_{REF} \overset{!}{=} \omega_{FR} + K_{VCO} \cdot V_{TUNE} \\ \langle V_{PD} \rangle = V_{TUNE} = K_{PD} \cdot \varphi_E \end{cases}$$

Dalle formule otteniamo che nello steady state

$$\varphi_E = \frac{(N\omega_{ref} - \omega_{FR})}{K_{VCO} - K_{PD}}$$

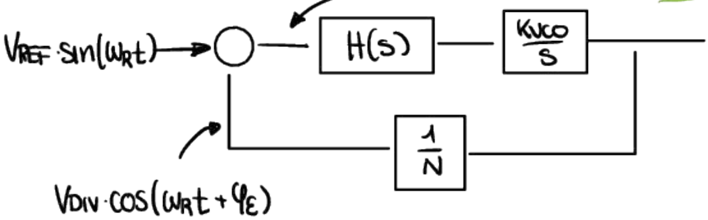
φ_E È DIPENDENTE DAI PARAMETRI

Questa cosa in alcune applicazioni non ci va bene.

TIPO φ_E PUÒ NON ESSERE Ø SE METTO UN GRADINO IN INGRESSO

3) REFERENCE SPURS

$$V_{PD} = \frac{1}{2}\sin(\varphi_\varepsilon) + \frac{1}{2}\sin(2\omega_R t)$$

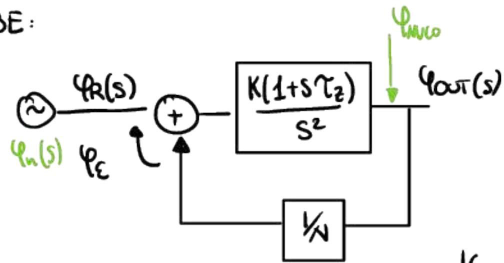


in pratica il filtro non riesce a cancellare tutta questa roba qui.

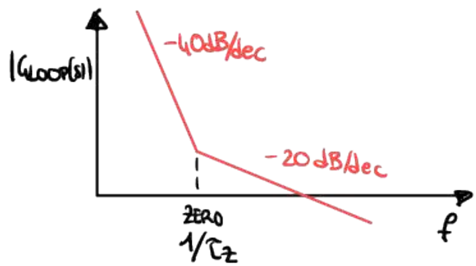
il filtro ha una limitata azione, noi vogliamo rimuovere le componenti ad alta frequenza dal phase detector

PER RISOLVERE QUESTI 3 PROBLEMI PASSIAMO AI PLL DI TIPO 2

STRUTTURA BASE:



$$G_{LOOP}(s) = \frac{K'(1+s\tau_z)}{s^2}\cdot\frac{1}{N} \qquad K \triangleq \frac{K'}{N}$$



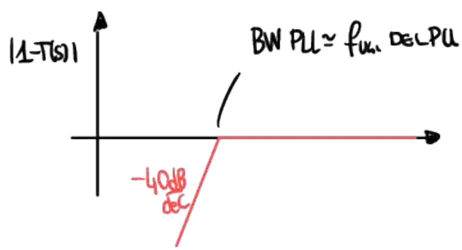
è di tipo 2 perché presenta 2 poli in zero, (c'è anche uno zero per questioni di stabilità)

CARATTERISTICHE:

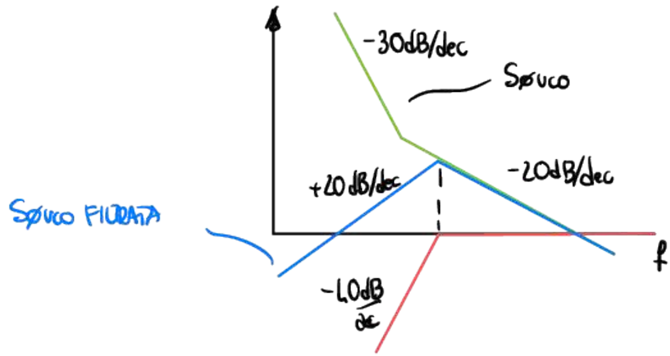
1) BETTER VCO NOISE CANCELLATION

$$\frac{\varphi_{out}(s)}{\varphi_{nVCO}(s)} = 1 - T(s) = \frac{1}{1+G_{LOOP}(s)} = \frac{1}{1+\frac{K(1+s\tau_z)}{s^2}} = \frac{s^2}{s^2+sK\tau_z+K}$$

SE LA PLOTTIAMO OTTENIAMO



Se adesso consideriamo la capacità filtrante otteniamo



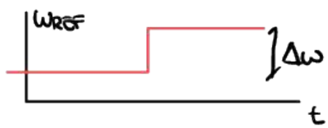
ABBIAMO UNA FILTRAZIONE MIGLIORE RISPETTO A PRIMA

2) ZERO STEADY STATE ERROR AT PHASE DETECTOR INPUT

$$\frac{\varphi_E(s)}{\varphi_R(s)} = \frac{1}{1+G_{loop}(s)} = 1-T(s)$$

Se adesso applichiamo un input in frequenza di uno scalino otteniamo che

$$\omega_{REF}(s) = \frac{\Delta\omega}{s}$$



$\varphi_{REF} = \dfrac{\Delta\omega}{s^2}$ si ottiene

SE ADESSO PRENDIAMO φ_E^{∞} AT STEADY STATE OTTENIAMO CHE

$$\varphi_E^{\infty} = \lim_{s\to 0} s\cdot\left(\frac{\Delta\omega}{s^2}\right)\cdot\frac{\varphi_E(s)}{\varphi_R(s)}$$

$$= \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{\Delta\omega}{s^2}\cdot\frac{s^2}{s^2+s\tau_2 K+K} = \emptyset$$

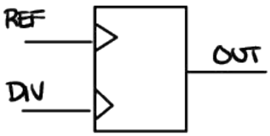
Dopo una perturbazione abbiamo $\emptyset$ phase error al PD.

3) REFERENCE SPURS

AT STEADY STATE L'ERRORE È $=\emptyset$ QUINDI POSSO COSTRUIRE UN PHASE DETECTOR CHE DA OUT $=\emptyset$ QUANDO $\varphi_E=\emptyset$ E NON SOLO $\langle OUT\rangle=\emptyset$

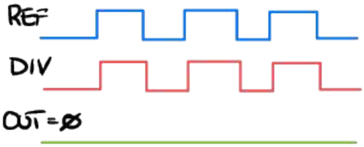
PROVIAMO A IMPLEMENTARE QUESTI TIPI DI PD ↓

TRI - STATE PHASE DETECTOR (PFD)



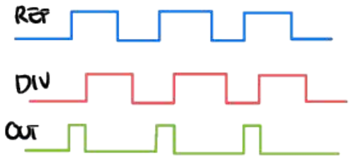
RISING EDGE SENSING

• $t_\varepsilon = \varnothing$ STATO $\varnothing$



NON SOLO $\langle OUT \rangle = \varnothing$

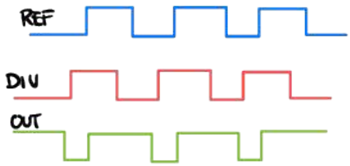
$t_\varepsilon > 0$



$\langle OUT \rangle = t_\varepsilon / T_R$

REF LEAD THE DIV

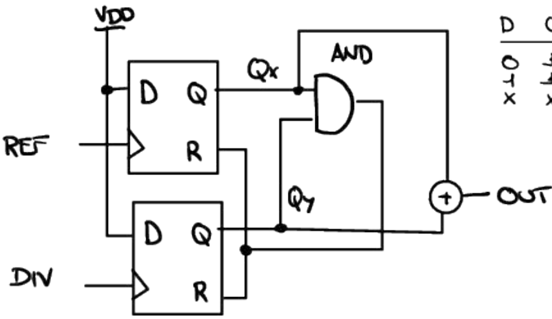
$t_\varepsilon > 0$



$\langle OUT \rangle = -\dfrac{t_\varepsilon}{T_R}$

DIV LEADS THE REF

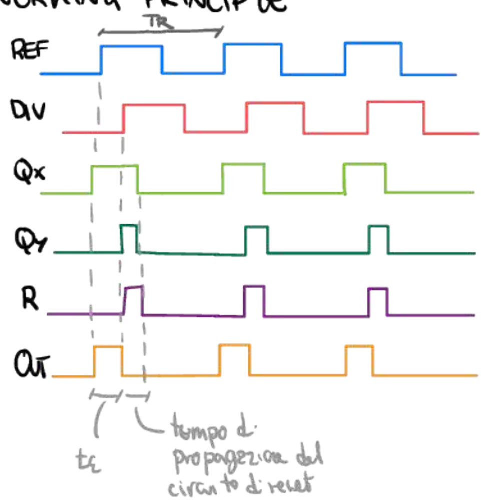
• IMPLEMENTAZIONI



D-FLIP-FLOP

D	CK	R	Q
0	↑	x	0
1	↑	x	1
x	x	↑	0

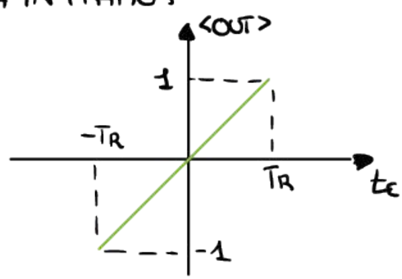
WORKING PRINCIPLE



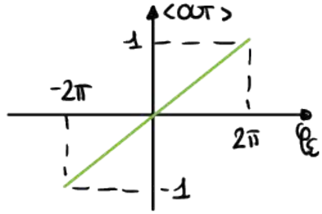
LA STESSA COSA ACCADE PER $t_\varepsilon < 0$

$\langle OUT \rangle = -\, t_\varepsilon / T_R$

LA CARATTERISTICA DI QUESTO COMPONENTE SARÀ IN PRATICA



ALLORA VISTO CHE $\varphi_\varepsilon = \frac{2\pi}{T_R} t_\varepsilon$ $\langle OUT \rangle = \frac{t_\varepsilon}{T_R} = \frac{\varphi_\varepsilon}{2\pi}$

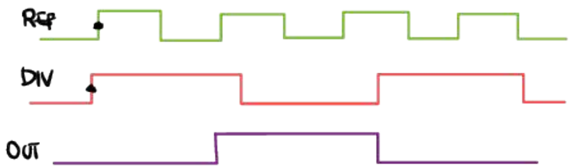


IL MODELLO EQ VIENE

$K_{PD} = \frac{1}{2\pi}$

- PERCHÈ È CHIAMATA PHASE/FREQUENCY DETECTOR (PFD)

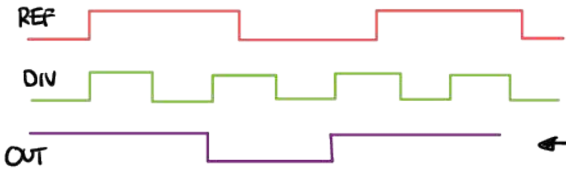
- DURING STARTUP FREF >> FDIV



ADESSO <OUT> NON È PROPORZIONALE A t_ε MA CI DA GLI OUTPUT POSITIVI.
IL LOOP È FORZATO SOLO AD AUMENTARE LA FREQUENZA (NEL CASO DI PD NORMALE CHE È SOLO 1/0 NON SAPREBBE SE DEVE AUMENTARE O NO f, COSÌ RIDUCIAMO I TEMPI DI LOCK)

SUPPONIAMO I DUE ʃ INIZIALI ALLO STESSO TEMPO

- SITUAZIONE OPPOSTA FREF << FDIV



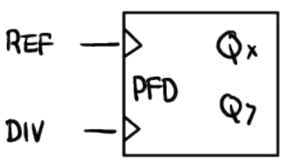
L'OUTPUT È NEGATIVO

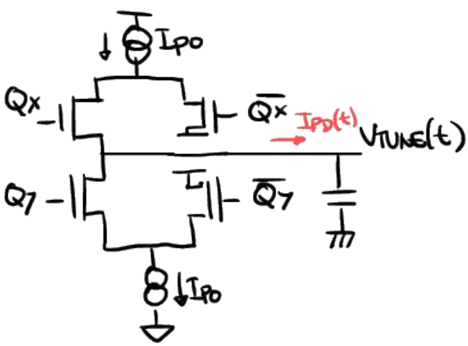
(PER CAPIRE IL COMPORTAMENTO DELL'OUTPUT VEDERE TABELLA DI VERITÀ SOPRA)

← NON SONO SICURO DELL'ACCURATEZZA DI QUESTO

IN PRATICA ALL'AVVIO QUANDO LE 2 f SONO DIVERSE IN USCITA HO UN SEGNALE PROPORZIONALE ALLA DIFFERENZA DELLE 2 FREQUENZE

COME IMPLEMENTARE LA SOMMA NEI PFD (QUELLA DELL'OUTPUT)





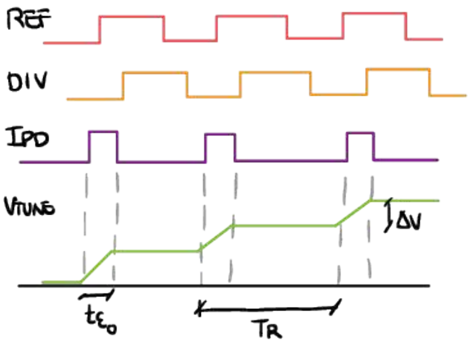
È LA BASE DEI PLL CHARGE PUMP

FANNO UNA SOMMA CON LA CORRENTE E PROVVEDONO ALTA IMPEDENZA D'USCITA.
GRAZIE QUESTO POSSIAMO CONNETTERE C DIRETTAMENTE ALL' USCITA PER FARE L'INTEGRATORE SENZA L'USO di OP-AMP.

DERIVIAMO IL MODELLO EQUIVALENTE

Consideriamo di applicare $t_{\varepsilon\emptyset}$ step al tempo $\emptyset$ E DERIVIAMO IL VALORE $\varphi_{\varepsilon\emptyset}$

$$\varphi_{\varepsilon\emptyset} = \frac{2\pi}{T_R} t_{\varepsilon\emptyset} \quad \rightarrow \text{FACCIAMO LAPLACE} \quad \varphi_\varepsilon(s) = \frac{\varphi_{\varepsilon 0}}{s}$$



$$C = \frac{dV}{dQ} \qquad i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\Delta V = \frac{t_\varepsilon \cdot I_{P0}}{C}$$

LIMITE CHE NON SI PUÒ SUPERARE PER QUESTIONI DI STABILITÀ
XÈ ALLA FINE IL PLL È UN SISTEMA CHE FUNZIONA A SWITCHING.

• GARDNER'S LIMIT $\quad BW_{PLL} < \dfrac{F_{REF}}{2}$

APPROSSIMIAMO $V_{TUNE}(t)$ COME UNA RAMPA

$$V_{TUNE}(t) \simeq \frac{\Delta V}{T_R} t = \frac{t_{\varepsilon 0} \cdot I_{P0}}{C \cdot T_R} \cdot t$$

RICORDIAMOCI LA RELAZIONE TRA FASE E FREQUENZA, OTTENIAMO QUINDI: $\dfrac{t_\varepsilon}{T_R} = \dfrac{\varphi_{\varepsilon 0}}{2\pi}$ E QUINDI

$$V_{TUNE}(t) = \frac{I_{P0}}{C} \frac{\varphi_{\varepsilon 0}}{2\pi} \cdot t$$

Se facciamo la trasformata di Laplace del segnale

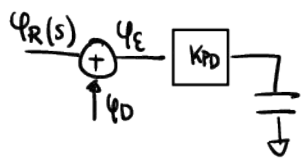
$$V_{TUNE}(s) = \frac{I_{P0}}{C} \frac{\varphi_{\varepsilon 0}}{2\pi} \cdot \frac{1}{s^2} = \underbrace{\left(\frac{I_{P0}}{2\pi}\right)}_{K_{PD}} \underbrace{\left(\frac{1}{sC}\right)}_{Z(s)} \underbrace{\left(\frac{\varphi_{\varepsilon 0}}{s}\right)}_{\text{INPUT STEP}}$$

INPUT STEP $\varphi_\varepsilon(s) = \varphi_{\varepsilon 0}/s$

$Z(s)$ IMPEDENZA CONNESSA ALLA CHARGE PUMP

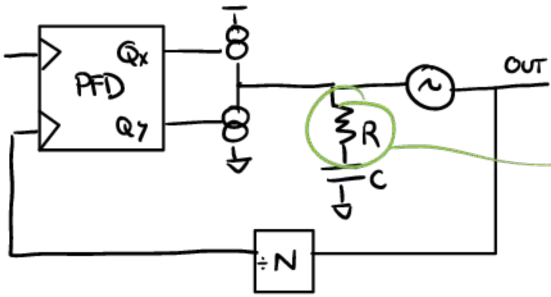
LA FDT sarà

$$\frac{V_{TUNE}(s)}{\varphi_\varepsilon(s)} = \left(\frac{I_{P0}}{2\pi}\right)\left(\frac{1}{sC}\right) = K_{PD} \cdot Z(s)$$



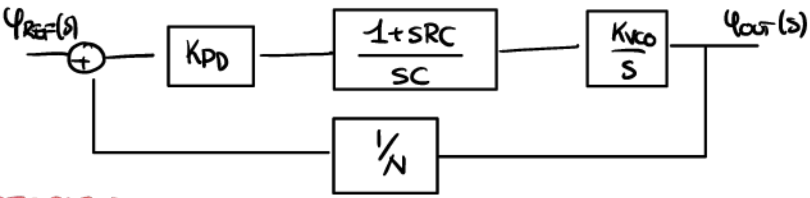
IMPLEMENTIAMO IL SISTEMA PRATICO

SISTEMA COMPLETO CP-PLL CON PFD.



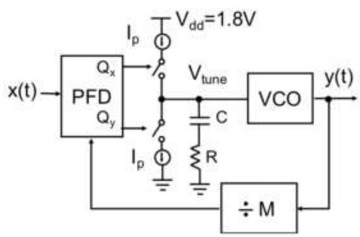
R AGGIUNGE UNO ZERO PER STABILITÀ

CONSIDERATO IL MODELLO



ESERCIZIO

T3.1. In the PLL in figure, the VCO has a free-running frequency of 3 GHz and a sensitivity of 300 MHz/V, with M = 100 and I_p = 0.1 mA.

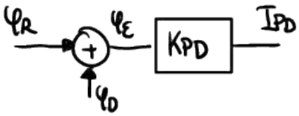


a. Derive the linear equivalent model of the PLL and the values of R and C to have closed-loop poles at 10 kHz and at 45 degrees on the Gauss plane.
b. What is the contribution of the thermal noise of the resistor R to the spectrum of $y(t)$ at 1 MHz from the carrier? (Please provide the value in dBc/Hz)
c. Taking into account the contributions of a white phase noise of -140dBc/Hz affecting the reference $x(t)$ and the thermal noise of R, plot the spectrum of $y(t)$ (Please provide the relevant values on the x and y axes).

a) La free running frequency del VCO = 3GHz e $K_{VCO} = 2\pi 300MHz/V$ e $I_{P0} = 100\mu A$

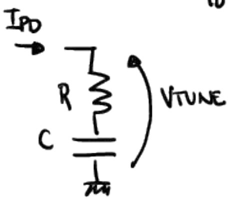
MODELLO LINEARE NEL PHASE DOMAIN

- PFD+CP



$$K_{PD} = \frac{I_{PD}}{\varphi_E} = \frac{I_{PD}}{2\pi}$$

- FILTRO



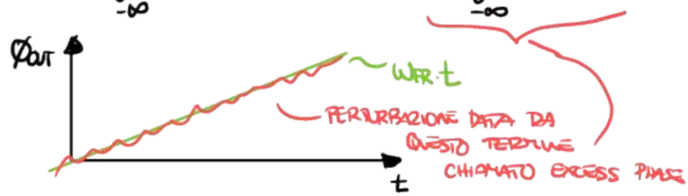
$$\frac{V_{TUNE}(s)}{I_{PD}(s)} = Z(s) = \frac{(1+sRC)}{sC}$$

la esprimiamo sempre in Laplace

- VCO:

$$\omega_{OUT} = \omega_{FR} + K_{VCO} V_{TUNE}$$

FASE D'USCITA : $\phi_{OUT} = \int_{-\infty}^{t} \omega_{out}(t)\,dt = \omega_{FR} \cdot t + K_{VCO}\int_{-\infty}^{t} V_{TUNE}(t)\,dt$

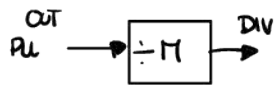


A NOI CI INTERESSA SOLO L'EXCESS PHASE E QUINDI prendiamo la trasformata di laplace dell'excess phase

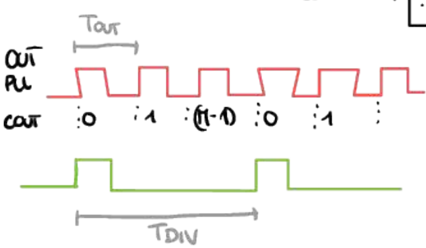
$$\varphi_{OUT}(s) = \frac{K_{VCO}}{s} V_{TUNE}(s)$$

LA FDT SARÀ $\frac{\varphi_{OUT}(s)}{V_{TUNE}(s)} = \frac{K_{VCO}}{s}$

- Frequency divider



È UN CONTATORE MODULO M



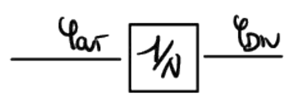
$$T_{OUT} = \frac{T_{DIV}}{N}$$

$$F_{OUT} = N F_{DIV}$$

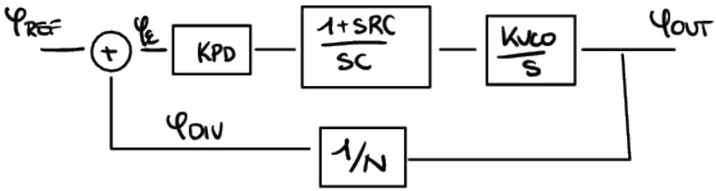
IN LAPLACE $\varphi(s) = \frac{1}{s}\omega(s)$

$$\frac{\varphi_{DIV}(s)}{\varphi_{OUT}(s)} = \frac{\partial F_{DIV}}{\partial F_{OUT}} = \frac{1}{N}$$

MODELLO DERIVATO È UN LINEAR GAIN



MODELLO COMPLETO



DIMENSIONIAMO R e C PER AVERE I POLI A CIRCUITO CHIUSO $\omega_0 = 10KHz \cdot 2\pi$ e a 45° GRADI SUL PIANO DI GAUSS., IL CHE VUOL DIRE $\zeta = \sqrt{2}/2 = \frac{1}{2Q}$

$$G_{LOOP}(s) = K_{PD} \cdot \frac{1+sRC}{sC} \cdot \frac{K_{VCO}}{s} \cdot \frac{1}{N} = \frac{K(1+s\tau_z)}{s^2}$$

$\tau_z = RC$

$K = \frac{K_{PD} \cdot K_{VCO}}{C \cdot N}$

Vogliamo i poli di loop chiuso, quindi

$$1 + G_{LOOP}(s) = \emptyset$$

$$1 + \frac{K(1+s\tau_z)}{s^2} = \emptyset \rightarrow s^2 + sK\tau_z + K = \emptyset$$

Tiriamo fuori l'espressione canonica e la compariamo $\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{s}{\omega_n Q} + 1 = \emptyset$

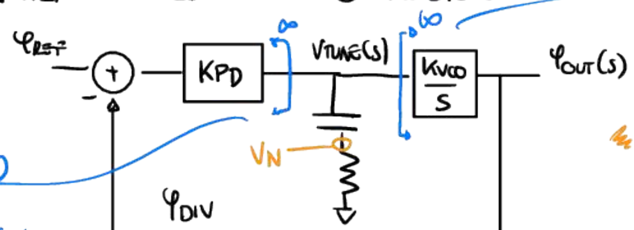
Perciò $\frac{s^2}{K} + s\tau_z + 1 = \emptyset$

$$K = \frac{K_{pd} \cdot K_{vco}}{C \cdot N} = (2\pi\, 10KHz)^2 \longrightarrow C = 76nF$$

$$\tau_z = RC = \frac{2 \cdot \zeta}{\omega_n} \longrightarrow R = \frac{2 \cdot \zeta}{\omega_n C} = 296\,\Omega$$

b) $\mathcal{L}(\Delta f = 1MHz)$ dato dal rumore del resistore

L'impedenza del Vco è ∞



← RUMORE DELLA RESISTENZA

L'impedenza del PD è ∞ perché è l'uscita della charge pump.

$$V_{TUNE}(s) \simeq V_n(s)$$

RICAVIAMO LA FDT

$$\frac{\varphi_{OUT}(s)}{V_{TUNE}(s)} = \left(\frac{K_{VCO}}{s}\right) \cdot \frac{1}{1+G_{LOOP}(s)}$$

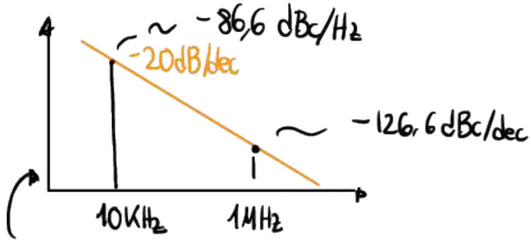
CI INTERESSA L SCRIPT DELL OUTPUT

rumore della resistenza

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{1}{2} S_\varnothing^{SSB}(f) = \frac{1}{2} \cdot (4KTR) \cdot \underbrace{\left|\frac{K_{VCO}}{2\pi f}\right|^2 \cdot \left|\frac{1}{1+G_{LOOP}(j2\pi f)}\right|^2}_{FDT}$$

Possiamo dividere in 2 e valutare in 2 parti

$$\frac{1}{2} 4KTR \cdot \left|\frac{K_{VCO}}{2\pi f}\right|^2 \quad e \quad \left|\frac{1}{1+G_{LOOP}(s)}\right|^2$$



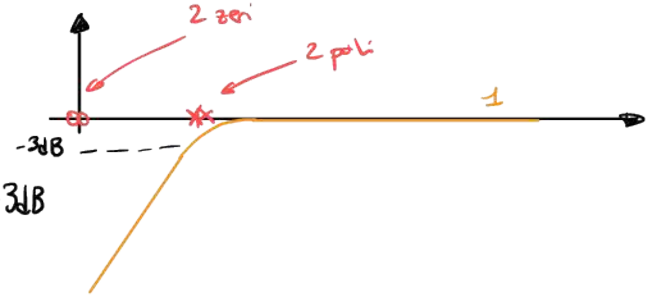
$$\mathcal{L}_{dB} = 10\log\left(\frac{1}{2} 4KTR \left|\frac{K_{VCO}}{2\pi f}\right|^2\right)$$

al posto di $2\pi f$ lui ha messo 1MHz
Non so xe !!

è poi

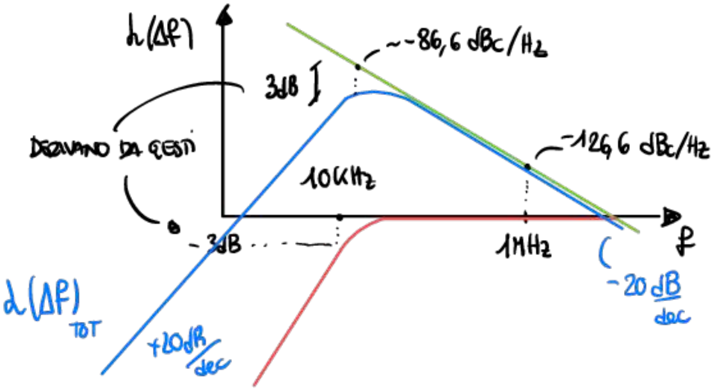
$$\frac{1}{1+G_{LOOP}(s)} = \frac{s^2}{s^2 + sK\tau_2 + K} = \frac{s^2}{s^2 + s\omega_n 2\zeta + \omega_n^2}$$

$$\left|\frac{1}{1+G_{LOOP}(j2\pi f)}\right|$$



$$\left|\frac{1}{1+G_{LOOP}(j2\pi\omega_n)}\right| = \frac{1}{2\zeta} = \frac{\sqrt{2}}{2} = -3dB$$

$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{1}{2} 4KTR \cdot \left|\frac{K_{VCO}}{2\pi f}\right|^2 \cdot \left|\frac{1}{1+G_{LOOP}(j2\pi f)}\right|^2$$



$\mathcal{L}(\Delta f = 1MHz) = -126\ dB/Hz$ dato da R

c) Leggerlo nei suoi fogli fatti online

22.03.2021 2h di lezione

CONTINUIAMO CON I TUTORIAL

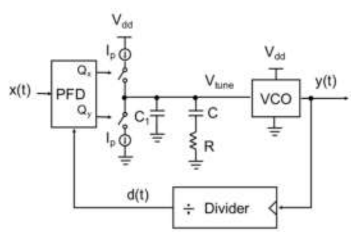
(è un PLL del terzo ordine e di tipo 2)

tipo: Numero di poli di G_{LOOP} nell'origine

ordine: numero di poli

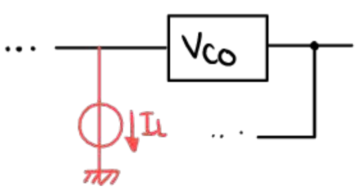
$\Delta f_y = 1MHz$

In the PLL in figure, V_{dd} = 3V, R = 1.6 kΩ, C = 100 nF. The PLL should synthesize all the frequencies from 1900 to 2100 MHz in steps of 1 MHz.



a. Describe the behavior of the circuit in the case of a constant current drained from the VCO input and describe the steady state condition of the PLL.
b. If this leakage current is 100 nA (assuming it is much smaller than the charge-pump current), set the value of C_1 to limit the spur in the output spectrum to -50 dBc, and derive the minimum K_{vco} to cover the whole frequency range with the given supply voltage.
c. Calculate the cross-over frequency of the loop gain that maximizes the phase margin. Derive the value of the maximum phase margin and the charge-pump current I_p.

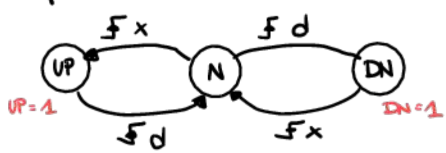
a)

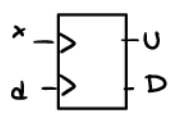


Vediamo così il punto a

INFO...

IL PFD È UN CIRCUITO A 3 STATI E OGNI VOLTA CHE ABBIAMO IL CAMBIO DI UNO DEGLI INPUT CAMBIAMO STATO



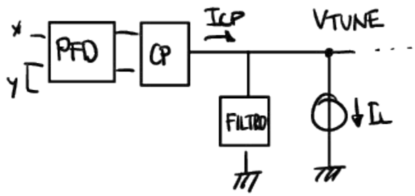


[se ricevo prima un fronte di x vado in UP e torno in neutral quando ho il fronte di D, nel caso inverso ho il contrario]

Se faccio la differenza tra UP e DN la media della differenza dipende da te.

Inoltre se i fronti di salita sono allineati ho sempre zero in output sia in UP che in DN ed è uno dei vantaggi di usare questi PFD. Xe` in questo caso non è solo $\langle V_{PD}\rangle = \emptyset$ ma ho proprio zero e questo significa che non ho ripple.
Per fare la differenza tra UP e DN utilizzo il circuito di charge pump.

Riprendiamo l'esercizio



Se $I_L = \emptyset$: @ STEADY STATE $\omega_y = N \cdot \omega_x$

IMPORTANTE!!

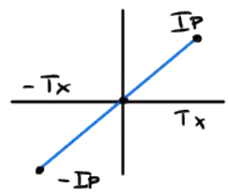
IN UN INTEGER N-PLL E SAPPIAMO CHE
$$\omega_{OUT} = N \cdot \omega_{ref}$$
(IN CONDIZIONE DI LOCK)
IL PIÙ PICCOLO STEP DI N CHE POSSIAMO FARE
$\Delta N = 1$ e quindi $\Delta\omega_{OUT} = \omega_{ref}$

Sappiamo che

$$\Delta f_y = 1\,MHz \rightarrow f_x = 1\,MHz \qquad N = 1900 \div 2100$$

Sappiamo poi che V_{TUNE} = COSTANTE e dato questo la corrente in media che scorre nel filtro deve essere 0 $\langle I_F\rangle = \emptyset$ (questo deriva dal fatto che il filtro è un LPF e quindi Z va a inf in DC e quindi per avere $V_{TUNE} = \emptyset$ devo avere $\langle I_F\rangle = \emptyset$)

DATO CHE $\langle I_F\rangle = \emptyset \rightarrow \langle I_{CP}\rangle = \emptyset$ che è come dire che $t_\varepsilon = \emptyset$



SE $I_L \neq 0$? @ STEADY STATE

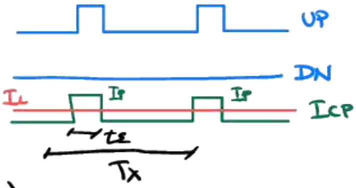
Significa che $\langle I_{CP}\rangle = I_L$ dobbiamo compensare questa corrente di leakage.

Cosa non collegata: Quando facciamo il modello lineare del PLL quel modello è anche chiamato average-model or Continuous Time model perché noi studiamo unicamente le medie dei segnali. Questo è vero finché il filtro passabasso è stretto abbastanza (GARNER'S LIMIT che dice che il modello è valido se la PLL BW è < fref/10 o fref/20) (il filtro deve essere in grado di filtrare abbastanza bene il ripple del PD)
(Per PLL BW intende i poli a circuito chiuso

Dato che $\langle I_{CP}\rangle = I_L$ allora $t_\varepsilon \neq \emptyset$.

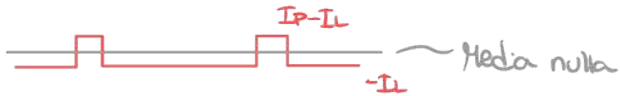
Possiamo ricavare dalla caratteristica : $t_\varepsilon^* = \dfrac{I_L}{I_P} \cdot T_x$ pendenza

Questo risultato può essere ricavato anche in un altro modo. Infatti se la CP deve produrre una $\langle I_{CP}\rangle \neq \emptyset$ allora devo avere un segnale di UP $\neq 0$ mentre quello di DOWN è $\emptyset$. Otteniamo quindi un I_{CP} ad onda quadra la cui media la conosciamo ed è I_L

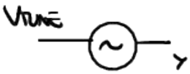


$$\underbrace{I_L \cdot T_x}_{\text{leakage charge}} = \underbrace{I_P \cdot t_\varepsilon^*}_{\text{charge pump charge}} \longrightarrow t_\varepsilon^* = \frac{I_L}{I_P} \cdot T_x$$

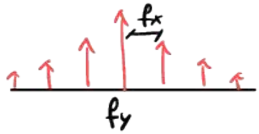
b)
La corrente nel filtro è zero ma di media, in particolare è



Visto che $I_F(t)$ è periodico di periodo T_x anche V_{TUNE} sarà periodico di periodo T_x



PERIODIC FM MODULATION



Noi vogliamo che

DATO DELL'ESERCIZIO

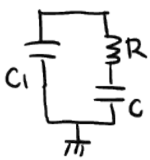
$$\mathcal{L}(\Delta f = f_x) = -50\,dBc = 10 \log_{10} \frac{P(f_y + f_x)}{P(f_y)}$$

ma noi sappiamo anche che

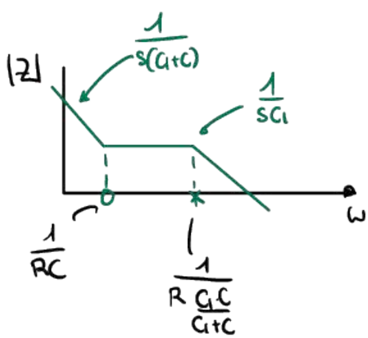
$$\mathcal{L} = \frac{S_{\varphi_y}}{2} \longrightarrow S_{\varphi_y} \leq -47\,dBc \quad \leftarrow \text{xè } \mathcal{L}_{dBc} = \mathcal{L} - 3dB \text{ (Controllare su appunti prof)}$$

Sappiamo che

$$Z(s) =$$



$=$



$\omega \to 0$ (le impedenze dei condensatori vanno a $+\infty$) $\simeq$

$\frac{1}{s(C_1+C)} \simeq Z$

$\omega \to \infty$ (le impedenze dei condensatori vanno a $\emptyset$) $=$

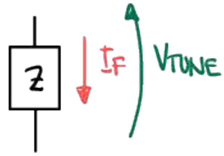
$Z \simeq \frac{1}{sC_1}$

(???)

Perciò

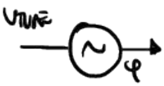
$$Z(s) = \frac{1}{s(C_1+C)} \cdot \frac{1 + s\tau_z}{1 + s\tau_p} \qquad \tau_z = \frac{1}{\omega_z} \quad \tau_p = \frac{1}{\omega_p}$$

Allora



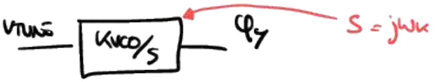
Vogliamo ricavare la prima armonica di V_{TUNE} in modo da ricavare l'$\mathcal{L}$ script.

(Ricordiamo che I_F è periodica di periodo T_x (freq f_x))



$$V_{TUNE} = V_{TUNE0} + V_{TUNE}^{(1)} \cos(\omega_x t) + \dots$$

Ricordiamo che $\omega_y = \omega_{fr} + K_{VCO} V_{TUNE}$ e che $\phi_y = \int_{-\infty}^{t} \omega_y(t')\,dt'$ e ricaviamo



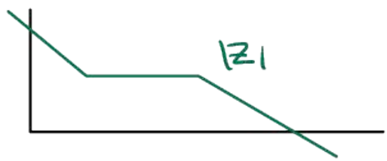
Se usiamo questo modello otteniamo che $\varphi_y' = \frac{K_{VCO}}{j\omega_x} \cdot V_{TUNE}^{(1)}$

Perciò $S_{\varphi_y}(\omega_x) = \frac{K_{VCO}^2}{\omega_x^2} \cdot S_{V_{TUNE}}(\omega_x)$

Noi non sappiamo $S_{V_{TUNE}}$!!!

Vogliamo soltanto la prima armonica di V_{TUNE}.

Noi conosciamo $I_F(t)$ e anche $Z(s)$!! Possiamo calcolare l'ampiezza di prima armonica di V_{TUNE}



Ci sono 2 possibilità: 1 facile e una difficile

1) Ricaviamo $V_{tune}(t)$ come funzione di $I_F(t)$ integrata ecc e poi calcoliamo la prima armonica (difficile)

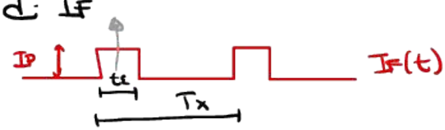
2) Calcoliamo la prima armonica di I_F ($I_F^{(1)}$) e poi scrivere $V_{tune}^{(1)}$ come

$$V_{TUNE}^{(1)} = I_F^{(1)} |Z(j\omega_x)|$$

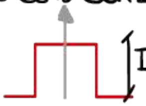
e poi

$$S_{V_{TUNE}}(\omega_x) = |Z(j\omega_x)|^2 \cdot S_{I_F}(\omega_x)$$

Per calcolare la prima armonica dobbiamo calcolare il coefficiente di Fourier di I_F



Se consideriamo solo una ripetizione



$A_0 \,\text{rect}\left(\frac{t}{\Delta t}\right)$ allora la trasformata di Fourier sarà

$A_0 \Delta t \,\text{sinc}(\Delta t \cdot f)$

Se adesso lo rendiamo periodico (formule di Fourier)

$$\gamma_N = \frac{1}{T} F_T\{f_T(f)\}\Big|_{f=\frac{n}{T}} = \frac{1}{T} A_0 \Delta t \,\text{sinc}\left(\Delta t \cdot \frac{n}{T}\right)$$

Perciò il primo coefficiente sarà

$$\frac{1}{T_X}\cdot I_P \cdot t_\varepsilon \,\text{sinc}\left(\frac{t_\varepsilon}{T_X}\right) \qquad \text{quindi} \qquad \gamma_1 \simeq \frac{1}{T_R} I_P \cdot t_\varepsilon$$

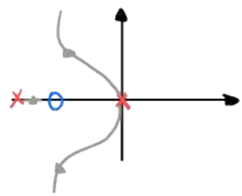
Perciò

$$S_{\varphi_Y}(\omega_X) = \frac{K_{VCO}^2}{\omega_X^2}\cdot S_{SPURIE}(\omega_X)$$

VEDERE GLI APPUNTI DEL PROF PRESI A MANO NON È FINITA QUI!!

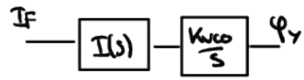
23.03.2021 3h

Nell'esercizio di ieri il luogo delle radici è



$$\frac{I_F^{(1)}}{2} = \frac{1}{T_X}\cdot I_P \cdot t_\varepsilon \cdot \text{sinc}\left(\frac{t_\varepsilon}{T_X}\right)$$

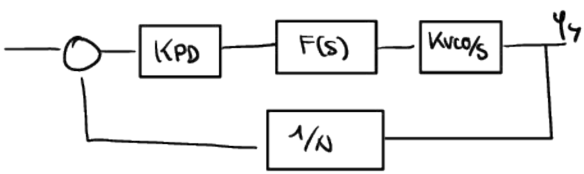
$$= I_P \cdot D \cdot \text{sinc}(D) \qquad \text{con } D = \text{duty cycle}$$



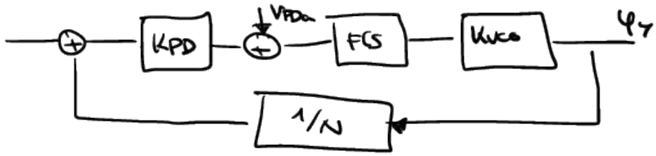
Perciò

$$S_{\varphi_Y}(\omega_X) = \frac{K_{VCO}^2}{\omega_X^2}\cdot|Z(j\omega_X)|^2\cdot \underbrace{\frac{[I_F^{(1)}]^2}{2}}_{S_{IF}}$$

Per avere φ_Y abbiamo studiato il loop aperto, perché non ha senso perché con il loop chiuso otteniamo la forma di ICP ma noi lo abbiamo già.



$$\varphi_Y = \frac{K_{VCO}}{s}\cdot F(s)\cdot V_{PD}(s)$$



$$\varphi_Y = \frac{K_{VCO}/s \cdot F(s)}{1 + LG(s)} \cdot V_{PDa}(s)$$

La divisione per 1+LG(s) vale solo quando mettiamo qualcosa nel loop.

$$D = \frac{t_\varepsilon^*}{T_x} = \frac{I_L}{I_P}$$

- $I_D^{(1)} = 2 I_P \cdot D \cdot \frac{\sin \pi D}{\pi D} = \frac{2}{\pi} I_P \cdot \sin \pi \frac{t_\varepsilon^*}{T_x}$

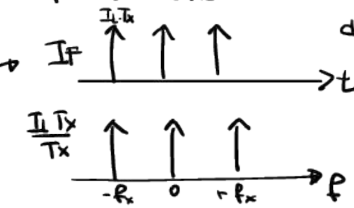
$$\simeq \frac{2}{\pi} I_P \cdot \pi \frac{I_L}{I_P} = 2 I_L$$

La prima armonica di I_P

il 2 c'è perché entra qualcosa l'ampiezza del coseno

e quindi l'ampiezza del coseno è $2I_L$

Si potrebbe dirlo subito della trasformata di una serie di delta



approssimiamo i rect a delta se i tempi ce lo permettono

un treno di delta nel dominio nel tempo ha una trasformata $\frac{1}{T_x} \sum \delta(f - 1/T_x)$

- $|Z(j\omega_x)| \simeq \frac{1}{\omega_x C_1}$ $\omega \gg \omega_p$

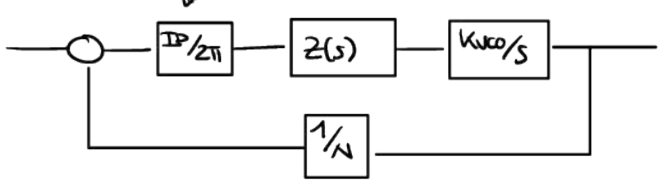
$$S_{\varphi_Y}(\omega_x) \simeq \underbrace{\frac{K_{VCO}^2}{\omega_x^2}}_{|T_{VCO}|^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{\omega_x^2 C_1}}_{|Z(j\omega_x)|} \cdot \frac{4 \cdot I_L^2}{2}$$

$$K_{VCO} = 2\pi \cdot \Delta f_{VCO} / V_{DD} = 419 \text{ Mrad/Vs}$$

(Rivedere la lezione volà)

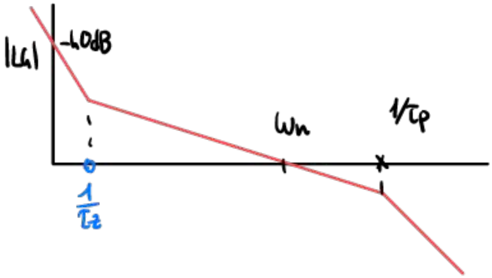
e quindi $C_1 = \frac{K_{VCO}}{\omega_x^2} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I_L}{\sqrt{S_{\varphi_Y}}} = 334\,pF$

PUNTO c)



$$LG(s) = \frac{I_P}{2\pi} \cdot \frac{K_{VCO}}{N} \cdot \frac{1}{s} \cdot \boxed{\frac{1}{s(C_1+C)} \cdot \frac{1+s\tau_z}{1+s\tau_p}}$$

$\tau_z = RC$ $\tau_p = \frac{R C_1 C}{C + C_1}$



In approssimazione assintotica

$\omega_n \gg 1/\tau_z \,, \quad \omega_n \ll 1/\tau_p$

allora riscriviamo LG nella zona a -20 dB/dec

Sappiamo che l'impedenza in questa zona vale

$$\frac{R \cdot C}{C_1 + C}$$

Perciò poi facciamo $|LG(j\omega_n)| = 1$

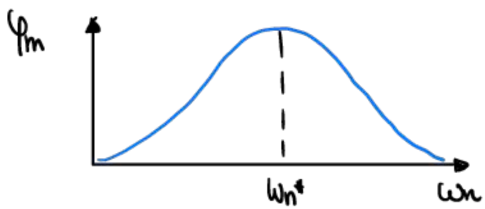
$$1 = \frac{I_P}{2\pi} \cdot \frac{K_{VCO}}{N} \cdot \frac{1}{j\omega_n} \cdot R \cdot \frac{C}{C_1 + C} \longrightarrow \omega_n = \frac{I_P}{2\pi} \cdot \frac{K_{VCO}}{N} \cdot R \cdot \frac{C}{C + C_1}$$

e abbiamo ottenuto ω_n in funzione di parametri

- il margine di fase sarà:

$$\varphi_m = \arctan\left(\frac{\omega_n}{\omega_z}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_n}{\omega_p}\right)$$

Vogliamo massimizzare φ_m come funzione di ω_n.



Possiamo massimizzare la funzione studiando

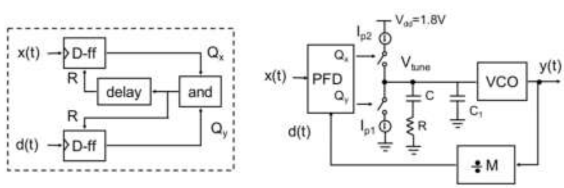
$$\frac{d\varphi_m}{d\omega_n} = \frac{1}{\omega_z} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_n}{\omega_z}\right)^2} - \frac{1}{\omega_p} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_n}{\omega_p}\right)^2} = 0$$

OTTENIAMO CHE

$$\omega_n^* = \sqrt{\omega_z \omega_p}$$

ALTRO ESERCIZIO

T3.3. In the PLL in figure, we are using a *modified* PFD schematic which is shown inside the dashed box. Unlike a conventional PFD, the block "delay" after the "and" gate introduces a delay t_d in the reset signal of just one of the two D-type flip-flops.



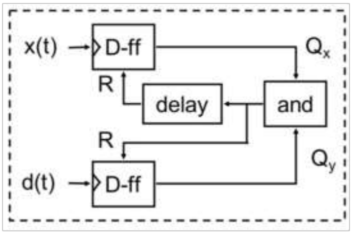
a. Derive and plot the input-output characteristic of the PFD (i.e. input phase vs. output average voltage), drawing the voltage waveforms of all PFD nodes (x, d, Q_x, Q_y, R) for both positive and negative input phase delays. Explain whether the PFD acts as a phase and frequency detector.

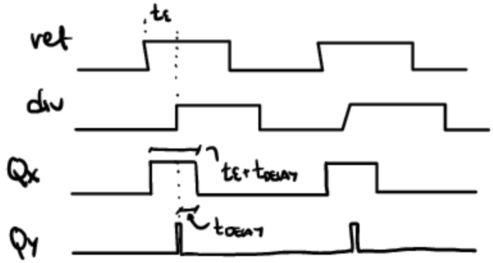
b. Using the PFD in the PLL in figure, where $K_{VCO}/2\pi$ = 20 MHz/V, I_P = 8 mA, f_x = 2 MHz, t_d = 2 ns, M = 1024, calculate the time delay between $x(t)$ and $d(t)$ at steady state.

c. Set the values of R, C, and C_1 to have (i) a maximum spurious tone at y output with -70 dBc level, (ii) a cross-over frequency of the loop gain at 20 kHz and (iii) phase margin of 60 degrees.

d. Keeping the same values of K_{VCO}, I_P, f_x, t_d, M and the same stability margin, which one of the design parameters you would modify to reduce the level of the reference spur? Illustrate the inherent drawbacks of your choice.

Abbiamo che





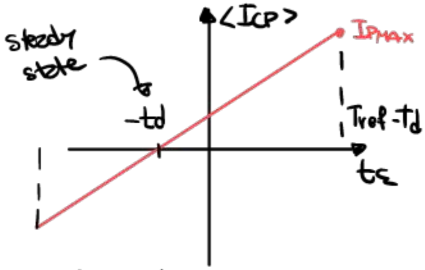
tdelay = td

Tempo del delay

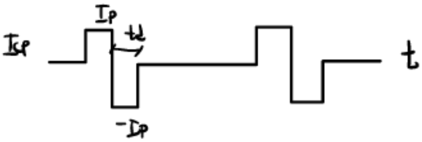
La caratteristica sarà

- $t_\varepsilon = \emptyset$

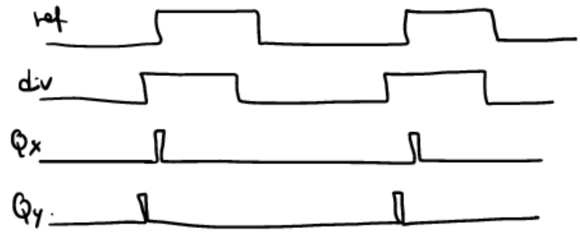
$$\langle I_{CP} \rangle = I_P \cdot \frac{t_d}{T_{ref}}$$



Se controllo un PFD così la corrente sarà



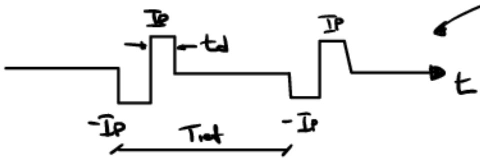
CASO $t_\varepsilon = -t_d$



L'impatto di questo PFD è che a $\emptyset$ abbiamo sempre una reference spur

b) Non l'ha fatto (ma dovrebbe essere facile)

c) $I_{CP} = I_F(t)$



Stiamo a steady state $\langle I_{CP} \rangle = \emptyset$

Qual'è la prima armonica di questo segnale? sarà più grande o più piccola di una ad onda quadra

Approssimiamo con 2 delta

centriamo i delta nei rect così sono distanti td

$$I_F(t) \approx Q \sum \delta(t - nT_{ref}) - Q \sum \delta(t - nT_{ref} + t_d)$$

nella trasformata di fourier sappiamo che

$$\mathcal{F}[I_F(t)] = \underbrace{\frac{Q}{T_{ref}} \cdot \sum \delta\left(f - \frac{n}{T_{ref}}\right)}_{\text{Trasformata di un treno}} \left[-1 + \underline{e^{-j2\pi f t_d}}\right]$$

Il ritardo trasformato con laplace

Se il delay è piccolo abbastanza allora $-1 + e^{-j2\pi f t_d}$ diventa

$e^x \simeq 1 + x$ e quindi $\simeq j 2\pi f t_d \big|_{con\ f = \frac{n}{T_{REF}}}$

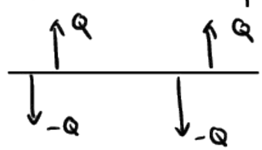
il totale risultato sarà

$$\sum \frac{I_P t_d}{T_{ref}} \cdot j \cdot 2\pi \cdot \frac{n t_d}{T_{ref}} \cdot \delta\left(f - \frac{n}{T_{ref}}\right)$$ è la trasformata di fourier

noi siamo interessati solo alla prima armonica

$$I_F^{(1)} = 2 \cdot \underbrace{\frac{I_P \cdot t_d}{T_{ref}}}_{\frac{Q}{T_{ref}}} \cdot \underbrace{\frac{2\pi t_d}{T_{ref}}}_{\omega_{ref} \cdot t_d}$$

Sono questi ed è evidente perché



è come se avessimo una derivata del treno d'impulsi

$$= 2 I_p \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{t_d}{T_{ref}}\right)^2$$

Nel caso prima con un singolo impulso avevamo
$$2 I_{P0} \cdot D \cdot \underbrace{\text{sinc} D}_{\simeq 1}$$

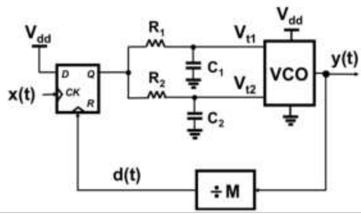
Poi

$$d(\omega_{ref}) = \frac{S_\varphi}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{K_{VCO}}{\omega_{ref}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\omega_{ref} C_1}\right)^2 \cdot \frac{[I_F^{(1)}]^2}{2}$$

Se non ho il PLL Tipo 2 non è detto che la corrente deve essere $\varnothing$
Nel caso del tipo 1 abbiamo una V_{TUNE} dove $\langle I_{CP} \rangle \cdot Z$ deve dare V_{TUNE} (se ho una charge pump)

Nella pratica tutti i PLL hanno un blocco di delay in modo da evitare la dead zone cioè una zona attorno a $t_\varepsilon = 0$ in cui gli impulsi sarebbero troppo veloci per i transistor da seguire. Un PFD senza delay ha una caratteristica del tipo

Let V_{dd} = 1.8V, R_1 = 1 kΩ, C_1 = 300 pF, R_2 = 10 kΩ, C_2 = 120 nF, $x(t)$ a 10-MHz periodic signal and M = 135. The D flip-flop has rails 0 and V_{dd}, and synchronous reset (clock samples data even when reset is "1"). The VCO has two tuning voltages V_{t1} and V_{t2}, which varies linearly VCO frequency, and a free-running frequency of f_{fr} = 1200 MHz at V_{t1} = V_{t2} = 0.

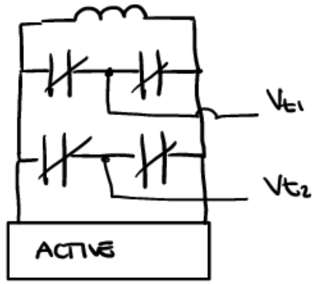


a. After deriving the continuous-time phase model of the system, compute the VCO tuning frequency ranges through control voltages V_{t1} and V_{t2} (when varied from 0 to V_{dd}) to set the unity-gain bandwidth of loop gain equal to 100 kHz and phase margin equal to 60 degrees.

b. What is the value of V_{t1} and V_{t2} at steady state? Calculate the delay relationship between $x(t)$ and $d(t)$ in seconds at steady state.

c. Do you expect any reference spur? If so, compute the level of the spurious tone in the spectrum of $y(t)$ in dBc.

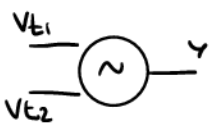
il VCO in questo caso potrebbe essere fatto così



a) La caratteristica del flip flop è

$$K_{PD} = \frac{V_{PD}}{\varphi_\varepsilon} = \frac{V_{DD}}{2\pi}$$

• il VCO

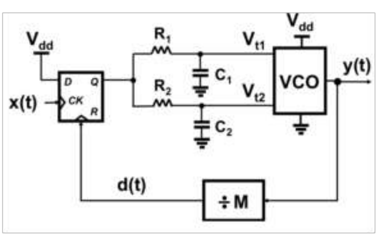


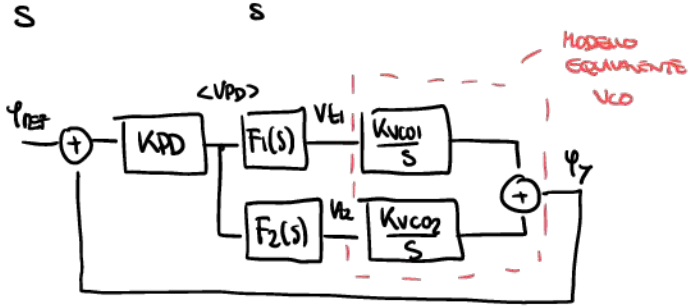
$$\omega_{OUT} = \omega_{fr} + K_{VCO1} V_{t1} + K_{VCO2} V_{t2}$$

↓ LAPLACE

$$\varphi_{OUT} = \frac{K_{VCO1}}{s} V_{t1}(s) + \frac{K_{VCO2}}{s} V_{t2}(s)$$

• IL MODELLO DEL SISTEMA È





$$F_1(s) = \frac{1}{1+sR_1C_1} \qquad F_2 = \frac{1}{1+sR_2C_2}$$

$$LG(s) = K_{PD} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{K_{VCO1}}{1 + sR_1C_1} + \frac{K_{VCO2}}{1 + sR_2C_2} \right]$$

$$= \frac{K_{PD}}{N} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K_{VCO1}(1+sR_2C_2) + K_{VCO2}(1+sR_1C_1)}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)}$$

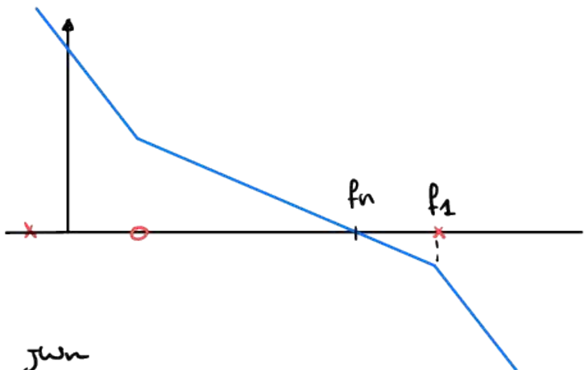
$\tau_1 = R_1C_1$
$\tau_2 = R_2C_2$

$$= \frac{K_{PD}}{N} \cdot \frac{K_{VCO1} + K_{VCO2}}{s} \cdot \frac{1 + s\,\dfrac{K_{VCO1}\tau_2 + K_{VCO2}\tau_1}{K_{VCO1} + K_{VCO2}}}{1 + s(\tau_1 + \tau_2) + s^2\tau_1\tau_2}$$

3° ordine e 1° tipo PLL (lo zero viene dai 2 path in parallelo)

$R_1C_1 = 300nS$ $\quad$ $R_2C_2 = 1{,}2mS$

$f_1 \cong 531\ KHz$ $\quad$ $f_2 \cong 133Hz$ ← molto basso lo consideriamo quasi all'origine quindi facciamo sempre di -40dB



noi vogliamo $f_n = 1KHz$

dobbiamo mettere lo zero

Approssimazione asintotica

$\omega_n \gg \omega_2 \quad s\tau_2 \gg 1$

$\omega_n \ll \omega_1 \quad s\tau_1 \ll 1$

$\omega_n \gg \omega_z \quad s\tau_z \gg 1$

$$LG(s) \cong \frac{K_{PD}}{N} \cdot \frac{K_{VCO1} + K_{VCO2}}{\omega_n} \cdot \frac{1 + s\tau_z}{(1 + s\tau_1) \quad (1 + s\tau_2)}$$

$$LG(j\omega_n) = \frac{K_{PD}(K_{VCO1} + K_{VCO2})}{N} \cdot \frac{1}{\omega_n} \cdot \frac{K_{VCO1}\tau_2 + K_{VCO2}\tau_1}{\tau_2(K_{VCO1} + K_{VCO2})}$$

$$\omega_n = \frac{K_{PD}}{N}(K_{VCO1} + K_{VCO2}) \cdot \frac{\omega_2}{\omega_z}$$

e poi voglio $\varphi_m = 60°$ (dato che il primo polo è molto basso facciamo come in un tipo 2)

$\varphi_m = \operatorname{atan}\left(\frac{\omega_n}{\omega_z}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega_n}{\omega_2}\right) = 60°$ → e ricaviamo ω_z

$W_Z = 2\pi \cdot 35K\ rad/s \longrightarrow f = 35KHz$ per avere $\varphi_m = 60°$

Poi dato W_Z andiamo nell'espressione di ω_n e ricaviamo K_{VO1}, K_{VO2}

Nelle soluzioni c'è scritto $\Delta f_{VCO1}, \Delta f_{VCO2}$ ricordiamo che $K_{VCO} = 2\pi \frac{\Delta f}{VDD}$

b) Nel loop convenzionale Vco e rilevato dalle free running frequency

> INFO
>
> TIPO - n : n POLI NELL'ORIGINE NEL G_{LOOP} (IMPORTANTE XÈ PIÙ IL TIPO È ALTO PIÙ RESPETTO GLI ERRORI TIPO QUELLO DEL GRADINO)
>
> ORDINE - m : m POLI NEL G_{LOOP}

29.03.2021 2h

CIRCUITI RISONANTI (PASSIVE NETWORK)

L'induttore è un elemento importantissimo xè ci può aiutare a creare una rete risonante

L'impedenza è:

$$Z = \frac{V}{I_g} = \frac{I_R \cdot R}{I_g} = R \cdot \underbrace{\frac{I_R}{I_g}}_{H(s)}$$

con $H(S) = \dfrac{1/R}{1/R + 1/SL + SC}$ e definiamo

$Q = \omega_0 RC$ con $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ allora possiamo riscrivere l'eq come

$$H(S) = \frac{S\omega_0/Q}{S^2 + S\,\omega_0/Q + \omega_0^2}$$

$2\zeta\omega_0$

LUOGO DELLE RADICI

Avremo che i poli sono

$P_1 P_2 = \omega_0^2$

$-(p_1 + p_2) = \omega_0/Q$

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$ POLE LOCATION

SMORZAMENTO $\quad \zeta = \dfrac{1}{2Q} = \dfrac{1}{2\omega_0 RC}$

Qual'è il significato del fattore Q?

1) è inversamente proporzionale allo smorzamento ζ

ζ SMALL $\longleftrightarrow$ Q LARGE $\longleftrightarrow$ IL SISTEMA TENDE A OSCILLARE

(capiamo quindi che Q è legato alla posizione dei poli nel luogo delle radici)

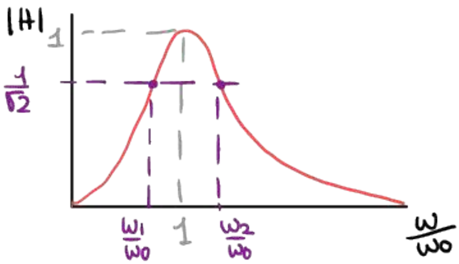
2) Se riscriviamo H(s) otteniamo

$$H(j\omega) = \frac{j\omega\,\omega_0/Q}{-\omega^2 + j\omega\,\omega_0/Q + \omega_0^2} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Se vogliamo calcolare il modulo, sarà

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\left|1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right|^2} = \frac{1}{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

Se imponiamo $|H(j\omega)| = 1/2$ cioè il passaggio a -3dB relativamente al picco



$$\frac{1}{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1$$

Perciò

$$\omega^2 \mp Q\omega_0\omega - \omega_0^2 = 0$$

$$\omega_{1,2} = \omega_0\left(\mp \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}\right)$$

Se adesso calcoliamo

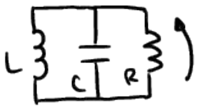
$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_0/2Q + \omega_0/2Q}{\omega_0} = \frac{\omega_0/Q}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

Questo significa che Q è la ratio tra la frequenza centrale e i -3dB bandwith della risposta in frequenza.

$$Q = \omega_0/\Delta\omega$$

3) Q ha anche un significato energetico.

Abbiamo definito $Q = \omega_0 RC$, consideriamo ora il circuito risonante



$v(t) = \mathrm{Re}\{\bar{V}e^{j\omega_0 t}\}$

L'energia immagazzinata dal circuito è $E_{STORED} = \frac{1}{2}L I_L^2(t) + \frac{1}{2}CV^2(t)$

C'è un momento (che si ripete periodicamente) nel quale $I_L = \emptyset$ e V è massima perciò possiamo scrivere l'energia in base al fasore di V

$$E_{STORED} = \frac{1}{2}C|\bar{V}|^2$$

Perciò Q si può scrivere come
$$Q = \omega_0 RC = \omega_0 \frac{\overbrace{\frac{1}{2}C|\bar{V}|^2}^{E_{STORED}}}{\underbrace{\frac{1}{2}\frac{|\bar{V}|^2}{R}}_{\text{POTENZA DISSIPATA}}}$$

Perciò Q è il rapporto tra energia e potenza dissipata in una rete risonante

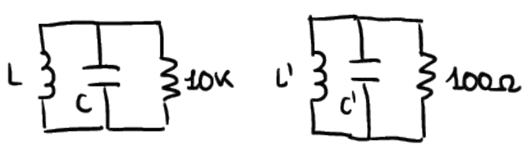
Questo può essere riscritto come

$$Q = 2\pi f_0 \cdot \frac{E_{STORED}}{E_{DISS\ IN\ UN\ CICLO} \cdot f_0} \rightarrow \text{Semplifico le } f_0 \rightarrow Q = 2\pi \frac{E_{STORED}}{E_{DISS\ IN\ 1\ CICLO}}$$

Q è anche 2π volte il rapporto tra l'energia immagazzinata e l'energia dissipata in un ciclo

ESEMPIO

$L'C' = LC$



il risonatore ideale in parallelo ha $R_p \rightarrow \infty$

Quale rete ha il Q più alto?

abbiamo la stessa tensione nelle 2 reti solo che quella con $R = 100\Omega$ consuma molta più corrente e quindi in un ciclo dissipa più energia.

MA ATTENZIONE! A noi ci interessa che l'energia immagazzinata sia molto più grande delle perdite, non ci interessano solo le perdite.

Ricordiamoci: $Q = \omega_0 RC$ noi vogliamo un alto RC quindi senza i valori di C non possiamo rispondere alla domanda di prima

> INFO:
>
> Se ricordiamo $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ allora $L = 1/\omega_0^2 C$ ricordando poiché
>
> $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ allora otteniamo $Q = R/\omega_0 L = \sqrt{C/L} \cdot R$

4) Q è legato anche all'amplificazione in risonanza

Possiamo avere amplificazione di V o I dato una rete passiva, quello che non possiamo avere è un amplificazione di potenza

$I_g(t)$ sinusoidale a f di risonanza. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Tutta $I_g(t)$ va in R in risonanza.

IN RISONANZA SAPPIAMO ANCHE CHE

$$|\bar{I}_C| = \omega_0 C \cdot |\bar{V}| = \omega_0 C \cdot \underbrace{|\bar{I}_g| \cdot R}_{\text{Legge di Ohm} = V}$$

RICORDIAMO Q, allora

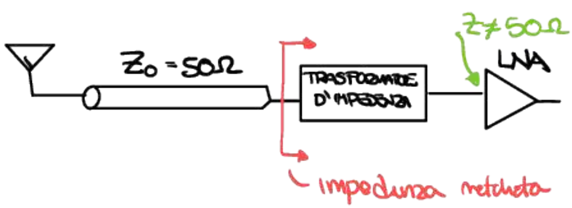
$$= Q \cdot |\bar{I}_g|$$

[Nel caso RLC serie $Q = 1/\omega_0 RC$ notiamo che abbiamo la stessa cosa solo per la tensione]

Perciò Q è l'amplificazione di corrente tra la corrente di input e la corrente nel condensatore/induttore

APPLICAZIONI

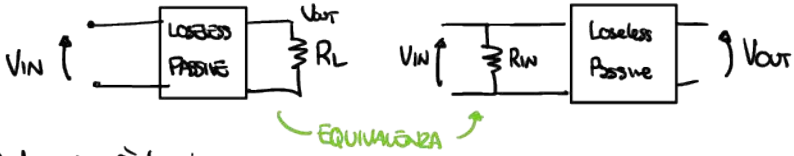
- TRASFORMAZIONI DI IMPEDENZA (MATCHING NETWORK)



Se vogliamo massimizzare la potenza trasmessa dobbiamo adattare l'impedenza

La rete di adattamento può funzionare sia in Downword (Da alta a bassa impedenza) che in UPWORD (Da bassa ad alta impedenza).

IN GENERALE Posso fare questo adattamento con una rete passiva



Dato che è lossless

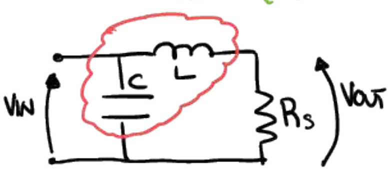
$$\frac{1}{2}\frac{|V_{IN}|^2}{R_{IN}} = \frac{1}{2}\frac{|V_{OUT}|^2}{R_L}$$

Possiamo dire che

$$R_{IN} = \frac{R_L}{\frac{|V_{OUT}|^2}{|V_{IN}|^2}} = \frac{R}{G^2} \qquad \text{con} \quad G = \left|\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}\right|$$

- Se abbiamo un $G>1$ possiamo ridurre l'impedenza (otteniamo una trasformazione Downword)
- Se $G<1$ otteniamo una trasformazione upward.

RETE L-MATCH (La rete di trasformazione più semplice)



Possiamo usare 2 metodi:

- Lossless approximation (approssimazione)
- Reale

1) Lossless

Supponiamo $R_L = \varnothing$ → allora abbiamo $L // C$ $(Q \gg 1)$

Allora $I_L \simeq Q \cdot |\overline{I}g|$ (in risonanza, abbiamo anche che $I_L = I_C$)

Dove $Q = \dfrac{1}{W_0 R_S C}$ ← è il fattore di Qualità di una rete LC in serie (non ho capito troppo xè)

Perciò $|\overline{V_{OUT}}| = |\overline{I_L}| \cdot R_S = |\overline{I_C}| \cdot R_S = W_0 C |\overline{V_{IN}}| \cdot R_S = \dfrac{|\overline{V_{IN}}|}{Q}$

in risonanza

Abbiamo ottenuto che $|Z_{IN}| = \dfrac{|V_{IN}|}{|I_g|} = \dfrac{|V_{OUT}| \cdot Q}{\underbrace{|I_L|}_{\text{è anche la corrente in } R_s}/Q} = Q^2 \cdot R_s$

$$\boxed{\text{Perciò in risonanza (e con } Q \gg 1) \quad |Z_{IN}| = Q^2 \cdot R_s}$$

Visto che $Q \gg 1$ questa è un upward impedance trasformation

- CASO GENERALE SENZA LOSSLESS APPROSSIMATION (l'impedenza di input della rete diventa R_p)

(non ho il Vout sono equivalenti solo per il calcolo di |Zin|)

Dobbiamo trasformarlo in un circuito equivalente di questo tipo.

(equivalenza valida solo attorno alla freq di risonanza)

- Studiamo solo le cose che cambiano la capacità è rimasta quella

Series-to-parallel trasformation

$$sL + R_s = \frac{R_p \cdot sL_p}{R_p + sL_p} \qquad Q = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{1}{\omega C R_s}$$

Rimpiazziamo s con $j\omega$ ed effettuiamo i calcoli esprimendo Q, perciò

$$R_s(1 + jQ_L) = \frac{R_p \cdot j\omega L_p}{R_p + j\omega L_p}$$

e calcoliamo separatamente parte reale e parte immaginaria

$$R_s(1 + jQ_L)(R_p + j\omega L_p) = j\omega L_p R_p$$

- $\mathrm{Re} = R_s R_p - R_s Q_L \cdot \omega L_p = \varnothing$
  $\downarrow$
  $Q_L = R_p / \omega L_p$

Da queste 2 eq ricavo le relazioni tra R_p / R_s e L/L_p

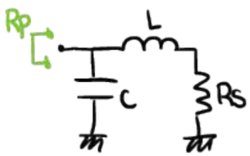
- $\mathrm{Im} = R_s \cdot Q_L \cdot R_p + R_s \omega L_p = \omega L_p R_p$

$$= R_s R_p Q_L + \frac{R_s R_p}{Q_L} = R_p \cdot \frac{R_p}{Q_L} \rightarrow \boxed{R_p = R_s \cdot (1 + Q_L^2)}$$

(vedremo che possiamo adattare l'impedenza anche senza il bisogno di circuiti risuonatori)

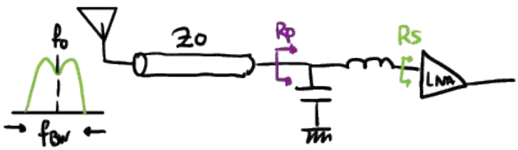
L-match network design rules

Tipicamente sono date la frequenza (ω_0) e il rapporto di trasformazione R_p/R_s
Perciò



1) Sappiamo che $R_p = R_s(1+Q_L^2) \rightarrow Q_L = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1}$

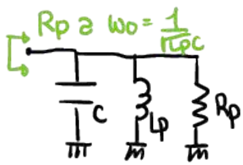
Se vogliamo rapporti di trasformazioni grandi $\rightarrow$ narrow band trasformation (cioè Q_L aumenterà) questo significa che la banda per cui $Z_{in} = R_p$ sarà molto stretta.



2) Da Q_L ricaviamo L

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R_s} \rightarrow L = \frac{Q_L \cdot R_s}{\omega_0}$$

3) Ricordiamo che stiamo facendo questo circuito equivalente

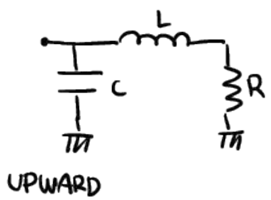


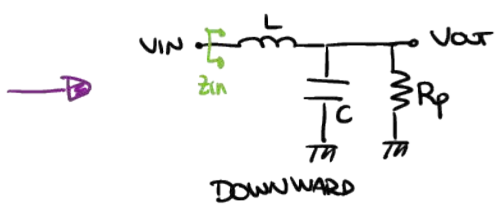
Perciò $\omega_0 = 1/\sqrt{L_p C}$

e $L_p = \frac{1+Q_L^2}{Q_L^2} \rightarrow$ e poi ricaviamo C

COME POSSIAMO FARE UNA RETE LC CHE TRASFORMI IN DOWNWARD?

il bello di queste reti è che sono: passive, senza perdite e reciproche

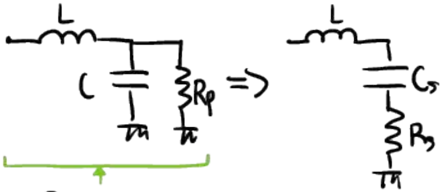




• LOSSLESS APROX: $|\overline{V_{OUT}}| \simeq Q \cdot |\overline{V_{IN}}|$

$$Z_{IN}(j\omega_0) \simeq R_p/Q^2$$

- CALCOLI ACCURATI



$Q_C = \omega C R_p$

Dopo calcoli e usando Q_C, si ottiene che

$$\begin{cases} R_S = R_P / (1 + Q_C^2) \\ C_S = C \cdot \dfrac{1 + Q_C^2}{Q_C^2} \end{cases}$$

Questo vale per $1/\sqrt{LC_S}$

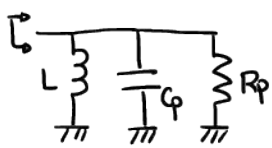
Ci sono 4 tipi di reti L-match, possiamo trovarli nelle slide

Decido quale usare (dopo aver scelto se UP o DOWN) in base al tipo di risposta in frequenza che ci piace, o la capacità di bloccare la componente in continua o l'absorption of stray capacity (dobbiamo tenerne conto per la rete risonante ma semplifica il resto del circuito, credo siano capacità parassite)

ESEMPIO

$Q_L = \dfrac{\omega_0 L}{R_S}$ $\qquad \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{C L_p}}$ $\qquad Z_{in}\left(j \dfrac{1}{\sqrt{L_p R_p}}\right) = R_P = R_S(1 + Q_L^2)$

$L_p = L \cdot \dfrac{Q_L^2 + 1}{Q_L^2}$

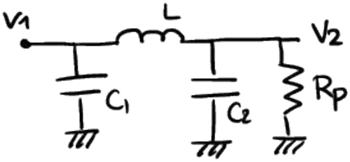


$Q_C = 1/\omega R_S C$ $\qquad \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{C_p L}}$ $\qquad R_p = R_S(1 + Q_C^2)$

$C_p = C \cdot \dfrac{Q_C^2}{1 + Q_C^2}$

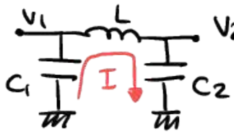
Può succedere che calcolando queste reti ci vengano valori di L e C non realizzabili
per risolvere questo ci sono diversi altri tipi di reti

Π-match network (Collpitz-network)



• LOSSLESS APPROSSIMATION (interpretazione fisica)

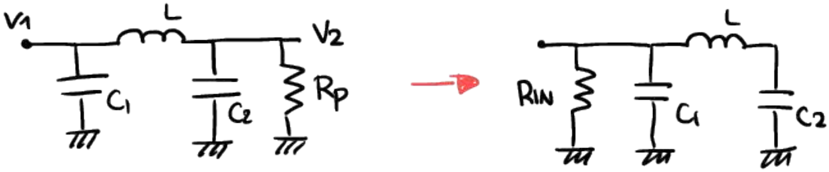
$R_p \to \infty$ allora



$I = sC_2V_2 = -sC_1V_1$

$$\frac{V_1}{V_2} = -\frac{C_2}{C_1}$$

> L'impedenza vista all'input



Si può scrivere che

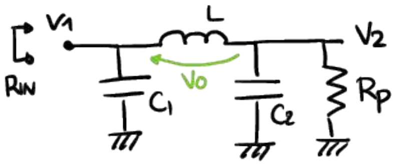
$$\frac{1}{2}\frac{V_1^2}{R_{IN}} = \frac{1}{2}\frac{V_2^2}{R_p}$$

Sono l'uguaglianza della potenza dissipata nei 2 circuiti (L e C non consumano potenza!!) e la potenza data un segnale sinusoidale

Da cui

$$R_{IN} = R_p\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = R_p\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2$$

Quali sono i vantaggi di questo circuito rispetto a quelli visti prima?



$$R_{IN} = R_p\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2$$

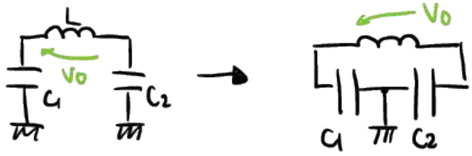
$C_2 > C_1$ UPWARD

$C_2 < C_1$ DOWNWARD

Se calcoliamo il fattore di qualità del circuito (lo facciamo con le energie xè non è facile farlo)

$$Q = \omega_0 \cdot \frac{E_{STORED}}{P_{DISS}}$$

La ESTORED nel circuito la possiamo scrivere come (con V_0, tensione ai capi dell'induttore)

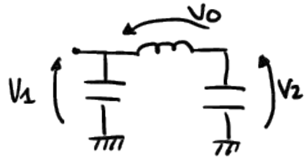


Li vedo come in serie

$$E_{STORED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot |\bar{V_0}|^2$$

La PDISS sarà invece (la scriviamo in termini di V_0) Rp è quello che dissipa potenza

$$P_{DISS} = \frac{1}{2} \frac{|V_2|^2}{R_p} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 \cdot |\bar{V_0}|^2$$



$$V_0 = V_1 - V_2 = -\frac{C_2}{C_1} V_2 - V_2 = -\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) \cdot V_2$$

PERCIÒ IL FATTORE DI MERITO È:

$$Q = \omega_0 \frac{\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}{\left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^2} \cdot R_p \rightarrow Q = \omega_0 R_p C_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)$$

(SOTTO LOSSLESS APPROX)

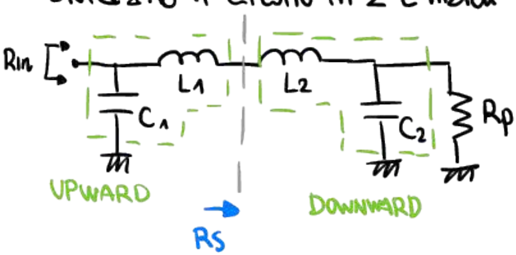
Si capisce dunque che questa rete ha un fattore di merito che può essere visto come

$$Q_\pi = \underbrace{\omega_0 R_p C_2}_{\text{Q FACTOR DI UN L-MATCH}} \underbrace{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)}_{\text{Fattore amplificativo}}$$

il fattore di merito di una rete π è + grande di quello di una rete L-match (considerando la stessa trasformation ratio)

• CASO GENERALE (non lossless)

Dividiamo il circuito in 2 L-match



Calcoliamo prima la resistenza eq Rs del Downward e poi arriviamo a RIN

Usando i risultati precedenti

$$R_S = \frac{R_P}{1+Q_2^2} \qquad \text{Dove} \quad Q_2 = \omega_0 R_P C_2$$

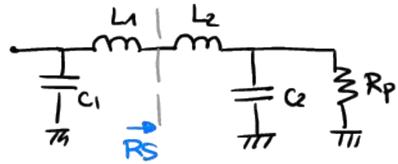
Poi

$$R_{IN} = R_S(1+Q_1^2) = R_P \cdot \frac{1+Q_1^2}{1+Q_2^2} \qquad \text{dove } Q_1 = \frac{\omega_0 L_1}{R_S}$$

il rapporto di trasformazione viene

$$\frac{R_{in}}{R_P} = \frac{1+Q_1^2}{1+Q_2^2}$$

π - Matched network design rules



i parametri forniti sono ω_0, R_{in}/R_P, Q

Il fattore di merito sarà

$$Q = \frac{\omega_0(L_1+L_2)}{R_S} = Q_1 + Q_2 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2 \cdot \frac{1+Q_2^2}{Q_2^2}}}$$

1) Ricaviamo R_S facendo $Q = Q_1 + Q_2$, sappiamo che

$$Q_1 = \sqrt{\frac{R_{IN}}{R_S} - 1} \qquad Q_2 = \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}$$

(le abbiamo ricavate dalle formule di R_P e R_S viste sopra)

Perciò

$$Q = \sqrt{\frac{R_{IN}}{R_S} - 1} + \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}$$

L'unica che non sappiamo è R_S e la ricaviamo da qui

2) Ricaviamo $L_1 + L_2 = \frac{Q \cdot R_S}{\omega_0}$

3) $Q_2 = \omega_0 R_P C_2$ e ricaviamo $C_2 = Q_2 / \omega_0 R_P$ [sappiamo Q_2 grazie alle formule di prima]

4) Ricaviamo L_1 da $Q_1 = \frac{\omega_0 L_1}{R_S} \rightarrow L_1 = \frac{Q_1 R_S}{\omega_0}$

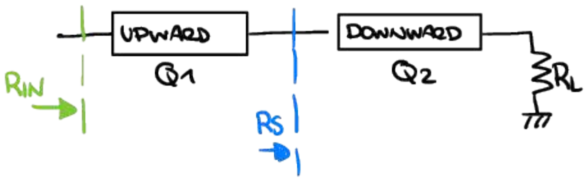
5) Ricaviamo

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\underbrace{L_2 C_2 \frac{1+Q_2^2}{Q_2^2}}_{C_{2s}}}} = \frac{1}{\sqrt{C_1 \underbrace{L_1 \cdot \frac{1+Q_1^2}{Q_1^2}}_{L_{1p}}}}$$

Dalle 2 eq ricaviamo 2 risultati, dalla prima ricaviamo L_2 e dall'altra C_1

Siamo riusciti a ricavare tutti e 4 i termini

Capiamo i vantaggi della rete π, molti gradi di libertà e possibilità di fare UPWARD e DOWNWARD con la stessa rete in base a come sono settati i 2 sottocircuiti di UP e DOWN.



$R_{IN} < R_L$

$R_{IN} > R_S \quad R_S < R_L$

il fattore di merito Q_2 vale $\quad Q_2 = \sqrt{\frac{R_L}{R_S} - 1} \quad$ e $\quad Q_1 = \sqrt{\frac{R_{IN}}{R_S} - 1}$

Q_2 può essere più grande di Q_1, abbiamo un grado di libertà per "dimensionare" il nostro fattore di merito

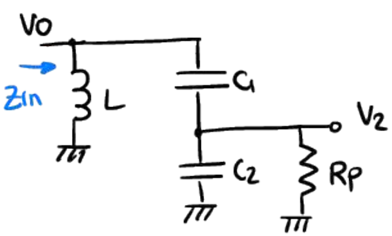
Al contrario nel caso di un L-match downward abbiamo

Dove $Q = \sqrt{\frac{R_L}{R_{IN}} - 1}$ Dipende direttamente dal rapporto R_L/R_{IN}

SULLE SLIDE POSSIAMO VEDERE ALTRI TIPI DI π-MATCH NETWORK (dati dalle permutazioni di induttori e condensatori)

Reti passive senza risonanza

- Resonator with tapped capacitor (Collpitz network)

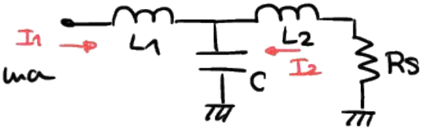


Abbiamo spostato l'induttore prima dei 2 condensatori, abbiamo come porta di input l'induttore

> LOSSLESS APROX $[R_p \to +\infty]$

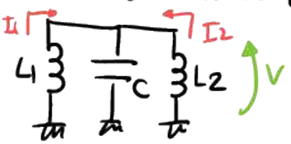
$$\frac{V_2}{V_0} \simeq \frac{C_1}{C_1 + C_2} \qquad R_{IN} = R_p \cdot \frac{V_0^2}{V_2^2} \simeq R_p \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 \quad \text{UPWARD}$$

T-match network



Ogni rete π possiamo trasformarla in una a T

> LOSSLESS APPROX. [$R_S \to \emptyset$]



Si può scrivere che

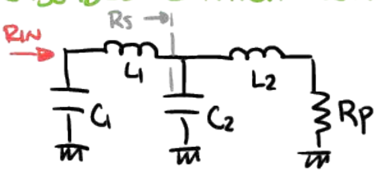
$$-V = sL_1 I_1 = sL_2 I_2$$ e quindi

$$\frac{I_1}{I_2} \simeq \frac{L_2}{L_1}$$ è una situazione duale rispetto a prima

Perciò si può scrivere che R_{IN}, per il mantenimento dell'energia è:

$$R_{in} = R_S \left(\frac{I_S}{I_1}\right)^2 \simeq R_S \cdot \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2$$

CASCADED L-MATCH NETWORKS



ho 2 L-match UPWARD messi in serie

$$R_{IN} = R_S(1+Q_1^2) \quad e \quad R_S = R_p(1+Q_2^2)$$

perciò $R_{IN} = R_p(1+Q_2^2)(1+Q_1^2)$

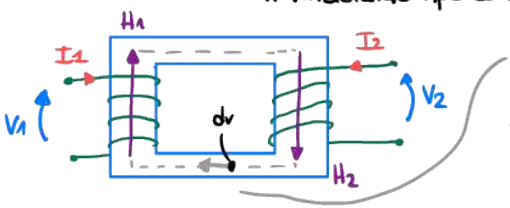
con $Q_2 = \omega_0 L_2/R_p$ e $Q_1 = \frac{\omega_0 L_1}{R_S}$

il vantaggio di avere 2 step UPWARD è quello di avere 1 più grado di libertà e poi possiamo fare 2 piccoli step al posto di un solo grande in modo da avere Q più piccoli e quindi più banda. Il problema è che questo circuito ha molte altre risonanze (in questo caso 4 poli)

Impedance transformation (downward)

Dobbiamo avere un amplificazione di corrente o tensione con una rete passiva la possiamo fare con

1) Risonanza ← Abbiamo visto come
2) Inductor coupling (trasformatori) → il vantaggio è che non ho una banda limitata per il funzionamento tipo come in risonanza.



Qui $\overline{H_1}, \overline{H_2}$ hanno la stessa orientazione

Se le spire di I_2 sono al contrario H_2 è contrario (regola cavatappi) allora M viene negativo

Se calcoliamo l'energia in dv è: $\mathcal{E}_m = \mu/2 \cdot |\underbrace{\overline{H_1} + \overline{H_2}}_{}| dv$ → Total H field

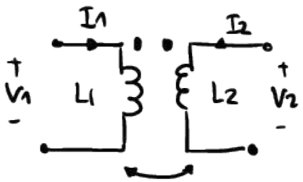
che è anche uguale a

$$\mathcal{E}_m = \frac{\mu}{2} |H_1|^2 dv + \frac{\mu}{2} |H_2|^2 dv + \underbrace{\mu \overline{H_1} \cdot \overline{H_2} \cdot dv}_{\text{mutual energy}}$$

Nel grafico da noi disegnato H1 e H2 hanno lo stesso verso quindi lo scalare sarà positivo e quindi la mutual energy sarà positiva.

Se cambi l'orientazione delle spire o inverti la corrente allora la mutual energy sarà negativa

Quindi in un circuito dobbiamo anche dire il verso della tensione



$$\begin{cases} \phi_1 = L_1 I_1 + M I_2 \\ \phi_2 = M I_1 + L_2 I_2 \end{cases}$$

M = coupled inductance tra 1 e 2

L'energia magnetica sarà $\mathcal{E}_m = \int_0^t \underbrace{(V_1 I_1 + V_2 I_2)}_{\text{potenza}} dt'$

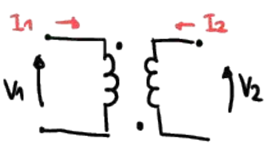
$$= \underbrace{\frac{1}{2} L_1 I_1^2(t)}_{\text{energia della prima spira}} + \underbrace{\frac{1}{2} L_2 I_2^2(t)}_{\text{energia della seconda spira}} + \underbrace{M I_1(t) \cdot I_2(t)}_{\text{mutual energy}}$$

La mutual energy dipende da I_1, I_2 e M, come posso sapere il segno di questo in un circuito? Mettiamo i puntini

- M positivo se I_1 e I_2 entrano o lasciano i puntini
- M negativo se I_1 e I_2 sono opposti ?

01.04.21 Lezione/Tutorial 3h

Caso opposto



allora $M < 0$

Definiamo il coupling coefficient

$$K = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \text{dove} \quad 0 \leq K \leq 1$$

Con M chiamiamo mutua induttanza e L_1 e L_2 vengono chiamate auto-induttanze

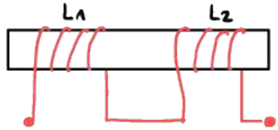
Esempi

> Serie di induttori accoppiati

$I = I_1 = I_2$

Questo è il caso di M positivo perché I_1 e I_2 entrano dal terminale col puntino

Qual'è l'induttanza totale della serie?



Iniziamo calcolando il flusso

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \overset{!}{=} \underbrace{L_1 I_1 + M I_2}_{\phi_1} + \underbrace{L_2 I_2 + M I_1}_{\phi_2} = (L_1 + L_2 + 2M) I$$

visto che $I_1 = I_2 = I$

Se L_1 e L_2 sono identici e dato che $|M| = K\sqrt{L_1 L_2}$, allora

$$L_{TOT} = (2L + KL)I$$

per $K \to 0$ $\quad L_{TOT} \to 2L$

per $K \to 1$ $\quad L_{TOT} \to 4L$

Per $K=1$ abbiamo $4L$ perché possiamo vedere le 2 induttanze unite e quindi se $L_1 = L_2$ hanno gli stessi giri attorno alla ferrite, per la fisica se raddoppio i giri l'induttanza va al quadrato quindi ottengo $4L$.

Abbiamo anche il caso

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = L_1 I_1 - |M| I_2 - |M| I_1 + L_2 I_2 \overset{!}{=} (\underbrace{L_1 + L_2 - 2|M|}_{L_{TOT}}) I$$

Se $L_1 = L_2 = L$ otteniamo

$$L_{TOT} = 2(1-K)L$$

Se $K=0 \to L_{TOT} = 2L$

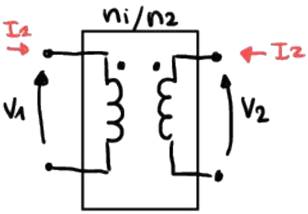
Se $K=1 \to L_{TOT} = \emptyset$

Modello del trasformatore

> Modello basato sul trasformatore ideale

> Modello a T

Trasformatore ideale



1) Non c'è dispersione di flusso $K=1$

$$\begin{cases}\Phi_1 = n_1 \cdot \Phi \\ \Phi_2 = n_2 \Phi\end{cases}$$ con Φ flusso di una singola spira

$\hookrightarrow \boxed{\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{n_1}{n_2}}$ Uso Lentz

Faccio una votage amplification

2) Auto induttanze infinite $(L_1, L_2 \to \infty)$

La forza magnetomotrice in un induttore $m.mf = \Phi \cdot R = \Phi / \Lambda$ ← permeanza

flusso ↗ riluttanza ($1/H$)

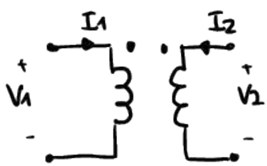
Quella sopra descritta è la legge di Hopkinson

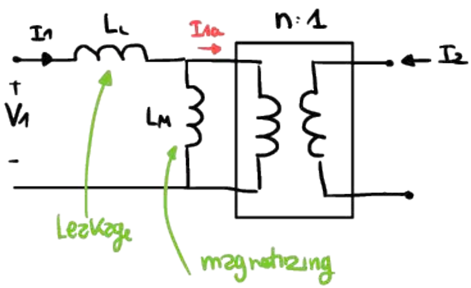
Se L_1, L_2 allora $\Lambda \to \infty$ e quindi $m.mf \to 0$ e questo per la legge di ampere

$$m.m.f = n_1 I_1 + n_2 I_2 = 0 \longrightarrow \frac{I_1}{I_2} = -\frac{n_2}{n_1}$$

Se compariamo la potenza tra primario e secondario si ricava che il trasformatore ideale non consuma potenza

Modello equivalente di induttori accoppiati





Dove

$$\boxed{\begin{cases} L_L = (1-K^2)L_1 \\ L_M = K^2 L_1 \\ n = K \cdot \sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}} \end{cases}}$$

IMPORTANTI DA RICORDARE

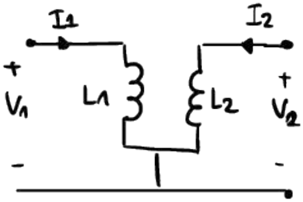
Verifichiamo

- Nel caso ideale $\Phi_1 = L_1 I_1 + M I_2 \to L_1 = \dfrac{\Phi_1}{I_1}\Big|_{I_2=\emptyset}$
- Nel modello dato che $I_2 = 0 \to I_{1a} = \emptyset$ allora

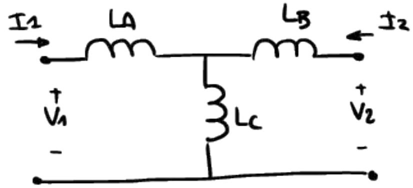
$$\Phi_1 = (L_L + L_M) I_1 \longrightarrow L_1 = \frac{\Phi_1}{I_2}\Big|_{I_2=\emptyset} = L_L + L_M$$

Notiamo che $L_L + L_M = L_1$

T-MODEL



è equivalente a



Vediamo che

$$L_1 = \frac{\Phi_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = L_A + L_C \qquad L_2 = \frac{\Phi_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0} = L_B + L_C$$

e otteniamo che

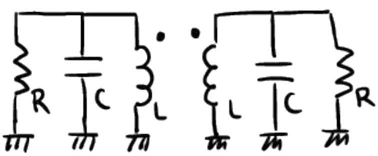
$$\boxed{\begin{cases} L_A = L_1 - M \\ L_B = L_2 - M \\ L_C = M \end{cases}}$$

RICORDIAMO

IN QUESTO CASO SE $M<0$ CI VIENE $L_C < \emptyset$ MA CI VA BENE XÈ È UN MODELLO EQUIVALENTE

ES / ESEMPIO

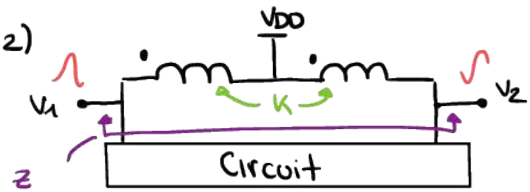
1)



How many resonant frequencies has this circuit?

[Vedere sulle slide]

2)



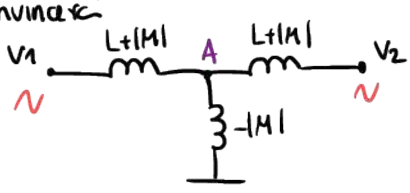
- Qual'è l'impedenza di carico in common mode e in differential mode?

Questo circuito è chiamato "common-mode killer"

Se $K=1$ $\quad Z_{cm} \to \emptyset$ e $Z_d \to j\omega 4L$ $\quad$ Killa la common mode voltage

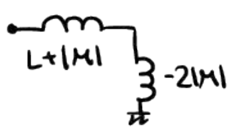
Per capire supponiamo che il circuito sia un ampli differenziale e vedo l'impedenza data dalla curva viola. VDD serve solo per bias

Per convincerci:



Vediamo che è solo bias

Notiamo che il nodo A è a potenziale nullo se comando in differential mode. Al contrario in common mode ho

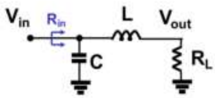


e ci viene che $Z_{cm} = \emptyset$

↑ ho diviso $-|M|$ in 2 induttori in parallelo ognuno di valore $-2|M|$

PARTE DI TUTORIAL

T6.1 Let us consider the L-match network in figure, where R_L=50Ω.



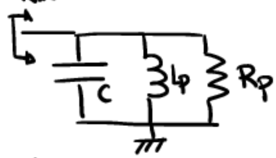
a) Size L and C in order to obtain R_{in}=100Ω at 5 GHz. What is the Q of the network?

b) Driving the input port of the network with a current source, evaluate the complex transimpedance V_{out}/I_{in} at 5GHz.

ESERCIZIO BASE CHE SI BASA SU L-MATCH

$Z_{in} = R_{IN}$ a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_p C}}$

a) Creiamo il circuito equivalente solo rispetto a Z_{IN} →



$R_{IN} = R_L(1 + Q_L^2)$

Dove $Q_L = \frac{\omega_0 L}{R_L}$ e questo vale per $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_p C}}$ (non stiamo dicendo che ω_0 è la frequenza di risonanza del circuito originale)

Dove $L_p = L\left(1 + \frac{1}{Q_L^2}\right)$

La ricaviamo dalla formula di R_{IN}

• Calcoliamo Q_L $\quad Q_L = \sqrt{\frac{R_{IN}}{R_L} - 1} = 1$

Questo significa che $L_p = L(1+1) = 2L$, poi dall'espressione di Q_L ricaviamo L

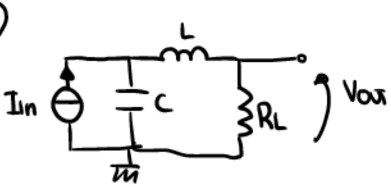
$L = \frac{Q_L \cdot R_L}{\omega_0} = \frac{1 \cdot 50}{2\pi \cdot 5G} = 1{,}59\,nH$

Sappiamo poi che $C = 1/(\omega_0^2 L_p) = 318{,}6\,fF$

• il fattore di qualità della rete originale è

$Q = \frac{\omega_{res} \cdot L}{R_L}$ dove $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ← Dove LC sono i valori originali

b)



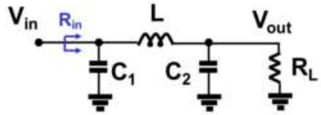
Calcolare la transimpedenza $\frac{V_{OUT}}{I_{IN}}$ a $f_0 = 5GHz$

$\frac{V_{OUT}}{I_{IN}} = \underbrace{\frac{V_{IN}}{I_{IN}}}_{Z_{IN}} \cdot \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$

$= R_{IN} \cdot \frac{R_L}{R_L + j\omega_0 L}$ $\quad$ dividiamo per R_L così $\omega_0 L / R_L = Q_L$

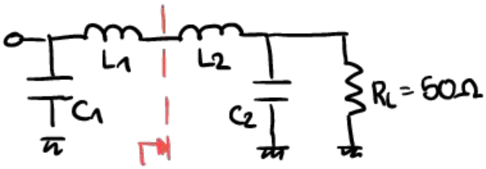
$= R_{IN} \cdot \frac{1}{1 + jQ_L} = 50 - j50\ \Omega$

T6.2 Let us consider the π-match network in figure, where R_L=50Ω. Size L, C_1 and C_2 in order to obtain R_{in}=100Ω at 5GHz, and a quality factor of the resulting network equal to Q=5.



Π- MATCH NETWORK

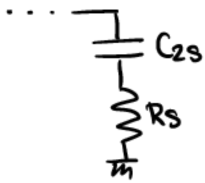
Dividiamo l'induttore in 2



$$R_S = \frac{R_L}{1+Q_2^2}$$

dove $Q_2 = \frac{\omega_0' L_2}{R_S}$

e questo si ha a $\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_{2s}}}$



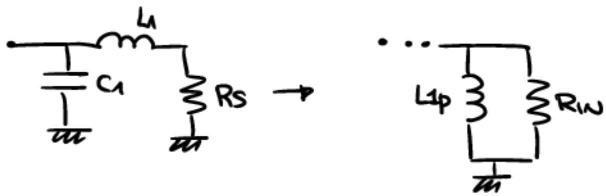
(circuito eq)

$$C_{2s} = C_2\left(1 + \frac{1}{Q_2^2}\right)$$

Poi passiamo ad Rin

$$R_{in} = R_S(1+Q_1^2)$$

$$Q_1 = \frac{\omega_0'' L_1}{R_S}$$



con questa $\omega_0'' = \frac{1}{\sqrt{L_{1p} C_1}}$ con $L_{1p} = L_1\left(1 + \frac{1}{Q_1^2}\right)$

combinando i risultati otteniamo che

$$R_{IN} = R_L \cdot \frac{1+Q_1^2}{1+Q_2^2}$$

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2$$

visto che sappiamo Q_{TOT}, R_{IN} e R_L cerchiamo Q_1 e Q_2

$$R_{IN} = R_L \cdot \frac{1+Q_1^2}{1+(Q-Q_1)^2} \rightarrow Q_1 = 3$$

$$Q_2 = Q_{TOT} - Q_1 = 2$$

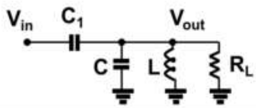
e ora ricaviamo gli altri risultati

$$R_S = \frac{R_{IN}}{1+Q_1^2} = 10\Omega \qquad L_1 = \frac{Q_1 \cdot R_S}{\omega_0'} = 955pH$$

$$L_2 = \frac{Q_2 R_S}{\omega_0''} = 637pH \qquad L_{TOT} = L_1 + L_2 = 1{,}59nH$$

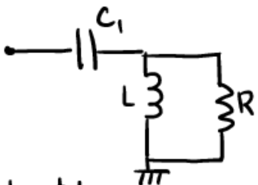
$$C_1 = \frac{1}{\omega_0'^2 L_1\left(1+\frac{1}{Q_1^2}\right)} = 955fF \qquad C_2 = \frac{1}{\omega_0''^2 \cdot L_2 \cdot \left(1+\frac{1}{Q_2^2}\right)} = 1{,}273pF$$

T6.3 Let us consider the impedance transformation network in figure. Assuming R_L=50Ω and C=2pF, size L and C_1 to obtain an equivalent input impedance of 5Ω at 5GHz. What is the quality factor of the network?



Circuito che non appartiene a una delle categorie base

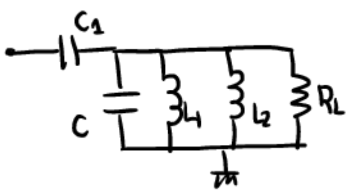
Come risolviamo l'esercizio? Dobbiamo cercare di modificare il circuito per cercare di arrivare ad una delle topologie viste. Vogliamo andare alla tipologia L-match



← Voglio fare questo, come ci arrivo? ho C che scassa le palle!!

Lmatch

Dato che lavoriamo a f fissa possiamo dividere l'induttore in 2 pezzi



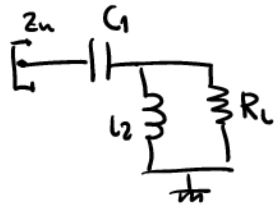
$L = L_1 // L_2$

Ora se riusciamo a rimuovere il $C // L_1$ siamo al caso dell' L-match

Per toglierlo lo facciamo risuonare quindi prendiamo L_1 in modo che $L_1 C$ risuoni (in questo caso a 5GHz)

$$L_1 = \frac{1}{\omega_0^2 C} = 507pH$$

Dopo la risonanza ricavo il circuito (che vale solo a 5GHz che è)



e non dobbiamo far conti (usiamo l'L-match)

$$Z_{in} = \frac{R_L}{1+Q_{L_2}^2}$$

con $Q_{L2} = R_L / \omega_0 L^2$ e $\omega_0 = 1/\sqrt{C_1 L_{2s}}$ ..

dove $L_{2S} = \dfrac{L_2}{1 + \dfrac{1}{Q_{L2}^2}}$

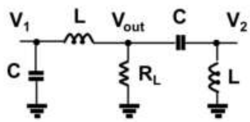
Perciò

$$Q_{L2} = \sqrt{\frac{R_L}{R_{IN}} - 1} = 3$$

Grazie al quale posso ricavare L2 $L_2 = \dfrac{\omega_0 Q_2}{R_L} = 531\,pH$ e $C_1 = 2{,}2\,pF$

Sappiamo L_1 e L_2 e quindi possiamo calcolare $L = L_1 // L_2$

T6.4 We want to design a differential to single-ended signal converter Let us consider the circuit in figure, where R_L=50Ω.



a) Find the values of L and C to have a gain $|V_{out}|/|V_1-V_2| = 1$ at 5GHz.
b) Evaluate the differential impedance between V_1 and V_2 at 5GHz.

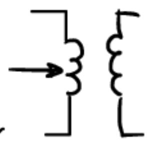
[Solution: a. L=1.59nH, C=637fF; b. R_{diff}=50Ω]

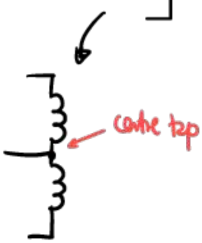
È UN DIFFERENTIAL TO SINGLE ENDED CONVERTER IN RF E CHIAMATO "BALUN" STA PER Balanced-to-unbalanced converter

(L'ESERCIZIO DOBBIAMO FARLO NOI QUESTA ↓ È UNA SPIEGAZIONE GENERALE)

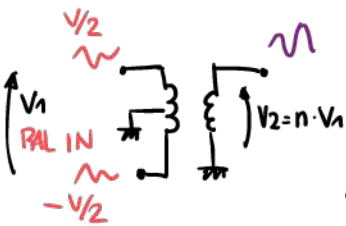
(secondo me si fa con la sovrapposizione degli effetti) e fare in modo che V_{out}/V_1 e V_{out}/V_2 abbiano 180° di fase)

il modo tipico di fare un "Balun" è con gli induttori accoppiati, dove il primario ha un tap





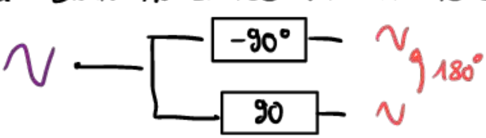
se faccio



Se in ingresso metto un segnale bilanciato (differential mode) allora in uscita ho una sinusoide single ended

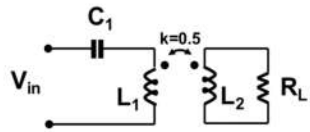
Praticamente se n=1 ho trasformato un segnale double ended in un single ended. Si può usare anche al contrario

IN QUESTO ESERCIZIO IL FUNZIONAMENTO È DIVERSO È FATTO PER CREARE UNA DIFFERENZA DI FASE. INFATTI UN ALTRO MODO PER ANDARE DA SEGNALE BILANCIATO A NON BILANCIATO SI PUÒ FARE ANCHE COSÌ



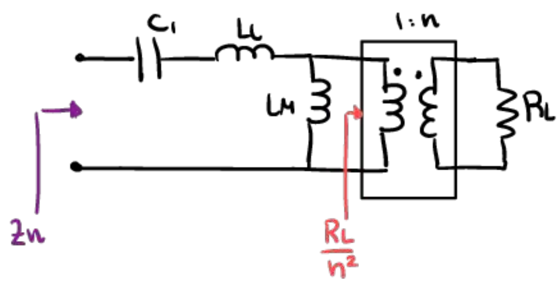
un modo per fare i 90° sono con reti LC

T6.6 Let us consider the impedance-matching network in figure, based on a real transformer. Given a coupling factor k=0.5 between primary and secondary windings, L_2 = 1.59nH and R_L=50Ω, size L_1 and C_1 to obtain an equivalent input impedance of 5Ω at 5GHz. What is the Q of the resulting network?



ALTRO ES DA FARE A CASA

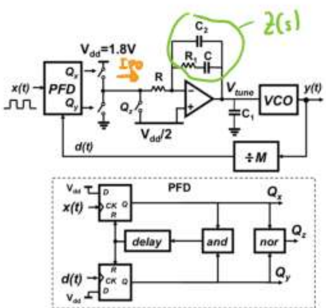
1) USARE MODELLO EQ. TRASFORMATORE E FAR RISUONARE C1 e L



Poi devo portare LM in parallelo e calcolare la risonanza?

08.04.2021 TUTORIAL 3h

T4.1 The PLL in the figure embeds the PFD in the inset, where the block "delay" introduces a delay of 0.5 ns. The switches have infinite resistance (when off) and 10 Ω (when on). The reference clock $x(t)$ has 50 MHz frequency. The frequency-division factor is M = 55 and the VCO frequency varies in the range between 2650 and 2850 MHz, sweeping the V_{tune} from 0 to V_{dd} = 1.8 V. Let the capacitors be C_1 = 100 pF and the resistor R_1 = 100 Ω.



a. Assuming an ideal Op-Amp (with infinite gain and bandwidth), set the value of R and C to get two complex dominant (closed-loop) poles at 100 kHz located at 45 degree on the Gauss plane.

b. If the resistance of the switch driven by Q_x is 15 Ω (when on), set the minimum value of C_2, to get the level of the spur at 50 MHz in the spectrum of $y(t)$ lower than -80 dBc.

c. Assuming all the switches with resistance 10 Ω (when on), but an offset voltage of 100 mV for the Op-Amp, can the loop lock? If yes, what is the value of the output frequency, the delay between $x(t)$ and $d(t)$ at steady state, the reference-spur level?

a) INIZIAMO A COSTRUIRE L'EQ. PHASE MODEL
(Importante, dobbiamo ricordare che gli switch hanno una resistenza quando ON)

Troviamo i possibili stati di Qx, Qy, Qz

Qx	Qy	R	Qz
0	0	0	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0

R = AND(Qx, Qy)

Qz = NOR(Qx, Qy)

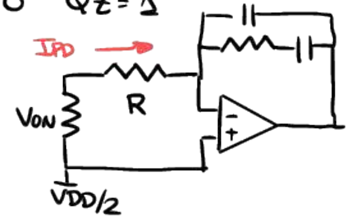
Qx e Qy sono gli input

Trovo ora la relazione tra questi stati e IPD

- STATO 1 $Q_Z = 0$ $Q_Y = 0$ $Q_Z = 1$

ho questo circuito

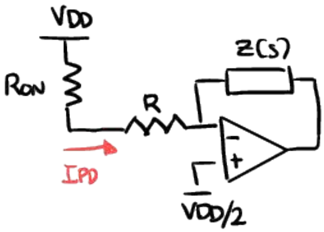
$I_{PD} = \emptyset$



$I_{PD} = \emptyset$ xè massa virtuale

- Stato 2 $Q_X = 1$, $Q_Y = 0$, $Q_Z = \emptyset$

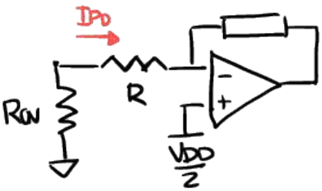
il circuito è



$$I_{PD} = \frac{(V_{DD} - V_{DD}/2)}{R_{ON} + R} = I_{P\emptyset}$$

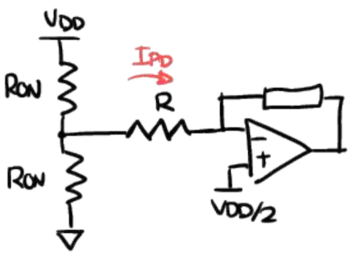
xè non sappiamo il valore di R

- STATO 3 $Q_X = 0$ $Q_Y = 1$ $Q_Z = \emptyset$



$$I_{PD} = \frac{(0 - V_{DD}/2)}{R_{ON} + R} = -I_{P\emptyset}$$

- STATO 4 $Q_X = 1$ $Q_Y = 1$ $Q_Z = \emptyset$



$$I_{PD} = \frac{(V_X - V_{DD}/2)}{R}$$

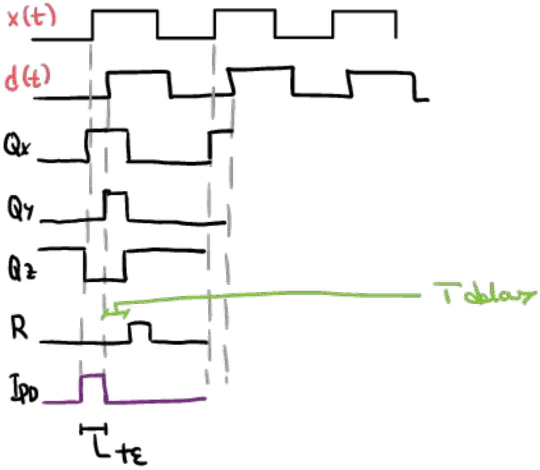
$$V_X = \frac{(R_{ON} // R)}{(R_{ON} // R) + R_{ON}} V_{DD} + \frac{R_{ON}/2}{R_{ON}/2 + R} \frac{V_{DD}}{2}$$

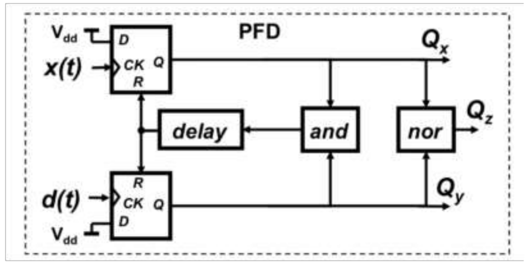
approssimiamo dicendo $R > r_{on}$

$$V_X \simeq \frac{R_{ON}}{R_{ON} + R_{ON}} V_{DD} + (\simeq 0) \rightarrow \frac{V_{DD}}{2}$$ quindi $I_{pd} \simeq \emptyset$

RICAVIAMO ora la relazione tra la phase error e la corrente

• $t_\varepsilon > 0$

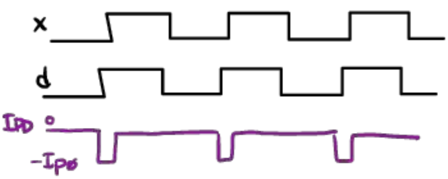




Q_x	Q_y	Q_z	I_{PD}
0	0	1	0
1	0	0	$I_{P\emptyset}$
0	1	0	$-I_{P\emptyset}$
1	1	0	0

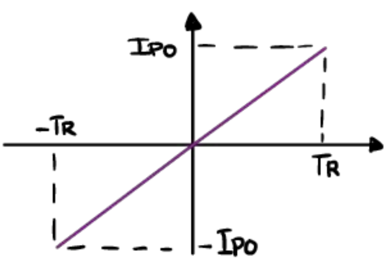
Quindi $\langle I_{PD} \rangle = I_{P0} \cdot \dfrac{t_\varepsilon}{T_R}$

• $t_\varepsilon < 0$

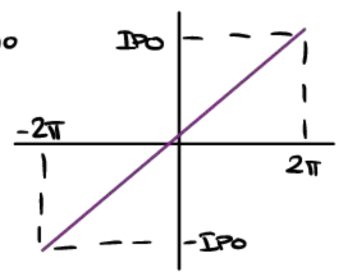


e quindi $\langle I_{PD} \rangle = -I_{P0} \dfrac{t_\varepsilon}{T_R}$

QUINDI LA CARATTERISTICA DEL PD È:

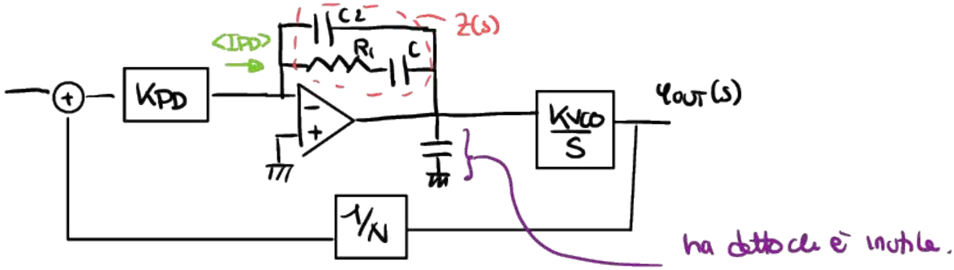


nella fase abbiamo



$$K_{PD} = \frac{\partial \langle I_{PD} \rangle}{\partial \varphi_\varepsilon} = \frac{I_{P0}}{2\pi}$$

POSSIAMO ORA ANDARE A COMPLETARE IL NOSTRO MODELLO



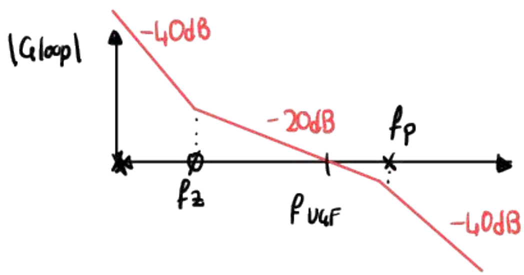
$$G_{loop}(s) = K_{PD}\, Z(s) \cdot \frac{K_{VCO}}{s} \cdot \frac{1}{N}$$

$$= K_{PD}\left[\left(R_1 + \frac{1}{sC}\right) // \left(\frac{1}{sC_2}\right)\right] \frac{K_{VCO}}{s} \cdot \frac{1}{N}$$

$$= K_{PD} \cdot \frac{(1+sCR_1)}{s(C+C_2)\left[1+s(C_2//C)R_1\right]} \; \frac{K_{VCO}}{s} \cdot \frac{1}{N}$$

$$= \frac{K}{s^2} \, \frac{(1+s\tau_z)}{(1+s\tau_p)} \qquad \text{con } K = \frac{K_{PD} \cdot K_{VCO}}{(C+C_2)N} \qquad \tau_z = CR_1 \quad \tau_p = R_1(C//C_2)$$

abbiamo 2 poli nell'origine, uno zero e un polo ad alta f



ha detto che i poli e gli zeri possono solo essere messi così perchè centra qualcosa il margine di fase

Possiamo risolvere il punto a

Settare R e C per avere i poli a circuito chiuso a 100kHz e a 45° nel piano di gauss.

$$1 + G_{loop}(s) = 0 \;\rightarrow\; 1 + \frac{K(1+s\tau_z)}{s^2(1+s\tau_p)} = 0$$

Semplifichiamo (f_p è molto dopo la f di taglio x stabilità, quindi visto ciò possiamo dire che il polo non cambia la posizione di f_{UGF}).

$$(1+s\tau_p)\left[1 + \frac{K(1+s\tau_z)}{s^2}\right] = 0$$

così eliminiamo il polo ad alta f e si semplifica

Viene quindi che

$$(1+s\tau_p)(s^2+sK\tau_z+K)=\emptyset$$

compariamo con la forma canonica

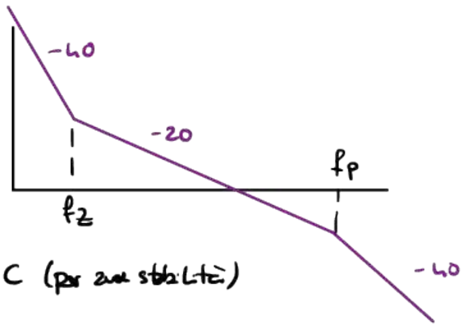
$$s^2+s\tau_z K+K=0 \longleftrightarrow s^2+s\frac{\omega_n}{Q}+\omega_n^2=\emptyset$$

con $\omega_n = 2\pi \cdot 100\,KHz$ e $Q = \sqrt{2}/2$

quindi

$$\begin{cases} K=\omega_n^2 \\ \tau_z = \dfrac{1}{\omega_n Q} = R_1 C \end{cases}$$

sappiamo che $R_1 = 100\,\Omega$ e ricaviamo $C = 22{,}51\,nF$



Poi da $K = \dfrac{K_{PD}\cdot K_{VCO}}{N(C+C_2)} = \omega_n^2$

$f_p >> f_z \rightarrow \dfrac{1}{2\pi R_1(C//C_2)} >> \dfrac{1}{2\pi R_1 C}$

questo significa $C//C_2 << C$ quindi $C_2 << C$ (per avere stabilità)
quindi da queste condizioni ho che

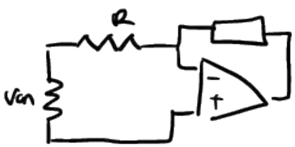
$$\begin{cases} K = \dfrac{K_{PD}\cdot K_{VCO}}{N(C+C_2)} \simeq \dfrac{K_{PD} K_{VCO}}{NC} = \omega_n^2 \\ K_{PD} = \dfrac{I_{PD}}{2\pi} \rightarrow \text{ricaviamo } I_{PD} = 4{,}4\,mA \end{cases}$$

$$I_{PD} \stackrel{!}{=} \frac{V_{DD}/2}{R}$$ e ricaviamo $R = 194{,}5\,\Omega$

PUNTO b)

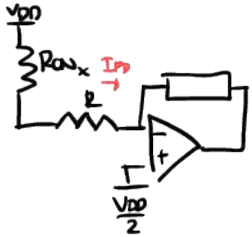
Supponiamo $R_{ON\,ax} = 15\,\Omega$ (diverso da prima). (avremo delle non idealità)
ricavare C_2 a 50 MHz per avere spur minore di $-80\,dBc$.

- STATO 1 | $Q_x = 0$, $Q_y = 0$, $Q_z = 1$



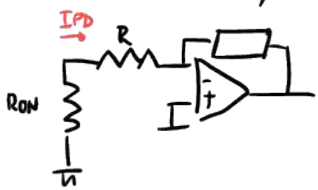
$I_{PD} = \emptyset$

- STATO 2 $\quad Q_X = 1, Q_Y = 0, Q_Z = \varnothing$



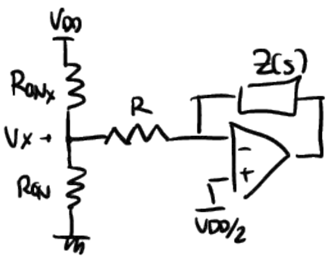
$$I_{PD} = \frac{V_{DD}/2}{R_{ONx} + R} = 4{,}3\,mA = I_{PD}^{+}$$

- STATO 3 $\quad Q_X = 0, Q_Y = 1, Q_Z = \varnothing$



$$I_{PD} = -\frac{V_{DD}/2}{R + R_{ON}} = -4{,}4\,mA = -I_{PD}^{-}$$

- STATO 4 $\quad Q_X = 1, Q_Y = 1, Q_Z = \varnothing$



$$I_{PD} = \frac{V_X - V_{DD}/2}{R}$$

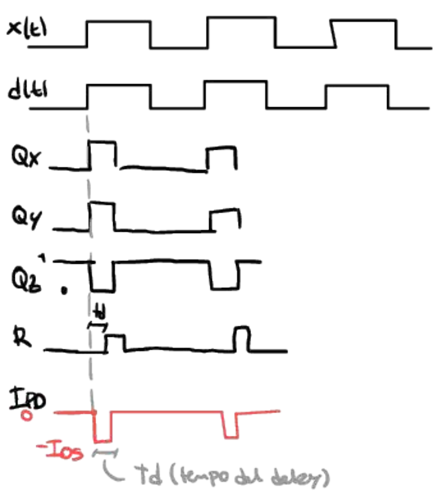
con $R \gg R_{ON}, R_{ONx}$ quindi

$$V_X \simeq \frac{R_{ON}}{R_{ON} + R_{ONx}} \cdot V_{DD}$$

$$I_{PD} \simeq -0{,}925\,mA = I_{OS}$$

ANALIZZIAMO A STEADY STATE IL PLL

- Nel caso ideale $t_E = \varnothing$

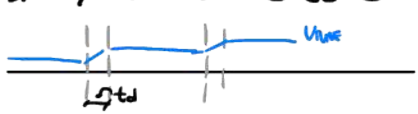


Q_X	Q_Y	Q_Z	I_{PD}
0	0	1	0
1	0	0	I_{PD}^{+}
0	1	0	$-I_{PD}^{-}$
1	1	0	I_{OS}

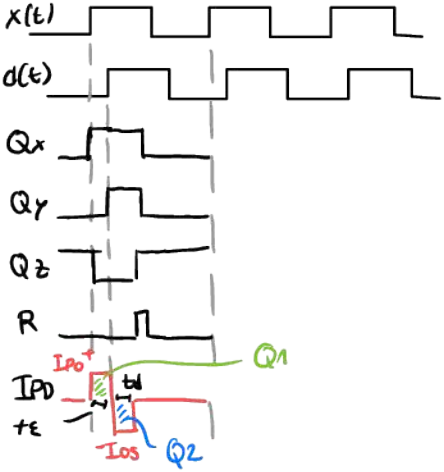
Questo non è il steady state xè

$\Delta\varphi$ in fret $\neq \varnothing$

noi vogliamo VTUNE COSTANTE IN MEDIA questo significa che nella realtà noi a steady state abbiamo $t_E > 0$



Qui VTUNE fa così



Se consideriamo Q_1 e Q_2 le cariche date dai 2 impulsi allora dobbiamo avere che at steady state

$$|Q_2| = |Q_1|$$

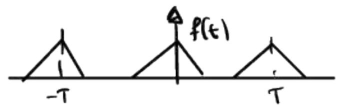
Questo farà sì che V_{TUNE} = COSTANTE IN MEDIA

- Ricordiamo che dobbiamo ricavare f_r (50MHz) (che è la ref frequency), in funzione della componente di prima armonica di IPD

Come tiriamo fuori Fourier?

> Serie di Fourier di funzioni periodiche

ho la mia funzione generica periodica di periodo T



$$f(t) = \gamma_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} 2|\gamma_n| \cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + \angle\gamma_n\right)$$ FORMA POLARE

L'idea è che possiamo ricavare F(f). Notiamo che F(f) sono tutti toni sinusoidali messi a $\frac{k}{T}$ con ampiezza A_1, A_2..

e $A_i = 2|\gamma_i|$

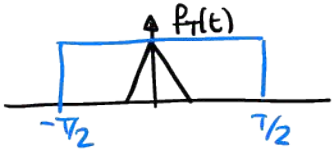
noi siamo interessati allo spettro che è

$$P_i = \frac{1}{2} A_i^2 = \frac{1}{2}(2|\gamma_i|)^2$$

IN TUTTO QUESTO ABBIAMO CHE

$$\gamma_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, e^{-j\frac{2\pi n t}{T}}\, dt$$

Ma dobbiamo ricavarla integrando xò c'è una relazione tra γ_n e $F_T\{f_T(t)\}$ troncata



$f_T(t) = f(t)\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$ prendiamo solo la prima ripetizione

trasformiamo

$$F_T\{f_T(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f_T \, rect\left(\frac{t}{T}\right) e^{-j2\pi f t} = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

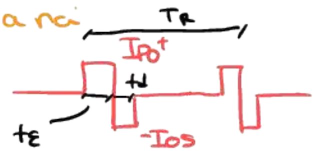
è molto simile a

$$\boxed{\gamma_n = \frac{1}{T} \cdot \underbrace{F_T}_{\text{Trasformata di fourier del segnale troncato}}\{f_T(t)\}_{f=\frac{n}{T}}}$$

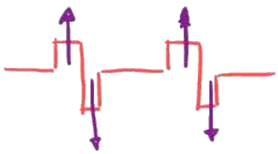
← sostituiamo f con $\frac{n}{T}$

Torniamo a noi

$I_{PD}(t)$

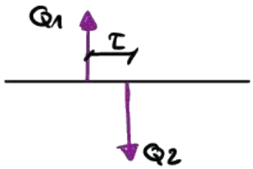


Dato che t_ε e t_d sono molto piccoli confrontati a T_R allora trasformiamo in delta



i 2 delta separati da τ dove $\tau = \frac{t_\varepsilon}{2} + \frac{t_d}{2}$

consideriamo I_{PD} troncato



$$I_{PD_T}(t) = |Q_1|\,\delta(t) - |Q_2|\,\delta(t-\tau)$$

$$|Q_1| = |Q_2|$$

$$= Q\,[\,\delta(t) - \delta(t-\tau)\,]$$

vogliamo ricavare la prima armonica del segnale

$$A_1 = 2|\gamma_1| \quad \rightarrow \quad P_1 = \frac{1}{2} A_1^2 = \frac{1}{2}\left(2|\gamma_1|\right)^2$$

Dobbiamo fare la trasf di fourier del segnale troncato

$$F_T\{I_{PD_T}(t)\} = Q\,[\,1 - e^{-j2\pi f\tau}\,]$$

dato che $\tau \to 0$ molto piccolo allora

$e^x \simeq 1 - x$ per $x \to \infty$

$$= Q\,[\,1 - 1 - j2\pi f\tau\,]$$

L'ampiezza sarà

$$A = 2|\gamma_1| = 2\left|\frac{1}{T_R} \cdot F_T\{I_{PD_T}(t)\}_{f=\frac{n}{T_R}}\right|$$

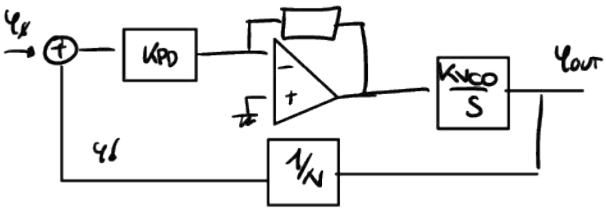
$$= 2 \cdot \left| \frac{1}{T_R} Q \, j 2\pi \frac{n}{T_R} \tau \right|$$

visto che prima armonica $n = 1$, e ricordiamo che $\tau = \frac{t_\varepsilon}{2} + \frac{t_d}{2}$ e $Q = t_\varepsilon I_{PD}^+$

La potenza della prima armonica di I_{PD} è

$$P = \frac{1}{2}\left(2|\gamma_1|\right)^2 = \frac{1}{2}\left(2 \cdot (F_{REF})^2 \frac{t_\varepsilon + t_d}{2} 2\pi (t_\varepsilon I_{PD}^+)\right)^2 \qquad \boxed{\left(\frac{1}{T_R}\right)^2 = (F_{ref})^2}$$

ora dobbiamo derivare quale sia $\mathcal{L}$ all'uscita



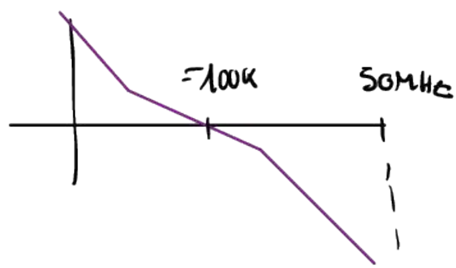
$$\mathcal{L}(\Delta f) = \frac{1}{2} S_\phi^{SSB}(f)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot \left| \frac{(1 + sR_1C)}{s(C+C_2)(1+sR_1(C /\!/ C_2))} \right|^2 \left| \frac{K_{VCO}}{s} \right|^2 \cdot \left| \frac{1}{1 + G_{loop}(s)} \right|^2$$

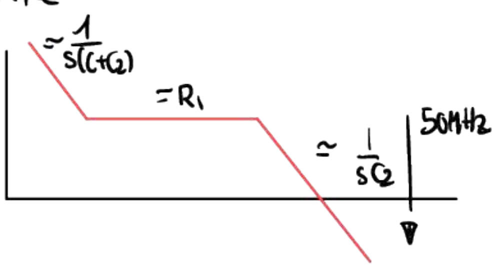
valutiamo questa a 50MHz

Noi sappiamo $f_{UT} \simeq 100K$ quindi valutiamo a f molto maggiori di quella, allora

$$\left|\frac{1}{1 + G_{loop}}\right|^2 \simeq 1$$



inoltre



allora possiamo scrivere che

$$= \frac{1}{2} P_1 \left| \frac{1}{sC_2} \right| \left| \frac{K_{VCO}}{s} \right|^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(2 F_{ref}^2 \cdot 2\pi t_\varepsilon I_{PD}^+ \tau\right)^2 \left| \frac{K_{VCO}}{(2\pi f_{ref})^2 C_2} \right|^2$$

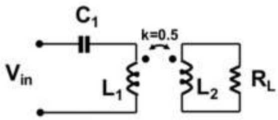
$$= -80\,dBc = 10^{-\frac{80}{10}}$$

e ricaviamo $C_2 = 154\,pF$

PARTE c) Simile a parte b ma c'è un altro meccanismo che crea la reference spur.

ESERCIZI SULLE MATCHING NETWORKS

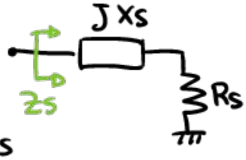
T6.6 Let us consider the impedance-matching network in figure, based on a real transformer. Given a coupling factor k=0.5 between primary and secondary windings, L_2 = 1.59nH and R_L=50Ω, size L_1 and C_1 to obtain an equivalent input impedance of 5Ω at 5GHz. What is the Q of the resulting network?



[Solution: L_1 = 1.237nH, C_1= 909.5fF, Q=7]

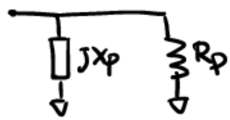
Impedance trasformation

• Series impedance



series to parallel transform a ω_0

Parallel network



$$Q_s = \frac{X_s}{R_s} \qquad Q_p = \frac{R_p}{X_p}$$

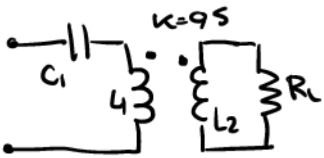
$$Z_s(\omega_0) = Z_p(\omega_0)$$

$$Q_T(\omega_0) = Q_s(\omega_0) = Q_p(\omega_0) = \frac{X_s}{R_s} = \frac{R_p}{X_p}$$

$$R_p = R_s\,(1+Q_T)^2$$

$$X_p = X_s\left(1+\frac{1}{Q_T}\right)^2$$

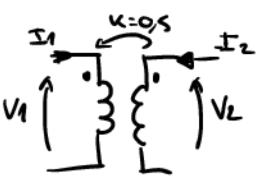
Iniziamo allora con l'esercizio 6



$C_1 = ?$
$R_L = 50\Omega$
$L_1 = ?$ $L_2 = 1{,}59\,nH$

$Z_{in} = 5\Omega$
Q della rete = ?

> MODELLO EQUIVALENTE DEL TRASFORMATORE

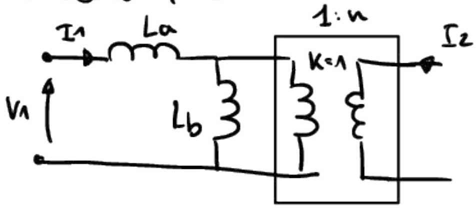


$$\begin{cases} V_1 = sL_1I_1 + sMI_2 \\ V_2 = sMI_1 + sL_2I_2 \end{cases}$$

$M = k\sqrt{L_1L_2}$

M>0 se tutte e 2 le correnti sono entranti uscenti dal punto.

Il modello equivalente è:



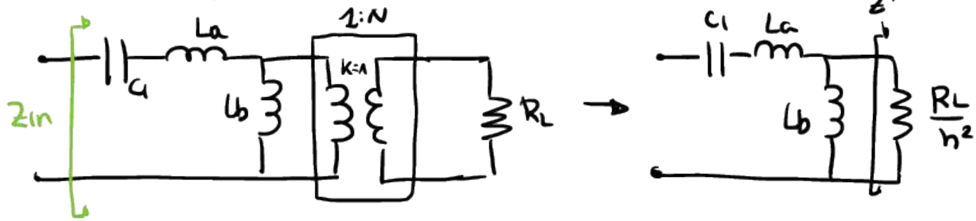
$$L_a = L_1(1-K^2)$$

$$L_b = L_1 K^2$$

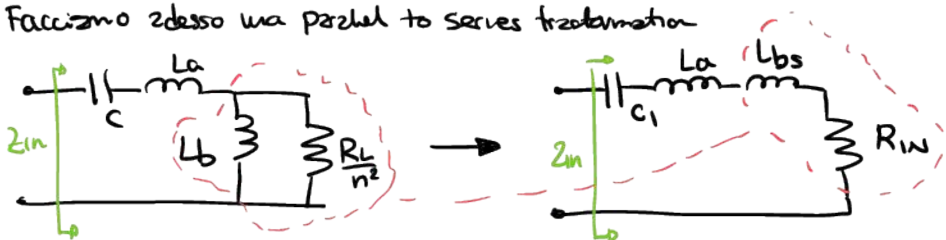
$$L_1 = L_a + L_b$$

$$n = \frac{1}{K}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

Torniamo all'esercizio



Facciamo adesso una parallel to series trasformation



$$R_p = R_s(1+Q_T^2)$$

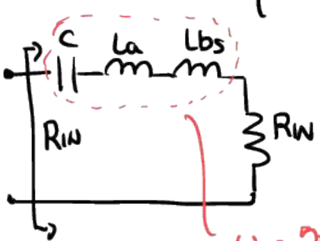
$$X_p = X_s\left(1+\frac{1}{Q_T^2}\right)$$

$$Q_T = \frac{X_s}{R_s} = \frac{R_p}{X_p}$$

Quindi

$$\begin{cases} \dfrac{R_L}{n^2} = R_{in}(1+Q_T^2) \\ \omega_0 L_b = \omega_0 L_{bs}\left(1+\dfrac{1}{Q_T^2}\right) \end{cases}$$

dove: $Q_T = \dfrac{\omega_0 L_{bs}}{R_s} = \dfrac{R_L/n^2}{\omega_0 L_b}$



$\omega_0 = 2\pi 5GHz$

vogliamo che risuoni a 5GHz e settare $R_{in} = 5\Omega$

$$Q_T = \frac{\omega_0 L_{bs}}{R_W} = \frac{(R_L/n^2)}{\omega_0 L_b} \qquad n^2 = \frac{1}{k^2}\frac{L_2}{L_1} \qquad L_b = L_1 k^2$$

$$= \frac{R_L}{\omega_0 L_1 k^2} \cdot \frac{k^2 L_1}{L_2} = \frac{R_L}{\omega_0 L_2} = \frac{50\,\Omega}{2\pi\, 5\,GHz \cdot 1{,}59\,nH} \approx 1$$

$$L_{bs} = \frac{R_{in} Q_T}{\omega_0} = 159{,}15\,pH$$

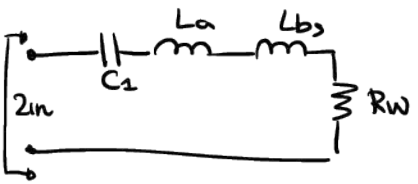
→ ricavo L_b da L_{bs} $\quad L_b = L_{bs}\left(1+\frac{1}{Q_T^2}\right) = 318{,}3\,pH$

$$L_1 = \frac{L_b}{k^2} = 1{,}273\,nH \qquad L_a = L_1 - L_b = 957{,}75\,pH$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 (L_a + L_{bs})} = 909{,}61\,fF$$

Dalla condizione di risonanza

> FATTORE DI MERITO DELLA RETE TOTALE A ω_0



$$Q_{TOT} = \frac{1}{R_{IN}\,\omega_0 C_1} = 7$$

ma possiamo anche usare l'induttanza

$$Q_{TOT} = \frac{\omega_0 (L_a + L_{bs})}{R_W}$$

Ricordare che $Q_T \neq Q_{TOT}$ (in generale solo in casi specifici sono uguali)

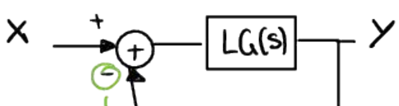
12.04.2021 Lezione 2h

OSCILLATORI (venerdì pomeriggio 14 tutorial aggiuntivo)

Sono usati sia dentro i PLL (VCO o CCO) e questi devono essere electrically tunable poi ci sono gli oscillatori al cristallo che non devono essere tunable

USIAMO 2 MODELLI MATEMATICI
1) SISTEMI A RETROAZIONE
2) RESISTENZA NEGATIVA

INIZIAMO CON UN OSC CON SISTEMA IN RISONANZA



$$\frac{Y}{X} = \frac{LG(s)}{1 + LG(s)}$$

Questo + dipende da questo -

Questo sistema può oscillare quando Y oscilla e X ha un valore costante, questo è chiamato un sistema autonomo.

Guardando l'espressione capiamo che possiamo avere un oscillazione a caso nella quale

$$Y(j\omega_0) \neq \emptyset \qquad X(j\omega_0) = \emptyset$$

Per poter avere quest oscillazione dobbiamo avere che

$$\frac{Y(j\omega_0)}{X(j\omega_0)} = \frac{LG(j\omega_0)}{1 + LG(j\omega_0)} \rightarrow \infty$$

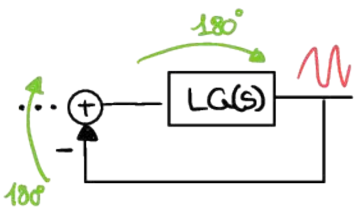
perciò dobbiamo avere che $\boxed{LG(j\omega_0) = -1}$

Questo significa che ω_0 di oscillazione fa sì che il Gloop a quella frequenza sia -1.

Inoltre $s = j\omega_0$ è soluzione di $LG(s) = -1$, questo significa che $j\omega_0$ è un polo del sistema closed-loop)

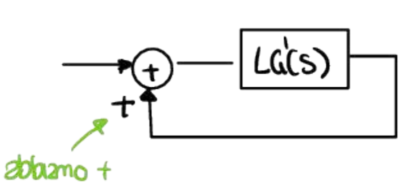
Abbiamo 2 poli sull'asse immaginario, sappiamo che il sistema oscilla

Perciò $LG(j\omega_0) = -1 \longleftrightarrow \begin{cases} |LG(j\omega_0)| = 1 \\ \angle LG(j\omega_0) = 180° \end{cases}$ condizioni di BARKHAUSEN



Abbiamo ∅ variazione di fase nel loop xè voglio la sinusoide con la stessa fase nel sistema sennò mi si annulla

b) CASO FEEDBACK POSITIVO



Abbiamo nuove condizioni

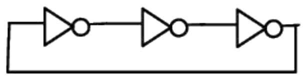
$$LG'(j\omega_0) = 1 \rightarrow \begin{cases} |LG'(j\omega_0)| = 1 \\ \angle LG'(j\omega_0) = 0° \end{cases}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{LG'}{1 - LG'}$$

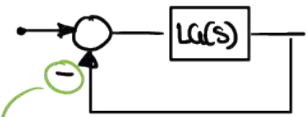
Quindi per $LG = 1$ va a $+\infty$

ESEMPi

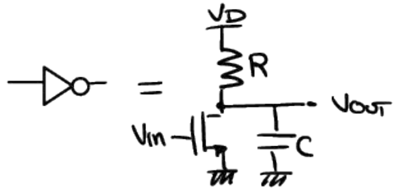
• Oscillatore RC (es. ringoscillator)



||



FeedBack negativo kè abbiamo buffer dispari

se facciamo 

Allora $\frac{V_{OUT}}{V_{in}} = -\frac{G}{1+s\tau}$ con $G > 0$

← Allora in questo caso $LG(s) = \frac{G^3}{(1+s\tau)^3}$

> CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE (Barkhausen)

• 1ª condizione

$\angle LG(j\omega_0) = \pi$ (180°) allora nel sistema totale avrò che:

$$\angle \frac{G^3}{(1+j\omega_0\tau)^3} = \pi \rightarrow \underbrace{\angle G^3}_{=0} - 3\arctan(\omega_0\tau) = \pi$$

è una costante

e quindi si ottiene che $\arctan(\omega_0\tau) = -\pi/3 \rightarrow \omega_0\tau = \sqrt{3} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{3}/\tau$

con $\tau = RC$

• 2ª condizione

$$|LG(j\omega_0)| = 1 \rightarrow \frac{G^3}{[1+(\omega_0\tau)^2]^{3/2}} = 1$$

$\sqrt{3}$ visto sopra

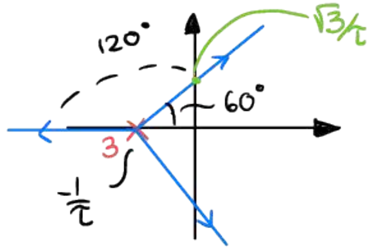
quindi

$$\frac{G^3}{(1+3)^{3/2}} = 1 \rightarrow G = 2$$

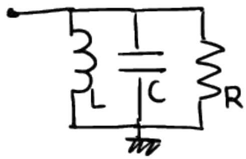
Lo stesso risultato può essere visto guardando al luogo delle radici del sistema

$$LG(s) = \frac{G^3}{(1+s\tau)^3}$$

Sappiamo che con 3 poli abbiamo 3 rami a 120°

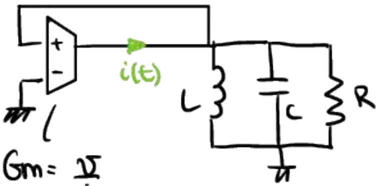


OSCILLATORE LC



Senza far nulla abbiamo  ma diminuzione delle oscillazioni

Per avere oscillazioni continue dobbiamo avere un dispositivo attivo (transconductor) che provveda corrente al sistema

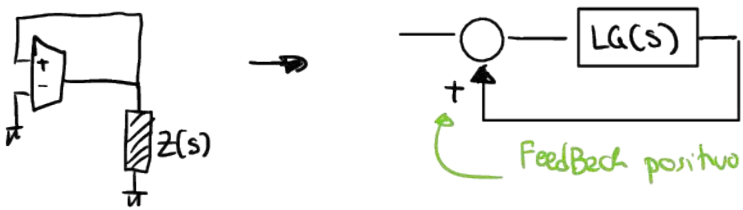


$G_m = \frac{V}{i}$

Dove abbiamo

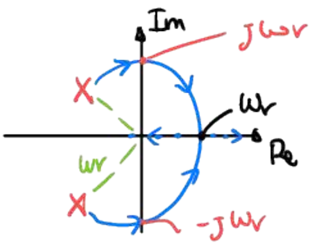
$Z(s) = \ldots\ldots$

Allora



Dove $LG(s) = G_m \cdot Z(s) = G_m \cdot R \cdot \dfrac{s\omega_r/Q}{s^2 + s\omega_r/Q + \omega_r^2}$ ← 2 poli complessi se Q abbastanza grande

Facendo il luogo delle radici otteniamo

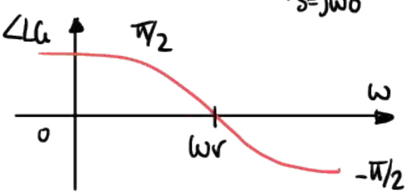


$S = \pm j\omega_r = \pm j\omega_0$ è la posizione dei poli per avere l'oscillazione. In questo caso ω_0 = alla frequenza di risonanza

Se vogliamo essere più analitici, allora

1) $\angle LG(j\omega_0) = \varnothing$ (xè abbiamo retroazione positiva)

$$\angle \left.\frac{s\omega_r/Q}{s^2+s\omega_r/Q+\omega_r^2}\right|_{s=j\omega_0} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega_0\omega_r/Q}{\omega_r^2-\omega_0^2}\right) = 0$$



Da qui otteniamo $\omega_0 = \omega_r$ (stesso risultato che avevamo intravisto attraverso il luogo delle radici)

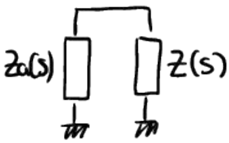
$\angle LG$ alla fine è la fase di Z

> Condizione 2 $\quad |LG(j\omega_0)| = 1$

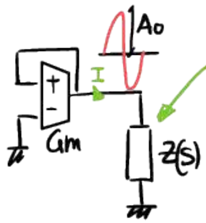
$$\frac{G_m \cdot R \cdot \omega_0 \omega_r / Q}{\sqrt{\underbrace{(\omega_r^2 - \omega_0^2)^2}_{=\emptyset \text{ dato che } \omega_r = \omega_0} + \left(\frac{\omega_0 \omega_r}{Q}\right)^2}} = 1 \rightarrow \frac{G_m \cdot R \cdot \omega^2/Q}{\omega^2/Q} = 1 \rightarrow G_m \cdot R = 1$$

NEGATIVE RESISTANCE MODEL

consideriamo



es.



La potenza dissipata dal resistore dentro Z è:

$$\frac{1}{2} \cdot A_0^2 / R$$

La condizione di oscillazione è un bilanciamento tra potenza attiva e potenza dissipata. Perciò nel nostro esempio

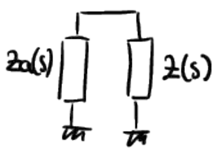
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2}{R} = \frac{1}{2} G_m \cdot A_0^2$$

è un elemento attivo che provvede potenza (resistenza negativa)

e quindi ritroviamo ancora che $G_m = 1/R \rightarrow G_m R = 1$

IN GENERALE la condizione di risonanza per un sistema a 2 induttanze allora

$$Z_a(j\omega_0) + Z(j\omega_0) = \emptyset$$



es

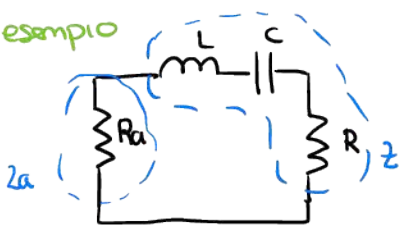
notiamo che questo oscilla

Questa condizione può essere riscritta come

$Z_a(j\omega_0) = -Z(j\omega_0)$ il che significa che

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\{Z_a(j\omega_0)\} = -\mathrm{Re}\{Z(j\omega_0)\} \\ \mathrm{Im}\{Z_a(j\omega_0)\} = -\mathrm{Im}\{Z(j\omega_0)\} \end{cases}$$

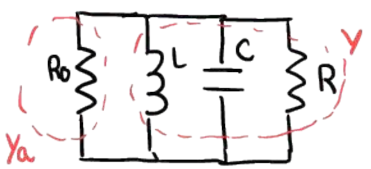
esempio



$R_a = -R$

$$\omega_0 L + \frac{1}{\omega_0 C} = \emptyset \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

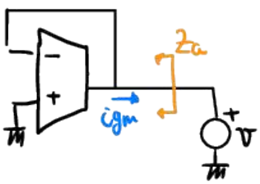
Stessa cosa accade nel parallelo



Otteniamo gli stessi risultati visti sopra ↑

13.04.2021 3h

Se calcoliamo l'impedenza di Gm ci viene



$i_{gm} = Gm \cdot V$ e $i = -Gm \cdot V$

allora $Za = \frac{V}{i} = -\frac{1}{Gm}$

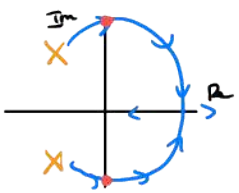
Condizione di oscillazione

$$Za(j\omega_0) + Z(j\omega_0) = \varnothing \rightarrow -\frac{1}{Gm} + R\frac{j\omega_0\, \omega_r/Q}{-\omega_0^2 + j\omega_0\frac{\omega_r}{Q} + \omega_r^2} = \varnothing$$

Da cui si ottiene $\omega_r = \omega_0$ $R = -\frac{1}{Gm}$

MA COME FACCIAMO UN OSCILLATORE NELLA PRATICA?

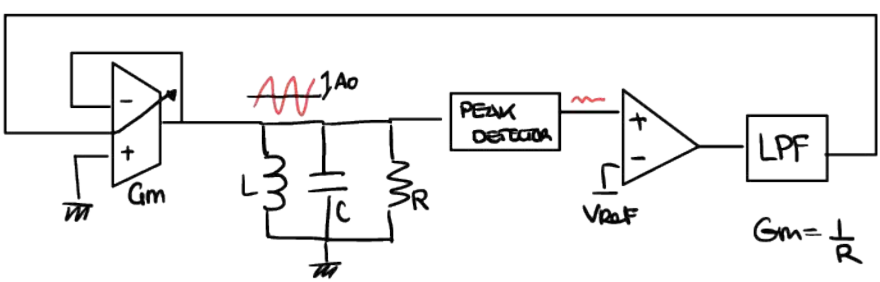
Ci serve quello che è chiamato sistema di stabilizzazione dell'ampiezza. Come abbiamo detto nel caso dell'oscillazione LC abbiamo un luogo delle radici del tipo



ma se $GmR < 1$ i poli sono a sinistra del piano → sono poli stabili, allora l'oscillazione si smorza a $\varnothing$

se $GmR > 1$ accade la stessa identica cosa, ma in questo caso l'ampiezza cresce esponenzialmente

Ci serve qualcosa per tenere l'ampiezza costante, ci serve un loop di controllo automatico (Automatic Amplitude control)

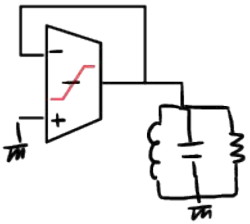


$Ao = Vref$

$Gm = \frac{1}{R}$

è un feedback negativo che stabilizza l'oscillazione

2) Posso anche affidarmi alla non linearità di un dispositivo attivo. ad esempio il transconductor non sarà lineare per sempre ma ad un certo punto deve saturare

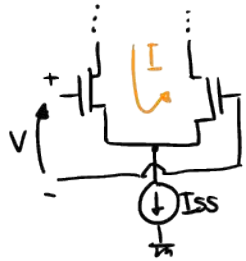


Se progettiamo l'oscillatore in modo che per piccoli segnali

$G_m > 1/R$ oscillator starts up

l'oscillazione cresce finchè il transconduttore satura

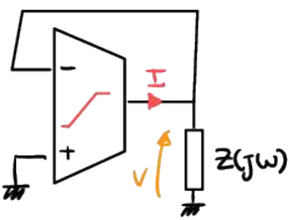
Esempio. (Transconduttore è il differential stage)



la cui caratteristica è

la pendenza attorno a Ø è G_m per piccoli segnali

Ma quale sarà l'ampiezza di oscillazione in questi tipi di oscillatori che si basano sulla non linearità? Non è così semplice



Dobbiamo risolverlo matematicamente

1) $I(t) = I[v(t)]$

$v(t)$ sarà periodico con frequenza angolare ω_0 visto che abbiamo oscillazione, allora posso scrivere fourier

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \overline{V_k}\, e^{jk\omega_0 t}$$

Allora ho anche che $I(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \overline{I_k}\, e^{jk\omega_0 t}$

2) Dopo che otteniamo i coefficienti di fourier di I $[\overline{I_k}]$ facciamo che

Per ogni: $\overline{V_k} = \overline{I_k} \cdot Z(k\omega_0)$

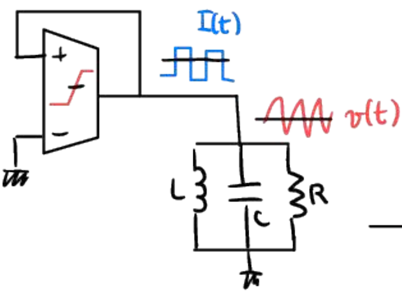
In linea generale posso scrivere che

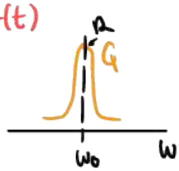
$$\begin{cases} \overline{I_1} \cdot Z(\omega_0) = \overline{V_1} \\ \overline{I_2} \cdot Z(2\omega_0) = \overline{V_2} \\ \vdots \\ \overline{I_n} \cdot Z(n\omega_0) = \overline{V_n} \end{cases}$$

Facciamo quella che si chiama un armonic balance con n armoniche

Noi facciamo una semplificazione, supponiamo di studiare gli oscillatori armonici, che l'oscillazione è sinusoidale ($v(t)$ sinusoidale) e non altre forme.

Questo succede quando Q è alto, infatti anche se visto la non linearità del componente attivo butto dentro una corrente non sinusoidale se ho Q alto filtro le componenti fuori da ω_0





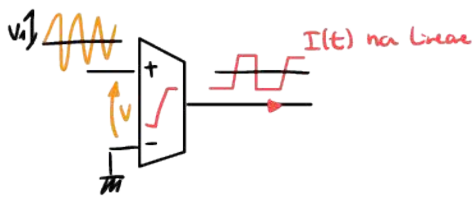
Rimaniamo con una singola equazione nella quale

$$\overline{I_1} \cdot Z(\omega_0) = \overline{V_1}$$

$$Z(\omega_0) = \frac{\overline{V_1}}{\overline{I_1}}$$

Perciò

$$Z(j\omega_0) = \frac{\overline{V_1}}{\overline{I_1}}$$



Chiamiamo

$$\frac{\overline{I_1}}{\overline{V_1}} \triangleq G_{mh}$$ è la chiamiamo transconduttanza armonica

Riscriviamo l'eq di prima come

$$Z(j\omega_0) = \frac{1}{G_{mh}}$$ (che in pratica è la condizione di oscillazione)

Possiamo riscrivere ancora che

(in pratica abbiamo scritto il loop gain anche per grandi segnali)

$$G_{mh} \cdot Z(j\omega_0) = LG_h(j\omega_0) = 1$$

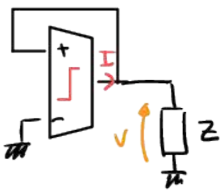
è il loop gain

Abbiamo rimpiazzato la transconduttanza a piccoli segnali con una transconduttanza armonica.

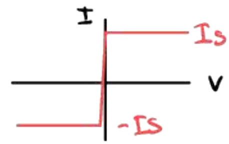
Questo metodo è chiamato Descriptive Function ed è usato per studiare i loop non lineari.

- Per poter applicare questo metodo dobbiamo supporre una non linearità del transconduttore.

Se suppongo il transconduttore uguale ad un comparatore allora



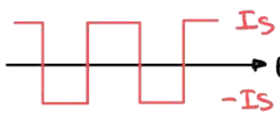
$$I(V) = I_S \cdot \mathrm{sgn}\{V(t)\}$$



ipotizziamo

$$V(t) = A_0 \cdot \cos\omega_0 t \rightarrow \overline{V_1} = A_0$$

Questo significa che $I(t)$ è un segnale ad onda quadra



Perciò la prima armonica di $I(t)$ è

$$I_1 = \frac{4}{\pi} I_S$$

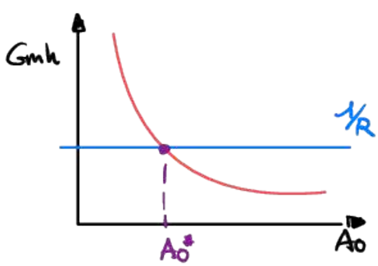
Abbiamo usato la non linearità per scoprire I_1, ora dobbiamo imporre la condizione di oscillazione

$$LG_n(j\omega_0) = 1 \rightarrow \begin{cases} G_m \cdot R = 1 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases} \qquad \text{dove} \quad G_{mh} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{\frac{4}{\pi} I_S}{A_0}$$

Combiniamo ora le 2 eq otteniamo che

$$\overbrace{\frac{4}{\pi}\frac{I_S}{A_0}}^{G_{mh}} \cdot R = 1 \rightarrow \text{Da cui} \quad A_0 = \frac{4}{\pi} I_S \cdot R$$

Abbiamo ottenuto l'ampiezza dell'oscillazione



Nella teoria è un ipotesi, nella pratica avrò dei punti dove satura

Per oscillare $G_{mh} = \frac{1}{R}$ allora

A_0^* è il punto in cui le perdite sono compensate dal sistema attivo

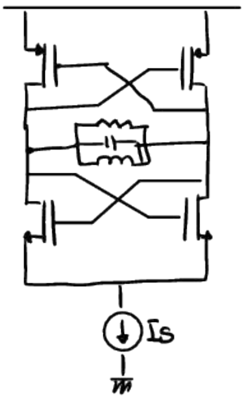
Se $A_0 > A_0^*$ allora $G_m h \cdot R < 1$ allora i poli si spostano a sinistra e l'oscillazione si spegne

Se $A_0 < A_0^*$ allora $G_m \cdot R > 1$ l'oscillazione entra in ampiezza ↗

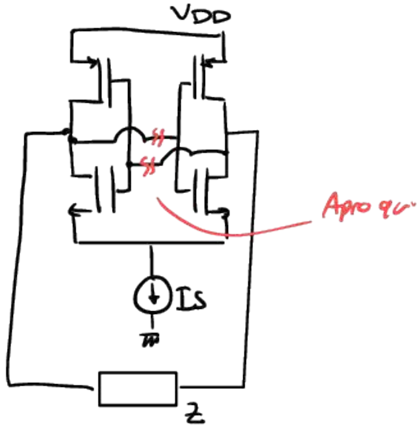
Allora A_0^* è un punto di stabilità

ESEMPI PRATICI DI OSCILLATORI REALI

• Differential Oscillator

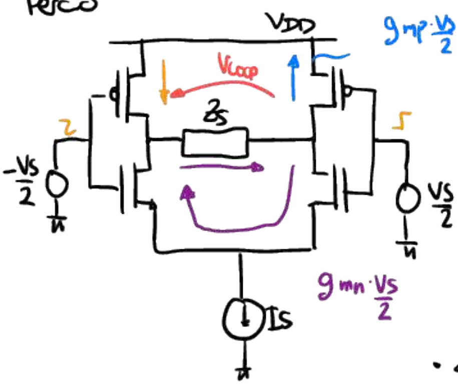


Può essere rifatto così →



Dobbiamo calcolare il Gloop, visto che è differenziale apriamo in 2 punti e in ognuno applichiamo $\frac{V_S}{2}$ e $-\frac{V_S}{2}$

Perciò



Differential mode loop-gain

$$LG(s) = \frac{V_{loop}}{V_S} = Z(s) \cdot \underbrace{\frac{g_{mn} + g_{mp}}{2}}$$

è la small-signal Gm del transduttore

La condizione di oscillazione è

$LG(j\omega_0) = 1$

• $\angle LG(j\omega_0) = 0 \qquad \angle Z(j\omega_0) = 0$

il che vuol dire $\omega_0 = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

• $|LG(j\omega_0)| = 1$

il che vuol dire che $\frac{g_{mn} + g_{mp}}{2} \cdot R = 1$

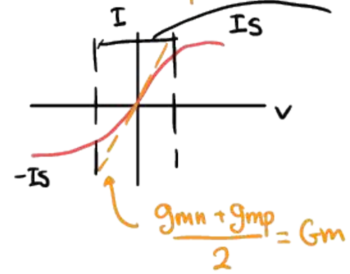
Come facciamo il desing pratico di un oscillatore?

- Startup condition (Facciamo in modo che in piccolo segnale $LG(j\omega_0) > 1$) in modo da far partire l'oscillazione.

Definiamo un startup margin $LG(j\omega_0) = EG > 1$

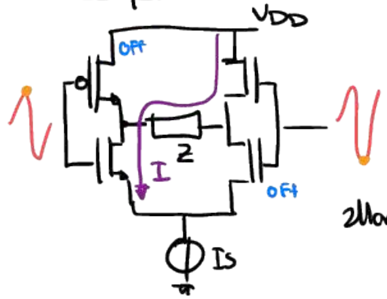
- Oscillation Amplitude: (Usiamo l'LG_h armonico (a grandi segnali) e lo imponiamo $LG_h(j\omega_0) = 1$)

Nel nostro esempio



La parte lineare in un differenziale è data da $\sqrt{2} \cdot V_{ov}$ (V overdrive)

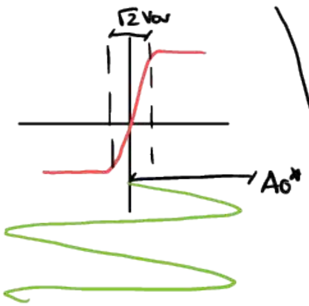
Satura a Is perché



Punti dove mi trovo

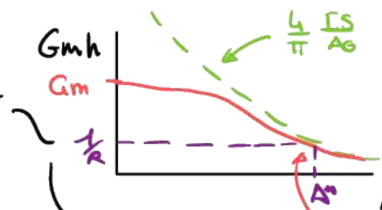
allora $I = I_s$

Se $A_0^* \gg \sqrt{2} \cdot V_{ov}$



Allora

Allora abbiamo che



Cosa farà variando la transconduttanza. Tenderà al caso di un hard limiter ma partirà dal small-signal value

Quindi A^* va a finirla dove la curva somiglia a quella dell hard limiter

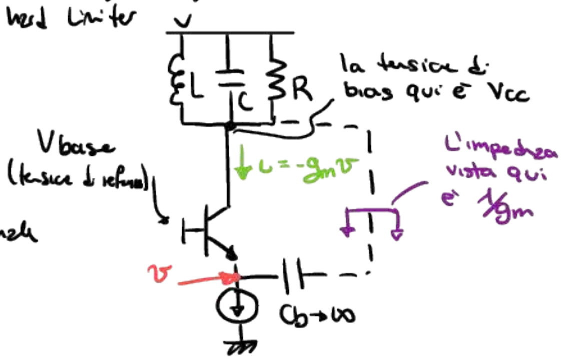
Approssimiamo Allora e quindi

$A_0^* = \frac{4}{\pi} I_S \cdot R$

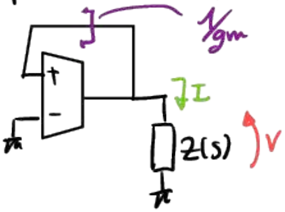
OSCILLATORE A SINGOLO TRANSISTOR

Cb serve a fare il decoupling

Vogliamo fare che il transistor legga la tensione v e mandi una corrente proporzionale



In pratica (se collegassimo come nel circuito

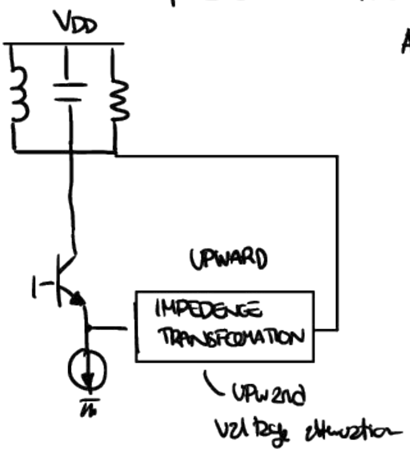


1/gm è molto bassa, non va bene, non possiamo direttamente collegare l'emettitore del transistor alla rete risonante se no gli ammazzo il quality factor (gli collego un impedenza microscopica ai capi)

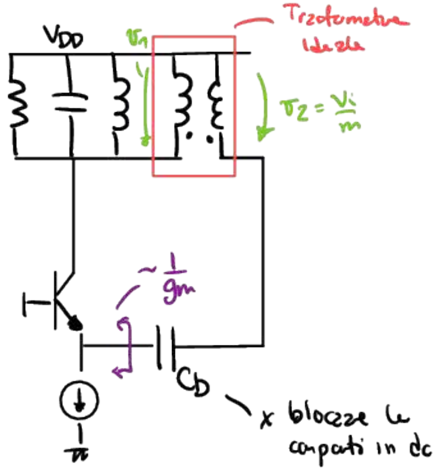
ecco perché era tratteggiato il circuito prima

Dobbiamo trovare un modo per fare sta retroazione e avere una impedenza di retroazione molto più alta.

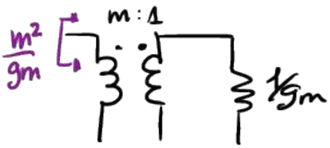
Usiamo un impedence trasformation network



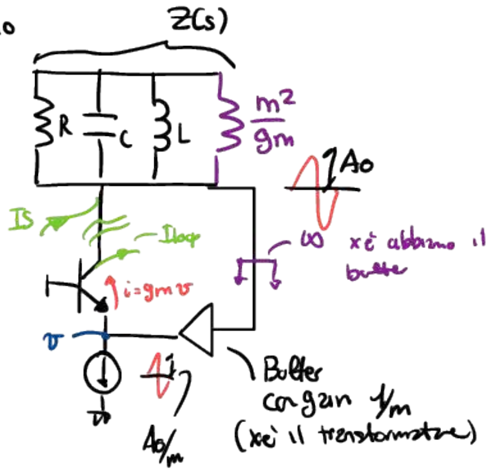
Ad esempio



Possiamo fare un circuito eq semplificando



Allora il circuito eq sarà



Questo è il circuito equivalente per calcolare Gloop. Imponiamo IS e leggiamo Iloop

$$LG(s) = \frac{i_{loop}}{iS}$$

$$Z(s) = R_{TOT} \cdot H(s)$$

$$H(s) = \frac{s\omega_0/Q}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad e \quad R_{TOT} = \frac{R \cdot m^2/gm}{R + m^2/gm} = \frac{m^2 R}{m^2 + gm R}$$

Allora

$$G_{loop} = \frac{i_{loop}}{i_s} = \overbrace{Z(s)\cdot\frac{1}{m}}^{v}\cdot g_m$$

La condizione di oscillazione è $LG(j\omega_0)=1$

$$LG(j\omega_0) = \frac{g_m}{m}\cdot R_T\cdot H(j\omega_0) = 1$$

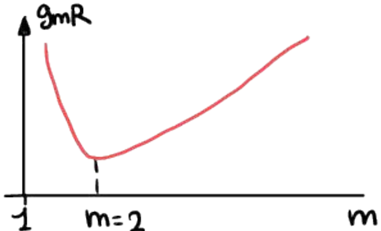
si traduce in 2 eq

1) $\angle LG(j\omega_0) = 0 \rightarrow \omega_0 = \omega_r$

2) $|LG(j\omega_0)| = \frac{g_m}{m}\cdot R_T = 1 \rightarrow \frac{m^2 R}{m^2+g_m R}\cdot\frac{g_m}{m} = 1$

Lavorando l'eq si ottiene

$$g_m R = \frac{m}{1-1/m}$$



m>1 xè la trasformazione deve essere upward

Dal grafico capiamo che per m grandi $g_m R$ tende a infinito

Per piccoli m $g_m R$ tende sempre a infinito

minimum gain

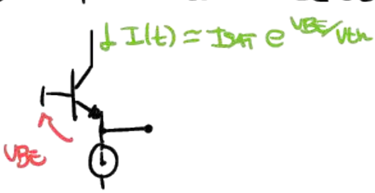
startup condition $g_m > 4$

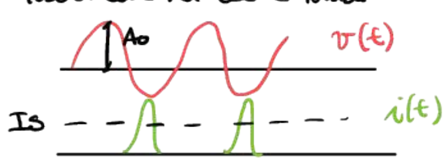
$$g_m R = \frac{2}{1-1/2} = 4$$

il gain minimo si ottiene con $m=2$
(quindi per questo valore ho la minor corrente possibile)

Capiamo quindi che ho un tradeoff, m non può essere troppo grande o troppo piccolo (in questo caso deve essere 2) xè
se aumento troppo m ho un attenuazione sempre più grande nel loop e quindi devo aumentare sempre più corrente per avere $LG=1$.
Per m piccoli invece degradiamo il risonatore

CALCOLIAMO ADESSO L'AMPIEZZA D'OSCILLAZIONE (cambia rispetto all'oscillatore differenziale)
Non abbiamo più una corrente ad onda quadra come nel osc differenziale

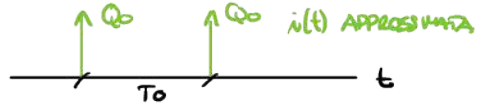




Se la tensione è sinusoidale allora la corrente ha dei picchi quando il segnale $v(t)$ è negativo e per il resto è $\emptyset$ (capire xè se v_{BE} è sinusoidale dalla formula)

Dobbiamo fare un approssimazione

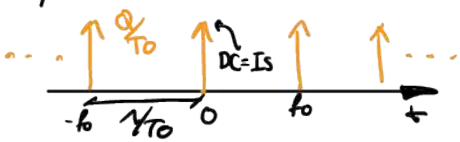
se $\frac{A_0}{m} \gg V_{th} = \frac{KT}{q}$ allora l'esponenziale va molto alto e quindi gli impulsi li approssimo come delta



Allora

$$I(t) \cong Q \cdot \sum \delta(t - KT_0)$$

Se facciamo la trasformata di fourier di $I(t)$ abbiamo uno spettro che sono sempre treni di delta



$$I(f) = \frac{Q}{T_0} \sum e^{-jKw_0t}$$

è il double sided spectrum

Quindi la transconduttanza armonica

(xè è l'ampiezza del coseno)

$$g_{mh} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{2Q/T_0}{A_0/m}$$

Dato che l'impulso in $\emptyset$ è la componente DC allora deve essere $= I_S$ e visto che tutti gli impulsi hanno la stessa ampiezza allora

$$Q/T_0 = I_S$$

$$g_{mh} = \frac{2I_S}{A_0/m}$$

Abbiamo rimpiazzato il small signal gm con il large signal

• Condizioni di oscillazione

$$LG_h(jw_0) = 1 \longleftrightarrow g_{mh} R = \frac{m}{1 - \frac{1}{m}}$$

Perciò

$$\frac{2I_S}{A_0} \cdot m \cdot R = \frac{m}{1 - \frac{1}{m}} \longrightarrow A_0 = 2I_S R\left(1 - \frac{1}{m}\right)$$

Dove $A_0 \to 0$ per $m = 1$

$A_0 \to 2I_SR$ per $m \to \infty$

come abbiamo già visto non sono condizioni buone per lo start-up

Se $m = 2$ allora

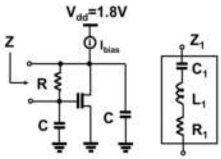
$$A_0 = I_S \cdot R$$

T7.1 Let us consider the crystal oscillator in figure, where $L_1 = 4.4$ mH, $C_1 = 3.6$ fF, $R_1 = 30\ \Omega$, $C = 1$ pF, $R \rightarrow \infty$, $V_t = 0.5$V, $K = \frac{1}{2}\mu C_{OX}\left(\frac{W}{L}\right) = 2\ \mu A/V^2$ and Z_1 represents the equivalent impedance of an XTAL.

a) Derive the expression for Z(ω) as a function of the circuit parameters.

b) Evaluate oscillation frequency when the XTAL is connected in parallel to the previously evaluated impedance.

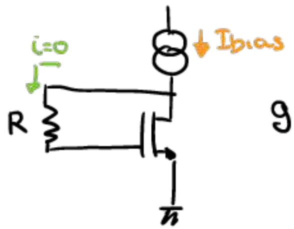
c) What is the minimum I_{bias} to guarantee start-up of the oscillation?



Z_1 è il modello di un oscillatore di cristallo esterno.

$R \rightarrow \infty$

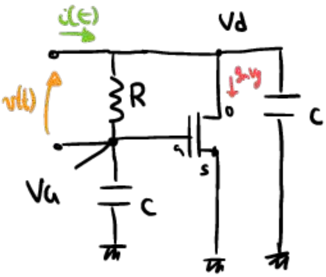
Troviamo il pto di bias del transistor anche se non abbiamo la corrente Ibias



su R non passa corrente xè $R \rightarrow \infty$

$$g_m = 2\sqrt{K I_b}$$

> PUNTO A



imponiamo una corrente i e misuriamo v(t)

$$Z(s) = \frac{V(t)}{i(t)} = \frac{(V_d - V_g)}{i(t)} = \frac{V_d}{i(t)} - \frac{V_g}{i(t)}$$

$$V_g = -i(t)/RC$$

$$i(t) = g_m V_g + V_d sC = -\frac{i(t)}{sC} g_m + V_d sC$$

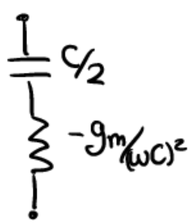
e quindi $V_d = \frac{i(t)}{sC}\left[1 + \frac{g_m}{sC}\right]$

Ricordando l'equazione sopra otteniamo

$$Z(s) = \frac{1}{sC}\left[1 + \frac{g_m}{sC}\right] + \frac{1}{sC} \rightarrow \frac{2}{sC} + \frac{g_m}{(sC)^2}$$

$s = j\omega$

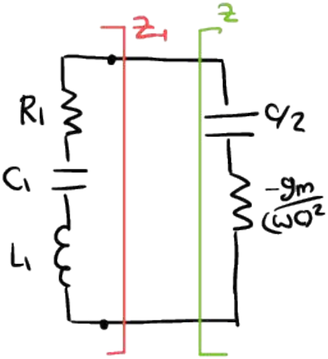
$$Z(j\omega) = \frac{2}{j\omega C} + \frac{g_m}{(j\omega C)^2} = \frac{2}{j\omega C} - \frac{g_m}{(\omega C)^2} =$$



in pratica è come la serie di un condensatore con valore $C/2$ e una resistenza negativa

• PUNTO B

Oscillazione quando Z_1 è connessa in parallelo (vogliamo la frequenza)



Dal modello a resistenza negativa sappiamo che per garantire il bilanciamento di potenza in risonanza (ω_0) allora

$$Z(j\omega_0) + Z_1(j\omega_0) = \emptyset$$

Dividiamo parte reale e negativa

① $\mathrm{Im}\{Z(j\omega_0)\} + \mathrm{Im}\{Z_1(j\omega_0)\} = \emptyset$

② $\mathrm{Re}\{Z(j\omega_0)\} + \mathrm{Re}\{Z(j\omega_0)\} = \emptyset$

Da ① ricaviamo che

$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} - \frac{1}{\omega_0 C/2} = \emptyset \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1[C_1 // (C/2)]}}$$

$$= 2\pi\, 40{,}13\ \mathrm{MHz}$$

• PUNTO C

Qual è la minima Ibias per garantire l'oscillazione.

@ STEADY STATE $\quad \mathrm{Re}\{Z_1(j\omega_0)\} + \mathrm{Re}\{Z(j\omega_0)\} = \emptyset$

ma durante lo start-up dobbiamo fare in modo che questo bilanciamento sia $< \emptyset$ perché la potenza dissipata deve essere minore di quella erogata visto che dobbiamo far partire l'oscillazione

@ STARTUP $\quad \mathrm{Re}\{Z_1(j\omega_0)\} + \mathrm{Re}\{Z(j\omega_0)\} < \emptyset$

e quindi

$$R_1 - \frac{g_m}{\omega_0^2 C^2} < \emptyset$$

perciò

$$g_m > R_1 \omega_0^2 C^2 \quad e \quad g_m = 2\sqrt{K I_{bias}}$$

allora

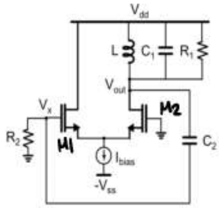
$$I_{bias} > \frac{1}{K}\left(\frac{R_1 \omega_0^2 C^2}{2}\right)^2 = 0{,}45\ \mu A$$

T7.2 Let us consider the oscillator in the figure, where $V_{dd} = V_{ss} =$ 1.25V, $V_t = 0.5V$, $K = \frac{1}{2}\mu C_{OX}\left(\frac{W}{L}\right) = 10\ mA/V^2$, L = 4nH, C_1 = 0.5 pF, C_2 = 0.5 pF, R_1 = 1 kΩ, R_2 = 2 kΩ and I_{bias} = 3 mA.

a) Making the necessary simplifications, derive the oscillation frequency and check the start-up condition.

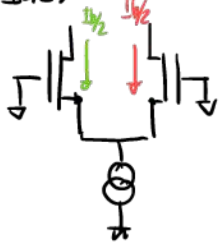
b) Assuming full-switching of the differential stage, evaluate the oscillation amplitude at the output node, V_{out}.

c) Plot V_{out} and V_x over one period and check the operating region of the transistors.



> MOSFET BIAS POINT

(entrambi i mosfet hanno Drain a VDD e gate a GND e entrambi sono biasati a Ib/2)

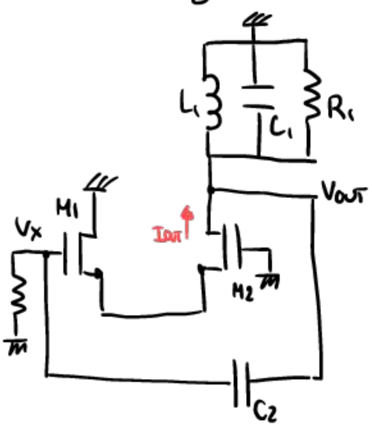


$$g_m = 2\sqrt{K\frac{I_b}{2}} = 7{,}75 mA/V$$

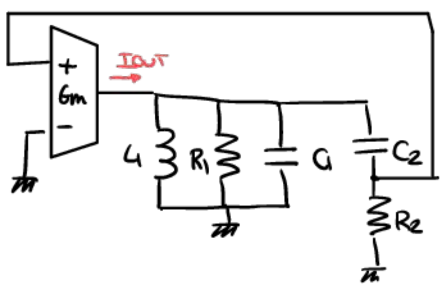
• PUNTO A

RICAVARE ω0 (CON SEMPLIFICAZIONI)

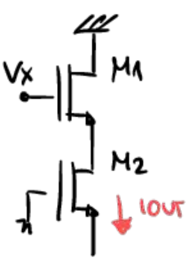
-Iniziamo disegnando il modello in ac



modello eq come resonant tank + transconductor



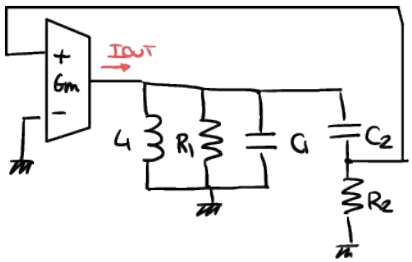
Dobbiamo ricavare ora il valore di Gm analizzando il circuito



$$I_{out} = g_m\left[V_x - \frac{I_{out}}{g_m}\right]$$

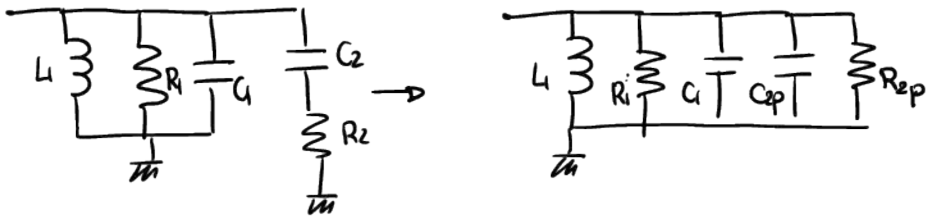
$$\frac{I_{out}}{V_x} = \frac{g_m}{2} = G_m$$

E DUNQUE



Per semplificare ancora di più l'analisi facciamo una series to parallel trasformation di C_2 e R_2

Trasformazione Serie → Parallelo a frequenza ω_0



Def

$$R_p = R_S(1+Q_T)^2$$

$$X_p = X_S\left(1+\frac{1}{Q_T^2}\right)$$

$$Q_T = \frac{X_S}{R_S} = \frac{R_p}{X_p}$$

$$R_{2p} = R_2(1+Q_T^2)$$

$$\frac{1}{\omega_0 C_{2p}} = \frac{1}{\omega_0 C_2}\left(1+\frac{1}{Q_T^2}\right)$$

$$Q_T = \frac{1}{\omega_0 C_2 R_2}$$

Ma noi non abbiamo ω_0, dobbiamo supporre qualcosa, dobbiamo fare un ipotesi sul valore di Q_T

Se $Q_T \ll 1 \rightarrow \omega_0 \gg 1/C_2R_2 = 2\pi\, 159\,\text{MHz}$ (per definizione di fattore di qualità)

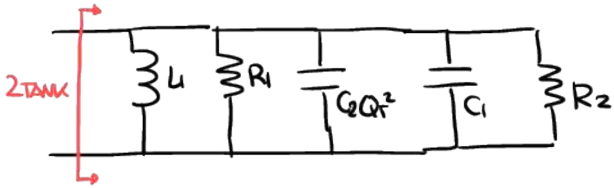
Se $Q_T \gg 1 \rightarrow \omega_0 \ll 1/C_2R_2 = 2\pi\, 159\,\text{MHz}$

Visto che $L \sim nH$ e $C \sim pF$ allora ci aspettiamo $f_x \sim GHz$ (intendiamo la f del blocco risonante)

Perciò supponiamo $Q_T \ll 1$, allora

$$\begin{cases} R_{2p} = R_2(1+Q_T^2) \simeq R_2 \\ \dfrac{1}{\omega C_{2p}} = \dfrac{1}{\omega_0 C_2}\left(1+\dfrac{1}{Q_T^2}\right) \simeq \dfrac{1}{\omega_0 C_2 Q_T^2} \end{cases} \rightsquigarrow C_{2p} = C_2 Q_T^2$$

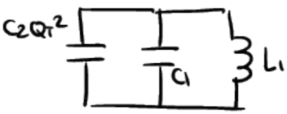
Perciò ora il nostro modello equivalente è



Lui ha fatto così e Li ha considerati in serie ma non sono in serie ma viene comunque oppure semplicente

Perciò $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Se imponiamo $\mathrm{Im}\{Z_{TANK}\} = 0$ (cioè in risonanza)



$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 (C_1 + C_2 Q_T^2)} = 0 \qquad Q_T^2 = \frac{1}{\omega_0 R_2 C_2}$$

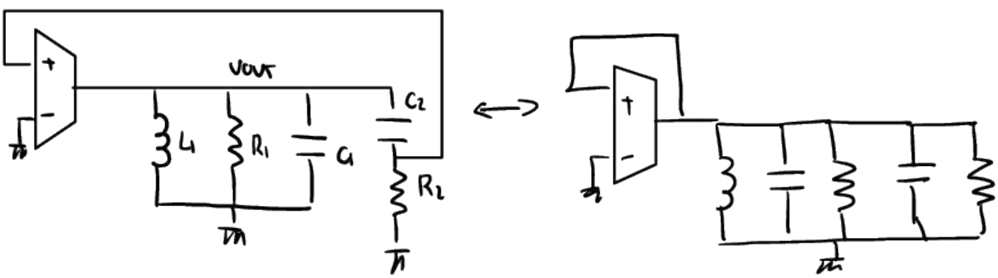
$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 \left[C_1 + \dfrac{1}{(\omega_0 R_2)^2 C_2}\right]} = 0$$

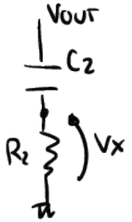
e dunque

$$\omega_0^2 L_1 C_1 + \frac{\omega_0^2 L_1}{\omega^2 R_2^2 C_2} = 1 \longrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} - \frac{1}{C_1 C_2 R_2^2}$$

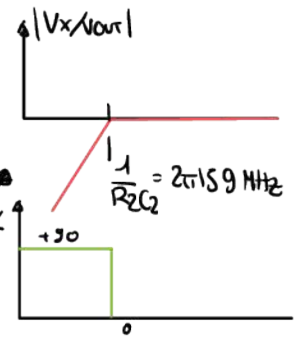
$$= 2\pi\, 3{,}55\,\mathrm{GHz}$$

Vediamo adesso se l'approssimazione è ok





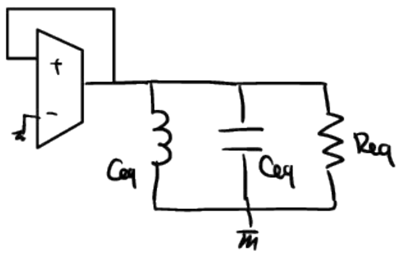
$$V_x = V_{OUT} \cdot \frac{R_2}{R_2 + \dfrac{1}{sC_2}} = \frac{sC_2R_2}{1 + sR_2C_2}$$



è un passalto

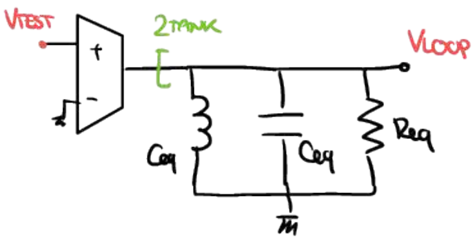
Dato che $\omega_0 = 2\pi\, 3{,}5\,GHz$ possiamo dire che $|V_x/V_{OUT}| = 1$ alla nostra f di interesse.
A questa f anche la fase è $\emptyset$

- CHECK DELLA START UP CONDITION



$$C_{eq} = C_1 + \frac{1}{(\omega_0 R_2)^2 C_2}$$

Per avere lo startup dobbiamo avere $|G_{loop}(j\omega)| > 1$



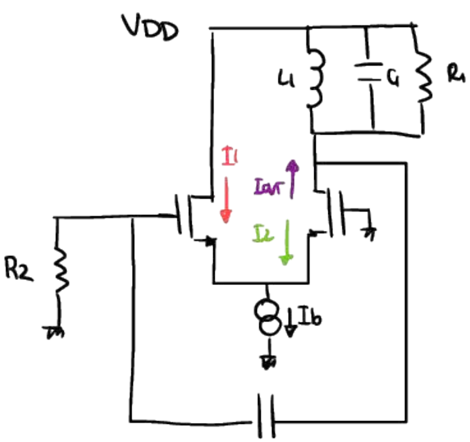
$$G_{loop}(j\omega) = G_m \cdot Z_{TANK}(j\omega)$$

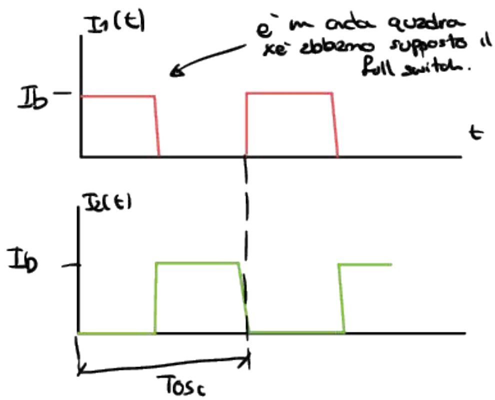
@ ω_0 noi siamo in risonanza quindi $|G_{loop}(j\omega_0)| = G_m R_{eq} = \frac{g_m}{2} \cdot R_1 // R_2$

è quindi abbastanza per garantire lo startup. $= 2{,}58 > 1$

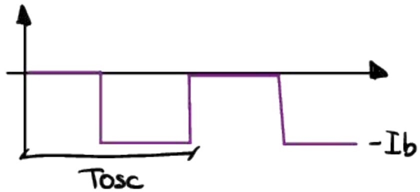
- PUNTO B

ricavare l'ampiezza di V_{OUT} supponendo che M1 e M2 switchino completamente

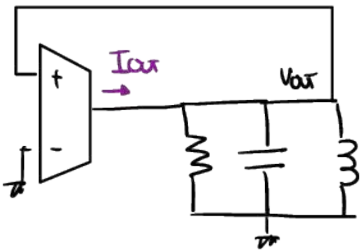




Dato che $I_{OUT} = I_2 - I_1$ allora



Consideriamo ora il modello semplificato



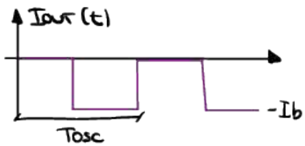
vogliamo calcolare Vout(t) con l'harmonic balance a una frequenza

$$I_1(t) \to I(j\omega)$$

$$V_{out}(j\omega) = I(j\omega)\, Z_{TRAN}(j\omega)$$

$$V_{out}(j\omega) \to V_{out}(t)$$

iniziamo calcolando le armoniche di $I_{OUT}(t)$



DUTY CYCLE = 0,5

AMPIEZZA: $-I_b$

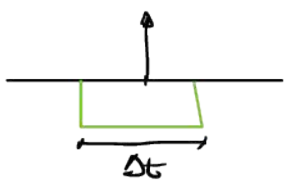
PERIODO = Tosc

$$I_{OUT}(t) = \gamma_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} 2|\gamma_n| \cos\left(\frac{2\pi}{T_{osc}} n t + \angle \gamma_n\right)$$

$I_0 = \gamma_0$ = media del segnale $= -I_b/2$

$$\gamma_n = \frac{1}{T_{osc}} \mathcal{F}\{I_{OUT_T}(t)\}_{f=\frac{n}{T_{osc}}}$$

I_{OUT} truncated (f) è un rect di ampiezza $-I_b$



$$I_{OUT\,TRUNCATED}(t) = I_{OUT}(t) \cdot rect\left(\frac{t}{T_{osc}}\right)$$

$$I_{OUT\,TRUNCATED}(t) = -I_b\, rect\left(\frac{t}{\Delta t}\right)$$

Allora

$$\gamma_n = -\frac{1}{T_{osc}} F_T\{ I_{OUT_{trance}}(t)\}_{f=\frac{n}{T_{osc}}}$$

$$= \frac{1}{T_{osc}} \Delta T\,(-I_b)\,\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{T_{osc}}\Delta t\right)$$

$$= -I_b \cdot D \cdot \frac{\sin(nD\pi)}{nD\pi}$$

con $\frac{\Delta t}{T_{osc}} = D$ ← duty cycle

Perciò mettendo $n=1$ otteniamo

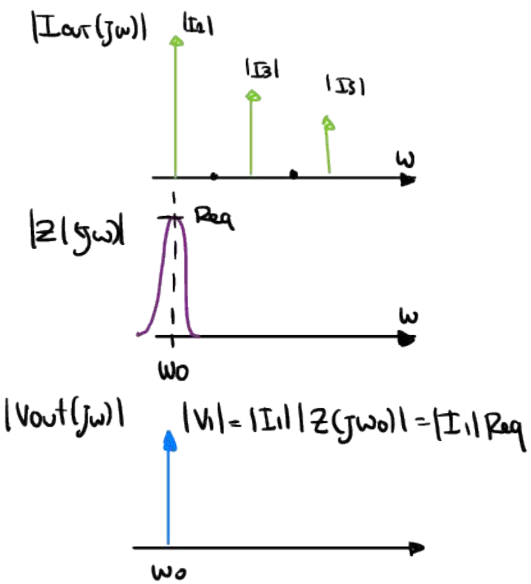
$$|I_1| = 2|\gamma_1| = 2I_b \cdot \frac{1}{2}\frac{\sin(\pi/2)}{\pi/2} = \frac{2I_b}{\pi}$$

$$|I_2| = 2|\gamma_2| = 2I_b \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(\pi)}{\pi} = \varnothing$$

$$|I_3| = 2|\gamma_3| = \frac{2}{3}\pi I_b$$

$$|I_4| = \varnothing$$

ALLORA se graficiamo corrente e impedenza otteniamo che



$$V_{OUT} = V_{OUT\,DC} + |V_1| \cos(\omega_0 t)$$

$|V_1|$ = oscillator amplitude

allora
$$|V_1| = \frac{2 I_b}{\pi} \cdot R_{eq} = \frac{2 I_b}{\pi} (R_1 // R_2) = 1,273\ V$$

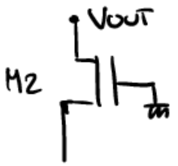
che è l'ampiezza di oscillazione

• PUNTO C

PLOTTARE V_{OUT} e V_X IN UN PERIODO E VERIFICARE CHE I TRANSISTOR LAVORINO BENE.

– CHECK TRANSISTOR OPERATION REGION

INIZIAMO DA M2



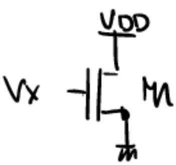
a DC sappiamo che $V_{OUT} = V_{DD}$ (se è sopra ho l'induttore che si cortocircuita)

in generale allora
$$V_{OUT} = V_{DD} + |V_1| \cos(\omega_0 t)$$

Noi sappiamo che
$$V_d^{MIN} > V_g - V_T$$ ricordiamo $V_g = \emptyset$

allora
$$V_{DD} - |V_1| > -V_T \rightarrow 1,25V - 1,273V > -0,5\ V \quad OK!!$$

• CONTROLLIAMO M1



Noi sappiamo che V_x ha lo stesso valore di V_{OUT} in frequenza ma un diverso bias in DC (che è $\emptyset$ perché c'è il conduttore)

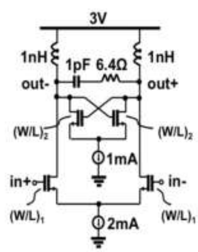
$$V_d > V_g^{max} + V_T$$
$$V_g^{max} < V_{DD} + V_T$$
$$1,273V < 1,25 + 0,5 \quad OK!!$$

T7.3 Let us consider the circuit in figure, where $V_t = 0.5\text{V}$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.1\text{mA/V}^2$ and $\gamma/\alpha = 2/3$.

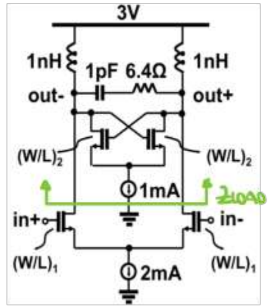
a) Evaluate the resonant frequency of the differential load and find the values of $(W/L)_1$ and $(W/L)_2$ to obtain: (i) differential gain at resonance $(V_{out}^+ - V_{out}^-)/(V_{in}^+ - V_{in}^-)$ equal to 5dB and (ii) a -3dB bandwidth of the gain equal to 270MHz.

b) Considering both transistor and resistor noise, evaluate the output noise voltage spectral density at resonance.

c) Is there any limit on the choice of $(W/L)_2$? If so, explain why.

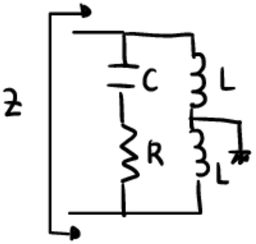


$$g_{m1} = 2\sqrt{K\left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot \frac{I_{b1}}{2}} \qquad g_{m2} = 2\sqrt{K\left(\frac{W}{L}\right)_2 \frac{I_{b2}}{2}}$$



PUNTO A)

ricavare la frequenza di risonanza di Z_{LOAD}



Facciamo una conversione da serie a parallelo

$$\begin{cases} R_p = R(1+Q_T)^2 \\ \dfrac{1}{\omega C_p} = \dfrac{1}{\omega_0 C}\left(1+\dfrac{1}{Q_T^2}\right) \\ Q_T = \dfrac{1}{\omega_0 C R} = \omega_0 C_p R_p \end{cases}$$

non sappiamo ω_0 ma facciamo un ipotesi sul valore di Q_T

Se $Q_T \gg 1 \rightarrow \omega_0 \ll 1/CR = 2\pi\, 24{,}87\,GHz$

Se $Q_T \ll 1 \rightarrow \omega_0 \gg \frac{1}{CR} = 2\pi\, 24{,}87\,GHz$

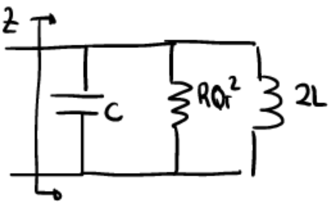
visto che $L \sim nH$ e $C \sim pF$ io mi aspetto $f_0 \sim GHz$ quindi $Q_T \gg 1$

Perciò se $Q_T \gg 1$

$$R_p = R(1+Q_T^2) \cong R Q_T^2$$

$$\frac{1}{\omega_0 C_{2p}} = \frac{1}{\omega_0 C_2}\left(1+\frac{1}{Q_T^2}\right) \simeq \frac{1}{\omega_0 C_2} \rightsquigarrow C_{2p} \cong C_2$$

il modello eq è



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \simeq 2\pi\, 3{,}56\,GHz$$

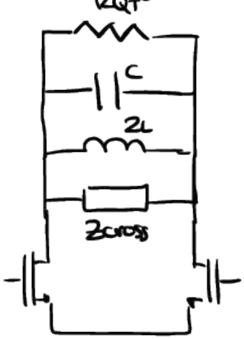
controlliamo che la nostra supposizione fosse giusta

$$Q_T = \frac{1}{\omega_0 RC} = 7 \gg 1$$ l'approssimazione regge

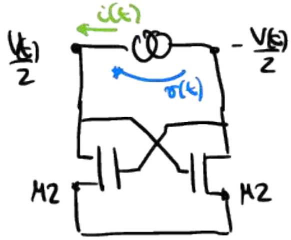
• Dobbiamo trovare $(W/L)_1$ e (W/L_2) per avere

i) $\frac{V_{OUT\ diff}}{V_{in\ diff}} = 5\,dB$ ii) $-3dB\ BW = 270\,MHz$

Il circuito completo è



Zcross = impedenza dei cross coupled



imponiamo la corrente e misuriamo la tensione

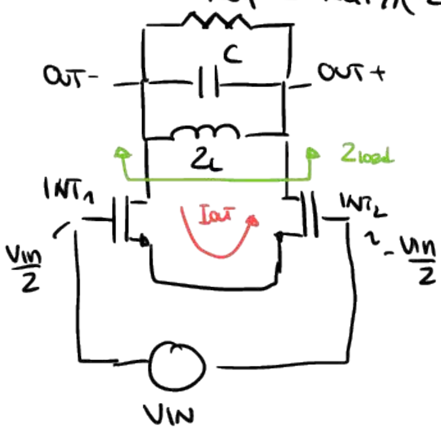
$$Z_{CROSS} = \frac{V_t}{i_t}$$

allora $i(t) = g_{m_2}\left[-\frac{V_t}{2}\right]$

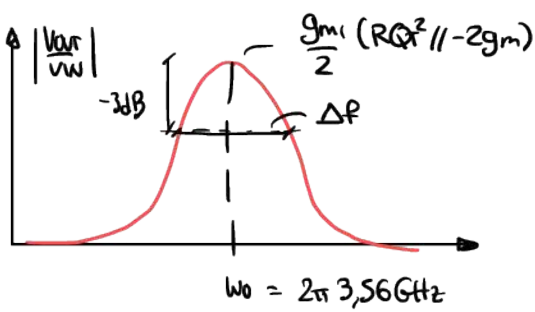
perciò $\frac{V_t}{i(t)} = -2/g_m$ ← impedenza negativa come ci aspettavamo

• RICAVIAMO L'OUTPUT GAIN (Vout diff)/(Vin diff) [differential gain]

$$R_{eq} = RQ_T^2 // (-2g_m)$$



$$V_{OUT} = i_{OUT} Z_{LOAD} = V_{IN}\, g_m \cdot \frac{1}{2} Z_{LOAD}$$



Δf è la banda di frequenza in cui la massima perdita di guadagno è 3dB ed è

$$\Delta f = 270\,MHz \leftarrow \text{Dato che ci era stato dato}$$

Noi sappiamo che $Q_{T_{ank}} = \dfrac{f_0}{\Delta f} = 13,18$ ← Perciò Q_{TANK} per la rete deve essere 13

Quindi

$$Q_{TANK} = \omega_0 C R_{eq} \rightarrow R_{eq} = 589,46\,\Omega$$

$$= R Q_T^2 \,//\, Z_{CROSS} \qquad Z_{CROSS} = -2/g_{m2}$$

perciò

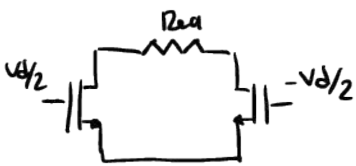
$$g_{m2} = 2\left[\frac{1}{R Q_T^2} - \frac{1}{R_{eq}}\right] = 2,98\ mA/V$$

$$= 2\sqrt{\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_2 \frac{I_{b2}}{2}}$$

e quindi

$$\left(\frac{W}{L}\right)_2 = 45$$

condizione 2 è che @ ω_0 avere 5dB gain



$$\frac{V_{OUTd}}{V_{ind}} = \frac{g_m}{2} R_{eq} = 5dB = 10^{5/20}$$

$$\rightarrow g_m = 6,03\,mS$$

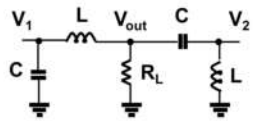
$$= 2\sqrt{\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1 \frac{I_b}{2}}$$

quindi $\left(\dfrac{W}{L}\right)_1 = 90$

16.04.2021 Q&A 1h

T6.4 Soluzione alternativa

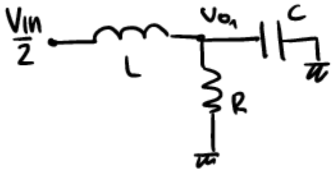
T6.4 We want to design a differential to single-ended signal converter Let us consider the circuit in figure, where R_L=50Ω.



a) Find the values of L and C to have a gain $|V_{out}|/|V_1-V_2| = 1$ at 5GHz.
b) Evaluate the differential impedance between V_1 and V_2 at 5GHz.

[Solution: a. L=1.59nH, C=637fF; b. R_{diff}=50Ω]

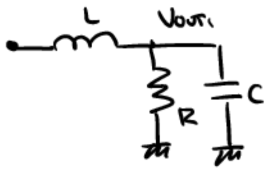
Se $V_1 = V_{in}/2$ e $V_2 = -V_{in}/2$ principio della sovrapposizione degli effetti



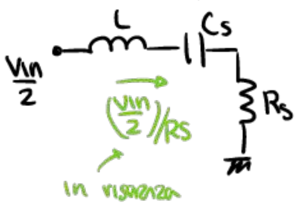
$V_{OUT} = V_{O1} + V_{O2}$

Siamo davanti ad un L-match

Caso 1



in risonanza posso fare



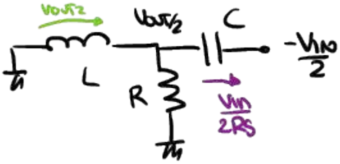
$$Q_0 = \frac{1}{\omega_0 R_S C_S} = \omega_0 R C \overset{!}{=} \frac{R}{\omega_0 L}$$

e quindi visto che V_{OUT1} è la caduta su C del circuito originale allora

$$V_{OUT1} = \underbrace{\frac{V_{in}}{2R_S}}_{\text{Corrente in risonanza}} \cdot \frac{1}{j\omega_0 C} = \frac{V_{in}}{2} \cdot \frac{Q_0}{j} = -j\,\frac{V_{in}}{2} \cdot Q_0$$

TUTTO QUESTO È IN LOW LOSS APPROX XÈ NON CONSIDERIAMO LA CORRENTE IN R.

Per l'altro caso viene



$$V_{out2} = j\omega_0 L \cdot \frac{V_{in}}{2R_S} = jQ \cdot \frac{V_{in}}{2}$$

Allora

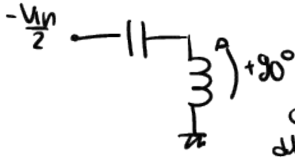
$$V_{out} = -jQV_{in}$$

$|Gain| = 1$ lo ricaviamo con $Q_0 = 1$ e sappiamo che $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 2\pi 5 \cdot 10^9$

Sappiamo $Q_0 = 1 = \frac{R}{\omega_0 L}$ e ricaviamo L e C.

Capiamo anche lo sfasato

è un passabasso



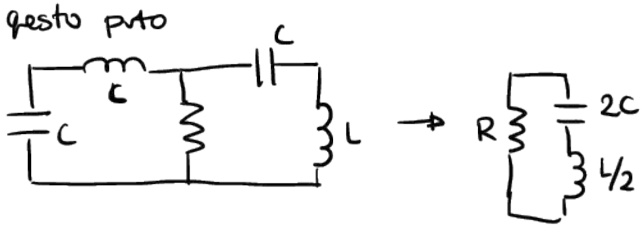
è un passaalto

Capiamo quindi il come dello sfasato

Una soluzione alternativa è data senza fare la sovrapposizione degli effetti

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{2}\left[\frac{1}{j\omega_0 L} - j\omega_0 C\right]$$

A questo punto

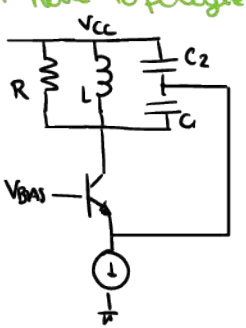


Stessa cosa perché i 2 rami sono in parallelo e da qui ricava il fattore di qualità

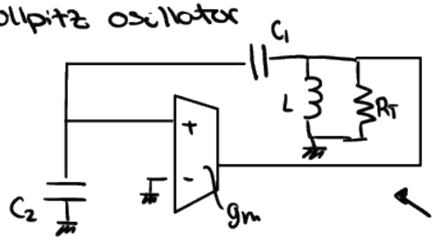
$$Q = \frac{\omega_0 L/2}{R}$$

19.04.2021 2h

Varianti nelle topologie di oscillatori

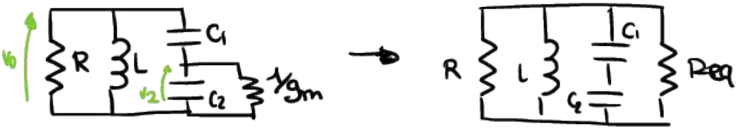


Collpitts oscillator



circuito equivalente a piccoli segnali

è una rete di colpitz perché abbiamo che



e abbiamo la rete di match collpitz (quella che non lavora in risonanza), infatti:

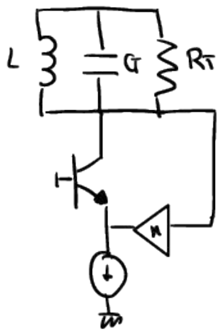
Supponiamo low loss approx → $\frac{1}{g_m} \gg \frac{1}{\omega_0 C_2}$ allora $V_2 \simeq \underbrace{\frac{C_1}{C_1+C_2}}_{n<1} \cdot V_0$

e quindi il resistore equivalente è

$$R_{eq} \simeq \frac{1}{g_m} \cdot \frac{1}{\left|\frac{V_2}{V_0}\right|^2} = \frac{1}{n^2 g_m}$$

(Questo si ottiene imponendo la stessa energia dissipata nelle 2 reti)

Possiamo approssimare il circuito con



$$R_T = R // R_{eq} = R // \frac{1}{n^2 g_m}$$

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Dato questo circuito si possono ricavare tutti i valori

$$G_{loop}(s) = n g_m \cdot Z_T(s)$$ con Z_T impedenza della rete risonante parallelo

• Oscillation condition (small-signals)

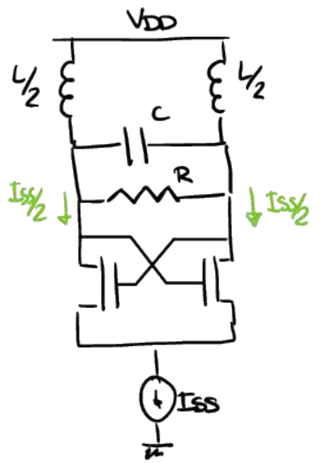
$$LG(j\omega_0) = 1 \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} g_m R_T n = 1 \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_T}} \end{cases} \quad \text{con } R_T = \frac{R \cdot \frac{1}{n^2 g_m}}{R + \frac{1}{n^2 g_m}}$$

e si ottiene

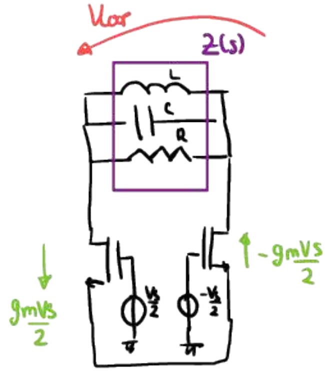
$$g_m \cdot R = \frac{1}{n(1-n)}$$

si ottiene lo stesso risultato del caso generale con $m = \frac{1}{n}$

- Altra topologia



piccoli segnali →

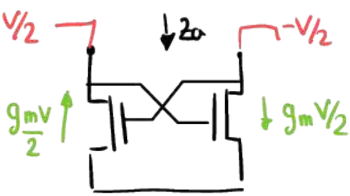


in differential mode

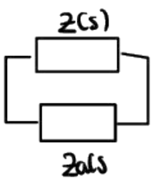
$$LG(s) = \frac{V_{loop}}{V_s} = \frac{g_m \frac{V_s}{2} \cdot Z(s)}{V_s} = \frac{g_m}{2} \cdot Z(s)$$

Condizioni di oscillazione $LG(j\omega_0) \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \frac{g_m}{2} R = 1 \end{cases}$

Nel caso avessi usato la teoria della resistenza negativa ottengo comunque che nel modo differenziale si ha

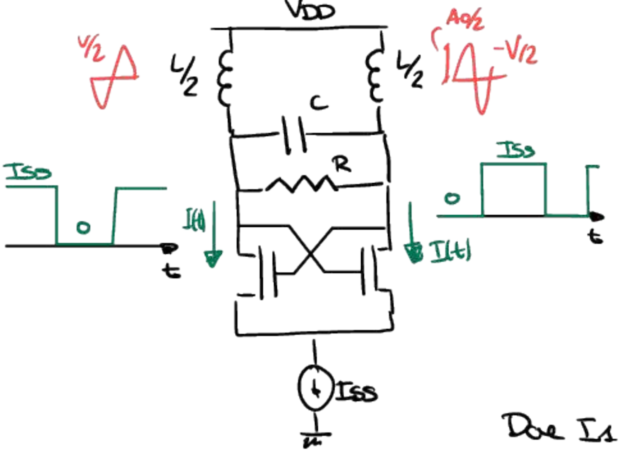


$$Z_a(s) = \frac{V}{-\frac{g_m V}{2}} = -\frac{2}{g_m}$$



Oscillazione quando ha $-Z_a(s) = Z(s)$ (otteniamo lo stesso risultato di sopra)

Cosa succede a grandi segnali? quando dobbiamo calcolare la armonic transconductance



Visto che la corrente è così noi stiamo supponendo il full-switch (hard-limiting I(V))

• Condizioni di oscillazione

$G_{mh} \cdot R = 1$

$G_{mh} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_1}$

Dove I_1 è la prima armonica di $I(t)$

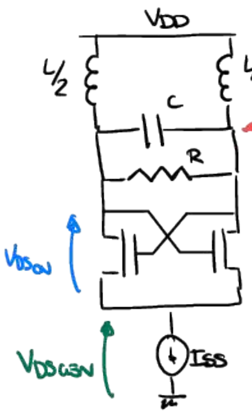
$$\left.\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \frac{2}{\pi} I_{SS} \\ \bar{V}_1 &= A_0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad G_{mh} = \frac{\bar{I}_1}{A_0} \rightarrow A_0 = \frac{2}{\pi} I_{SS} \cdot R$$

Vale sia per i mos in sat e in triodo

Formula che vale solo se $A_0 \gg \sqrt{2} \cdot V_{ov}$ condizione mos saturazione

Dato il caso standard qui ci serve una resistenza doppia per avere la stessa ampiezza

Qual è la massima ampiezza d'oscillazione ottenibile con questo circuito

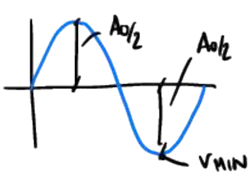


DC voltage = VDD perché in DC l'induttore è un corto

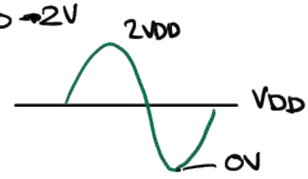
Capiamo che la tensione massima è VDD nella semionda positiva ma nella semionda negativa non abbiamo un induttore a terra ma passiamo in un transistor

Questo significa che il min Voltage = VDSON + VDSGEN (questo al limite tendrà a zero, quindi:)

i MOS quando sono in topologia differenziale e facciamo un full-switching non ci interessa troppo se i mos sono in saturazione o triodo. Tuttavia la formula $A_0 \gg \sqrt{2} V_{ov}$ è calcolata supponendoli in saturazione



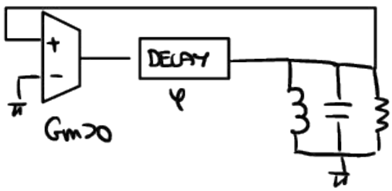
$A_0/2 \rightarrow V_{DD} - 0V \rightarrow A_0 \rightarrow 2V$



Frequency stability

(vogliamo vedere la stabilità della f di osc relativamente ai disturbi/non idealità)

- Nella realtà dopo la trasconduttanza abbiamo un delay



Condizioni di Barkausen per l'oscillazione

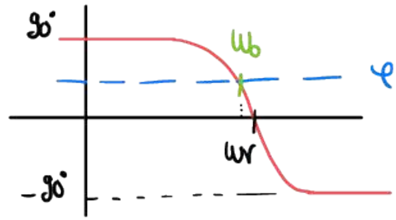
$$\begin{cases} \angle LG(j\omega_0) = \emptyset \\ LG(j\omega) = G_m e^{-j\varphi} Z(j\omega) \end{cases}$$

Perciò si ottiene che $\quad -\varphi + \angle Z(j\omega_0) = \emptyset$

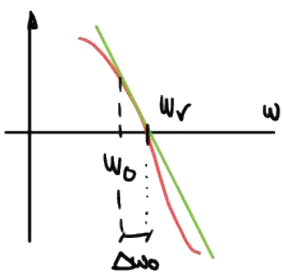
$$-\varphi + \underbrace{\left\{ \frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega_0 \omega_r / Q}{\omega_r^2 - \omega_0^2} \right) \right\}}_{\text{è la fase di } Z(j\omega_0)} = \emptyset$$

Ricordiamo che $\quad \frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}(x) = \operatorname{atan}\left(\frac{1}{x}\right)\quad$ allora

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{\omega_r^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_r / Q} \right)$$



otteniamo dunque che ω_0 è una frequenza minore rispetto a quella della frequenza di risonanza



$$\Delta\omega_0 = \frac{\Delta\varphi}{\left.\frac{d\angle Z}{d\omega_0}\right|_{\omega_0=\omega_r}}$$

in pratica è la derivata dell'arcotangente

$$= \Delta\varphi \cdot \frac{1}{\left.\frac{1}{1+\left(Q\frac{\omega_r^2-\omega_0^2}{\omega_0\omega_r}\right)^2} \cdot \frac{Q}{\omega_r} \cdot \frac{-2\omega_0^2 - (\omega_r^2-\omega_0^2)}{\omega_0^2}\right|_{\omega_0=\omega_r}}$$

RICORDARE !!

$$\frac{d}{dx}\operatorname{atan}(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

QUINDI $\quad \Delta\omega_0 = \dfrac{\Delta\varphi}{-2Q/\omega_0}$

più alto è il Q più la slope della fase è ripida ($\Delta\omega_0$ è più piccolo per Q grandi)

Perciò

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{\Delta\varphi}{2Q}$$

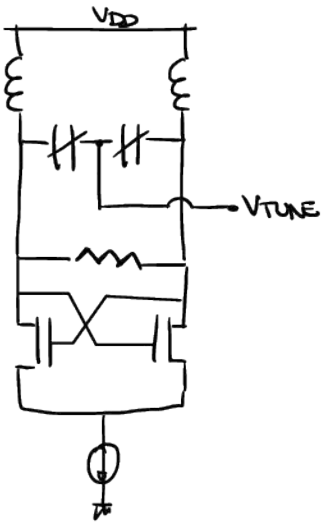
La variazione di frequenza relativa indotta da un delay esterno è inversamente proporzionale al Q

$$\text{Frequency stability} \triangleq \frac{\Delta\omega_0/\omega_0}{\Delta\varphi} = -\frac{1}{2Q}$$ per un LC oscillator basico

ESERCIZIO: trovare la frequency stability factor for a ring oscillator

Voltage-Controlled Oscillator (VCOs)

la cosa + facile che possiamo fare è usare i variable capacitors (varactors)

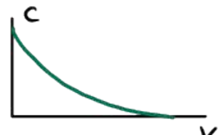


i condensatori variabili hanno da un lato Vcc e dall'altro Vtune.

Per fare i condensatori variabili ci sono + metodi

a) P-N junction in reverse biasing
(ha una corrente in DC non trascurabile)

$$C = \frac{C_{J0}}{\left(1 + \frac{V}{V_{J0}}\right)^m}$$



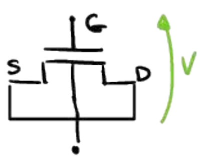
b) MOS junctions (o strutture)
Al contrario della P-N junction la corrente è trascurabile

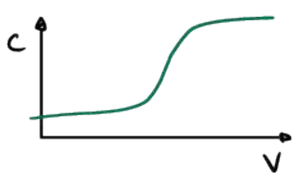
1 - dalla zona di inversione alla zona di depletion
(zona inversione $C = C_{ox}$, zona depletion $C = C_{DEP}$)

2 - dalla zona di accumulazione a quella di depletion

Esempi di queste strutture con i mos possono essere

1)

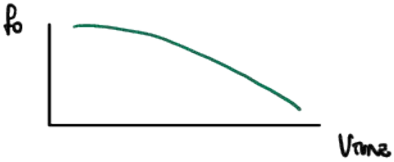




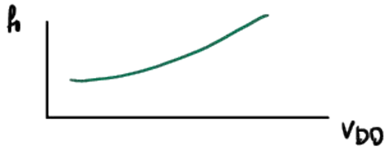
Phase noise

2 meccanismi in cui la phase noise si può generare in un oscillatore

- Indiretto: AM to PM convertion: (upconvertion of a low frequency noise)



$$K_{VCO} = 2\pi \frac{\partial f_0}{\partial V_{TUNE}}$$ (VCO SENSIBILITY ON GAIN)



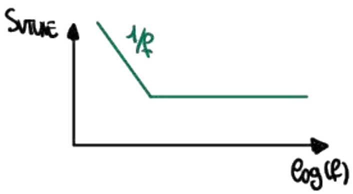
$$K_{VDD} = 2\pi \frac{\partial f_0}{\partial V_{DD}}$$ (VCO supply pushing)

(Come qui mostrato ci sono sensitività ad esempio della V_{DD} che alterano f_0, quindi non abbiamo solo più V_{TUNE} per controllarla)

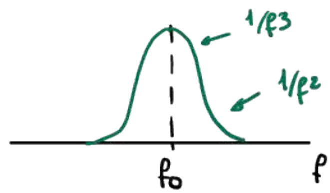
Se abbiamo low-frequency noise in V_{TUNE} PSD $S_{TUNE}(\omega)$

$$\underset{FM}{\Rightarrow} S_{\omega_0}(\omega) = K_{VCO}^2\, S_{VTUNE}(\omega) \underset{PM}{\Rightarrow} S_\varphi(\omega) = \frac{K_{VCO}^2\, S_{VTUNE}}{\omega^2}$$

20.02.2021 Lezione 3h



$\longrightarrow$

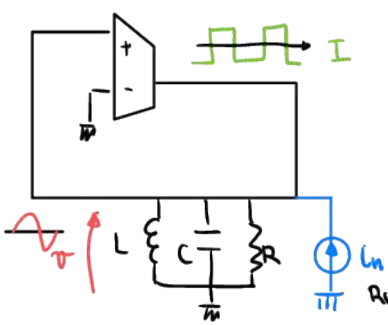


Questo deriva dal fatto che sappiamo che

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{2} S_\varphi(\omega) = \frac{1}{2} K_{VCO}^2 \cdot \frac{S_{VTUNE}(\omega)}{\omega^2}$$

- DIRECT MECHANISM

$i_n(t)$ è il rumore associato alla perdite di R



$$S_{in}(f) = \frac{4KT}{R}$$

RUMORE DEL RESISTORE

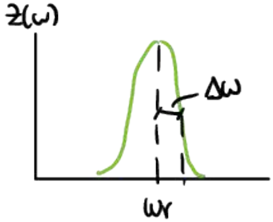
Se gesta in è inserita nel loop cosa succede?

Questo sistema non è lineare, non possiamo supporre che a regime il circuito funzioni attorno ad un piccolo segnale, siamo in una situazione di grande segnale

Sappiamo che

$$Z(j\omega) = R \cdot \frac{j\omega \cdot \omega_r/Q}{\omega_r^2-\omega^2+j\frac{\omega\omega_r}{Q}} \qquad Q=\omega_r RC$$

Dobbiamo studiare cosa accade a in attorno alla risonanza questo perché la impedenza $Z(\omega)$ è zero lontano alle frequenze che sono lontane dalla risonanza



$\omega = \omega_r \pm \Delta\omega$

Riscriviamo tutto in funzione di ω

$$Z(j\omega_r + j\Delta\omega) = R \cdot \frac{j(\omega_r \pm \Delta\omega)\cdot \omega_r/Q}{\omega_r^2-(\omega_r\pm\Delta\omega)^2+j(\omega_r\pm\Delta\omega)\frac{\omega_r}{Q}}$$

$$= R \cdot \frac{1}{1+j\frac{\Delta\omega}{\omega_r/Q}\cdot\frac{\Delta\omega\pm 2\omega_r}{\omega_r+\Delta\omega}}$$

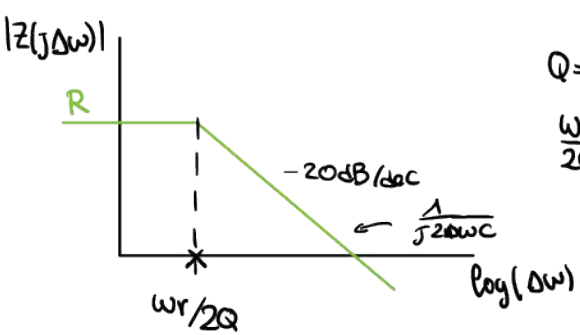
Se $\Delta\omega \ll \omega_r$ allora si può fare una semplificazione e dire che

$$R \cdot \frac{1}{1+j\frac{\Delta\omega}{\omega_r/Q}\cdot\underbrace{\frac{\Delta\omega\pm 2\omega_r}{\omega_r+\Delta\omega}}_{\pm 2}}$$

quindi

$$Z(j\omega_r \pm j\Delta\omega) \simeq \frac{R}{1\pm j\frac{\Delta\omega}{\omega_r/2Q}}$$

è molto interessante perché se plottiamo l'impedenza su $\Delta\omega$ otteniamo che

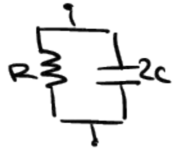


$$Q = \omega_r RC$$

$$\frac{\omega_r}{2Q} = \frac{1}{2RC}$$

Perciò per evitare confusione ridefiniamo l'impedenza come:

$$Z(j\omega_r \pm j\Delta\omega) = \frac{R}{1 \pm j2RC\cdot\Delta\omega} \triangleq Z'(\pm j\Delta\omega)$$

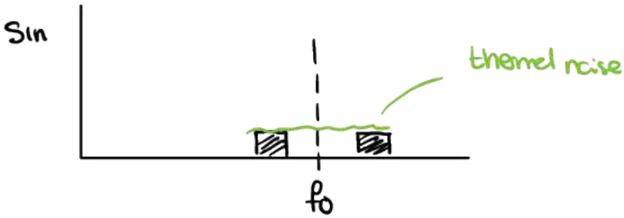


Posso vedere questa impedenza come quella di un resistore con in serie un condensatore di valore 2C.

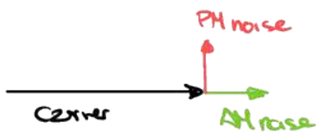
$Z'(\pm j\Delta\omega)$ è la stessa cosa di un baseband equivalent attorno alla freq di risonanza.

Possiamo perciò dire che

Consideriamo lo spettro del rumore attorno alla banda del segnale



C'è un teorema che dice che metà della potenza di Sin è in fase con il carrier e l'altra in quadratura con lo stesso

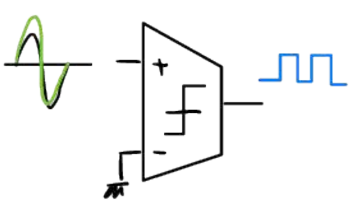


Capiamo dunque che ci saranno 2 componenti di rumore una che modula in AM e una in PM

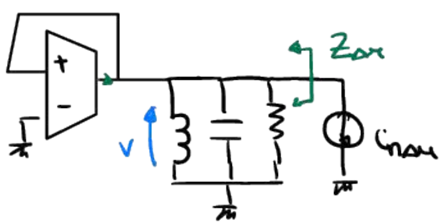
$S_{in_{AM}} = \frac{2KT}{R}$ $\quad S_{in_{PM}} = \frac{2KT}{R}$

il sistema (topologia) ha diverse risposte tra AM e PM modulation

MODULAZIONE AM



Circuito ad AM perturbation



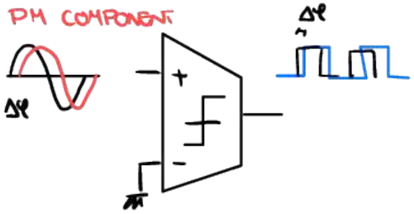
Dato che abbiamo un hard limiter questo significa che la modulazione AM non passa e quindi la corrente è la stessa

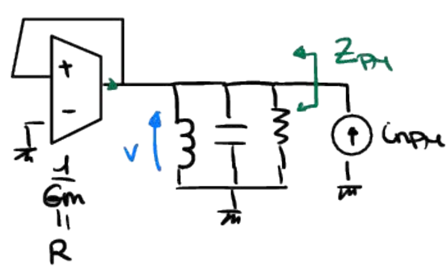
La variazione di corrente non viene riportata in uscita è come se il circuito fosse aperto. possiamo quindi dire che l'impedenza vista dal generatore di corrente è:

$$Z_{AM}(\omega) = Z(\omega)$$

cioè l'impedenza normale perché il circuito è in pratica aperto

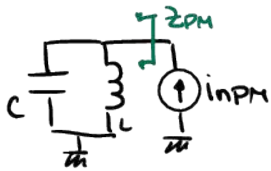
• PM COMPONENT



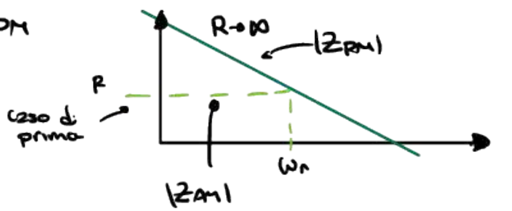


La corrente risulta shiftata rispetto a prima, questo significa che viene riportato all'output

Ci aspettiamo che il circuito sia ad anello chiuso e che quindi risponda alle perturbazioni. Noi sappiamo che visto che il circuito è chiuso R si bilancia con 1/gm e quindi il circuito equivalente è del tipo



$$Z_{PM}(\omega) = Z(j\omega)\big|_{R\to\infty}$$



in pratica noi facciamo un integrazione e quindi questo sistema manterrà in memoria questo disturbo per sempre. Se applico un un impulso di gradino questo lo manterrà per sempre

Perciò ora sappiamo che (lo spettro completo del rumore sarà)

$$S_V(\omega) = \frac{2KT}{R}\cdot|Z_{AM}(\omega)|^2 + \frac{2KT}{R}|Z_{PM}(\omega)|^2$$

Se $\Delta\omega \ll \frac{\omega_r}{2Q}$ allora

$$\begin{cases} Z_{AM}(\omega_r \pm \Delta\omega) \simeq R \\ Z_{PM}(\omega_r \pm \Delta\omega) \simeq \dfrac{1}{\pm j\,2\Delta\omega C} \end{cases}$$

e quindi

$$S_v(\omega) \simeq \frac{2KT}{R} \cdot R^2 + \frac{2KT}{R} \cdot \frac{1}{4 \cdot \Delta\omega^2 C^2} = 2KTR + \frac{KT}{2R\Delta\omega^2 C^2}$$

vogliamo riscriverlo in funzione del quality factor $Q = \omega_r RC$

$$S_v(\omega) \simeq 2KTR + \frac{KT \cdot R \cdot \omega_r^2}{2R\Delta\omega^2 C^2 \cdot R \cdot \omega_r^2}$$

$$\simeq \underbrace{2KTR}_{\text{Am noise (tipicamente trascurabile)}} + \underbrace{\frac{1}{2} RKT \cdot \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2}}_{\text{PM noise (è il rumore che domina)}}$$

E quindi ricaviamo che la phase noise in un oscillatore è:

$$\mathcal{L}(\Delta\omega) \triangleq \frac{S_v(\omega_r + \Delta\omega)}{P_{carrier}}$$

$$\simeq \frac{\frac{1}{2} KTR \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2}}{\frac{A_0^2}{2}}$$

con A_0 ampiezza di $v(t)$

Tipicamente per tener conto dei rumori dati dai componenti attivi si aggiunge un fattore F_a

$$S_v(\omega_r + \Delta\omega) \simeq \frac{1}{2} KTR \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \cdot F_a$$

Possiamo riscrivere la phase noise come

$$\mathcal{L}(\Delta\omega) \simeq \frac{\frac{1}{2} KT \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot R \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \cdot F_a}{\frac{A_0^2}{2}}$$

$P_R = \frac{A_0^2}{2R}$ [W]
potenza dissipata dalla resistenza

$$= \frac{KT}{2P_R} \cdot \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \cdot F_a$$

visto che $P_R = \eta \cdot P_{DC}$ $\qquad$ P_{DC} : DC power from the supply

$\eta \leq 1$ efficienza

Quindi:

$$\mathcal{L}(\Delta\omega) = \frac{KT}{2\eta P_{DC}} \cdot \left(\frac{\omega_r}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} \cdot F_a$$

in questo modo capiamo la relazione tra potenza dissipata e phase noise.

Come posso comparare più oscillatori?

Definisco la così detta figura di merito dell'oscillatore

$$FdM_{dB} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{\mathcal{L}(\Delta\omega) \cdot P_{DC\,[mW]}} \cdot \left(\frac{\omega_{osc}}{\Delta\omega}\right)^2 \right\}$$

ATTENZIONE! P_{DC} va messo in mW non in W.

ampliando la definizione di $\mathcal{L}$-script riscriviamo la figura di merito

$$FdM_{dB} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\left(\cancel{\omega_{osc}^2} / \cancel{\Delta\omega^2}\right)}{\frac{KT}{2\eta} \cdot \frac{1}{\cancel{P_{DC}}} \cdot \left(\frac{\cancel{\omega_{osc}}}{Q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\cancel{\Delta\omega^2}} \cdot F_a \cdot \underbrace{\cancel{P_{DC}}_{,mW}}_{=10^{-3}}} \right\}$$

Allora

$$FdM_{dB} = 10 \log_{10} \left\{ 10^{-3} \cdot \frac{2\eta}{KT} \cdot Q^2 \cdot \frac{1}{F_a} \right\}$$

Questa rappresenta il limite termodinamico della figura di merito dell'oscillatore.

Se supponiamo $\eta = 1$ ideale, $F_a = 1$ ideale, $Q = 10$ $\rightarrow$ $FdM_{MAX} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{2}{KT} \cdot Q^2 \right\} - 30 = 197\,dB/Hz$

in pratica così consideriamo solo la termal noise e non consideriamo il resto $\rightarrow$ $F_a = 1$ ideale

ESEMPIO

Supponiamo un oscillatore con $f_{osc} = 1\,GHz$, $\Delta f = 1\,MHz$, $P_{DC} = 1\,mV$, $Q = 10$ allora per calcolare la phase noise minima dobbiamo

$$\mathcal{L}_{min}(\Delta f) = \frac{1}{FdM_{max}} \cdot \frac{1}{P_{DC,mW}} \cdot \left(\frac{f_{osc}}{\Delta f}\right)^2$$

$$\downarrow$$

$$= -FdM_{max} - 10\log_{10} P_{DC\,mW} + 20\log\left(\frac{f_{osc}}{\Delta f}\right)$$

$$= -197\,dB - 0\,dBm + 60 = -137\,dBc/Hz$$

Circuit simulators

Per i professionisti i simulatori sono chiamati spectre (cadence Mentor, Spectre eldo).
Questi fanno:

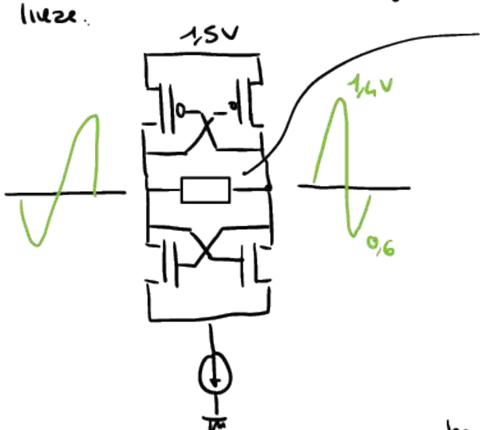
- DC analysis : bias point
- AC analysis : ci da la FDT (è un analisi linearizzata)
- noise analysis: è un analisi basata sull AC. (ogni componente lineare è rimpiazzato dal suo equivalente non ideale) [Linear time invariant approssimata]

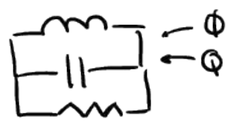
- Transient analysis: transient behaviour (non linear) non tiene conto di noise sources
- Noise tran : noise sources as random sequences. (richiede molto tempo e potenza computazionale)

RF circuit simulators: Spectre RF simulators, includono altre analisi es:

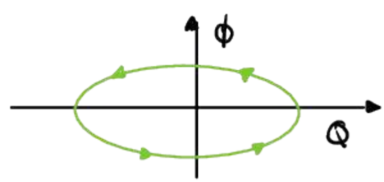
- PSS : Periodic steady state analysis.

Se abbiamo un oscillatore con grande ampiezza di osc non possiamo basarci sull'approssimazione lineare.





queste descriveranno una forma elittica che si ripeterà periodicamente



ha quindi un comportamento periodico capiamo che la nostra steady state condition è periodica

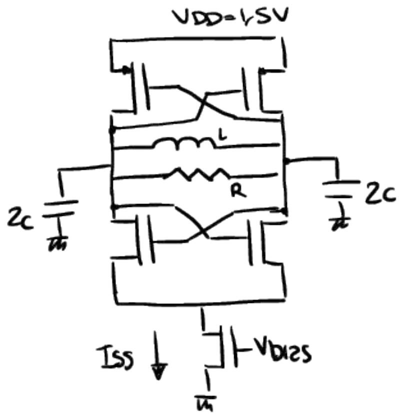
- PSS : è un analisi periodica non Lineare che per ogni valore di corrente tensione cerca il valore To che ritorno lo stesso valore. (cioè cerca il periodo)

Questi valori tramite la PAC (Periodic AC analysis) vengono utilizzati per calcolare per rapporto tramite la PAC la transfer function a piccoli segnali.
La PAC fa una Linear time variant (LTV) approssimation.
esiste anche la PNOISE analysis

DESIGN A LC oscillator

Ci basiamo su uno spreadsheet per aiutarci:

- Double trasconductor topology (con VDD = 1,5V)



Supponiamo

- $V_T = 0,35V$
- $\mu_n C_{ox}' = 120 \mu A/V^2$
- $\mu_p C_{ox}' = 60 \mu A/V^2$

Specifiche:

- $f_0 = 1,5GHz$
- $Q = 20$
- $I_{SS} = 3mA$ (max current consumption)
- max FdM

Unknowns

- $(W/L)_p$ e $(W/L)_n$
- il valore di R, L e C
- Ampiezza oscillazione
- Phase noise

Design

1) Pensare al start-up

$$LG(jw_0) = EG \rightarrow G_m R = EG > 1$$

Scegliamo l'exess Gain = 5.

2) Massimizzare la FdM, visto che Fdm è proporzionale a $\frac{2\eta}{KT} \cdot Q^2$ e Q è fissato

anche T → allora vogliamo massimizzare η.

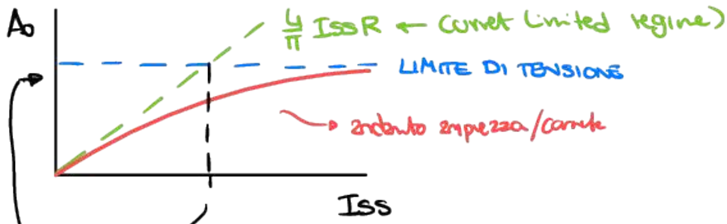
$$\eta = \frac{P_R}{P_{DC}} = \frac{A_0^2/2R}{I_{SS} \cdot V_{DD}}$$

questo significa che vogliamo massimizzare Ao su VDD.
Sappiamo che il fattore di oscillazione è

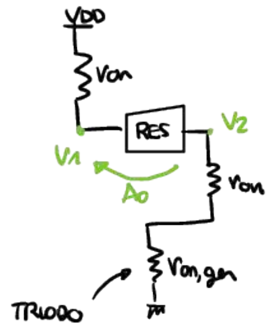
$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{I_{SS}}{A_0} \cdot R = 1 \longrightarrow A_0 = \frac{4}{\pi} I_{SS} \cdot R$$

vale solo in current limited regime

$G_m \cdot R = 1$



nella realtà ci sarà un voltage limited regime perchè i transistor andranno in zona triodo



$$A_0 = V_{DD} \cdot \frac{R}{R + 2r_{on} + r_{on,gen}} \longrightarrow$$

Punto ottimo ho la massima Ao in trade off tra corrente e ampiezza, questo è ottimo.

Visto che $V_{DD} = 1{,}5\,V$ scegliamo $A_0 = 0{,}9\,V$

- Metto tutto in un foglio di calcolo

Data

- $f_0 = 1{,}5\,GHz$
- $Q = 10$
- $V_{DD} = 1{,}5\,V$
- $\mu C_{ox}' \begin{cases} 120 \\ 60 \end{cases} \mu H/V^2$
- V_T 0,35V
- I_{SS} 3mA
- EG 5
- Ao 0,9V

Formule

- $R = \frac{\pi}{4} \frac{A_0}{I_{SS}}$ (se supponiamo di essere in current limited mode) $\simeq 236\,\Omega$
- $L = \frac{R}{\omega_0 Q}$ [L = 1,25nH]
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 9\,pF$
- $G_m = EG \cdot \frac{1}{R} = 2{,}12\,mA/V$
- $G_m = \frac{g_{mn} + g_{mp}}{2}$

IPOTIZZIAMO $g_{mn} = g_{mp} = g_m \longrightarrow G_m = g_m = \sqrt{2 \mu C_{ox}' \frac{W}{L} \cdot \underbrace{\frac{I_{SS}}{2}}_{\text{DC CURRENT}}}$

Da questa ricavo i W/L

$$\left(\frac{W}{L}\right)_n = \frac{gm^2}{2\,\mu n\, Cox' \cdot I_{SS}/2} = 1250$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_p = \frac{gm^2}{2\,\mu p \cdot Cox' \cdot I_{SS}/2} = 2500$$

Se L = 60nm allora $W_n = 75\,\mu m$
$W_p = 105\,\mu m$

calcoliamo la phase noise

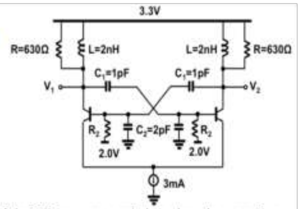
$$\mathcal{L}(\Delta\omega) = 10\log_{10}\left\{\frac{KT\cdot R}{A_0^2}\cdot\frac{\omega_0^2}{Q^2}\cdot\frac{1}{\Delta\omega^2}\right\} = -142\,dBc/Hz$$

Abbiamo considerato Fa = 1 (consideriamo nulle le noise sources)

Per esercizio: calcolare la power efficiency e calcolare la figura di merito.

26·04·2021 Tutorial 2h

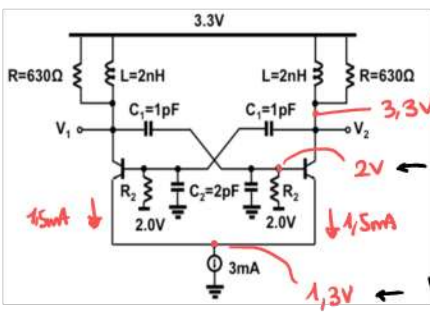
T8.1 Let us consider the oscillator in the figure. Assume infinite ß and $V_{BE,on}$ = 0.7V, $V_{BC,sat}$ = 0.5V for the BJTs.



a) Derive the circuit bias point.
b) Neglecting R_2 and r_π of the BJTs, evaluate both oscillation frequency and start-up margin.
c) Assuming full-switching of the differential pair, evaluate the oscillation amplitude and provide a plot of base and collector voltages of the BJTs over one period. Analyze the operating regions of the BJTs during the oscillation period and discuss the purpose of C_1 and C_2.
d) How is the tank resistance modified by a finite value of R_2? Size R_2 in order to worsen the quality factor of the resonant network by maximum 10%.

[Sol. a) I_C = 1.5mA, V_E = 1.3V, V_B = 2.0V, V_C = 3.3V, g_m = 60mS; b) f_0 = 4.36 GHz, $g_mRC_1/(C_1+C_2)$ = 12.6 > 1; c) A = 2.4V; the base-collector voltage, V_{BC}, ranges between -2.9V and +0.3V; the BJTs go from cut-off to forward active region. C_1 and C_2 help reduce the oscillation amplitude of the base voltage, allowing for a higher oscillation amplitude before incurring in saturation of the BJTs; d) R_2 = 630Ω.]

a) Bias Point (in DC condensatori aperti e induttori sono corto



(perchè induttori in corto)

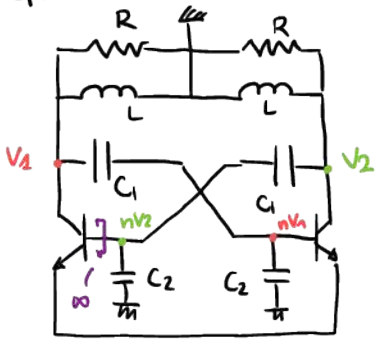
visto che beta = ∞

visto che $V_{BE} = 0{,}7V$

$$V_{BC} = 2V - 3{,}3V = -1{,}3V < V_{BC,sat}$$

$$g_m = \frac{I_C}{V_t} = \frac{1{,}5mA}{25mV} = 60mS$$

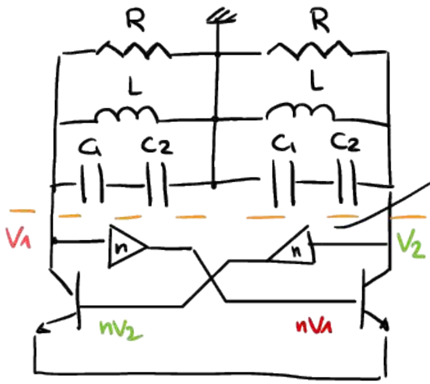
b) $R_2 \to \infty$ e $r_\pi \to \infty$ calcolare la freq di oscillazione e le condizioni di start-up.



Dove $n = \frac{C_1}{C_1+C_2} = \frac{1}{3}$

Impedenza della base del transistor ∞ quindi ho il partitore di capacità

Possiamo semplificare il circuito considerando il modo differenziale

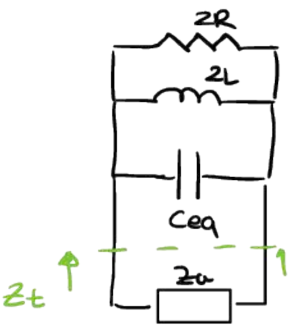


Sono amplificatori che amplificano di n.

Notiamo che i 2 circuiti sono equivalenti:

Calcoliamo le impedenze viste tra tutte e 2 le parti

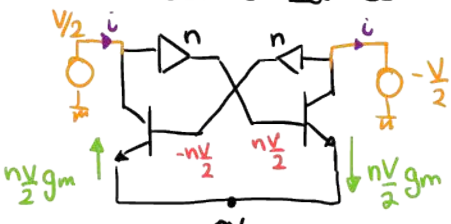
L'impedenze sono



$$C_{eq} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1+C_2} = \frac{1}{3} pF$$

dove Za è una differential mode impedance

Calcoliamo Za come



— per simmetria

Perciò $i = -n g_m V/2$

Perciò $Z_a = \dfrac{v}{i} = -\dfrac{2}{g_m \cdot n}$

IMPONIAMO LE CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE

$$Z_a(j\omega_0) + Z_T(j\omega_0) = \varnothing \qquad \omega_0 \text{ incognita}$$

$$\begin{cases} 1) \; Re\{Z_a\} + Re\{Z_T\} = \varnothing \\ 2) \; Im\{Z_a\} + Im\{Z_T\} = \varnothing \end{cases}$$

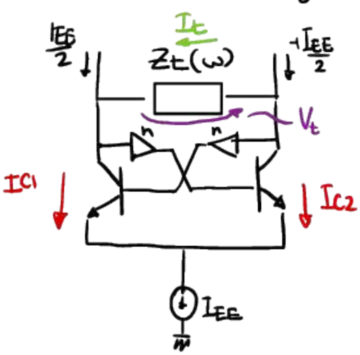
Dalla 2 ricavo che $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2L\,C_{eq}}} = 2\pi \cdot 4{,}36\ \text{Grad/s} \rightarrow \underline{f_0 = 4{,}36\ \text{GHz}}$ (l'induttore e il condensatore si devono annullare)

il margine di start up si ricava dalla prima

$$2R - \frac{2}{g_m n} = \varnothing \longrightarrow g_m R \cdot n = 1$$

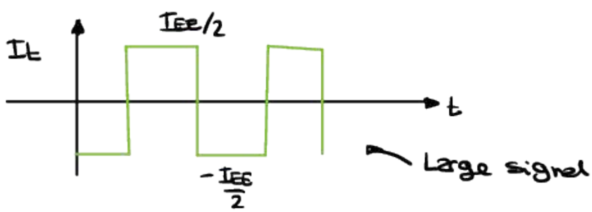
$$EG = Z_t/Z_a = g_m R \cdot n = 60m \cdot 630 \cdot \frac{1}{3} = \underline{12{,}6}$$

• PUNTO c) Full switching dei bjt. Calcolare l'ampiezza di oscillazione.



Visto che abbiamo fully switching allora le 2 corenti I_{C1} e I_{C2} sono onde quadre

la corrente I_t nel circuito risonante sarà



Small-signal loop gzn è

$$LG = \underbrace{\frac{n g_m}{2}}_{G_m} \cdot 2R$$

$V_t = A_0 \cdot \cos\omega_0 t$

anche V_t è un large signal

Large signal oscillation condition troviamo Gmh e lo mettiamo al posto di Gmh.

$$G_{mh} = \frac{I_t^{(1)}}{V_t^{(1)}} = \frac{\frac{2}{\pi} I_{EE}}{A_0}$$

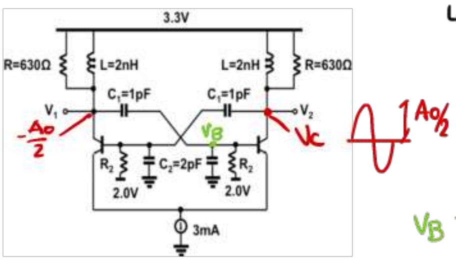
Oscillation condition $\quad G_{mh} \cdot 2R = 1 \rightarrow \frac{2}{\pi} I_{EE} \cdot 2R = A_0$

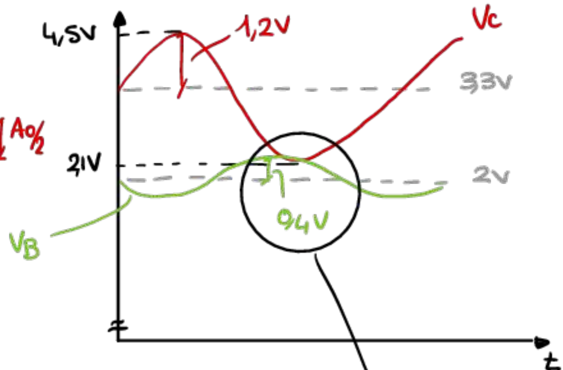
Perciò otteniamo che

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \cdot 3m \cdot 2 \cdot 630 = 2{,}41\ V$$

A_0 è la tensione tra V_1 e V_2

Plottiamo ora i valori delle tensioni





$$nA_0 = \frac{2{,}41}{3} \simeq 0{,}8V$$

è la tensione delle basi dei transistor

Studiamo adesso gli stati dei transistor

Forward region : $V_{BC} < 0{,}5V$

Calcoliamo il worst case $\quad V_{BC} = 2V + 0{,}4\ V - (3{,}3 - 1{,}2V) \overset{!}{=} 0{,}3\ V$

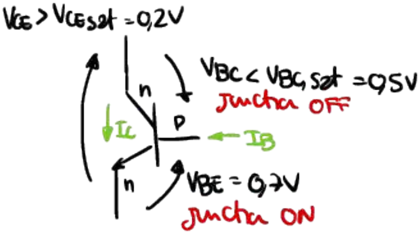
Questo è il worst case

Perciò il transistor non è mai in saturazione

Capiamo dunque che il divisore di tensione C_1, C_2 permette di aumentare l'ampiezza di oscillazione e lasciare i transistor in zona attiva.
(abbassiamo la tensione di oscillazione sulla base in modo da diminuire la tensione VBC)

Cosa serve il resistore R_2? Serve sempre ad aumentare la ampiezza di oscillazione del sistema lasciando in zona attiva i bjt. Infatti grazie alla resistenza mantengo la posizione di bias a 2V e non 3,3V

Perché per i mosfet non facevamo tutto sto casino quando i transistor entravano in triodo (in quel caso l'ampiezza di oscillazione non variava).
Allora perché qui ci preoccupiamo della zona di saturazione?



Caso di zona attiva (solo la giunzione sotto attiva)

Controllo la corrente di collettore con quella di Base

$$I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

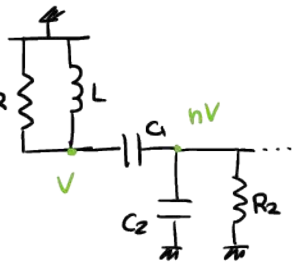
Caso di saturazione

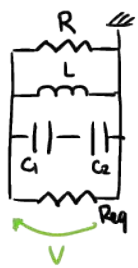
IB diventa veramente grande

Serve molto tempo per passare da saturazione a zona attiva perché devo eliminare tutti i portatori di carica

> Per questo non vogliamo andare in saturazione, perché IB ciuccia molta corrente, che equivale una perdita per l'oscillatore e questo significa che avremo una bassa oscillazione

d)





Sappiamo che

$$\frac{n^2V^2}{R_2} = \frac{V^2}{R_{eq}} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_2}{n^2} \qquad \text{con } n = 1/3$$

$$R_T = R \,//\, R_{eq} = 0{,}9 \cdot R$$

introducendo R_2 vogliamo peggiorare il fattore di qualità di massimo il 10 %

Otteniamo che

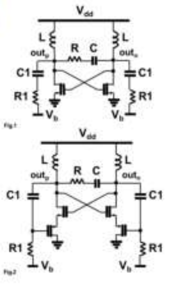
$$R_2 = R = 630\,\Omega$$

T8.2 Let $V_b = 0.15V$, $L = 1nH$, $R = 10\Omega$, $C = 250fF$, $C1 = 1pF$, $R1 = 1k\Omega$, $\mu C_{ox}(W/L)=120mA/V^2$ (nMOS), $\mu C_{ox}(W/L)=56mA/V^2$ (pMOS) and $V_t=0.45V$ for all transistors.

a) With reference to the circuit in Fig. 1 (let $V_{dd} = 0.55V$), after deriving the bias current flowing into the FETs, calculate the frequency of oscillation and the gain margin for the oscillation start-up (i.e. the loop gain at the oscillation frequency).

b) With reference to the circuit in Fig. 2 (let $V_{dd} = 1.5V$), after deriving the bias current flowing into the FETs, calculate the frequency of oscillation and the gain margin for the oscillation startup.

[Sol. a) $I = 600$ uA, $f_0=7.114GHz$, $|LG(j\omega_0)|=3.4$; b) $I=2mA$, $f_0=7.114GHz$, $|LG(j\omega_0)|=5$]



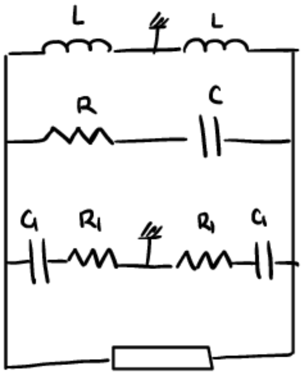
Non abbiamo nessun generatore di corrente, abbiamo il C_1 e R_1 al suo posto.

Abbiamo R_1 e C_1 che sono molto grandi rispetto agli altri valori

$$\begin{cases} C_1 = 1pF \\ R_1 = 1K\Omega \end{cases}$$

Se supponiamo di essere a 1GHz $\frac{1}{j2\pi f C} = 159$ che è $\ll R_1$

Se disegniamo il modello eq



ipotesi

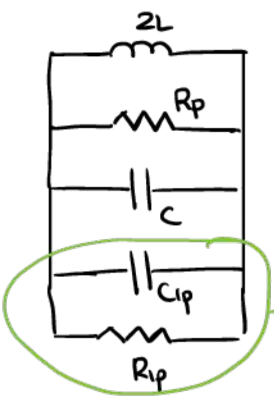
1) $Q_C = \frac{1}{\omega_0 RC} \gg 1$

2) $Q_{C_1} = \frac{1}{\omega_0 R_1 C_1} \ll 1$

Questo significa che R_1 domina sull'impedenza

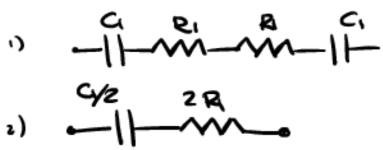
Sarà da verificare alla fine

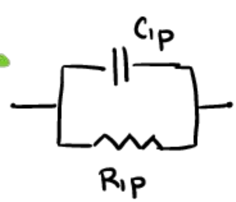
Date le 2 ipotesi



Facciamo la series to parallel trasformation

- $R_p \simeq R \cdot Q_C^2$





$R_{1p} = 2R_1(1 + Q_{C_1}^2) \simeq 2R_1$

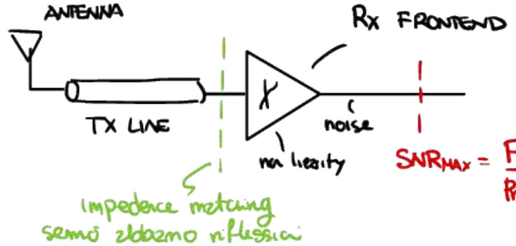
$Q_{C_1} \ll 1$

$C_{1p} = \frac{C_1}{2} \cdot \frac{1}{1 + 1/Q_{C_1}^2} \simeq \frac{C_1}{2} \cdot Q_{C_1}^2$

Capiamo dunque che in generale $R_i C_i$ è una resistenza

27.04.2021 2h

Basics of RF systems



$$SNR_{MAX} = \frac{P_S}{P_n + P_d}$$

In questa topologia definiamo anche la sensibilità, che è il segnale minimo rilevabile con $SNR > SNR_{MIN}$.

La sensibilità è limitata da diversi fattori

1) impedence matching
2) noise
3) non linearity of the RX frontend

NOTA: Quando parliamo di potenza del segnale in questo contesto ci riferiamo a una resistenza R

$v(t) = A \cdot \sin \omega t$

$$P = \frac{A^2}{2R} \, [W] = \frac{A_{rms}^2}{R}$$

AD ESEMPIO $P = 1W \longrightarrow 10 \log_{10} P_{mW} = 10 \log_{10} 1000 = 30 dBm$

per l'ampiezza $A = \sqrt{P \cdot 2R} = \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 50} = 10 V_p \longrightarrow 20 \log_{10} A = 20 dBV$

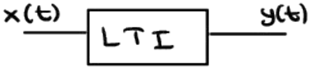
- è importante sapere che se abbiamo una potenza in dBm con una resistenza da 50Ω allora l'ampiezza sarà sempre 10 dBV in meno che il valore di P in dBm.

- Nonlinearity impact on the SNR

Vogliamo studiare gli effetti della non linearità sull'SNR, abbiamo 2 casi

1) Singolo tono in input

In un sistema tempo invariante ho che (lineare)



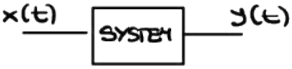
$y(t) = x(t) * h(t)$ ← risposta all'impulso

Se ho un sistema tempo variante (lineare)

$y(t) = x(t) * h(t, \tau)$

Questi sistemi sono lineari perché se duplico x si duplica anche y

Se ho un sistema con input x e uscita y e questo non è lineare, allora



Supponiamo x(t) un singolo tono, quindi una sinusoide.

Supponiamo che il sistema sia senza memoria (static model), quindi ho un sistema istantaneo.
Posso perciò modellare il sistema come

$y(t) = \alpha_1 x(t) + \alpha_2 x^2(t) + \alpha_3 X^3(t) + \dots$ → è una serie di taylor

Possiamo sempre esprimere la non idealità con taylor se il sistema è statico (quindi memoryless)

Quindi cosa accade applicando un tono ad un sistema memoryless non lineare?

Si creano degli altri toni questo si chiama Harmonic Generation, per misurarlo si calcola la total harmonic distortion.

$x(t) = A \cdot \cos \omega t$

$y(t) \simeq \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x^2(t) + \alpha_3 x^3(t)$

memoryless nonlinear system

RICORDIAMO CHE

$$X^2(t) = A^2 \cos^2 \omega t = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} \cos 2\omega t$$

Dobbiamo infatti ricordare che

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad e \quad \cos^3 x = \cos x \cdot \cos^2 x$$

Possiamo allora riscrivere che

$$x^3(t) = A^3\cos^3\omega t = A^3 \cdot \cos\omega t \cdot \frac{1+\cos 2\omega t}{2} = \frac{A^3}{2}\cos\omega t + \frac{A^3}{4}\cos\omega t + \frac{A^3}{4}\cos 3\omega t$$

Perciò

$$x^2(t) = \underbrace{\frac{A^2}{2}}_{\text{Armonica in DC "rectificata"}} + \underbrace{\frac{A^2}{2}\cos(2\omega t)}_{\text{2nd ARMONICA}} \qquad x^3 = \underbrace{\frac{3}{4}A^3 \cdot \cos\omega t}_{\text{FONDAMENTALE}} + \underbrace{\frac{A^3}{4}\cos(3\omega t)}_{\text{3a armonica}}$$

ATTENZIONE! Notiamo che il sistema in DC può essere modificato da una componente del segnale al quadrato. Capiamo che quando calcoliamo il segnale in continua (BIAS) stiamo considerando un approx lineare.
il segnale può cambiare la polarizzazione in DC

il segnale d'uscita è

$$y(t) = \alpha_1 A\cos\omega t + \underbrace{\alpha_2 \cdot \frac{A^2}{2}}_{B_0} + \alpha_2 \frac{A^2}{2}\cos 2\omega t + \alpha_3 \frac{3}{4}A^3\cos\omega t + \alpha_3 \frac{A^3}{4}\cos 3\omega t + \dots$$

$$= B_0 + B_1\cos\omega t + B_2\cos 2\omega t + \dots$$

Dove

$$B_0 = \alpha_2 \frac{A^2}{2} \qquad B_2 = \alpha_2 \frac{A^2}{2}$$

$$B_1 = \underbrace{\alpha_1 A}_{\text{small signal Gain}} + \frac{3}{4}\alpha_3 A^3 \qquad B_3 = \frac{1}{4}\alpha_3 A^3$$

B_1 è il termine che io voglio

> Nuove armoniche nell output sono generate (come detto prima), ed in generale possiamo dire che

$$B_n \div \simeq A^n \qquad n \geq 1$$

L'n-essima ampiezza armonica è proporzionale all'ampiezza alla n.

> Inoltre $B_{2n} = \emptyset$ se $\alpha_{2n} = 0$ (Fully differential)

even-order harmonics - comes from even order nonlinearity.

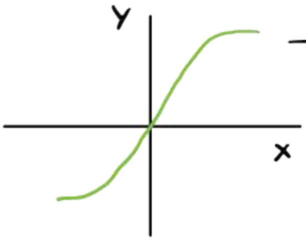
(Se usiamo circuiti bilanciati abbiamo che $B_{2n} = 0$)

Notiamo anche che l'ampiezza del mio segnale B_1 (che è quello che voglio) è cambiata, questo fa sì che ci sia un altro fenomeno

- **Gain Compression**

$$B_1 = \alpha_1 A + \frac{3}{4}\alpha_3 A^3$$

Perciò il guadagno del sistema $= \frac{B_1}{A} = \alpha_1 + \frac{3}{4}\alpha_3 A^2$



Per sistema compressivo (come quello in immagine) abbiamo che

$$\alpha_1 \alpha_3 < 0$$

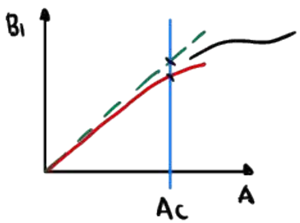
significa che le 2 hanno segno diverso quindi

$$G = \alpha_1 + \underbrace{\frac{3}{4}\alpha_3 A^2}$$

fattore di compressione

> **Definiamo: 1dB compression point:**
> è l'ampiezza di input (potenza) A_c che fa sì che il system gain sia ridotto di 1dB

$$\frac{B_1 \text{ compression output amplitude}}{\text{ideal (linear) output amplitude}} = \frac{\alpha_1 A_c + \frac{3}{4}\alpha_3 A_c^3}{\alpha_1 A_c} = \underbrace{10^{-\frac{1}{20}}}_{-1dB}$$



A_c è l'ampiezza per cui questo valore va a $-1dB$

Perciò l'ampiezza è

$$A_{c\,dB} = 20\log A_c$$

$$= -9{,}6\,dB + 10\log_{10}\left(\frac{4}{3}\left|\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right|\right)$$

> Cosa succede se applichiamo 2 toni in input?
(non più un solo tono)

$$x(t) = A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t$$

Per semplicità

$$y(t) = \alpha_1 x(t) + \alpha_3 x^3(t).$$

sappiamo che

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$ con $a = A_1\cos(\omega_1 t)$ e $b = A_2\cos(\omega_2 t)$

perciò avremo che

$$y(t) = B_1\cos\omega_1 t + B_2\cos\omega_2 t + \dots$$

$$B_1 = A_1\alpha_1 + \frac{3}{4}\alpha_3 A_1^3 + \frac{3}{2}\alpha_3 A_1 A_2^2$$

$$B_2 = \alpha_1 A_2 + \frac{3}{4}\alpha_3 A_2^3 + \frac{3}{2}\alpha_3 A_1^2 A_2$$

$$ab^2 = \alpha_3 \cdot A_1\cos\omega_1 t \,\frac{(A_2^2 + A_2^2\cos 2\omega_2 t)}{2}$$

$$= \frac{\alpha_3 A_1 A_2^2\cos\omega_1 t}{2} + \frac{\alpha_3 A_1 A_2^2}{2}\cos(\omega_1 t)\cdot\cos(2\omega_2 t)$$

$$= \frac{\alpha_3 A_1 A_2^2}{2}\cos\omega_1 t + \frac{1}{4}\alpha_3 A_1 A_2^2\cos(2\omega_2 - \omega_1)t + \frac{1}{4}\alpha_3 A_1 A_2^2\cos(2\omega_2 + \omega_1)t$$

$$a^2 b = \frac{\alpha_3 A_1^2 A_2}{2}\cos\omega_2 t + \frac{\alpha_3 A_2 A_1^2}{2}\cos(\omega_2 t)\cdot\cos(2\omega_1 t)$$ poi come sopra

Perciò avremo che

$$y(t) = B_1\cos\omega_1 t + B_2\cos\omega_2 t + B_{221}\cos(2\omega_2 + \omega_1) + B_{11,2}\cos(\dots\dots)$$

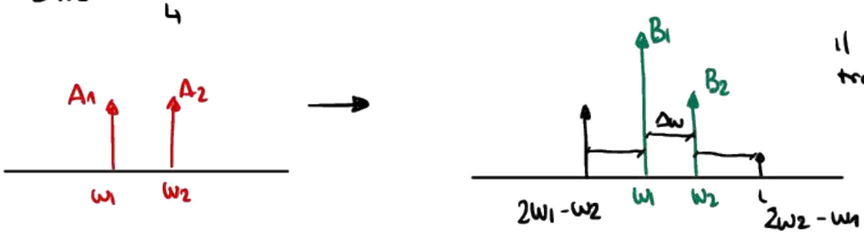
(vedere appunti prof)

Dove

$$B_{221} = \frac{3}{4}\alpha_3 A_1 A_2^2$$

$$B_{112} = \frac{3}{4}\alpha_3 A_1^2 A_2$$

IM3: 3th order intermodulation harmonics



il $\Delta\omega$ è uguale tra tutti.

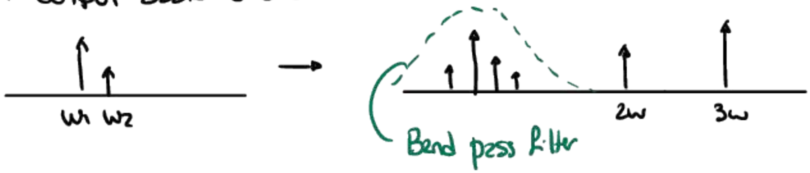
Il $\Delta\omega$ è uguale tra tutti perché

$$\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega \rightarrow 2\omega_1 - \omega_2 = 2\omega_1 - \omega_1 - \Delta\omega = \omega_1 - \Delta\omega$$

$$2\omega_2 - \omega_1 = 2\omega_1 + 2\Delta\omega - \omega_1 = 2\omega_1 + 2\Delta\omega$$

In RF non ci interessa troppo la creazione di armoniche perché le filtriamo con un passabanda.

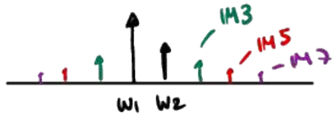
Ma ci interessa della non linearità perché quando abbiamo 2 toni e un interferenza allora all'output abbiamo che



Anche con il passabanda non riesco a togliere le componenti di intermodulazione perché sono molto vicine in frequenza al contrario delle altre armoniche

Se abbiamo le componenti di intermodulazione questo è una buona cartina al tornasole sul fatto che abbiamo delle non linearità nel sistema.

Se andiamo oltre al 3° ordine di intermodulazione abbiamo che



→ tutti questi sempre distanziati di $\Delta\omega$.

Quali sono le conseguenze di questi toni?

1) Blocking: small wanted A_1
large unwanted A_2 $\quad A_1 << A_2$

Allora la componente di ω_1 all'output è

$$B_1 = \alpha_1 A_1 + \underbrace{\frac{3}{4}\alpha_3 \cdot A_1^3}_{\substack{\text{trascurabile} \\ A_1^3 << A_1 A_2^2}} + \frac{3}{2}\alpha_3 A_1 A_2^2$$

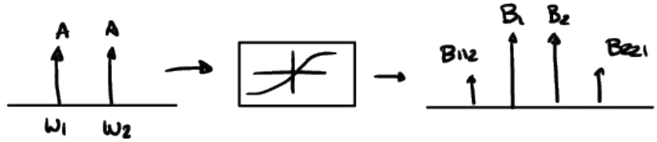
$$= \left(\alpha_1 + \frac{3}{2}\alpha_3 A_2^2\right) A_1$$

Il guadagno del sistema è $= \dfrac{B_1}{A_1} = \alpha_1 + \dfrac{3}{2}\alpha_3 A_2^2$
(guadagno armonico)

Ad un certo punto questo guadagno armonico tende a zero per grandi A2.
Per questa ragione RF interference sono spesso chiamate blockers.

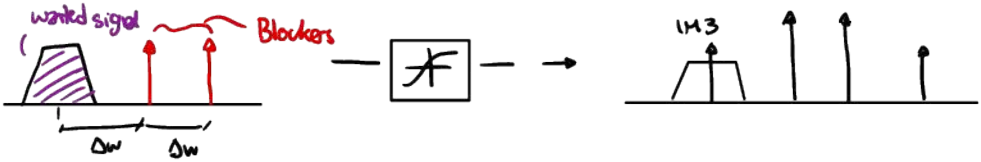
2) Intermodulazione

Condizione due $A_1 = A_2 = A$



$B_{221} = B_{112} = \frac{3}{4} \alpha_3 A^3$ termini IM3 che cadono nella banda del segnale.

L'impatto è che se io ho



Sopra il nostro segnale abbiamo questo prodotto di intermodulazione, perciò IM3 degrada la $SNDR = \frac{P_s}{P_n + P_d}$

E per quanto riguarda le non linearità del secondo ordine?
(per ora abbiamo visto solo quelle del 3° ordine)

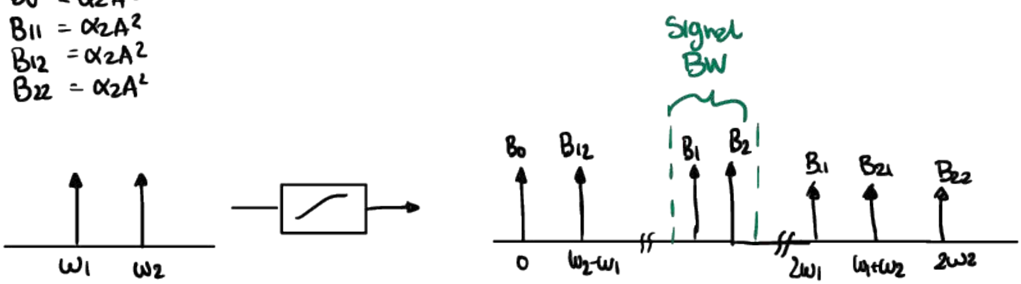
$x(t) = \underbrace{A\cos\omega_1 t}_{a} + \underbrace{A\cos\omega_2 t}_{b}$ $\qquad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$= \alpha_2 x^2(t)$

$= \alpha_2 A^2 (\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t)^2$

$\downarrow$

$B_0 = \alpha_2 A^2$
$B_{11} = \alpha_2 A^2$
$B_{12} = \alpha_2 A^2$
$B_{22} = \alpha_2 A^2$



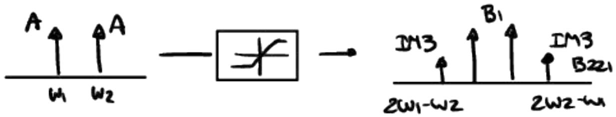
Tutti i fattori di intermodulazione cadono fuori della banda del segnale

IM2 products fall outside the signal BW, ed è per questo che "non li consideriamo".

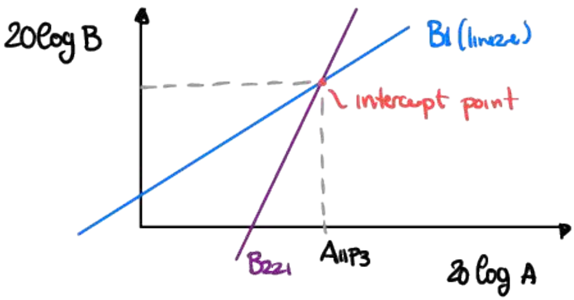
INTERCEPT POINT (come misurare questa intermodulazione)

3th ORDER INTERCEPT POINT (IP3)

· Applichiamo 2 toni identici nel sistema e misuriamo l'intermodulazione



Plottiamo un grafico tra B e A in scala logaritmica



$$B_1 = \alpha_1 A + \frac{3}{4}\alpha_3 A^3 + \frac{3}{2}\alpha_3 A^3$$

$$= \underline{\alpha_1 A} + \frac{9}{4} A^3$$

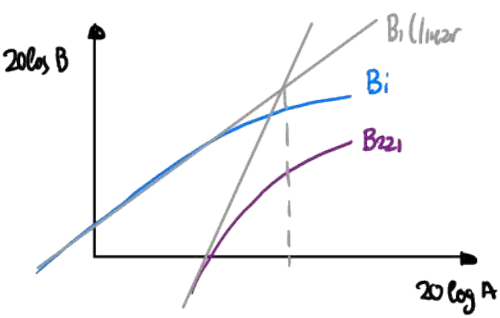
$$\underline{B_{221}} = \frac{3}{4}\alpha_3 A^3$$

- $20\log_{10}(\alpha_1 \cdot A) = \alpha_{1,dB} + A_{dB}$ (consideriamo solo il termine lineare di B_1)

- $20\log_{10}(B_{221}) = 20\log_{10}\left(\frac{3}{4}\alpha_3\right) + 3 \cdot A_{dB}$

A_{IIP3} : è l'ampiezza con input referred al 3rd order intercept point

Nella realtà tuttavia il comportamento è diverso



Perchè nella realtà B221 si comprime?

Perchè le non linearità maggiori di 3 es (IM5, IM7) fanno sì che ci sia una compressione di IM3

Come misuriamo l'intercept point?

Misuriamo il sistema a piccole ampiezze e poi estrapoliamo da quello. (in pratica facciamo le linee grigie.)

Questo test è chiamato two tone test. ed è usato per calcolare la non linearità di un sistema

Matematicamente possiamo dire che, per definizione

$$\underbrace{\alpha_1 A_{IIP3}}_{B_1 \text{ (lineare)}} = \underbrace{\frac{3}{4}\alpha_3 A_{IIP3}^3}_{B_{221} \text{ (estrapolato)}}$$

e otteniamo

$$\boxed{A_{IIP3} = \sqrt{\frac{4}{3}\left|\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right|}}$$

ricordiamo che abbiamo già trovato $4/3\,|\alpha_1/\alpha_3|$ nel caso del 1dB...
Se calcoliamo $IIP3_{dB}$ otteniamo che

$$IIP3_{dB} = 20\log_{10} A_{IIP3} = 10\log_{10}\left(\frac{4}{3}\left|\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right|\right)$$

Capiamo quindi che 1-dB compression point per un amplificatore non lineare sarà

$$A_{c,dB} = -9{,}6\,dB + A_{IIP3,dB}$$

quindi sarà sempre $-9{,}6\,dB$ + basso di $IIP3$.

• Inoltre se calcoliamo il rapporto tra

(sappiamo che la retta di B_1 ha pendenza 1 mentre la B_{221} ha pendenza 3)

infatti se calcoliamo

$$\frac{B_1}{B_{221}} = \frac{V_{OUT}}{V_{OUT,IM3}} = \frac{\alpha_1 A}{\frac{3}{4}\alpha_3 A^3} = \frac{A_{IIP3}^2}{A^2}$$

quindi sappiamo che

$$A_{IIP3} = A \cdot \sqrt{\frac{V_{OUT}}{V_{OUT,IM3}}}$$

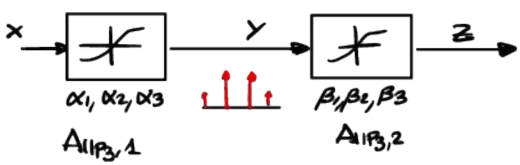
calcolando in dBm abbiamo

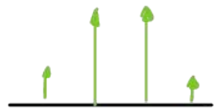
$$IIP_3 = P_{in} + \frac{1}{2}\underbrace{\left[P_{OUT} - P_{OUT,IM3}\right]}_{\Delta P_{dBm}}$$

Abbiamo concluso che

$$\underset{(dBm)}{IIP_3} = P_{in} + \frac{1}{2}\Delta P$$

Come calcolo la IIP3 di degli stadi in cascata?





$$y = \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \qquad x = A\cos\omega_1 t + A\cos\omega_2 t$$

$$z = \beta_1 y + \beta_2 y^2 + \beta_3 y^3$$

Noi sappiamo cosa succede nel mezzo quindi l'uscita dipenderà sicuramente da quello che abbiamo di ingresso.
Quello che è importante è che si può ottenere che

$$\frac{1}{A^2_{IIP3}} \simeq \frac{1}{A^2_{IIP3,1}} + \frac{\alpha_1^2}{A^2_{IIP3,2}}$$

← Ci dice che la non linearità di stage che vengono dopo è dominante

Valido sotto l'ipotesi di band pass filtering tra i 2 blocchi.

Quest'ipotesi deriva dal fatto che il primo blocco ha une componente del 2° ordine

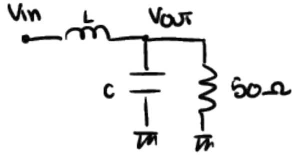
$\alpha_2 x^2 \to \omega_2 - \omega_1$ ma c'è anche una seconda componente $\beta_2 y^2 \to (\omega_2-\omega_1) \otimes \omega_2$ perciò viene

$$\beta_2 y^2 = (2\omega_2 - \omega_1) \to \text{che da un IM3 term}$$

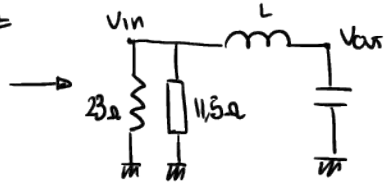
Quindi: Mettere in cascata termini del 2° ordine non lineari produce lo stesso effetto di una non linearità del 3° ordine.

03.05.2021 2h

> Ultimo punto della prova



$f_0 = 2{,}5\,GHz$



Le potenze nei 2 circuiti devono essere le stesse, quindi:

$$\frac{|V_{OUT}|^2}{50} = \frac{|V_{IN}|^2}{R_{IN}}$$

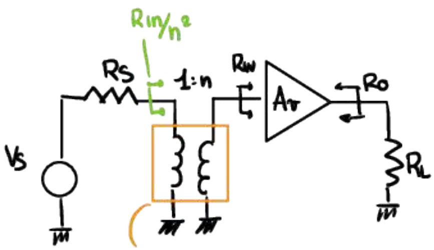
← solo parte reale

solo che in questo caso R_{IN} bisogna calcolarla usando l'ammettenza

$$Y = \frac{23 + j11{,}5}{23^2 + 11{,}5^2} \rightarrow Re + j\,Im$$ e noi prendiamo solo la parte reale.

Continuiamo con quello che ci interessa:

Impedence Matching



modello di una rete di impedenza trasformatrice

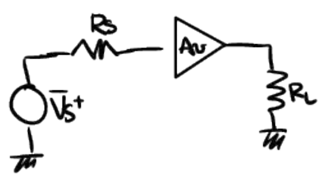
unloaded voltage gain

$$\frac{V_{out}}{V_S} = \underbrace{\frac{\frac{R_{in}}{n^2}}{\frac{R_{in}}{n^2} + R_S}}_{=\alpha} \cdot n \cdot A_v \cdot \frac{R_L}{R_L + R_o}$$

(input voltage division)

Se non abbiamo nessuna rete di impedenza trasformatrice abbiamo che

$$\frac{V_{out}}{V_S} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \cdot A_V \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L} = \alpha \cdot A_V \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

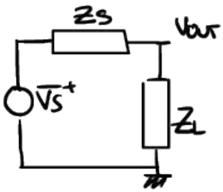


Per massimizzare il guadagno $R_{in} \gg R_S$, $R_L \gg R_o$

$$\left.\frac{V_{out}}{V_S}\right|_{MAX} \rightarrow A_v \quad \text{(unloaded gain)}$$

Avremo una contraddizione con questi valori

Teorema del massimo trasferimento di potenza



Per avere la massima potenza al carico

$$Z_L = Z_S^*$$ (conjugate matching)

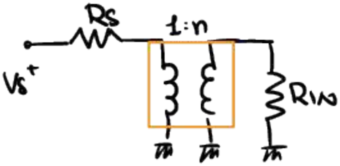
Questa massima potenza è anche chiamata available power, dove questa vale

$$P_{L,av} = \frac{|V_{OUT}|^2}{2R_L} = \frac{|V_S|^2}{8R_L}$$ con $Z_L = R_L + jX_L$

Questo perché in questa condizione ho che $V_{out} = V_S/2$

ABBIAMO UNA CONTRADDIZIONE CON QUELLO DETTO PRIMA, PERCHÉ PRIMA VOLEVAMO RIN MOLTO PICCOLO E ROUT MOLTO GRANDE.

Nella realtà questa contraddizione non c'è:



$$\alpha = \frac{n R_{IN}}{R_{IN} + n^2 R_S}$$

Vogliamo massimizzare α

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{R_{IN}(R_{IN} + n^2 R_S) - nR_{in} \cdot 2n \cdot R_S}{(R_{IN} + n^2 R_S)^2}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \emptyset \longrightarrow R_{IN} = n^2 R_S \rightarrow n_{opt} = \sqrt{\frac{R_{IN}}{R_S}}$$

Perciò α_{MAX} si ottiene per

$$\alpha_{MAX} = \frac{nR_{IN}}{2R_{in}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_{in}}{R_S}}$$

e questo massimo si ottiene per $\frac{R_{in}}{n^2} = R_S$ (che quello che abbiamo trovato prima)

Transformed impedance matched to the source impedance.

Facendo l'impedance matching si ottiene che (con $R_{in}/n^2 = R_S$)

$$\left.\frac{V_{OUT}}{V_S}\right|_{MAX} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot n_{OPT}}_{\alpha_{MAX}} \cdot A_V \cdot \frac{R_L}{R_L + R_O}$$

Esempio

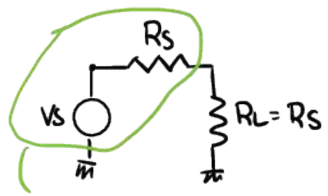
$R_S = 50\Omega$
$R_{in} = 1K\Omega$

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{1K}{50}} = 4{,}47 \longrightarrow \alpha_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}47 = 2{,}24$$

Capiamo quindi che facendo l'impedance matching riesco ad avere $\alpha_{MAX} = 2{,}24$ mentre facendo $R_{in} \ll R_S$ e $R_{out} \gg R_L$ ottengo un $\alpha_{MAX} = 1$.
Capiamo quindi che con l'impedance matching ho il massimo guadagno.

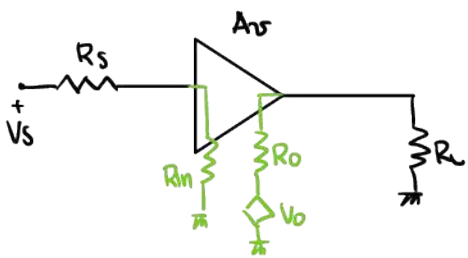
Power Gain

Tipicamente lavoriamo con la potenza che riceviamo dall'antenna



$$P_{S,av} = \frac{V_S^2}{8R_S}$$

Available Power gain, si calcola come



$$G_A = \frac{P_{OUT,av}}{P_{IN,av}} = \frac{V_o^2/8R_o}{V_S^2/8R_S} = \left(\frac{V_o}{V_S}\right)^2 \cdot \frac{R_S}{R_o}$$

available power gain of the amplifier è:

$$G_A = (\alpha A_v)^2 \cdot \frac{R_S}{R_O} = A_O^2 \cdot \frac{R_S}{R_O}$$

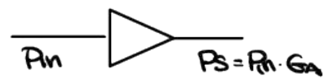
con $A_O = \alpha A_v = \frac{V_o}{V_s}$

In generale il power gain disponibile è DIVERSO dal quadrato del voltage gain, è uguale solo se

$$R_S = R_O \rightarrow G_A = A_O^2$$

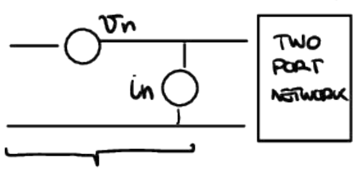
Ricordiamo che

$$SNR = \frac{P_s}{P_n}$$

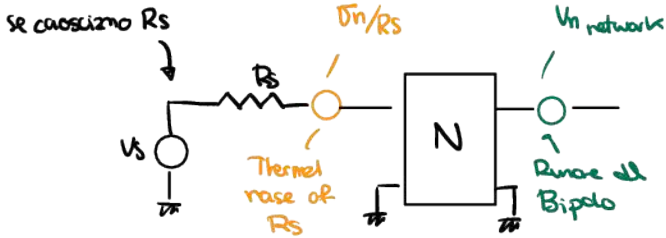


Capiamo quindi che il GA (e quindi l'impedance matching) varia l'SNR.

Effects of Noise



2 generatori che modellano il rumore della rete



Definiamo la noise figure NF

$$NF \triangleq \frac{SNR_{IN}}{SNR_{OUT}}$$

Perciò

$$NF = \frac{\overline{V_{S\,IN}^2}}{\overline{V_{n\,IN}^2}} \cdot \frac{\overline{V_{n\,OUT}^2}}{\overline{V_{S\,OUT}^2}} = \frac{1}{A_O^2} \cdot \frac{\overline{V_{n\,network}^2} + A_O^2\,\overline{V_{n/R_S}^2}}{\overline{V_{nR_S}^2}}$$

Se la risolviamo otteniamo che

$$NF = \frac{1}{A_O^2} \cdot \left(\frac{\overline{V_{n\,network}^2}}{\overline{V_{nR_S}^2}} + A_O^2 \right) = \frac{\overline{V_{n\,network}^2}}{A_O^2\,\overline{V_{nR_S}^2}} + 1$$

noise of the network (input-referred)

noise of source resistance

La noise figure è una misura di quanto il circuito aggiunga rumore a quello che c'è già.

$$\frac{\overline{V_{n,\,OUT\ TOTAL}^2}}{A_0^2} = \underbrace{NF}_{\text{}} \cdot \overline{V_{n\,RS}^2}$$

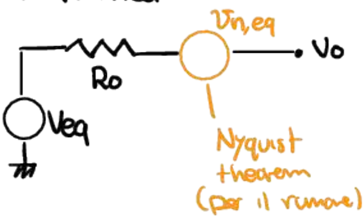
factor di moltiplicato alla source noise da in uscita il rumore totale (input-referred)

$$PSD_{Rx\ (input\ ref)} = 4KTR_S \cdot NF_{Rx}$$

NOISE FIGURE OF A LOSSY CIRCUIT (es. passive filter)

Posso calcolare NF senza sapere come è fatta la rete basandomi solo su un paio di teoremi

> Thevenin theorem



$$\overline{V_{n,eq}^2} = 4KT \cdot Re\{Z_0\}$$

Nyquist ci dice che il rumore a quella porta è 4KT · la parte reale dell'impedenza a quella porta.

e da qui possiamo calcolare la noise figure come

$$NF = \frac{\overline{V_{n\,OUT\ TOTAL}^2}/A_0^2}{\overline{V_{n,RS}^2}} = \frac{\overline{V_{n\,eq}^2}}{A_0^2} \cdot \frac{1}{\overline{V_{n\,RS}^2}}$$

$$= \frac{4KTR_0}{A_0^2} \cdot \frac{1}{4KTR_S}$$

$$= \frac{1}{\underbrace{A_0^2 \cdot \frac{R_S}{R_0}}_{\text{available power Gain } G_A}} = \frac{1}{G_A} = L_A$$

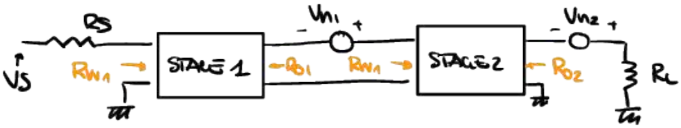
available power loss

Abbiamo concluso che la noise figure di un circuito lossy è dato dalla sua available power loss.

esempio.

filtro con 2dB power loss → NF = 2dB.

Noise figure of cascaded stages



$$NF = 1 + \frac{\overline{V_{n1}^2}}{\underbrace{\alpha_1^2 \cdot A_{v1}^2}_{A_{o1}^2}} \cdot \frac{1}{4kTR_S} + \frac{\overline{V_{n2}^2}}{\alpha_1^2 A_{v1}^2 \cdot \alpha_2^2 \cdot A_{v2}^2} \cdot \frac{1}{4kTR_S}$$

NF_1

$$\alpha_1 = \frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S}$$

$$\alpha_2 = \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{o1}}$$

Dobbiamo cercare un modo di scrivere anche NF_2 in questa formula

Sappiamo che NF_2 è calcolabile:

$$NF_2\big|_{R_{o1}} = 1 + \frac{\overline{V_{n2}^2}}{\alpha_2^2 \cdot A_{v2}^2} \cdot \frac{1}{4kTR_{o1}}$$

Perciò NF totale può essere scritta come

$$NF = NF_1 + \frac{(NF_2|_{R_{o1}} - 1) \cdot 4kTR_{o1}}{\alpha_1^2 \cdot A_{v1}^2 \cdot 4kTR_S}$$

$$\alpha_1^2 A_{v1}^2 \cdot \frac{R_S}{R_{o1}} = G_{A1}$$

available power gain of stage 1

$$= NF_1 + \frac{NF_2|_{R_{o1}} - 1}{G_{A1}}$$

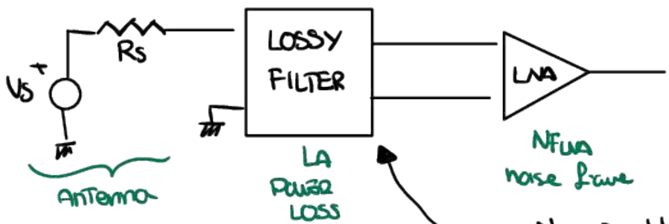
In generale possiamo dire che

$$NF = \underbrace{1 + (NF_1 - 1)}_{\text{STAGE 1}} + \underbrace{\frac{NF_2 - 1}{G_{A1}}}_{\text{STAGE 2}} + \underbrace{\frac{NF_3 - 1}{G_{A1} \cdot G_{A2}}}_{\text{STAGE 3}} + \dots$$

Capiamo che i primi stage sono i più critici per la noise figure

04.05.21 Lezione 3h

Esempio of NF of filter + LNA cascade



Non è altro che il filtro dell'antenna

Total noise figure

$$NF = NF_{filter} + \frac{NF_{LNA} - 1}{\frac{1}{LA}}$$

Available power gain of stage 1

Questo perché il filtro è lossy quindi la NF_{filter} è uguale a LA

$$= LA + LA(NF_{LNA} - 1)$$

$$= LA \cdot NF_{LNA}$$

Analizzando la NF in dB otteniamo che

$$NF_{dB} = LA_{dB} + NF_{LNA,dB}$$

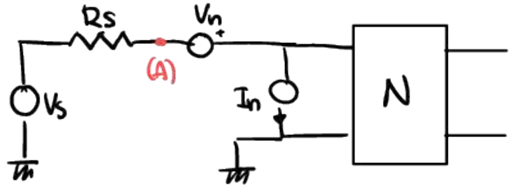
esempio

$LA = 2dB$
$NF_{LNA} = 1{,}6dB$ $\longrightarrow$ $NF = 3{,}6dB$

Capiamo che la Noise figure dell'LNA è amplificata dalle perdite del precedente filtro passivo.

Capiamo che per fare un filtro selettivo mettiamo molti filtri in cascata, questo risulta in più perdite → peggior noise figure.

Noise Matching: è un altro modo di matchare la faccenda



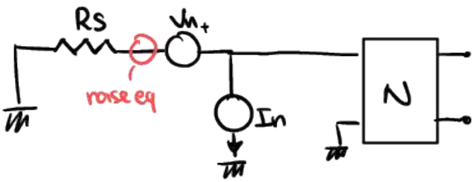
Vn, In sono i rumori riferiti all'input del bipolo N. Questi 2 sono correlati perché realizzati dagli stessi elementi fisici.

Calcoliamo la noise figure

$$NF = 1 + \frac{\text{network noise in (A)}}{\text{source noise in (A)}}$$

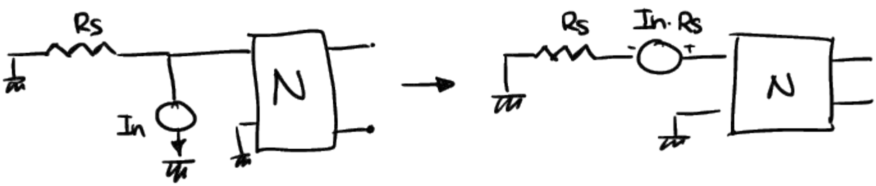
Dobbiamo farla riferita ad un generatore di rumore eq. Noi scegliamo di metterlo questo generatore eq nel punto A

$$= 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_s)^2}}{4KTR_s}$$



Vn è già lì quindi rimane tale

Studiamo ora In spegnendo Vn.



Tuttavia facciamo un'ipotesi semplificativa (ma reale) che Vn e In siano incorrelati

$$NF \simeq 1 + \frac{\overline{V_n^2} + \overline{I_n^2} \cdot R_s^2}{4KTR_s}$$

$$= 1 + \frac{\overline{V_n^2}}{4KTR_s} + \frac{\overline{I_n^2}}{\frac{4KT}{R_s}}$$

network voltage noise

network current noise

source current noise

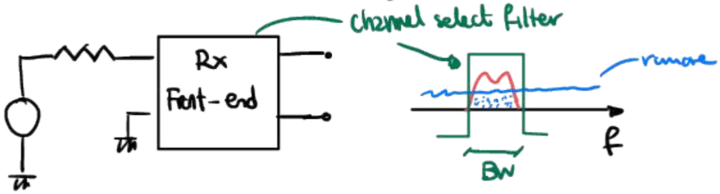
source voltage noise

NF ha un termine decrescente con Rs e uno che aumenta con Rs, quindi esiste un NFmin per un RS ottimo.

$$\frac{\partial NF}{\partial RS} = \emptyset \longrightarrow R_{S_{OPT}} = \sqrt{\frac{\overline{V_n^2}}{\overline{I_n^2}}}$$

Rx sensitivity and Dynamic Range

Rx sensitivity: è il minimo segnale rilevabile per SNR = SNRmin



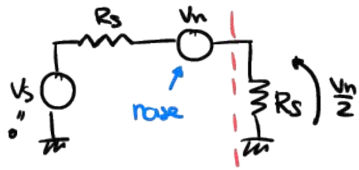
l'integrale del rumore sulla banda mi da

Se definiamo la sensibilità come: $P_{S,av(min)}$, allora:

$$SNR = \frac{P_{S,av(min)}}{P_{n,av}} \qquad \frac{\text{sensitività (minima potenza del segnale)}}{\text{potenza del rumore}}$$

Anche in questo caso l'SNR va valutato in un punto, noi supponiamo di vederlo prima dell'Rx front-end.

Calcoliamo $P_{n,av}$ (supponiamo di avere impedance matching)



Potenza di V_n in una rete matchata

$$\frac{P_{n,av}}{\Delta f} = \frac{\overbrace{\frac{\overline{V_n^2}}{R_s} \cdot \frac{1}{4}}}{\Delta f} = \frac{4KTR_s \cdot NF_{Rx}}{4R_s}$$

$$\boxed{\frac{\overline{V_n^2}}{\Delta f} = 4KTR_S \cdot NF_{Rx}}$$

$$= \underbrace{KT}_{} \cdot NF_{Rx}$$

available power density della source noise

Perciò

$$P_{n,av} = KT \cdot NF_{Rx} \cdot BW$$

in pratica dobbiamo preso il rumore calcolato prima e per calcolare la potenza abbiamo fatto l'integrale considerando tutto costante

Abbiamo quindi che

$$SNR_{MIN} = \frac{P_{s,ar\,min}}{KT \cdot NF_{Rx} \cdot BW}$$

Quindi

$$P_{s,ar\,min} = SNR_{MIN} \cdot KT \cdot NF_{Rx} \cdot BW$$

$KT = 4 \cdot 10^{-21}\,J$ a $25°$ $\rightarrow$ $10\log_{10} KT = -204\,dBW/Hz = -174\,dBm/Hz$

Portando tutto in dB

$$P_{s,ar\,min}\Big|_{dBm} = -174\,\frac{dBm}{Hz} + NF_{Rx}\Big|_{dB} + SNR_{min}\Big|_{dB} + \underline{10}\log(BW)$$

attenzione qui ci va 10 e non 20!!

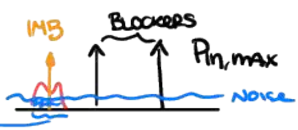
• Esempio GSM.

- Sensitività: $P_s = -100\,dBm$
- $BW = 200\,KHz$
- $SNR_{MIN} = 12\,dB$

→ Calcoliamo il noise figure del ricevitore invertendo la formula di prima.

$$NF_{Rx} = P_s + 174 - SNR_{min} - 10\log(BW) \cong 12\,dB$$

• Range Dinamico



Se ho 2 blockers all'ingresso di un ricevitore genero un IM3 sul segnale

Chiamiamo SFDR Spurious Free dinamic Range

$$SFDR_{dB} = \underbrace{P_{in,max}} - \underbrace{P_{in,min}}$$

Questa è la noise power

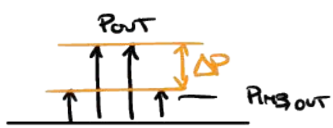
input power of the 2 tones such that IM3 power equals noise power

sensitivity level

Se non andiamo oltre $P_{in,max}$ abbiamo che IM3 è coperto dal rumore, mentre se lo superiamo IM3 non è più coperto dal rumore.

Sappiamo che

$$P_{IIP3}\,dBm = P_{in} + \frac{\Delta P}{2}$$



$$P_{IIP3} = P_{in} + \frac{P_{out} - P_{IM3out}}{2}$$

$$= P_{in} + \frac{P_{in} + G_A - (P_{IM3,in} + G_A)}{2}$$

Abbiamo definito un input referred level dei prodotti IM3 (come abbiamo fatto per il rumore prima)

$$= \frac{3}{2} P_{in} + \frac{1}{2} P_{IM3,in}$$

Per calcolare $P_{in,max}$ (che è la potenza dei 2 blocker, la MASSIMA) devo usare la definizione cambiando $P_{IM3,in}$ con il valore del rumore (come dimostrato prima)

$$P_{IIP3} = \frac{3}{2} \underline{P_{in,max}} - \frac{1}{2} P_n$$ ← input referred level of noise

Quindi

$$P_{in,max}\,(dBm) = \frac{2 \cdot P_{IIP3} + P_n}{3}$$

e quindi

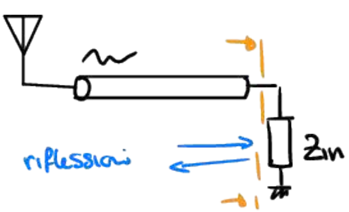
$$SFDR = P_{in,max} - P_{in,min}$$ ← $SNR_{MIN} = P_{in,min} - P_{noise}$

$$= \frac{2}{3} P_{IIP3} + \frac{1}{3} P_n - (P_n + SNR_{MIN})$$

$$= \frac{2}{3} P_{IIP3} - \frac{2}{3} P_{noise} - SNR_{MIN}$$

Capiamo che il rumore definisce una minima Potenza d'ingresso, mentre l'IM3 definisce il livello massimo di potenza (dicendo che la Pot max è quando il livello della potenza del rumore è uguale a quello di IIM3).

Scattering Parameters o S-parameters



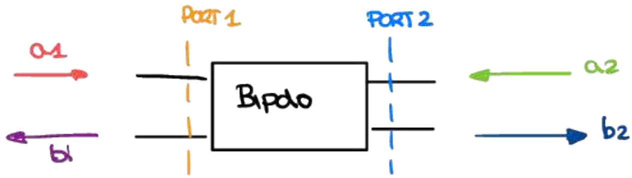
Definiamo un coefficiente di riflessione

$$\Gamma = \frac{P_{reflected}}{P_{incidente}} \rightarrow P_{ref} = \Gamma \cdot P_{inc}$$

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_s}{Z_{in} + Z_s}$$ ← forse ci va il modulo quadro di tutto

Solo se $Z_{in} = Z_S \to \Gamma = \emptyset$ quindi non ho riflessione (diciamo che la terminazione è matchata con l'impedenza caratteristica della linea)

Dobbiamo estendere il concetto ai bipoli:



a1: Power wave incidente sulla porta 1
b1: Power wave riflessa sulla porta 1

Stessa cosa per a2 e b2

In pratica abbiamo che b1 e b2 dipendono sia da a1 che a2, abbiamo infatti una matrice

$$\begin{cases} b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} \cdot a_1 + S_{22} a_2 \end{cases}$$

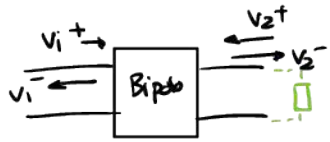
Dove S sono gli scattering parameters $\left[S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \right]$

Se lo consideriamo come tensioni

è minuscolo non maiuscolo perché qui abbiamo frazione di tensioni mentre nel maiuscolo è di potenza

$$S_{11} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+ = \emptyset}$$

matched load at port 2



S_{11} è il coefficiente di riflessione nella porta 1 con porta 2 con impedence matching

Definiamo l'input return loss come

Credo siano S minuscole

$$RL_{in} = 10 \log_{10} \frac{1}{|S_{11}^2|} = -20 \log \{S_{11}\}$$

Chiamiamo Forward Gain il coefficiente S_{21} (forward power gain)

$$20 \log_{10} \{S_{21}\} \to \text{è il forward gain}$$

è minuscolo

il Reverse Isolation è invece

minuscola

$$-20 \log \{S_{12}\}$$

L'output return loss $RL_{out} = -20 \log \{S_{22}\}$

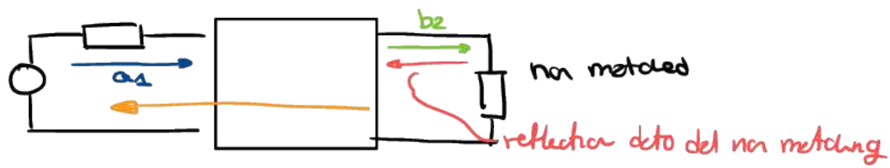
minuscolo

Ma perchè usiamo questa merda di metrica?

Perchè la potenza può essere facilmente calcolata mentre tensione e corrente non sono così facili da misurare.

Un altro motivo perchè questa metrica ci è comoda è che viene misurata con l'altra porta del bipolo con l'impedenza matchata. e questo ci va bene perchè in RF è difficile fare la misura ad esempio a circuito aperto per via del cross-coupling ecc..

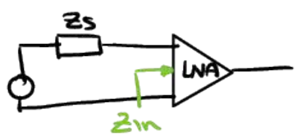
Nel caso abbiamo un non matched load allora



Se l'amplificatore (bipolo) ha un reverse gain diverso da ∅ allora rifletto anche potenza al primario e quindi ho un Loop e posso perdere la stabilità. Per questo voglio un alta reverse isolation così che non rifletti molta potenza anche con impedenze non matchate

Design of LNA

- Specifiche
  - Low noise (NF figure)
  - Large gain (in modo da eliminare i contributi degli stati successivi nell'SNR G_A o S_{21} sono quindi definiti)
  - Input matching (Definita la return loss $1/S_{11}$)



$$S_{11} = \left| \frac{Z_{in} - Z_S}{Z_{in} + Z_S} \right|^2$$

Non dobbiamo avere per forza $S_{11} = \emptyset$, tipicamente a viene dato un valore in dB accettabile

esempio

$$\begin{matrix} Z_S = 50\Omega \\ Z_{in} = 40\Omega \end{matrix} \rightarrow S_{11} = 20\log\left|\frac{40-50}{40+50}\right| = -20dB$$

Ad esempio se $S_{11} = -10dB$ allora si ha che

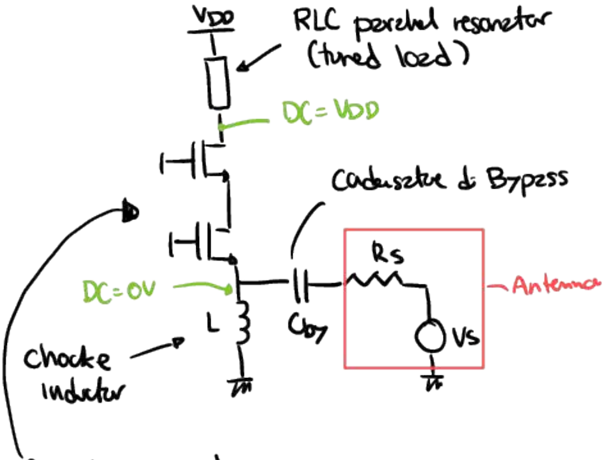
$P_{ref} = 0{,}1 \cdot P_{inc}$ (Perdita del 10% in riflessione)

- linearità (IIP3 intercept point, a causa dei Blockers).

Topologie circuitali

Non possiamo basarci su OPAMP perchè il FeedBack è un casino e ha banda stretta.

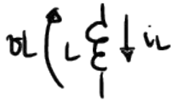
- **COMMON GATE TOPOLOGY** (usiamo questo perchè se entriamo dal gate del mos questo ha impedenza ∞ e non possiamo fare il matching)



Cascode: è usato per migliorare la reverse isolation

- Chocke inductor

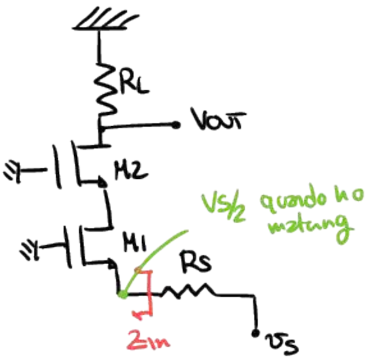
$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_L}{L}$$



Se $L \to \infty$ allora $\frac{di_L}{dt} \to \varnothing$ quindi i_L = costante

Perciò se l'induttore è abbastanza grande allora creiamo un generatore di corrente con un induttore

A frequenza centrale f_0 il circuito diventa



$$Z_{in} \simeq \frac{1}{g_{m1}}$$

Approssimazione se non consideriamo r_{o1}, C_{gs1}, C_{ds1} (capacità parassite)

g_{m1} può essere realizzata per realizzare la matching condition

$$g_m = \frac{1}{R_S} \rightarrow R_S = 50\,\Omega \rightarrow g_m = 20\,mS$$

- Gain di tensione

$$A_0 = \frac{v_{out}}{v_s}$$

facciamo questo calcolo a matching condition in modo che dopo Rs e prima di M_1 so che ho $V_s/2$

Visto che ho lì $V_s/2$ allora so che la corrente che passa è $V_s/2R_s$ allora

$$A_0 = \frac{\frac{V_s}{2R_s} \cdot R_L}{V_s} = \frac{R_L}{2R_s}$$

Cosa limita questo guadagno? Ho che

$R_L = \omega_0 L Q \leftarrow Q = \frac{R_L}{\omega_0 L}$

$g_m R_L$

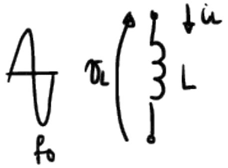
L'AMPIEZZA È LIMITATA DAL QUALITY FACTOR (NOI LO VOGLIAMO ALTO)

$\boxed{\text{in RF abbiamo che } R_L \approx 100 \div 1000 \text{ e perché vogliamo un alto quality factor.}}$

Allora dato quei valori di R_L e visto che $R_S = 50\Omega \rightarrow A_0 = 1 \div 10$ quindi va da 0 a 20dB.

06.05.2021 3h

Note sullo choke inductor



$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_L}{L} \rightarrow \varnothing \rightarrow$ i_L costante se L abbastanza grande.

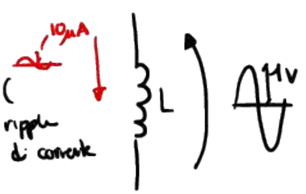
Ma quanto deve essere grande L? ovviamente dipende dall'ampiezza di V

Noi sappiamo che $\bar{V}_L = j\omega_0 L \bar{I}_L$ e sappiamo che $|\bar{I}_L| = \frac{|\bar{V}_L|}{\omega_0 L}$ (ampiezza di I_L)

Avremo quindi che I_L ha una componente sinusoidale, sopra a quella continua. Noi imponiamo questa oscillazione molto bassa (in modo da avere corrente quasi costante), poi io so quant'è V_L e quindi calcolo L, otteniamo

$$L = \frac{|\bar{V}_L|}{|\bar{I}_L|} \cdot \frac{1}{\omega_0}$$

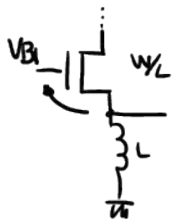
esempio



$f_0 = 1GHz$

allora $L = \frac{1V}{10\mu \cdot 2\pi \cdot 1GHz} = 1{,}59 \cdot 10^{-5}$

Altro esempio, analisi in dc



in DC l'induttore è un corto, quindi ho VBIAS costante e quindi ho una corrente che scende che dipende da VB1 e W/L, questa è la corrente in DC che passa nell'induttore.

Continuiamo lo esercizio dell'altro giorno

Dobbiamo calcolare la noise figure

$4KT\frac{\gamma}{\alpha}\cdot\frac{1}{g_m}$

(spiego dopo perchè)

non consideriamo il mos cascode visto che non consideriamo ro allora è invisibile.

Per modellare il rumore del mos usiamo il modello Van der Ziel

Channel noise:

$$PDS: 4KT\cdot\gamma\cdot g_{do}$$

dove $g_{do} = \left.\frac{\partial I_d}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{DS}=0}$

- in triodo abbiamo che

$$I_D = \frac{1}{2}\mu C_{ox}'\frac{W}{L}\left[2V_{ov}V_{DS} - V_{DS}^2\right]$$

allora g_{do} è

$$g_{do} = \mu C_{ox}'\frac{W}{L}V_{ov} = \frac{1}{r_{on}}$$

- in Saturazione invece

$$I_D = \frac{1}{2}\mu C_{ox}'\frac{W}{L}\cdot V_{ov}^2 \longrightarrow g_m = g_{do}$$

Inoltre questo teorema dice che se il mosfet è in triodo $\gamma = 1$ mentre se il mos è in saturazione $\gamma = 2/3$

in carrier velocity saturation (quando ho canali piccoli) ho che

$$g_m = \alpha\cdot g_{do} < g_{do}$$ con α che dipende da V_{ov} e da altro

in questo caso abbiamo che

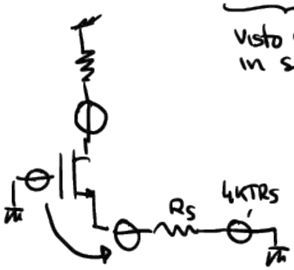
PSD: $\boxed{4KT\frac{\gamma}{\alpha}\cdot g_m}$ con $\alpha = 1$ no carrier saturation
$\alpha < 1$ in carrier saturation

formula tipica
perché con gli ampli stiamo in sat

Come calcoliamo la noise figure?

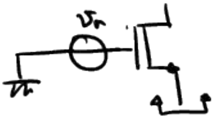
$$NF = 1 + \frac{4KT\,{}^{\gamma}\!/_{\alpha}\,\frac{1}{g_m}}{\underbrace{4KT\,R_S}_{\text{visto che sono in serie}}} + \dots = 1 + \frac{\gamma}{\alpha}$$

visto che siamo in match $1/g_m = R_S$

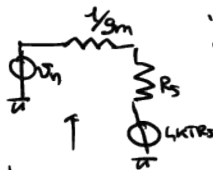


Sposto qui, perché visto che ho il gate a terra V_{GS} è la stessa anche se sposto il generatore di rumore

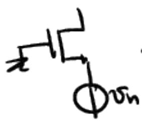
→



ho che



Vale solo perché il gate è a massa



anche qui ho la stessa cosa

notiamo molto bene che i generatori sono in serie

Continuiamo con la noise figure

rumore riportato all'uscita

$$NF = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{4KTR_L}{4KTR_S\left(\frac{R_L}{2R_S}\right)^2}$$

$$= 1 + \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{4R_S}{R_L} = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{2}{A_0}$$

NF totale viene nell'ordine di 3 dB è alto, lo vorremo abbassare.

Per calcolare la noise figure posso mettere il rumore anche in corrente, scelgo quello che mi è più facile

Per cercare di abbassare la NF vedremo 3 metodi:

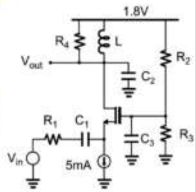
1) Sempre lasciando il matching fare in modo che g_m sia più grande così che $4KT\,{}^{\gamma}\!/_{\alpha}\cdot {}^{1}\!/_{g_m}$ sia più piccolo

2) Noise cancelling: Cancelliamo il rumore tramite una topologia specifica

3) Impedance trasformation network per poter non rendere gm collegata con l'input impedance

TUTORIAL

T10.1 Let us consider the LNA in figure, where $R_1 = 50\Omega$, $C_1 = 1nF$, $L = 1nH$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 8k\Omega$ and the MOSFET has threshold $V_T = 0.5V$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.2mA/V^2$ and $\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2}{3}$.



a) Derive the bias point of the circuit. Considering an operating frequency $f_0 = 3.3GHz$ and $C_3 = 30pF$, size R_4, C_2 and $\left(\frac{W}{L}\right)$ of the transistor to guarantee: (i) input matching, (ii) maximum gain and (iii) noise figure of 2.7dB.

b) Please modify the circuit by connecting C_2 between the output node and gate of the transistor. Find the new values for C_2, C_3 and $\left(\frac{W}{L}\right)$ to obtain a noise figure of 1.2dB at $f_0 = 3.3GHz$, while still guaranteeing input matching.

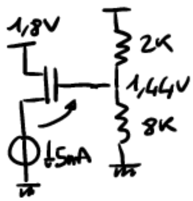
c) Evaluate the "*transducer power gain*" of the stage in dB.

Ogni volta che ro non è infinita noi la consideriamo infinita

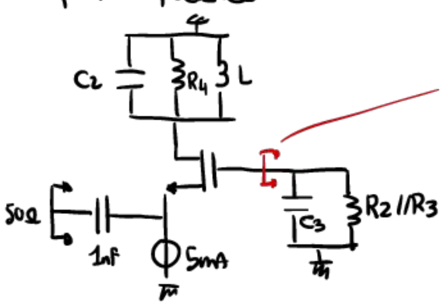
Punto a)

Come garantisco il matching se dopo $R_1 = 50\Omega$ ho un condensatore? Boh.

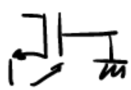
- DC bias



- input impedance



noto che questa impedenza ha un polo a $\frac{1}{2\pi C_3 R_2//R_3} = 3{,}3MHz$ e noi lavoriamo a 3,3GHz quindi ci viene estremamente piccola $(-j0{,}05\Omega)$ perciò non la consideriamo



allora

$$\frac{1}{g_m} = 50\Omega$$

da cui $W/L = 100$

noi trascuriamo C_1 perché molto piccola e quindi noi non la consideriamo.

Poi voglio l'impezza massima

$\frac{V_{in}}{2R_S} \cdot Z_L = V_{OUT}$ e il massimo di Z_L si ha in risonanza per $\frac{1}{\sqrt{LC_2}} = 2\pi\, 3{,}3G$

tale che Z_L sia massimo e cioè sia R_4

Z_L non è altro che il banco risonante in alto

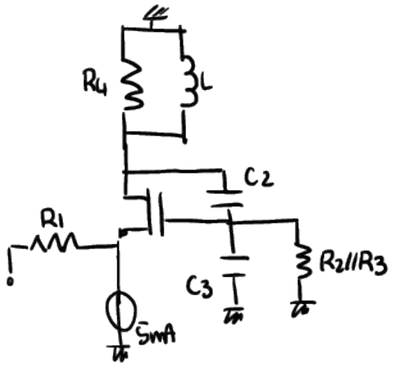
Per calcolare R_4 usiamo la noise figure (è la stessa calcolata sopra)

$$NF = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} \cdot g_m R_1 + \frac{4 R_1}{R_4} = 10^{\frac{2.7}{10}}$$

da cui ricaviamo $R_4 = 1{,}02\ K\Omega$

perciò con questo R_4 otteniamo guadagno $A_0 = \frac{R_4}{2R_1} \simeq 10 \rightarrow 20dB$

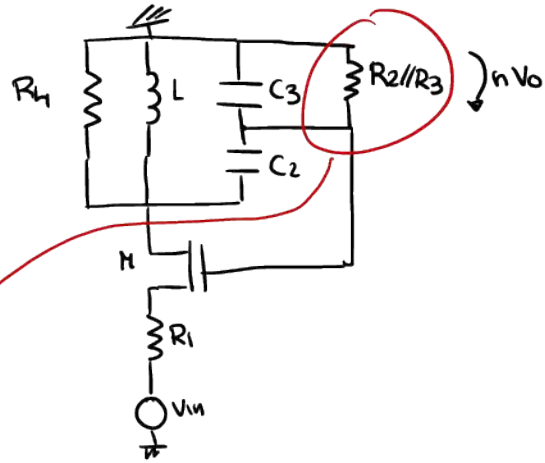
• PUNTO B (cambia topologia)



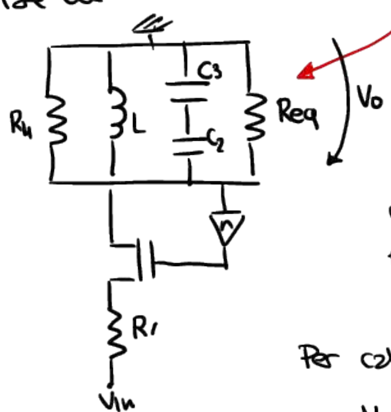
Abbiamo un feedback dato dalla capacità.

Vogliamo input matching e NF = 1,2dB

Dobbiamo iniziare calcolando l'input impedance



Possiamo poi semplificare il circuito, è un tapped resonator di collpitz.
Sotto determinate ipotesi posso fare che



Poi posso anche prendere la tensione di gate in un altro punto e considerare la voltage division

Dove $n = \frac{C_2}{C_2 + C_3}$

Per calcolare Req devo imporre la stessa power dissipata

$$\frac{V_0^2}{R_{eq}} = \frac{n^2 V_0^2}{R_2 // R_3}$$

Se vogliamo massimizzare il guadagno dobbiamo considerare la risonanza tra

L e $C_1//C_3$ $\longrightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{L \cdot \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}}} = 2\pi\, 3.3\,GHz$

in risonanza abbiamo che

Calcolo la Zin forzando una corrente d'ingresso. Forzo la corrente così ai capi di R_T ho come tensione $i R_T$ e sul gate ho $n i R_T$.

La Vgs del transistor è

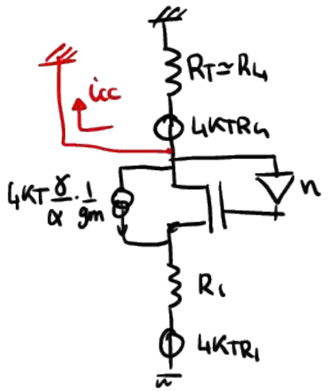
$$(n i R_T - v) g_m = -i$$

$$Z_{in} = \frac{v}{i} = \frac{1}{g_m} + n R_T = 50\,\Omega$$

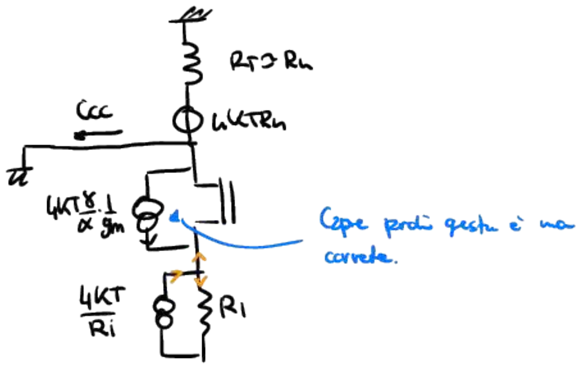
A causa del filtro l'impedenza d'ingresso è $> 1/g_m$ (abbiamo trovato un modo di alterare la dipendenza di input e gm)

Calcoliamo la noise figure

$R_T = R_{eq} // R_L$ dove $R_{eq} = \frac{R_2 // R_3}{n^2}$ se $n \ll 1$ allora $R_T \simeq R_L$



Un modo per calcolare la NF è cortocircuitare la l'uscita e calcolare tutti i rumori riferiti a quella. Usiamo questa tecnica per eliminare il feedback, così che ho ∅ volt sul gate del mos



$$NF = 1 + \frac{\frac{4KT}{R_L}}{\frac{4KT}{R_1}\left(\frac{R}{R_1 + 1/g_m}\right)^2} + \frac{4KT\frac{\gamma}{\alpha} g_m \left(\frac{1/g_m}{\frac{1}{g_m} + R_1}\right)^2}{\frac{4KT}{R_1}\left(\frac{R_1}{R_1 + 1/g_m}\right)^2}$$

Lo vedo come un partitore di corrente, una parte del rumore di corrente va su R_1 e l'altra su $1/g_m$. noi prendiamo quella $1/g_m$

Semplificazioni

$$NF = 1 + \frac{(R_1 + 1/g_m)^2}{R_1 R_h} + \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{1}{g_m R_1} = 10^{\frac{1,2}{10}}$$

otteniamo

$$g_m = 58\,mA/V = \frac{2I}{V_{ov}}$$

Calcolato g_m, ricordiamo che

$$Z_{in} = \frac{1}{g_m} + nR_h = 50\,\Omega \rightarrow nR_h = 50 - 17 = 33\,\Omega$$

visto che $R_h = 1K \rightarrow n = 0{,}033$ ← abbiamo verificato l'ipotesi $n \ll 1$

otteniamo $C_2 = 2{,}4pF$ e $C_3 = 72{,}63pF$

- Punto 3

Transducer power gain

$$G_T = \frac{P_{OUT}}{P_{in,available}} \quad \text{(Per definizione)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{V_{OUT}^2}{R_h}}{\frac{1}{2}\frac{(V_{in}/2)^2}{R_1}}$$ ← perché c'è l'input matching e quindi all'vero ingresso dell'ampl. abbiamo $V_{in}/2$

$$= A_0^2 \cdot 4\frac{R_1}{R_4} \longrightarrow \text{dove } A_0 = \frac{R_h}{2R_1}$$

10 perché è potenza

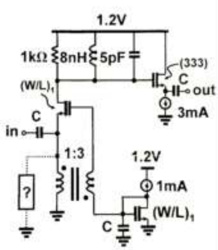
$$= \frac{R_h}{R_1} = \frac{1000}{50} = 20 \quad \text{oppure } 10\log_{10}(20) = 13\,dB$$

T10.2 Let us consider the LNA in figure, where $C = 1\text{nF}$ and the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5\text{V}$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.1\text{mA/V}^2$ and $\frac{\gamma}{\alpha} = 2$.

a) Neglecting the unknown component (marked by the "?" sign), and assuming the transformer to be ideal, size $\left(\frac{W}{L}\right)_1$ to obtain input matching to 50Ω at $f_0 = 2.5GHz$.

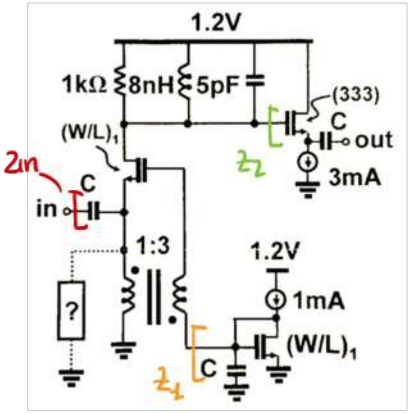
b) Evaluate the noise figure NF referred to a source resistance of 50Ω, at $f_0 = 2.5GHz$ and considering all noise sources.

c) Assuming the transformer to be non-ideal with coupling coefficient $k = 1$, and $L_{11} = 1\text{nH}$, $L_{22} = 9\text{nH}$ the inductances of the primary and secondary winding, respectively. Choose the unknown component (marked by the "?" sign) which maintains input matching to 50 Ω?

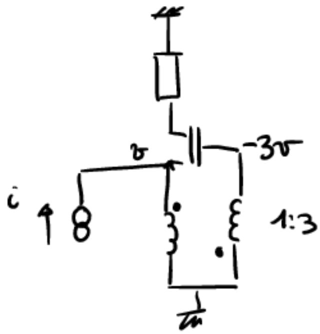


Per DC biasing devo considerare il current mirror, quindi so che sulla parte principale passa 1mA se hanno lo stesso fattore di forma

Calcoliamo la Zin



Se calcolo vedo che Z_1 e Z_2 sono molto piccole quindi le trascuro perciò ho



Impongo una corrente d'ingresso, ho una tensione v sul source quindi a causa del trasformatore ho $-3v$ sul gate

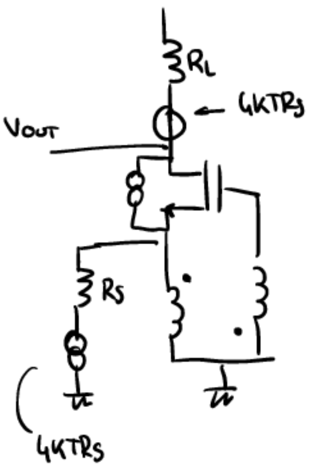
Quindi

$$V_{GS} = -3v - v = -4v$$

La corrente che circola nel circuito allora è $4 g_m v$

quindi $Z_{in} = \frac{v}{i} = \frac{1}{4 g_m}$

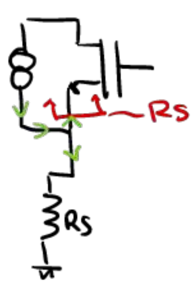
- Noise Figure (la calcolo sull output)



$$NF = 1 + \frac{4KTR_L}{4KTR_S\left(\frac{R_L}{2R_S}\right)^2} + \frac{4KT\frac{\gamma}{\alpha}g_{m1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot R_L^2}{4KTR_S\cdot\left(\frac{R_L}{2R_S}\right)^2}$$

uguale a quello del caso del common gate

- viene 1/2 perché ho un partitore di corrente tra 2 resistenze uguali se ho il matching



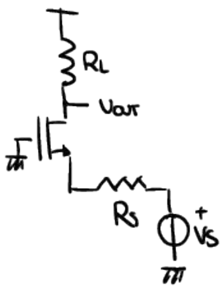
In questo caso $g_m = \frac{1}{4R_S}$ (calcolato da Z_{in}), ci viene una NF totale di 2,4 dB (considerando anche il rumore del voltage follower che avevamo trascurato prima per l'impedenza)

• Punto 3

Considerando un trasformatore reale (foto)

10.05.2021 Lezione 2h

Common gate



• matching $1/g_m = R_S$

• Gain $\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{R_L}{2R_S}$ (in condizioni di match)

• noise figure:

$$NF = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{1}{g_{m1} R_S} + \underbrace{\frac{4R_S}{R_L}}_{\text{in matching conditions}}$$

$$= 1 + \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{2}{A_0}$$

Per superare i limiti della noise figure

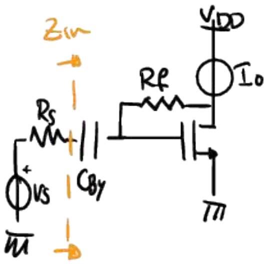
• FeedBack: per decoupling $1/g_m$ da R_S

• Noise cancelling

• Impedance trasformation.

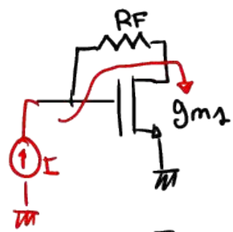
Noise Cancelling

• Shunt feedback topology (topologia alternativa al common gate)



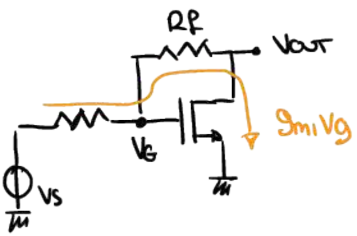
Ad RF $C_{By} = \varnothing$ (corto)

$$Z_{in} = \frac{1}{g_{m1}}$$



$v = \frac{I}{g_{m1}}$

• Voltage gain



$$\begin{cases} V_{OUT} = V_S - g_{m1}V_g\,(R_S+R_f) \\ \dfrac{V_S - V_G}{R_S} = \dfrac{V_G - V_{OUT}}{R_f} \end{cases}$$

da Kirchoff

$$A_0 = \frac{V_o}{V_s} = \frac{1 - g_m R_f}{1 + g_m R_S}$$

Si può anche calcolare con la feedback analysis

$G_{loop} = -g_m R_S$

$T_{ID} = -\frac{R_f}{R_S}$ da questo →

(è il guadagno ideale)

Allora $A_0 = \dfrac{T_{ID}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$

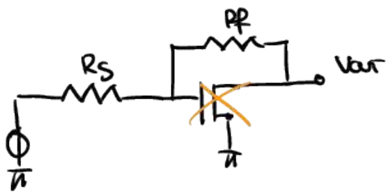
$$= \frac{-R_f/R_S}{1 + \frac{1}{g_{m1}R_S}} = \frac{-g_m R_f}{1 + g_{m1}R_S}$$

non viene uguale a prima perché?

Vengono diversi perché manca $G_{DIRETTO}$

Bisogna calcolare $G_{DIRETTO}$

Bisogna mettere $g_{m1} = \varnothing$ e calcolare l'ingresso uscita



$G_{Diretto} = V_S$

perché non passa corrente nelle resistenze

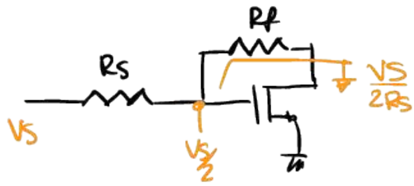
allora

$$A_0 = \frac{T_{ID}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} + \frac{T_{DIR}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

matching conditions: $\frac{1}{g_m} = R_S \longrightarrow G_{loop} = -1$

$$A_0 \text{ matched} = \frac{1 - R_f/R_S}{1+1} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{R_f}{R_S}\right)$$

Questo risultato può essere ricavato subito



So la corrente che passa (solo in matching)

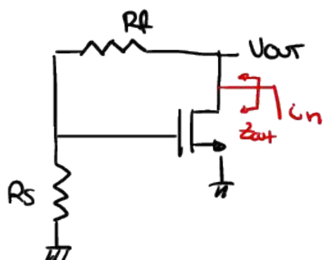
$$I = \frac{V_S - \frac{V_S}{2}}{R_S}$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{V_S/2 - \frac{V_S}{2R_S} \cdot R_f}{V_S}$$

Nel caso $R_f/R_S \gg 1$ allora

$$A_0|_{matched} = -\frac{1}{2}\frac{R_f}{R_S}$$ è come un Common Gate solo invertente

> Noise figure

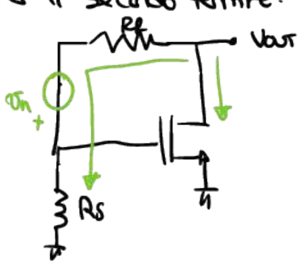


$$\frac{V_{OUT}}{i_n} = Z_{out} = \frac{R_f + R_S}{1 + G_{loop}} = \frac{R_f + R_S}{2}$$

allora la noise figure sarà (primo termine)

$$NF = 1 + \frac{4kT\frac{\gamma}{\alpha} g_{m1}\left(\frac{R_f+R_S}{2}\right)^2}{4kTR_S \cdot \frac{1}{4}\left(1 - \frac{R_f}{R_S}\right)^2} + (\text{secondo termine})$$

Per il secondo termine:



ho 2 correnti da cancellare nel circuito (non possono essere zero

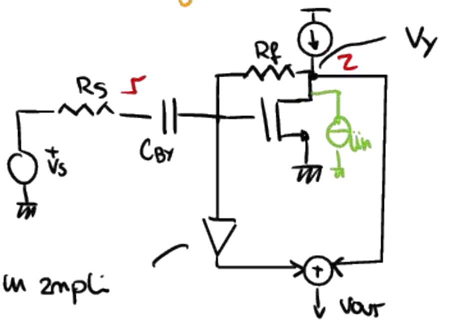
Supponiamo $R_f \gg R_S$

Il secondo termine va quindi — 4KT ← MANCA VEDERE APPUNTI

il totale con $R_f >> R_S$:

$$NF = 1 + \frac{\gamma}{\alpha} + 4\frac{R_S}{R_f}$$ è la stessa del common gate

• Noise cancelling (to shunt feedback)

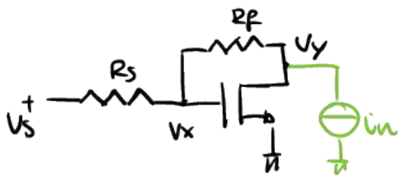


è un ampli

Quando vogliamo fare il noise cancelling dobbiamo trovare 2 nodi in cui i_{in} hanno lo stesso segno della FDT.

In generale devo trovare 2 nodi che combinati tali che la noise source (i_{in}) sia cancellata ma il segnale v_s no

Noise transfer



$$\frac{V_y}{i_{in}} = \frac{R_S + R_f}{2} > 0$$

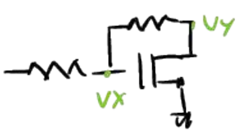
$$\frac{V_x}{i_n} = \frac{V_y}{i_{in}} \cdot \frac{R_S}{R_S + R_f} = \frac{R_S + R_f}{2} \cdot \frac{R_S}{R_f + R_S} = \frac{R_S}{2} > 0$$

Perciò se calcoliamo Vout

$$V_{OUT} = A_1 \cdot V_X + V_Y = A_1 \cdot \frac{R_S}{2} + \frac{R_S + R_f}{2}$$ ← per costruzione Vout è così

Vout è $= \emptyset$ se $A_1 = -\left(1 + \frac{R_f}{R_S}\right)$, quindi se faccio questo guadagno cancello il rumore

• Signal transfer function



$$\frac{V_{out}}{V_S} = \frac{V_y}{V_S} + A_1\frac{V_x}{V_S}$$

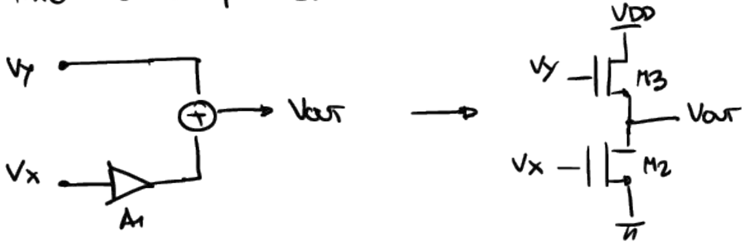
$$= \underbrace{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{R_f}{R_S}\right)}_{A_0} - \left(1 - \frac{R_f}{R_S}\right) \cdot \frac{1}{2}$$ ← in condizioni di match poiché $V_x = V_S/2$

Perciò viene

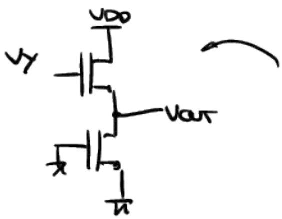
$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = -\frac{R_F}{R_S}$$

Capisco che con questa tecnica cancelliamo il rumore e raddoppiamo il guadagno

La domanda è: Come faccio a fare il circuito che crei meno rumore dal mio circuito precedente?



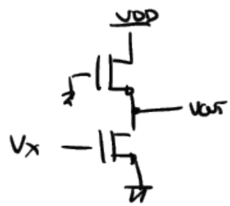
In questo stage applicando la sovrapposizione degli effetti



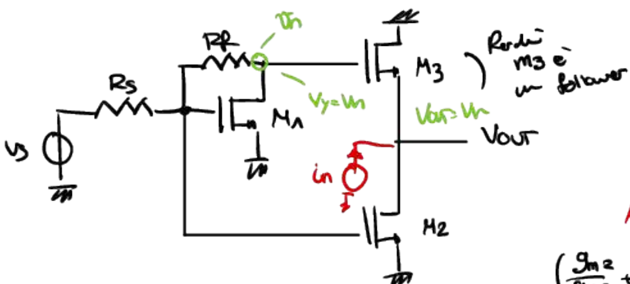
$$\frac{V_{OUT}}{V_y} \simeq 1 \quad \text{se } r_o \to \infty$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_x} = -\frac{g_{m2}}{g_{m3}}$$

(A_1)



Dobbiamo calcolare ora la noise figure della topologia



Con questa tecnica cancelliamo la channel noise di M1

Rimuove il rumore di Rf

Abbiamo anche il rumore di M2 e M3

$$NF = 1 + \frac{4KTR_F}{4KTR_S \cdot \left(\frac{R_F}{R_S}\right)^2} + \frac{\overbrace{4KT\frac{\gamma}{\alpha}(g_{m2}+g_{m3}) \cdot \frac{1}{g_{m3}^2}}^{\left(\frac{g_{m2}}{g_{m3}}+1\right)\frac{1}{g_{m3}}}}{4KTR_S \cdot \left(\frac{R_F}{R_S}\right)^2}$$

ricordiamo che $-g_{m2}/g_{m3} = A_1 = -\left(1+\frac{R_F}{R_S}\right)$ (perché dobbiamo cancellare il rumore di M1) allora risolvendo otteniamo che (supponiamo anche $R_F \gg R_S$)

$$NF\Big|_{R_F \gg R_S} = 1 + \underbrace{\frac{R_S}{R_F}}_{\approx 0} + \frac{\gamma}{\alpha}\,\frac{\frac{R_F}{R_S}\cdot\frac{1}{g_{m3}}}{R_S\cdot\left(\frac{R_F}{R_S}\right)^2}$$

$$= 1 + \frac{\gamma}{\alpha}\,\frac{1}{g_{m3} R_F}$$

Se g_{m3} è maggiore di $1/R_F$ la NF di questo stage è + piccola della NF della shunt feedback topology.

è possibile avere $g_m > 1/R_F$? Sì

abbiamo che $g_{m1} = 1/R_S$ per input matching ma non abbiamo limiti su g_{m3}

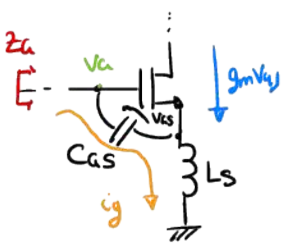
In pratica M3 è un follower e in pratica io scambio il rumore di M1 con il rumore di M3. Ma visto che non posso minimizzare il rumore di M1 perché devo fare l'input matching allora uso M3 che può essere ottimizzato per ridurre la NF.

Qual'è il limite di questa struttura per abbassare il NF? Potremmo arrivare a NF = 1?

Se aumentiamo g_{m3} aumentiamo la potenza dissipata o l'area dei transistor (e questo è un lato negativo) ma il lato peggiore è la capacità parassita sul gate di M2 e M3, anche di M2 perché se alzo g_{m3} devo anche alzare g_{m2}

- Impedence trasformation network per abbattere la noise figure

Inductive degeneration



Se aggiungiamo Cgs o dimensioniamo Cgs, allora

$$\begin{cases} v_g = v_{gs} + sL_1\,(g_m v_{gs} + i_g) \\ i_g = sC_{gs}\cdot v_{gs} \end{cases}$$

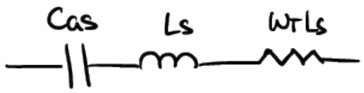
$$Z_g = \frac{v_g}{i_g}$$

otteniamo che

$$V_g = V_{gs} + (sL_s g_m + s^2 C_{gs} L_s)V_{gs} \quad , \quad \text{allora}$$

$$Z_g = \frac{v_{gs}(1 + sL_s g_m + s^2 C_{gs} L_s)}{sC_{gs}\cdot v_{gs}} = \underbrace{\frac{1}{sC_{gs}}}_{C} + g_m\frac{L_s}{C_{gs}} + \underbrace{sL_s}_{L}$$

Notiamo che abbiamo un condensatore in serie ad un induttore in serie ad una impedenza reale positiva.
Il circuito di input equivalente è



diciamo che

$\omega_T \simeq \frac{g_m}{C_{GS}}$ (trascuriamo C_{GD})

imponiamo la risonanza, Matching conditions:

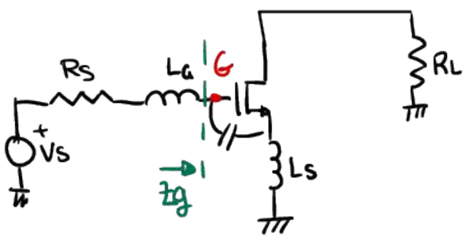
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_S C_{GS}}}$
- $\omega_T L_S = R_S$

Non usiamo più una resistenza, ma abbiamo la termal noise della resistenza.

11.05.2021 Lezione 3h

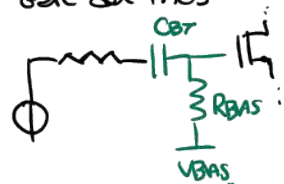
Inductive degeneration

Possiamo quindi fare



Aggiungiamo Lg così aumentiamo di un grado la libertà del circuito perché Ls è legato ai 50 Ω e quindi se vogliamo variare ω0 aggiungiamo Lg

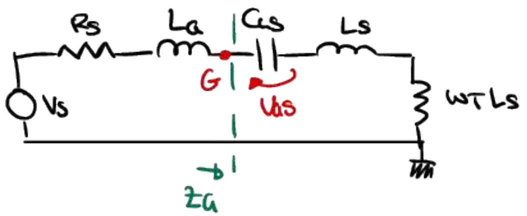
Inoltre il circuito avrà anche una rete per metterci il Bias, in questo caso il Gate del mos



Questo è chiamato "bias-tee".

- Calcoliamo il voltage gain in matching conditions
  - Matching conditions $\omega_T L_S = R_S$ dove $\omega_T = \frac{g_m}{C_{gs}}$
  - la freq di risonanza $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_g + L_s)C_{gs}}}$

Questo xè abbiamo un equivalent input network del tipo



Il guadagno di tensione sarà quindi:

- So che $V_{OUT} = -g_m R_L v_{GS}$

Dobbiamo linkare v_S con v_{GS}, ma con la network equivalente e ricordando le proprietà della rete risonante sappiamo che

$$v_{gs} = Q \cdot v_s$$

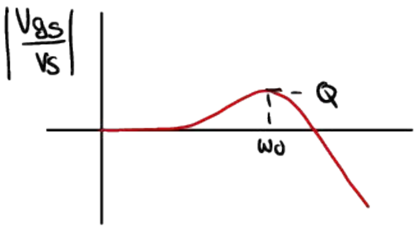
Dove Q è il quality factor della rete in serie

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C_{GS}(R_S + \omega_T L_S)}$$

in matching conditions

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C_{GS} \cdot 2R_S}$$

Questo è vero perchè in una rete risonante abbiamo che



La tensione ai capi di un induttore o conduttore in Req è $Q \cdot v_S$

Possiamo quindi scrivere il guadagno di tensione

$$A_0 = \frac{V_{OUT}}{V_S} = -\underbrace{g_m R_L}_{\text{gain of CS topology}} \cdot \underbrace{Q}_{\text{gain of an impedance transformation network}}$$

in matching

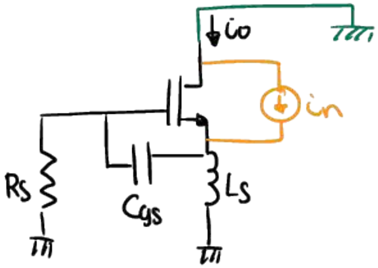
$$= -\underbrace{g_m R_L \cdot \frac{1}{\omega C_{gs}}}_{\omega_T} 2R_S = -\underbrace{\frac{\omega_T}{\omega_0}}_{\text{increasing factor}} \cdot \underbrace{\frac{R_L}{2R_S}}_{\text{gain of the common gate topology}}$$

Per $\omega_0 < \omega_T$ allora il fattore A_0 è aumentato

Quali sono le implicazioni nella noise figure?

• NOISE FIGURE

Per semplicità omettiamo la

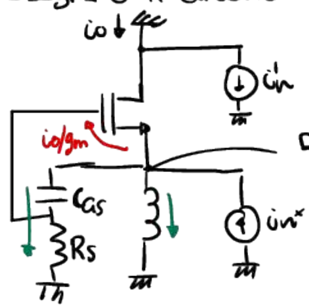


Semplifichiamo i conti calcolando la corrente di cortocircuito della corrente

Devo scrivere un eq per relazionare in e io.

Ridisegniamo il circuito

$i'_n = i_n^*$



Dobbiamo fare Kirchhoff in questo nodo

corrente sul condensatore

$$i_n^* + i_o = \underbrace{-i_o/g_m \cdot sC_{gs}}_{\text{corrente sul condensatore}} + \underbrace{\frac{-\frac{i_o}{g_m} \cdot sC \cdot R_S - \frac{i_o}{g_m}}{sL}}_{\text{Corrente sull' induttore}}$$

Corrente sull' induttore

la tensione ai capi di Ls è la corrente che passa su C·R + la tensione su Cgs

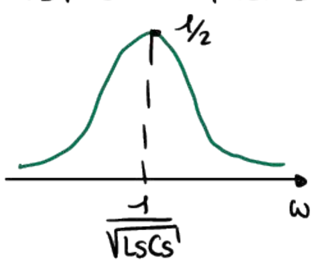
Allora

$$i_o \left(1 + \frac{sC_{gs}}{g_m} + \frac{R_S C_{gs}}{g_m L_S} + \frac{1}{s g_m L_S} \right) = -i_n^*$$

Perciò

$$\frac{i_o}{i_n^*} = \frac{s\, g_m/C_{gs}}{s^2 + s\left(\frac{g_m}{C_{gs}} + \frac{R_S}{L_S}\right) + \frac{1}{L_S C_{gs}}}$$

Questa FDT è una passa banda, infatti ha un picco, con valore massimo:



$$\left.\frac{i_o}{i_n^*}\right|_{\text{at resonance}} = \frac{-J\omega_0\, g_m/C_{gs}}{J\omega_0 \left(\frac{g_m}{C_{gs}} + \frac{R_S}{L_S}\right)}$$

moltiplichiamo tutto per Ls, otteniamo quindi:

$$= -\frac{\omega_T L_s}{\omega_T L_s + R_s} \longrightarrow \text{impongo input matching} = -\frac{1}{2}$$

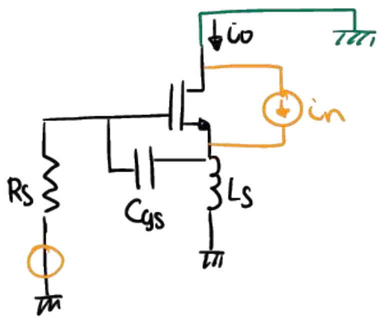
La FDT da i_n' a i_o sarà

$$\frac{i_o}{i_n'} = 1$$

Se poi applico la sovrapposizione degli effetti ho che

$$\left.\frac{i_o}{i_n}\right|_{\text{a risonanza}} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \longleftarrow \text{che è il picco}$$

Le conseguenze di questo nella noise figure sono:



$$= \frac{\cancel{4kT}\frac{\gamma}{\alpha} g_m \cdot \overbrace{\frac{1}{4}}^{\left|\frac{i_o}{i_n}\right|^2}}{\cancel{4kT}R_s \cdot \frac{g_m^2}{\underbrace{\omega_0^2 C_{gs}^2 4 R_s^2}_{(g_m Q)^2}}}$$

è una noise figure compact

$$= \frac{\gamma}{\alpha}\,\frac{R_s \omega_0^2 C_{gs}^2}{g_m} = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_T} \cdot \underbrace{\omega_0 C_{gs} R_s}_{1/Q_L \text{ dalla rete iniziale}}$$

$$= \frac{\gamma}{\alpha}\,\frac{\omega_0}{\omega_T} \cdot \frac{1}{Q_L}$$

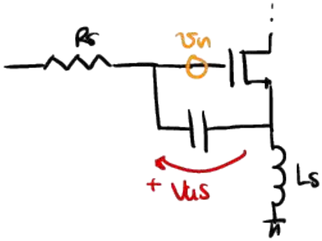
Dove $Q_L = 2Q$

Infatti Q_L è il quality factor di Z_g network in matching, mentre Q è il quality factor dell'intera rete

Perciò la Noise figure è

$$NF = 1 + \overbrace{\underbrace{\frac{\gamma}{\alpha}}_{\text{Tipico termine CA shunt feedback}} \cdot \underbrace{\frac{\omega_0}{\omega_T} \cdot \frac{1}{Q_L}}_{\text{reduction factor}}}^{\text{MOS noise}} + \overbrace{\underbrace{\frac{4R_s}{R_L}}_{\text{termine del CA}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\omega_0}{\omega_T}\right)^2}_{\text{fattore di riduzione}}}^{R_L \text{ noise}}$$

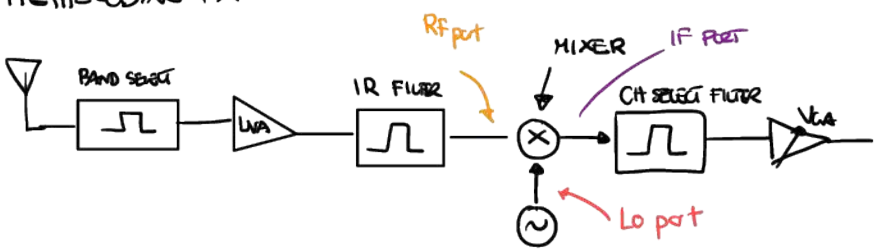
è molto buona questa noise figure perché se Q_L cresce e di conseguenza Q cresce succede che V_{GS} ai capi di C_{gs} cresce, questo significa che se il rumore V_n sul gate del mos avrà un impatto molto piccolo perché V_{GS} è molto grande.



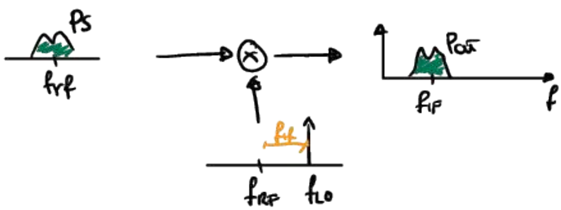
Però aumentando il quality factor otteniamo che il circuito funziona per bande molto strette

MIXERS

HETHERODYNE Rx



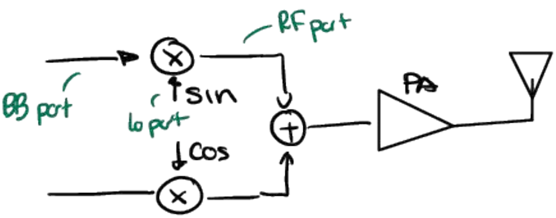
in questo caso il mixer è stato usato come down converter



Dove $f_{IF} = f_{LO} - f_{RF}$

abbiamo una potenza di ingresso Ps e una d'uscita Pout.

La stessa cosa accade in un trasmettitore



In questo caso il mixer è usato come upconverter.

Quali sono le specifiche di un mixer

- Conversion Gain

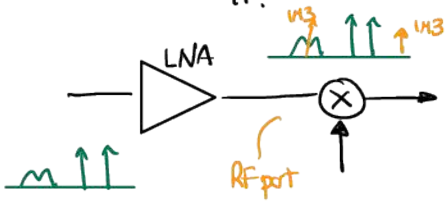
$$G \triangleq \frac{P_{out}}{P_S}$$

P_{out} ← Potenza del segnale a f_{IF}

P_S ← Potenza del segnale a f_{RF}

nel caso del downconverter.

– Linearità: il segnale alla porta RF sia linearmente trasferito alla porta IF.



Sia l'IP3 dell'LNA che l'IP3 del mixer sono importanti perché generano sempre spurie.
IIP3 mixer

IP3 of cascaded blocks !!!

– Noise figure: NF mixer. (LNA gain is limited in a RX)

– Feed throughs: trasferimento di segnali non voluti da una porta all'altra.

esempio

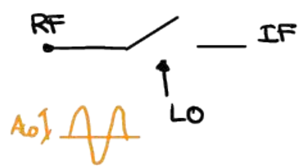
LO – to – RF
LO – to – IF
RF – to – IF ← significa che il segnale all'input RF leaks all'uscita IF, quindi alla porta IF c'è anche una componente a f_{RF}.

I feedthrough non vanno bene perché alterano il range dinamico dei segnali che possono saturare gli stadi successivi.

Circuiti per MIXER

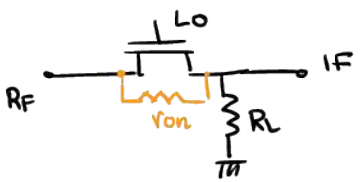
- **PASSIVE RETURN-TO-ZERO (RZ) MIXER**

è solo uno switch



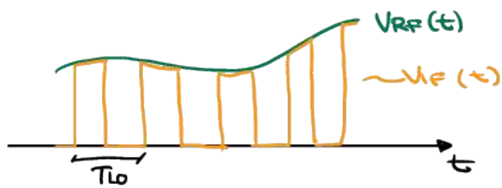
Quando l'ampiezza è sotto o sopra un valore apro o chiudo l'uscita

Per farlo in CMOS



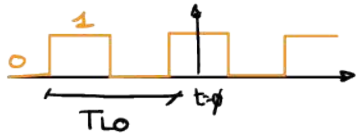
il segnale va a Ø grazie a R_L

Studiamo il circuito nel dominio del tempo



è un Return to zero signal.

Definiamo una funzione S_{LO} che il suo valore è 1 quando lo switch è chiuso e 0 quando è aperto

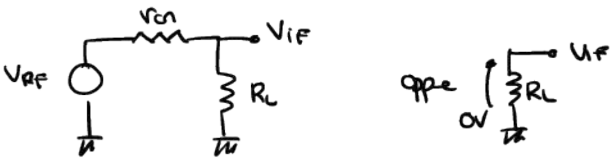


il valore medio è ½ con duty cycle 50%

Perciò posso scrivere $v_{IF}(t)$ in funzione di v_{RF}

$$v_{IF}(t) \simeq \frac{R_L}{R_L + r_{on}} \cdot S_{LO}(t) \cdot v_{RF}(t)$$

approssimazione data dal fatto che r_{on} è costante e non dipende dalla tensione



quindi questo idealmente è un linear time variant system.

- Possiamo calcolare il guadagno di conversione supponendo il 50% del duty cycle per $S_{LO}(t)$ (square wave), allora

$$v_{IF}(t) = \frac{R_L}{R_L + r_{on}} \underbrace{\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos\omega_{LO}t + \dots\right]}_{\text{FOURIER DELL'ONDA QUADRA}} \cdot v_{RF}(t)$$

Dato il valore ½ abbiamo un sistematico RF-to-IF feedthrough.

Ipotizzando che $v_{RF}(t) = A\cos\omega_{RF}t$, allora

$$v_{IF}(t) = \frac{R_L}{R_L + r_{on}}\left[\underbrace{\frac{A}{2}\cos\omega_{RF}t}_{\text{RF-to-IF Feed through}} + \underbrace{\frac{1}{2}A\cdot\frac{2}{\pi}\cdot\cos(\omega_{LO}-\omega_{RF})t}_{\text{wanted signal}} + \underbrace{\frac{1}{2}A\frac{2}{\pi}\cos(\omega_{LO}+\omega_{RF})t}_{\text{segnale parassita ma alta freq e viene filtrato}} + \dots\right]$$

Se calcoliamo la conversion voltage gain

$$A_V = \frac{V_{IF}(\overbrace{\omega_{LO}-\omega_{RF}}^{\omega_{IF}})}{V_{RF}(\omega_{RF})} = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{R_L}{R+r_{on}}$$

il massimo conversion gain sarà

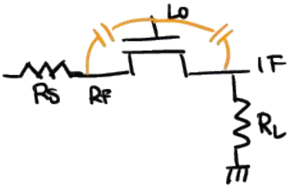
$$A_V|_{max} \to \frac{1}{\pi} \to \simeq 10\,dB$$

• Linearità

Nella realtà ron dipende da v_{gs} e visto che v_{gs} dipende dal segnale di input, allora abbiamo non linearità.

La linearità del mixer migliora se $r_{on} << R_L$ → Large Mosfets, ma questi risultano in grandi impedenze parassite che andremo a degradare il feedthrough.

• Feed through

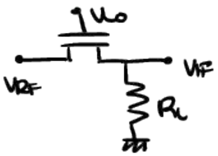


Con le capacità parassite avremo

Lo-to-IF e LO-to-RF Feedthrough

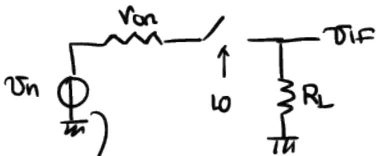
Abbiamo un trade off tra Linearità e Feedthrough.

• Noise in mixers



abbiamo che il mosfet e la resistenza contribuiscono al rumore

– MOS noise, modelliamo il circuito in modo che



$PSD^{SSB} = 4KTr_{on}$ è un MOS in triodo quando è ON.

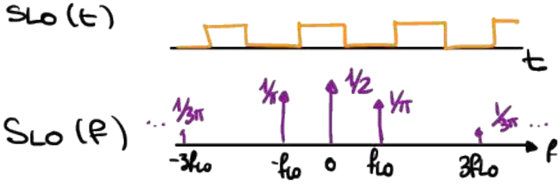
$$v_{IF}(t) = v_n(t) \cdot S_{LO}(t) \cdot \frac{R_L}{R_L + r_{on}}$$

↓ allora ricaviamo la Power Spectral density (PSD)

$$PSD^{DSB}_{v_{IF}}(f) = PSD_n^{DSB}(f) * |S_{LO}(f)|^2 \cdot \left(\frac{R_L}{R_L + r_{on}}\right)^2$$

abbiamo usato la trasformata di Fourier perché è un sistema lineare tempo variante.

Calcoliamo la trasf. di Fur. di S_{LO}



$C_0 = 1/2$

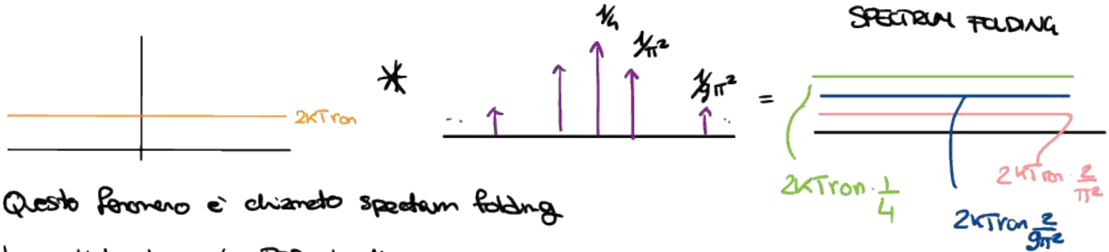
$C_1 = C_{-1} = 1/\pi$

$\vdots$

Questo significa che la $PSD_{VIF}^{DSB}(f)$ sarà

$$PSD_{VIF}^{DSB}(f) = 2KTr_{on} * \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 \delta(f-kf_{LO}) \cdot \left(\frac{R_L}{R_L+r_o}\right)^2$$

SPECTRUM FOLDING



Questo fenomeno è chiamato spectrum folding

il risultato di questa PSD è allora

$$PSD_{VIF}^{DSB} = 2KTr_{on} \cdot \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2}_{\text{è la potenza di } S_{LO}(t)} \cdot \left(\frac{R_L}{R_L+r_{on}}\right)^2$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |S_{LO}(f)|^2 df \underset{\text{Parseval}}{=} \frac{1}{T_{LO}} \int_0^{T_{LO}} |S_{LO}(t)|^2 dt$$

quindi

è integrale in un periodo dell'onda quadra al quadrato

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 = \frac{1}{T_{LO}} \cdot \frac{T_{LO}}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

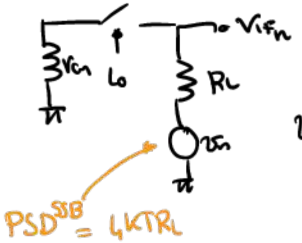
allora la PSD sarà

$$PSD_{VIF}^{DSB} = 2KTr_{on} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R_L}{R_L+r_{on}}\right)^2$$

il modo intuitivo di vedere questa PSD è che r_{on} viene riportato all'uscita con gain dato dalla voltage divider delle resistenze solo al 50% questo infatti giustifica il risultato di PSD_{VIF}^{DSB}.

Tuttavia abbiamo anche R_L rumorosa.

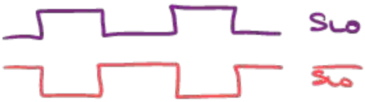
il circuito è del tipo



La situazione è un po' delicata poiché

$$v_{IF}(t) = v_n(t) \cdot \underbrace{S_{LO}(t) \cdot \frac{r_{on}}{r_{on}+R_L}}_{\text{Quando lo switch è chiuso}} + \underbrace{v_n(t) \cdot \overline{S_{LO}(t)}}_{\text{quando lo switch è aperto.}}$$

ho 2 funzioni S_{LO} e $\overline{S_{LO}}$ perché in questo caso il rumore è riportato all'uscita anche quando S_{LO} è aperto.



Per calcolare la PSD so che la componente moltiplicata per S_{LO} avrà componente di peso 1/2. e poi visto che siamo DSB lo spettro della resistenza sarà $2KTR_L$ l'altra metà del tempo avrò quello di $\overline{S_{LO}}$, quindi anche lì sarà moltiplicato per 1/2.

$$PSD^{DSB}_{V_{IF}} = 2KTR_L \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r_{on}}{r_{on}+R_L}\right)^2 + 2KTR_L \cdot \frac{1}{2}$$

L'espressione finale sarà dunque

$$\underbrace{PSD^{SSB}_{V_{IFn}}}_{\text{PSD TOTALE includendo mos e } R_L \text{ noise}} = 2KTr_{on}\left(\frac{R_L}{R_L+r_{on}}\right)^2 + 2KTR_L\left(\frac{r_{on}}{r_{on}+R_L}\right)^2 + 2KTR_L$$

$$= 2KT \cdot (r_{on} // R_L) + 2KTR_L$$

Spiegazione intuitiva

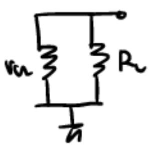
Quando l'interruttore è chiuso ho i 2 resistori in parallelo che danno rumore a v_{IF} e questo avviene per metà del tempo quindi ho

$$\frac{1}{2} \cdot 4KT \cdot (r_{on} // R_L)$$

l'altra metà del tempo ho semplicemente

$$\frac{1}{2} \cdot 4KTR_L$$

Switch on



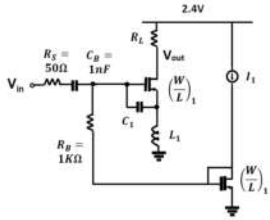
Switch off

T11.1 Let us consider the LNA in figure, where the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5\text{V}$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.1\text{mA/V}^2$, $\left(\frac{W}{L}\right)_1 = 100$ and $\frac{\gamma}{\alpha} = 2/3$.

a) Derive the bias point of the circuit and the analytical expression of V_{out}/V_{in} at $f_0 = 2.4\text{GHz}$, assuming input matching.

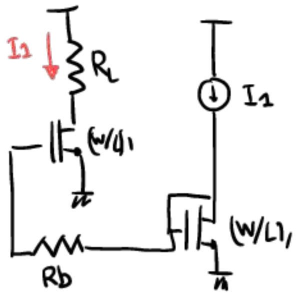
b) Setting $R_L = 600\ \Omega$, size L_1, C_1 and I_1 to obtain (i) input matching and (ii) V_{out}/V_{in} equal to 12dB.

c) Evaluate the noise figure of the circuit at 2.4GHz, neglecting the noise of the bias transistor.



[Sol. b) L_1 = 5nH, C_1 = 0.88pF, I_1 = 1.95mA; c) Q = 1.5, NF = 3.92dB]

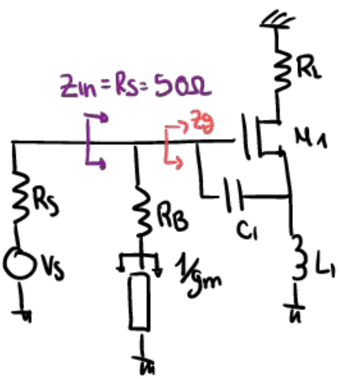
Punto a) Bias Point, il circuito in DC è



i 2 transistor hanno la stessa W/L e sono messi in specchio di corrente (hanno la stessa V_{GS})

$$g_m = 2\sqrt{\frac{1}{2}\mu C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot I_1}$$

Adesso devo ricavare Vout/Vin, con il modello a piccoli segnali



Non consideriamo CB perché ha un valore molto alto e a 2.5GHz è come un corto

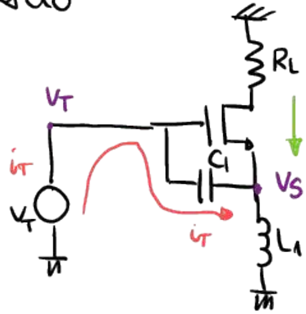
$$Z_{in} = Z_g \parallel (R_B + 1/g_{m1}) = 50\Omega$$

sappiamo che $R_B = 1K\Omega$

visto che il risultato è 50Ω ed è il parallelo di qualcosa che vale 1000 + qualcos'altro lo trascuriamo perciò

$$Z_{in} \simeq Z_g$$

Perciò



La corrente che scorre nel condensatore è

$$\begin{cases} i_t = (V_t - V_S)\, sC_1 \\ \dfrac{V_S}{sL_1} = i_T + g_m(V_T - V_S) \end{cases}$$

$$V_S = V_T - \frac{i_T}{sC_1}$$

Perciò

$$V_S\left[\frac{1}{sL_1} + g_m\right] = i_t + g_m V_T$$

mettendo il valore di V_S, otteniamo che

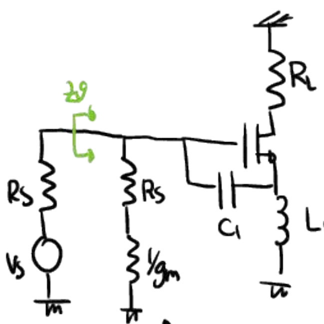
$$Z_g = \frac{V_T}{i_T} = sL_1 + \frac{1}{sC_1} + g_m\frac{L_1}{C_1}$$

noi vogliamo $Z_g = R_S$, quindi a 2,4 GHz, perciò facciamo risuonare le parti reattive

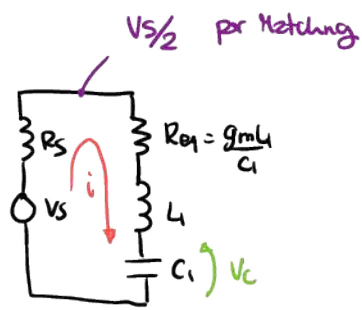
$$\begin{cases} \omega_0 = 2\pi\, 2{,}4\,\text{GHz} = \dfrac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \\ g_m\dfrac{L_1}{C_1} = R_S = 50\,\Omega \end{cases}$$

input matching conditions

Noi vogliamo trovare V_{out}/V_{in}, perciò



→ possiamo dire che



Trascurabile perchè ha una grande impedenza e quindi da qui non entra corrente

Sappiamo che $V_{OUT} = -i_d R_L$ e che $i_d = g_m V_{GS} = g_m V_C$

Dobbiamo ricavare la tensione ai capi del condensatore

$$V_C = \frac{V_S}{2} \cdot \frac{1/sC_1}{\left(\frac{1}{sC_1} + sL_1 + R_{eq}\right)}$$

$\frac{V_S}{2}$ per matching

$$= \frac{V_S}{2} \cdot \left(\frac{1}{s^2 L_1 C_1 + sC_1 R_{eq} + 1}\right)$$

perciò

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = -R_L \cdot \frac{g_m}{2} \cdot \left(\frac{1}{s^2 L_1 C_1 + sC_1 R_{eq} + 1}\right)$$

Se andiamo a vedere questo valore a 2,4 GHz ci viene che la tensione ai capi del condensatore è Q volte quella di input.

Noi non sappiamo il valore di g_m, lo ricaveremo in un altro punto.

PUNTO B)

Settiamo $R_L = 600\Omega$ ricavare L_1, C_1, I_1 per avere

$\left|\frac{V_{OUT}}{V_S}\right| = 12\ dB$ in input matching a ω_0.

Sappiamo che

$$\left|\frac{V_{OUT}}{V_S}\right| = R_L \frac{g_m}{2} \left|\frac{1}{(j\omega_0)^2 L_1 C_1 + j\omega_0 C_1 R_{eq} + 1}\right|$$

$$= R_L \frac{g_m}{2} \left|\frac{1}{j\omega_0 C_1 R_{eq}}\right|$$

perché abbiamo detto che $\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \omega_0$

$$= R_L \frac{g_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega_0 C_1 R_{eq}} = R_L \frac{g_m}{2} Q_C = 12dB = 10^{12/20}$$

Esprimiamo R_{eq}

$$R_L \cdot \frac{g_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega_0 C_1 \cdot g_m \frac{L_1}{C_1}} \longrightarrow L_1 = 5nH$$

Da qui ricaviamo C_1 facile $\quad C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1} = 880\ fF.$

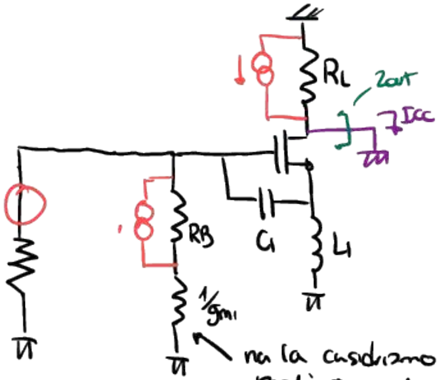
Ricaviamo ora l'ultima relazione

$$R_{eq} = 50\Omega = g_m \frac{L_1}{C_i} \quad \text{da cui ricavo} \quad g_m = 8.8\ mA/V$$

e da gm ricavo il valore della corrente

$$g_m = 2\sqrt{\frac{1}{2}\mu C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot I_1} \rightarrow I_1 = 1{,}9\ mA$$

• PUNTO C) noise figure del circuito a cso



ma la consideriamo perché è piccola

la noise figure è definita come

$$NF = \frac{S_{VOUT}^{Au}}{S_{VOUT}^{Rs}}$$

usando norton (corto circuito in uscita) ho anche che

$$NF = \frac{S_{cc}^{Au}\ \cancel{R_L^2}}{S_{cc}^{Rs}\cdot \cancel{R_L^2}}$$

Zout

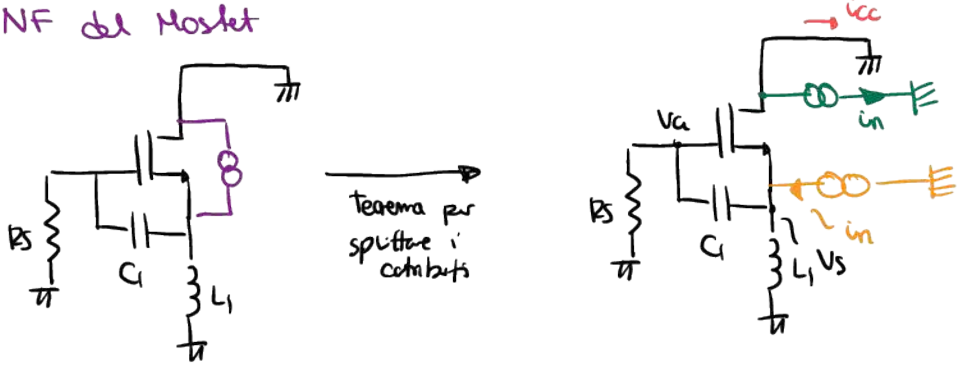
Computo della noise figure

> R_L $\quad S_{icc}^{R_L} = \frac{4KT}{R_L}$

> R_s $\quad S_{icc}^{R_S} = 4KTR_s \left|\frac{1}{2} Q_c g_m\right|^2$ ← ho modificato il rumore in tensione visto che ho già Vout/Vin

> R_B $\quad S_{icc}^{R_B} = \frac{4KT}{R_B} \cdot \left(\frac{R_s}{2}\right)^2 \cdot Q_c^2 \cdot g_m^2$ ← Questo rumore è di corrente, credo che il rumore sia moltiplicato per la Req vista da Li ?

NF del Mosfet



- $i_{cc}' = -i_n$
- Vediamo che i_{cc} è la corrente del mos $= -g_m(V_G - V_S)$

Diciamo che

$$V_g = V_S \frac{R_S}{\frac{1}{sC_1} + R_S} = \frac{sC_1R_S}{1+sC_1R_S} V_S$$

$$i_d = -g_m \frac{V_S}{1+sC_1R_S} = -i_{cc}$$

Dobbiamo bilanciare la corrente al nodo di source

$$-i_{cc}'' + i_n = \frac{V_S}{sL_1} + \frac{V_S}{\frac{1}{sC_1} + R_S}$$

$$= V_S\left[\frac{1}{sL_1} + \frac{sC_1}{1+sC_1R_S}\right]$$

sostituendo questa in questa otteniamo che

$$i_{cc}'' = \frac{i_n}{1 + \frac{sC_1}{g_m} + \frac{(1+sC_1R_S)}{g_m s L_1}}$$

Calcoliamo la contribuzione totale di tutto il mos

$$i_{cc} = i_{cc}' + i_{cc}''$$

$$= -i_n + \frac{i_n}{1 + \frac{sC_1}{g_m} + \frac{1+sC_1R_S}{g_m s L_1}}$$

$$= \frac{s^2C_1L_1 + sC_1R_S + 1}{s^2C_1L_1 + s[L_1g_m + C_1R_S] + 1}$$

@ ω_0 otteniamo che

$$S_{cc}^{M_1} = 4KTg_m\frac{\gamma}{\alpha} \cdot \left| \frac{(j\omega_0)^2C_1L_1 + j\omega_0C_1R_S + 1}{(j\omega_0)^2C_1L_1 + (j\omega_0)[L_1g_m + C_1R_S] + 1} \right|^2$$

Per noi $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ quindi

$$= 4KT g_m \cdot \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \left| \underbrace{\frac{R_S}{R_S + g_m L/C_1}} \right|^2$$

Visto che siamo in matching condition questo vale 1/2

$$= 4KT g_m \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \left| \frac{1}{2} \right|^2$$

La noise figure quindi è:

$$NF = 10 \log_{10} \left[1 + \frac{S_{ICC}^{R_L} + S_{ICC}^{R_B} + S_{ICC}^{M_1}}{S_{CC}^{R_S}} \right]$$

$$= 10 \log_{10} \left[1 + \frac{1}{\frac{R_L R_S Q_C^2 g_m^2}{4}} + \frac{R_S}{R_B} + \frac{(\gamma/\alpha)}{R_S g_m Q_C^2} \right]$$

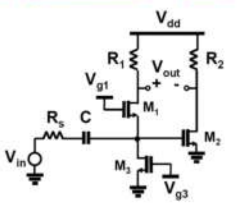
Dove $Q_C = 1{,}51$

allora $NF \simeq 3{,}96\,dB$.

T11.2 Let us consider the LNA in figure, where $V_{dd} = 1.8V$, $V_{g1} = 1.2V$, $V_{g3} = 0.6V$, $R_s = 50\Omega$, $R_2 = 300\Omega$ $C = +\infty$, and the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5V$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.2mA/V^2$ and $\frac{\gamma}{\alpha} = 2/3$.

a) Considering all noise sources (resistor thermal noise and MOS channel noise) and input matching, derive the expression for the noise figure. Are there any noise contributions that can be cancelled at the output?

b) Size R_1, $\left(\frac{W}{L}\right)_1$, $\left(\frac{W}{L}\right)_2$ and $\left(\frac{W}{L}\right)_3$ to guarantee a voltage gain $V_{out}/V_{in} = 19.3dB$ and noise figure $NF = 3.6dB$.

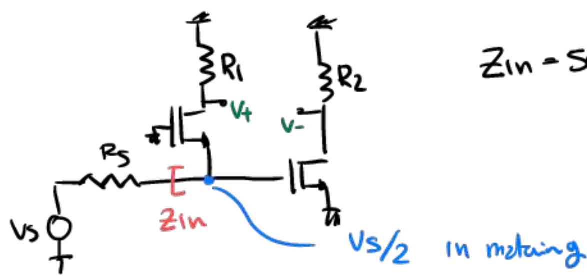


[Sol. a) $g_{m1}R_S = 1$, $\frac{R_1}{R_S} = g_{m2}R_2$, $NF = 1 + \frac{\gamma}{\alpha}\frac{R_2}{R_1} + \frac{\gamma}{\alpha}g_{m3}R_S + \frac{R_S}{R_1}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$; b) $R_2 = 461\Omega$, $\left(\frac{W}{L}\right)_1 = 500$, $\left(\frac{W}{L}\right)_2 = 768$, $\left(\frac{W}{L}\right)_3 = 500$]

single ended to differential conversion.

è un noise cancelling LNA

• Punto A) Esprimiamo la noise figure, iniziamo calcolando il modulo ac, l'impedenza di input e il guadagno differenziale



$$Z_{in} = 50\Omega = \frac{1}{g_{m1}}$$

Calcoliamo il guadagno V_{OUT}/V_S dove $V_{OUT} = V^+ - V^-$

$$V^+ = \frac{V_S}{2} \cdot g_{m1} R_1$$

$$V^- = -\frac{V_S}{2} \cdot g_{m2} \cdot R_2$$

$$\rightarrow V_{OUT} = \frac{V_S}{2} g_{m1} R_1 - \left[-\frac{V_S}{2} g_{m2} R_2 \right]$$

equal gain condition: vogliamo che i 2 rami abbiano lo stesso guadagno, per abbattere la common mode

$$g_{m1} R_1 = g_{m2} R_2$$

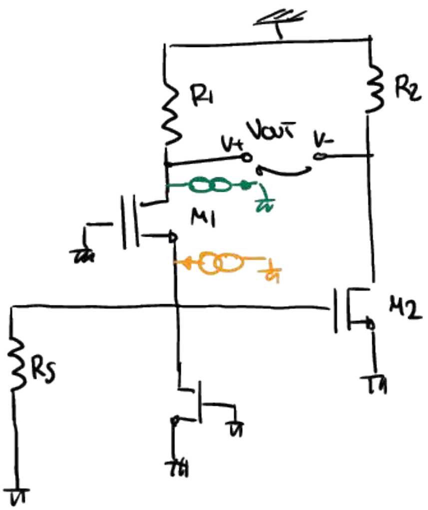
sappiamo che $g_{m1} = \frac{1}{R_S}$ per matching, allora $\frac{R_1}{R_S} = g_{m2} R_2$

quindi

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{1}{2} g_{m1} R_1 + \frac{1}{2} g_{m2} R_2$$

$$= \frac{1}{2} g_{m1} R_1 + \frac{1}{2} \frac{R_1}{R_S} \cdot R_2 = \frac{R_1}{R_S}$$

Iniziamo a calcolare i contributi di rumore all'output.



$$V_{OUT}^{M1} = V^+ - V^-$$

- $V^{+'} = -R_1 i_n \qquad V^{-'} = \emptyset$ perché vede l'impedenza infinita del drain di M1

$$V_{OUT}^{M1'} = -R_1 \cdot i_n$$

xè input matching

- $V^{+''} = \frac{R_S}{2} g_{m1} R_1 \qquad V^{-''} = -\frac{R_S}{2} i_n g_{m2} R_2$

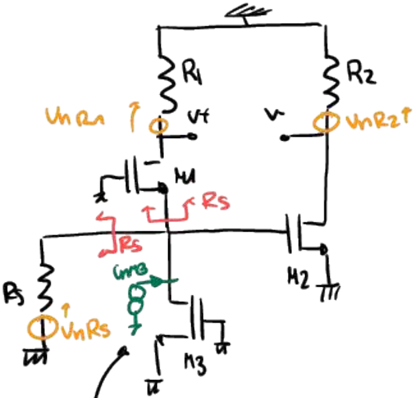
ricordiamo che $\frac{R_1}{R_S} = g_m R_2$

$$V_{OUT}^{M1''} = i_n \frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{2} \cdot i_n = i_n R_1$$

$$V_{OUT}^{M1} = \emptyset$$

Questa topologia provvede alla noise cancellation del transistor M1, che è il più critico perché deve avere input matching

Abbiamo ricavato la prima noise contribution, dobbiamo ricavare le altre



solo questo perché è collegato a terra l'altro punto quindi ho solo questo che è il totale

> Noise contributo di R_1

$$V^{+R_1} = V_n R_1 \qquad V^{-R_1} = \varnothing$$

$$S_{V_{out}}^{R_1} = 4KTR_1$$

> Per R_2

$$S_{V_{out}}^{R_2} = 4KTR_2$$

> Per R_S

è V_{out}/V_{in} calcolato prima

$$V_{out}^{R_S} = V_{nR_S} \cdot \frac{R_1}{R_S}$$

$$S_{V_{out}}^{R_S} = 4KTR_S \cdot \left(\frac{R_1}{R_S}\right)^2 = \frac{4KT}{R_S} R_1^2$$

Per il transistor M3

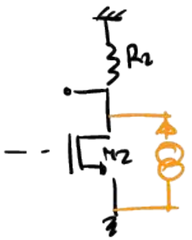
$$V_{out}^{M3} = V^+ - V^-$$

$$= \left[i_{nM3} \cdot \frac{R_1}{2}\right] - \left[-i_{nM3} \cdot \left(\frac{R_S}{2}\right) g_{m2} R_2\right] \qquad g_{m2}R_2 = \frac{R_1}{R_S}$$

$$= i_{nM3} \cdot \left[\frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{2}\right] = i_{nM3} \cdot R_1$$

$$S_{V_{out}}^{M3} = 4KT g_{m3} \gamma/\alpha \, R_1^2$$

Per il mos M2



$$S_{V_{out}}^{M2} = 4KT g_{m2} \frac{\gamma}{\alpha} (R_2)^2$$

La noise figure si calcola combinando tutti i valori

$$NF = 1 + \frac{4KTR_1 + 4KTR_2 + 4KT\gamma/\alpha \, g_{m3} R_1^2 + 4KT\gamma/\alpha \, g_{m2} R_2^2}{\frac{4KT}{R_S} \cdot R_1^2}$$

Con $\frac{R_1}{R_S} = g_{m2} R_2$, allora

$$\stackrel{!}{=} 1 + \frac{R_S}{R_1}\left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] + \frac{\gamma}{\alpha} g_{m3} R_S + \gamma/\alpha \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

non abbiamo i valori

PUNTO B) Dimensionare i componenti R_1, $\left(\frac{W}{L}\right)_1$, $\left(\frac{W}{L}\right)_2$ $\left(\frac{W}{L}\right)_3$ per avere

- $\frac{V_{OUT}}{V_S} = 19{,}3\ dB$
- $NF = 3{,}6\ dB$

noi sappiamo che

- $\left|\frac{V_{OUT}}{V_S}\right| = \frac{R_1}{R_S} = 10^{-\frac{19,3}{20}} \longrightarrow R_1 = R_S \cdot 10^{-\frac{19,3}{20}} = 461{,}3\,\Omega$

- $\frac{R_1}{R_S} = g_{m2} R_2 \longrightarrow g_{m2} = \frac{R_1}{R_S R_2} = 30{,}75\ mA/V$

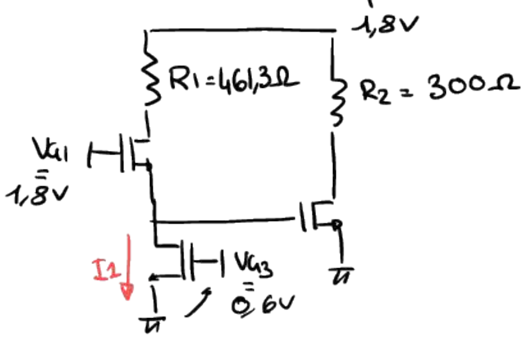
- $g_{m1} = 1/R_S = \frac{1}{50}$

- Dalla NF ricaviamo g_{m3}.

$$NF = 1 + \frac{R_S}{R_1}\left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] + \frac{\gamma}{\alpha} g_{m3} R_S + \frac{\gamma}{\alpha}\frac{R_2}{R_1} = 10^{3,6/10}$$

da cui $g_{m3} = 20.35\ mA/V$

Con questi valori ricaviamo il bias point



$V_T = 0{,}5V$

Sappiamo che $g_{m3} = \frac{2 I_1}{V_{OV\,M3}} \longrightarrow I_1 = 0{,}1 \cdot \frac{g_{m3}}{2} = 1{,}02\,mA$

Quindi

$$I_1 = \frac{1}{2}\mu C_{ox}'\left(\frac{W}{L}\right)_3 (V_{ov3})^2 \longrightarrow (W/L)_3 = 509$$

• Sappiamo che

$$g_{m1} = 1/R_S = 2\sqrt{\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}'\left(\frac{W}{L}\right)_1 I_1} \longrightarrow (W/L)_1 = 492$$

Ricaviamo adesso V_{GS} di M1 per avere V_S

$$g_{m1} = \frac{2I_1}{V_{ov1}} \longrightarrow V_{ov1} = 100mV$$

allora

$$V_{GS_{M1}} = V_{ov} + V_T = 0{,}6V \qquad \text{allora} \quad V_S = 1{,}2 - 0{,}6 = 0{,}6V$$

quindi

$$V_{GS_{M2}} = V_S = 0{,}6V$$

Sappiamo che

$$g_{m2} = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\mu C_{ox}'\cdot\left(\frac{W}{L}\right)_2\cdot V_{ovM2} \longrightarrow \left(\frac{W}{L}\right)_2 = 782.$$

T11.3 Let us consider the LNA in figure, where $V_{dd} = 2.5V$, $R_s = 50\Omega$, $C = +\infty$, $I_2 = 1mA$, $R_1 = 1.5k\Omega$, and the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5V$, $\frac{1}{2}\mu C_{OX} = 0.2mA/V^2$, $(W/L)_1 = 400$, $(W/L)_2 = 125$ and $\frac{\gamma}{\alpha} = 2/3$.

a) Referring to the circuit in Fig. 1, derive its bias point and the expression for the input admittance Y_{in}. Size R_2 to ensure input matching.

b) Assuming input matching for the previous circuit, derive the expressions for voltage gain V_{out}/V_{in} and noise figure considering only thermal noise from R_2 and R_s.

c) Referring now to the circuit in Fig. 2, where $C_{in} = 1pF$, derive the expression for the input admittance Y_{in}. Under the assumption that $\omega \ll 1/R_1C_1$, size C_1 in order to preserve input matching.

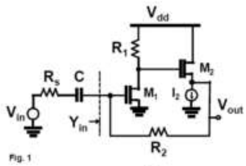


Fig. 1

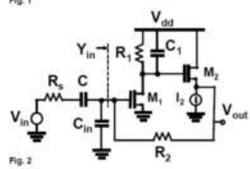
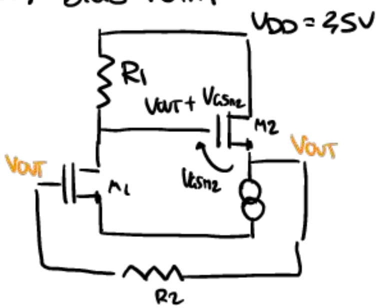


Fig. 2

[Sol. a) $R_2 = 1.15k\Omega$; b) $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{R_2}{R_s}\right)$ = -11, NF = 0.7dB; c) $C_1 = 33fF$]

Punto a) Bias Point



Non passa corrente su M2

$I_2 = 1mA$

$$I_2 = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\cdot\left(\frac{W}{L}\right)_2 (V_{ov2})^2$$

$V_{ov2} = 200mV$

allora $V_{GS2} = V_T + V_{OV2} = 700mV$ $\longrightarrow$ $g_{m2} = 10mS$

Current balance per M_1

$$\frac{(V_{DD} - [V_{GSM2} + V_{OUT}])}{R_1} = \frac{1}{2}\mu_n C'_{ox} \cdot \left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot (V_{OUT} - V_T)^2$$

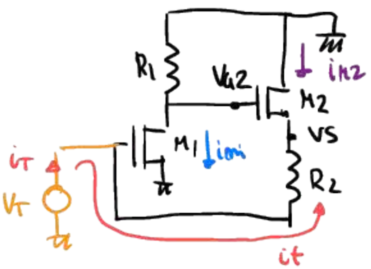
si ricava V_{OUT} da qui, perciò $V_{OUT} = 600mV$ (eq di 2° grado)

Perciò

$$I_1 = \frac{[V_{DD} - (V_{GSM2} + V_{OUT})]}{R_1} = 300\,\mu A$$

$$g_{m1} = 16\,mA/V$$

Valore dell'ammettenza d'ingresso, e poi dimensionare R_2 per input matching



Possiamo dire che la corrente di drain di M_2 è meno i_T

$$\begin{cases} i_{d2} = -i_t \\ i_{d1} = g_m V_T \end{cases}$$

A noi interessa V_T/i_T

$$V_{G2} = -V_T g_{m1} R_1$$

allora $I_{d2} = g_{m2}[-V_T g_{m1} R_1 - V_S]$

dove $V_S = V_T - R_2 i_t$

Quindi

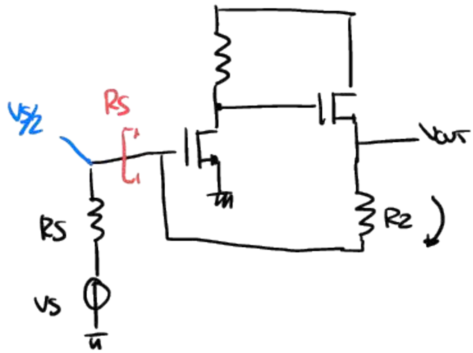
$$I_{d2} = -i_t = g_{m2}[-V_T g_{m1} R_1 - (V_T - R_2 i_t)]$$

$$Y_{in} = \frac{i_t}{V_t} = \frac{g_{m2}[1 + g_{m1} R_1]}{(1 + g_{m2} R_2]}$$

Valore di R_2 per avere $Y_{in} = \frac{1}{R_S} = \frac{1}{50\Omega}$

allora $R_2 = 1{,}15\,k\Omega$

Punto B) Ricavare il guadagno V_{OUT}/V_S in input matching



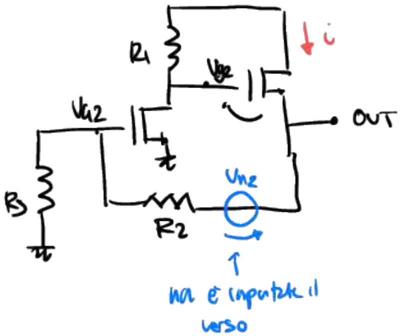
(la corrente passa tutta per R_2 visto che il gate ha impedenza infinita, allora

$$V_{OUT} = \frac{V_S}{2} - \underbrace{\frac{V_S}{2R_S}}_{\text{è la corrente che scorre}} \cdot R_2$$

= (tensione − caduta sulla resistenza R_2)

$$= \frac{V_S}{2}\left[1 - \frac{R_2}{R_S}\right]$$

Noise figure per la resistenza R_2 e R_S



$$i = g_{m2}\left[V_{g2} - V_{OUT}\right]$$

$$V_{g2} = \frac{(V_{OUT} - V_N)}{(R_2 + R_S)} \cdot R_S \left[-g_{m1} R_1\right]$$

Ricavo V_{g2} ricavando la tensione di gate di V_{g1} perché tutta la corrente i scorrerà su R_2 e R_S come se fossero in serie

So anche che $\quad i = \dfrac{(V_{OUT} - V_{N2})}{R_2 + R_S}$

Combinando le eq ricaviamo che

$$\frac{(V_{OUT} - V_{N2})}{R_2 + R_S} = g_{m2}\left[\frac{(V_{OUT} - V_N)}{(R_S + R_2)} \cdot R_S \cdot g_{m1} R_1 - V_{OUT}\right]$$

io sono interessato a V_{OUT}/V_{N2}

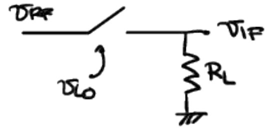
$$\frac{V_{OUT}}{V_{N2}} = \frac{g_{m1} g_{m2} R_1 R_S}{1 + g_{m1} g_{m2} R_1 R_S + g_{m2}\left[R_S + R_2\right]} \simeq 1$$

Lui non utilizza Gloop e GID ma usa sta tecnica che personalmente mi piace di +

Punto C)

MIXERS

Input-referred noise



$$PSD_{v_{RF}} = \frac{PSD_{v_{IFn}}}{A_V^2}$$

Dove $A_V = \frac{1}{\pi} \frac{R_L}{R_L + r_{on}}$

e $PSD_{v_{inF}} = 2KT(r_{on} \parallel R_L) + 2KTR_L$

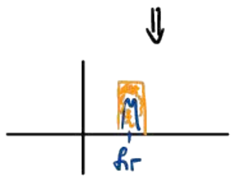
se minimizziamo $PSD_{v_{RF}}$ notiamo che esiste un minimo dato da

$$\min PSD_{v_{RF}} = \underline{117} \cdot KT \cdot r_{on} \qquad \text{per } R_L = \sqrt{2} \cdot r_{on}$$

mixer nois è tipicamente maggiore della source noise → noise figure contribution relevant

Tipicamente non possiamo non considerare un MIXER senza il suo rumore, per questo noi preferiamo avere un LNA prima del mixer

Tutto il rumore attorno alle componenti f_{LO}, $3f_{LO}$, $5f_{LO}$ viene riportato a f_{IF}.

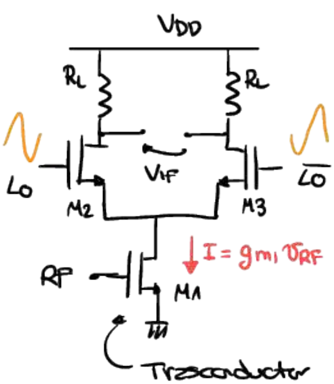


Spectrum folding (?)

Nei mixer non possiamo spostare il rumore da ingresso e uscita perché segnale e rumore hanno guadagni diversi.

Se ho un filtro prima del mixer sul segnale rf posso togliere interferenze a diverse frequenze ma il rumore del mixer rimane e non si può togliere.

Active mixers



Dove $\overline{LO}$ è l'opposto di LO

Se M_2 è in saturazione

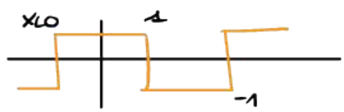
$$I_{M1} = g_{m1} v_{RF}$$

Linear Time variant model

Allora

$$v_{IF}(t) = g_{m1} v_{RF}(t) \cdot X_{LO}(t) \cdot R_L$$

Dove $X_{LO}(t)$ è



Stiamo assumendo full switching tra M2 e M3 e supponiamo 50% duty cycle, supponiamo anche che M1 è sempre in saturazione e che sia lineare.
(Serve M1 che porta la non idealità del 3° ordine perché è un transconduttore)

• Conversion Gain

$$A_V = \frac{V_{IF}(\omega_{RF} - \omega_{LO})}{V_{RF}(\omega_{RF})}$$

$$v_{RF}(t) = A\cos(\omega_{RF} t)$$

$$v_{IF}(t) = g_{m1} R_L \cdot A\cos\omega_{RF} t \cdot \left(\frac{4}{\pi}\cos(\omega_{LO} t) - \frac{4}{3\pi}\cos(3\omega_{LO} t) + \dots\right)$$

$$= \underbrace{g_{m1} R_L \cdot A \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2}\cos(\omega_{RF} - \omega_{LO})t}_{V_{IF}(\omega_{RF}-\omega_{LO})} + \dots \text{a.t.}$$

Perciò

$$A_V = \frac{g_{m1} R_L \cdot A \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2}}{A} = \frac{2}{\pi} g_{m1} R_L$$

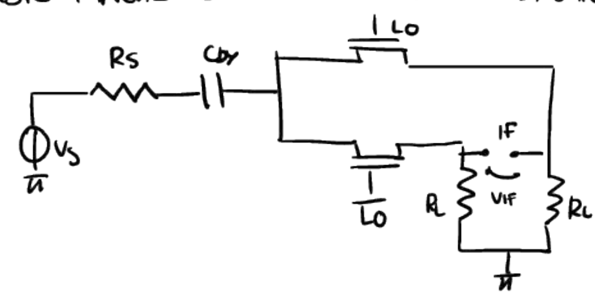
$g_{m1} \cdot R_L$ può essere > 1

è un active mixer perché abbiamo una corrente DC che è quella che poi ci da $g_m \cdot R_L$.

Altra cosa importante, in questo circuito idealmente la RF to IF feedthrough è idealmente ∅ (vero solo se abbiamo duty cycle del 50% e nessuna capacità parassita).

Non ho feedthrough perché questa topologia è chiamata single balanced mixer cioè ho una componente differenziale che aiuta a togliere il feedthrough

ESISTE ANCHE UN PASSIVE SINGLE-BALANCED MIXER



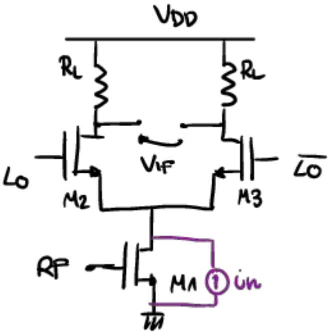
è passivo perché non abbiamo corrente DC.

In questo caso abbiamo

$$A_V = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R_L}{R_L + r_{on}}$$

• Anche in questo caso idealmente abbiamo zero RF to IF feedthrough

Torniamo al mixer attivo sopra e calcoliamo il rumore



Possiamo calcolare intuitivamente la PSD come

$$PSD^{SSB}_{v_{IF}}\Big|^{\text{Unbalanced}} = 2\times 4KTR_L + 4KT\frac{\gamma}{\alpha} g_{m1} R_L^2$$

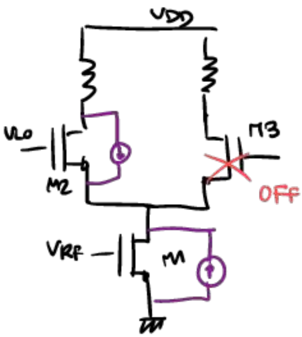
Perché ci sono 2 rumori all'output (questo rumore c'è sempre)

$v_{IFn} = R \cdot i_n(t) \cdot x_{LO}(t)$

(ma $x_{LO}(t)$ è -1 e $+1$ mai zero quindi la sua potenza è sempre 1 quindi ho questo rumore in uscita)

$PSD_{M2} = PSD_{M3} = \emptyset$ perché M2 e M3 sono cascoded da M1, supposto che M2 e M3 transizionino in modo istantaneo

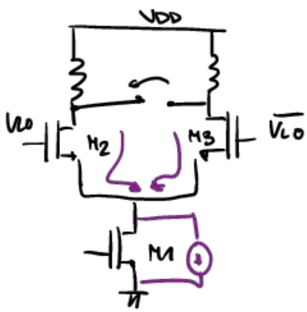
Nell unbalanced condition



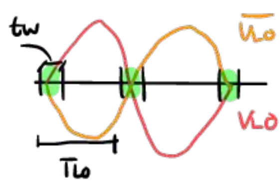
Vediamo che M2 è cascode perché il circuito è in una condizione di unbalance e quindi il rumore di M1 è importante

$$PSD^{SSB}_{v_{IF}}\Big|^{\text{Unbalanced}} = 2\times 4KTR_L + 4KT\frac{\gamma}{\alpha} g_{m1} R_L^2$$

Esiste anche la condizione di balance (condizione tipo di un differenziale)



ho sia M2 che M3 accesi il rumore si bilancia dato il comportamento differenziale



t_w: tempo dove ho il circuito balanced

altro è dove è unbalanced

Nel caso balanced la PSD è calcolabile come

$$PSD\Big|_{V_{IFn}}^{BALANCED} = 2\cdot 8KTR_L + \underbrace{2\cdot 4KT\frac{\gamma}{\alpha}g_{m2}R_L^2}_{\text{Perchè il rumore } M_2+M_3}$$

Non ho M1 perchè è un rumore common mode e quindi si cancella

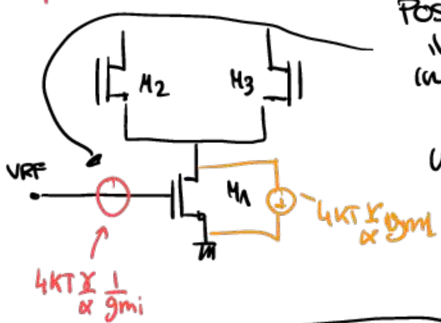
IPOTESI

- Se ho uno switch quasi istantaneo $PSD \simeq PSD|^{UNBalanced}$
- Se ho un passabasso all'input del mixer (Lo) allora in media ho

$$PSD^{SSB} = PSD|^{UNBAL}\cdot \underbrace{\left(1-\frac{2t_w}{T_{LO}}\right)}_{\text{Duty cycle del tempo non bilanciato}} + PSD|^{BAL}\cdot \underbrace{\frac{2t_w}{T_{LO}}}_{\text{Duty cycle del tempo bilanciato}}$$

Tipicamente ho sempre un passabasso all'ingresso di un mixer.

Input referred mixer noise



Posso vedere il rumore all'input in 2 modi:
il primo dico che ho già il rumore input referred in ingresso il rumore $4KT\frac{\gamma}{\alpha}\frac{1}{g_{m1}}$ ← SPOILER è sbagliato

Un altro modo è dire che

e dire

$V_{IFn}: 4KT\frac{\gamma}{\alpha}g_{m1}R_L^2$

Facciamo l'input referred

$$\frac{PSD\,V_{IFn}}{A_V^2} = \frac{4KT\,\gamma/\alpha\cdot g_{m1}R_L^2}{\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\cdot g_{m1}\cdot R_L^2} = \pi^2\cdot KT\cdot\frac{\gamma}{\alpha}\cdot\frac{1}{g_{m1}}$$

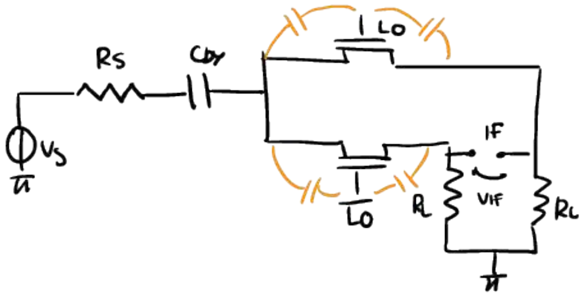
NOTIAMO CHE SONO DIVERSI !!! UNO DEI 2 È SBAGLIATO, QUALE?

Nei mixer il guadagno ingresso uscita è diverso tra rumore e segnale perchè il segnale di solito è passato tra filtri passabanda ecc. mentre il rumore è wideband.

Capiamo quindi che il metodo giusto è il secondo quello con π

Quali sono gli altri feedthrough di questa topologia (sia passiva e attiva)

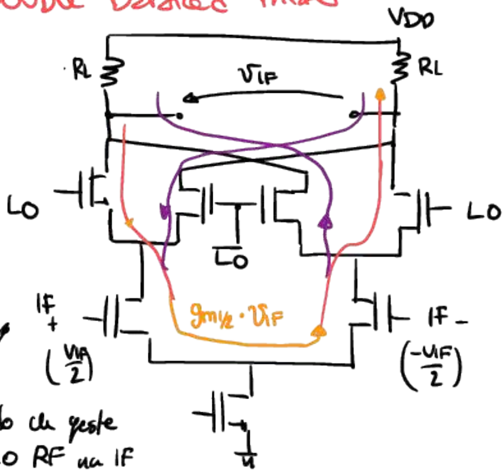
Abbiamo anche queste capacità



Se supponiamo i mos identici allora la LO-to-RF feedthrough è nulla perché si compensano ma la LO to IF feedthrough c'è comunque

Esiste un modo per avere tutti i feedthrough nulli?

Double balanced mixer



Credo che queste siano RF ma IF

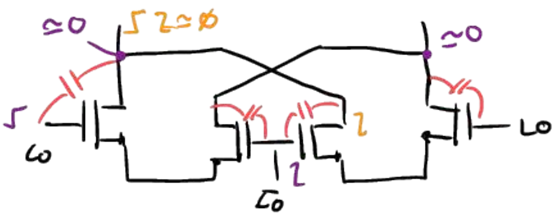
$v_{IF} = g_{m1} \cdot v_{IF} \cdot R_L \cdot X_{LO}(t)$

* con LO positivo

* con LO negativo

$A_v = \frac{2}{\pi} g_{m1} R_L$

Se consideriamo le capacità parassite



Allora se LO aumenta e quindi $\overline{LO}$ diminuisce visto che ho sempre 2 mos caricati da segnali opposti allora al nodo d'uscita ho una variazione di circa ∅

Si chiama Double balanced perché sia LO che RF sono 2 segnali differenziali

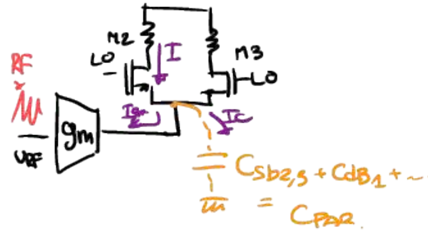
Esiste anche il doubled balanced mixer passivo

La linearità di questo circuito è data dalla linearità del transconductor.

Linearity in active mixers

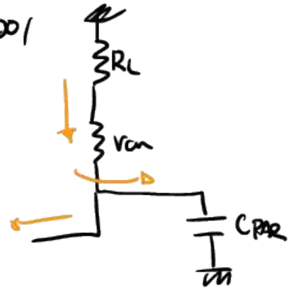
Le cose importanti

- Linearità dello stage di gm

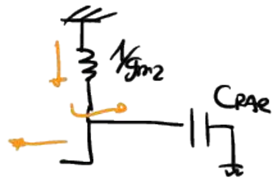


- Un'altra cosa da tener conto è la capacità parassita che a RF non è nulla, avrò un partitore di corrente.
  Abbiamo non linearità quando questo partitore varia con il segnale quindi se M2 e M3 vanno da saturazione a triodo.
  Perché se vanno in triodo ho che

(TRIODO)



(SATURAZIONE)



Se andiamo da saturazione a triodo varia il partitore di corrente

Per avere stabilità devo avere M2 e M3 sempre in saturazione, quindi la ampiezza di LO deve essere limitata per non fare andare M2 e M3 in sat.

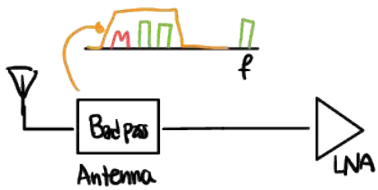
18.05.2021 Lezione 3h

Transciever Architectures

• Riceviitori

Le architetture più conosciute sono

- Heterodyne architecture
  - Single IF
  - Double IF
- Direct-conversion o Zero IF reciever
- Sliding IF
- IF Sampling



il filtro dell'antenna attenua le interferenze fuori dalla banda

la channel selectivity nei sistemi wireless è nell'ordine di 60dB

Se uso un filtro LC (2° ordine) l'attenuazione che posso fare è quella a 3dB

$$|T(j\Delta f)| \simeq \frac{f_0/2Q}{\Delta f} = \frac{f_{3dB}}{\Delta f}$$

vale per $\Delta f \gg f_0/2Q$

questo vuol dire che se voglio $-60dB$, allora

$$|T| = 10^{-3} = \frac{f_0}{\Delta f} \cdot \frac{1}{2Q}$$

Allora f_0 supponiamo $2GHz$ e $\Delta f = 100KHz$ perché è metà la banda del segnale iniziale allora calcoliamo Q

$$Q = \frac{2 \cdot 10^9}{10^5} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 10^7 \leftarrow \text{enorme}$$

inoltre $f_{3dB} = \frac{f_0}{2Q} = 100Hz$ che sarebbe troppo stretta per il segnale

Capiamo quindi che un filtro LC semplice non si può usare.

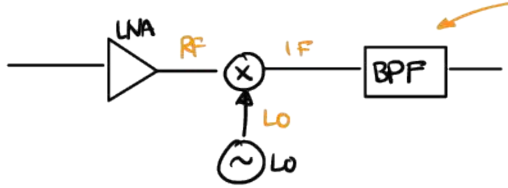
- Supponiamo di usare un filtro 2n-th ordine.
  - Filtro Butterworth

$$|T(j\Delta f)| = \left(\frac{\overset{50KHz}{f_{BW}}}{\underset{100KHz}{\Delta f}}\right)^n$$ e lo impongo uguale a 60dB, allora

$n = 10$ quindi 20 poli, che non è per nulla raccomandato

inoltre la channel selectivity non è attuabile, infatti il circuito dovrebbe essere tunable.
LA soluzione è l'Heterodyne receiver

Heterodyne



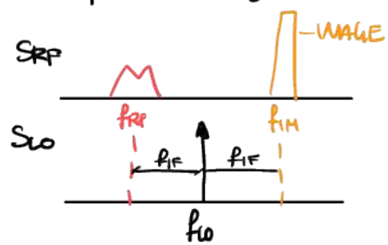
off-chip SAW filter
50 ÷ 60 dB selectivity con frequenze 10 ÷ 100 MHz.

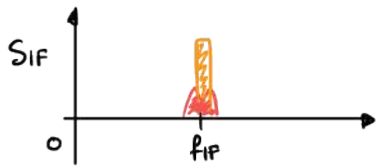
- 2 vantaggi, filtro non tunable e frequenze + basse della RF.

Perciò io voglio IF bassa per migliorare la selettività del filtro.

Problema: IMAGE PROBLEM

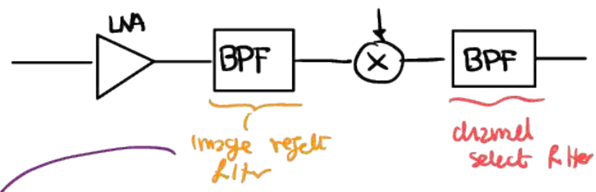
Con questo heterodyne non solo downconverto il segnale ma anche un disturbo alla frequenza immagine che è simmetrico rispetto alla LO frequency

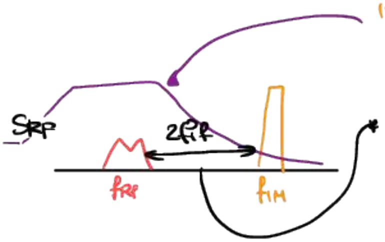




La SNI è degradata da questo problema.
(Signal Noise Interference)

Una possibile soluzione IR filter (image rejection), filtro da mettere prima del mixer



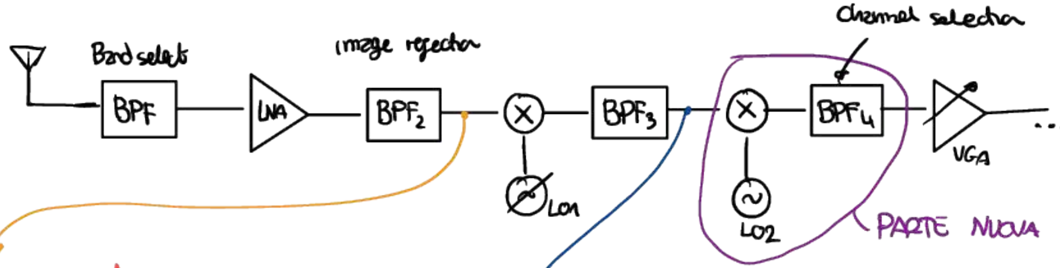


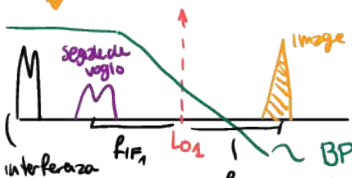
in questo caso vogliamo una alta IF frequency per migliorare l'image rejection, così posso avere il filtro meno pendente

trade off tra
- RX sensitivity (image) → IF alto
- Rx selectivity (in-band interference) → IF basso

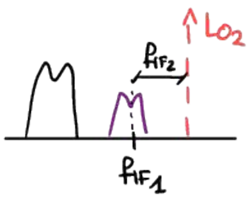
Questa soluzione è così così perché cado in un tradeoff.

Un'altra soluzione per rilassare il tradeoff è l'uso della dual IF architecture





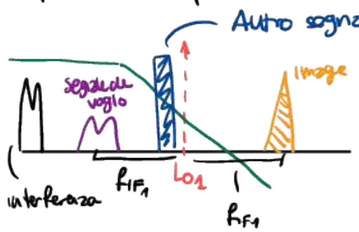
Il trucco con sto sistema è che posso avere largo f_{IF_1} in modo da poter fare BPF_2 che scende più lentamente e fare f_{IF_2} piccolo in modo da rilassare la channel selection che verrà fatta da BPF_4

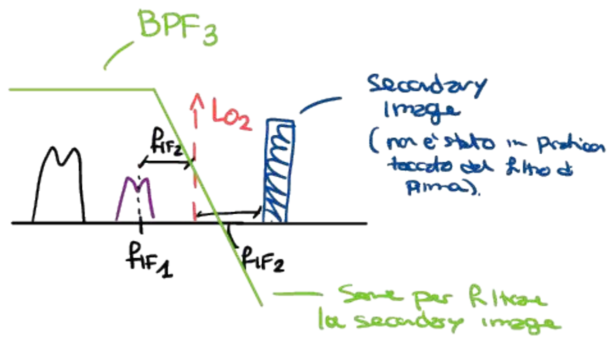


con $f_{IF_2} << f_{IF_1}$

(immagine è filtrata)

Il problema però è che





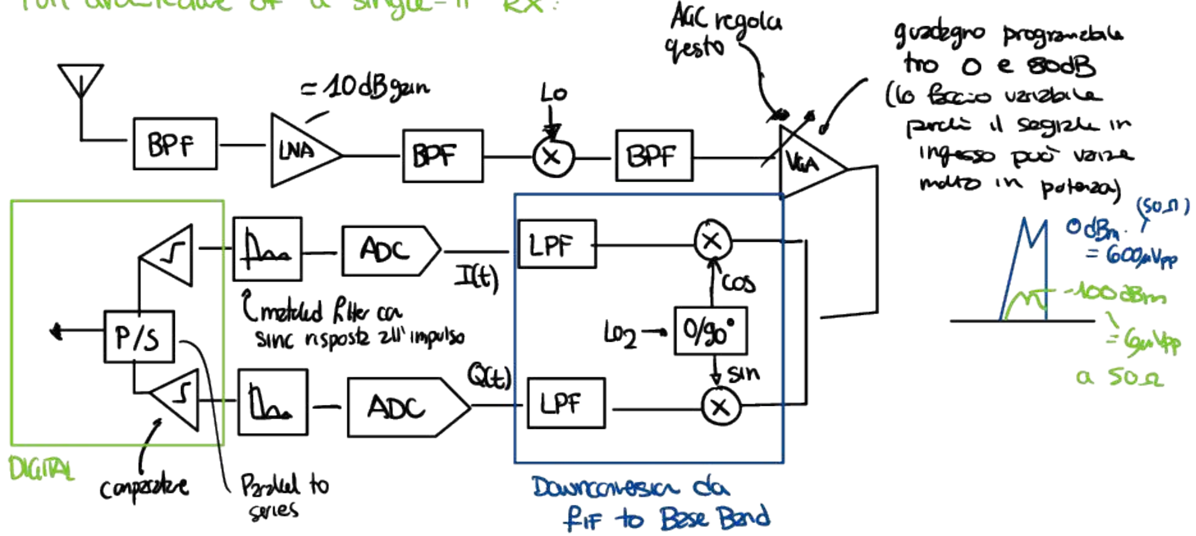
Tuttavia questo mi porterebbe a fare f_{IF_2} largo per rilassare BPF_3 per togliere l'image è lo stesso problema iniziale, allora qual'è il vantaggio di questa modalità?
il vantaggio è che f_{IF_1} è molto più bassa di f_{RF} quindi il filtro BPF_3 è già più ribassato, non sono + ad alta frequenza come prima.

Nel caso del single IF avevamo che $Q \div \frac{f_{RF}}{2f_{IF}}$

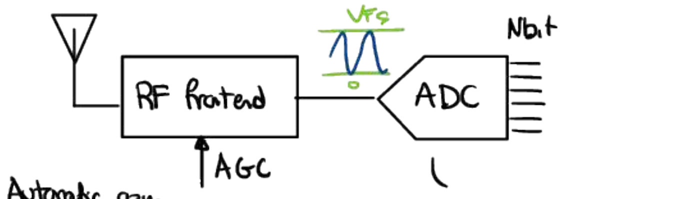
Al contrario nel double IF abbiamo che $Q \div \frac{f_{IF_1}}{2f_{IF_2}}$

Benché f_{IF2} sia piccolo anche f_{IF1} è abbastanza piccolo quindi il quality factor non va alle stelle.

Full architecture of a single-IF Rx:



Uso il VCA variabile perché voglio sfruttare l'adc

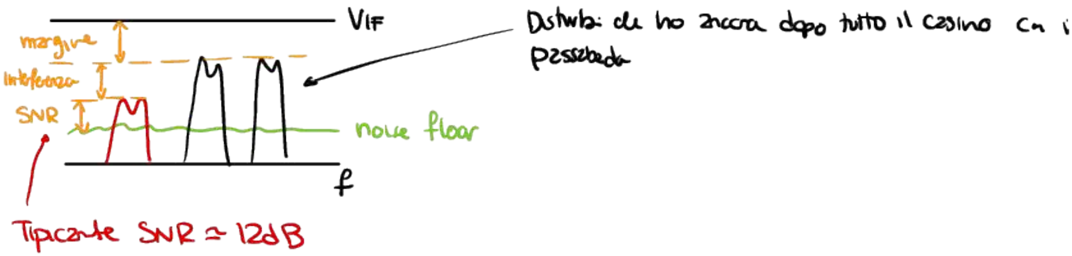


Il range dinamico è

$$DR_{dB} = 6{,}02N + 1{,}76$$ rumore di quantizzazione

in pratica andando a potenza massima abbasso il rumore di quantizzazione, infatti posso vedere il range dinamico come

$$DR = \frac{P_S}{P_q} = \frac{\text{Potenza segnale}}{\text{Potenza rumore di quantizzazione}}$$



DR = SNR + unfiltered interference ratio + margin (AGC errors, fading ...)
↑
requirement

Supponiamo SNR = 12dB, Unfilted interference = 26dB, Margin = 22dB

allora DR = 60dB ⟶ N = 10 bit (ENOB equivalent number of bits)

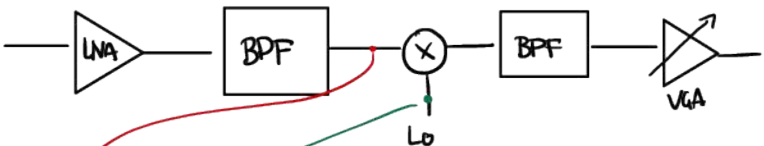
ENOB credo sono il numero di bit effettivi, tipo il numero di bit che dovremmo avere per avere quell'SNR.

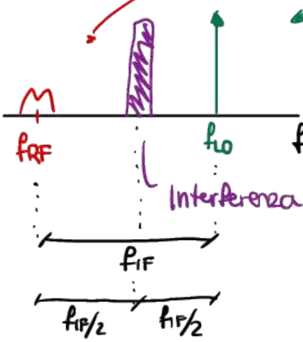
Altra roba

In questo tipo di sistemi Heterodyne posso avere un high o low side Lo injection

Se sappiamo che ad alte freq ho molte interferenza posso usare un Lowside Lo

Un altro problema dei ricevitori Hetherodyne è l'Half-IF problem





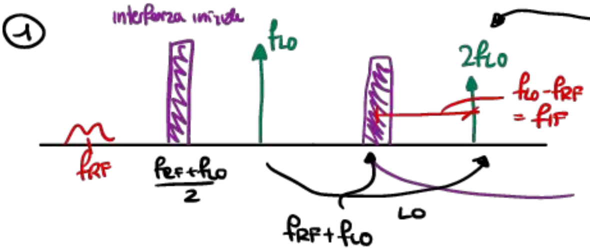
Interferenza in Band, è esattamente al centro tra f_{Lo} e f_{RF}.

Ci sono 2 meccanismi per cui posso avere questo

1) l'Lo ha una 2ª armonica + LNA ha una non linearità del secondo ordine

2) VGA ha una 2ª ordine di non linearità

①

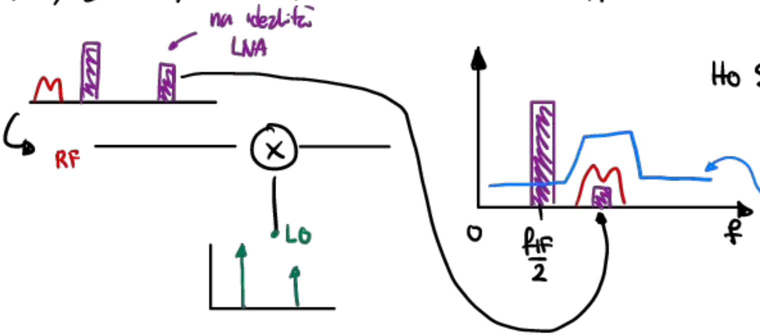


La non idealità del secondo ordine sono date da un duty cycle non perfetto

ho anche questa interferenza data dalla prima perché ho una non idealità dell' LNA del 2° ordine.

(QUESTE DUE NON IDEALITÀ POSSONO ANCHE ESSERE NON IDEALITÀ DELLE PORTE RF E LO DEL MIXER)

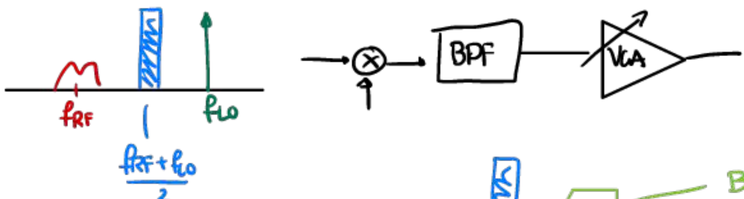
Nella nuova interferenza ho che questa è distante dalla seconda armonica di f_{LO} di esattamente f_{IF}, allora: questa componente andrà a sovrapporsi al segnale:

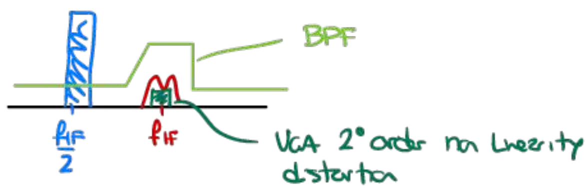


Ho SNIR degradation

il termine a $f_{IF}/2$ non crea in sè problemi perché poi viene filtrato ma la sua presenza fa sì che ci sia una componente che andrà a cadere sul mio segnale.

② Stesso concetto di prima





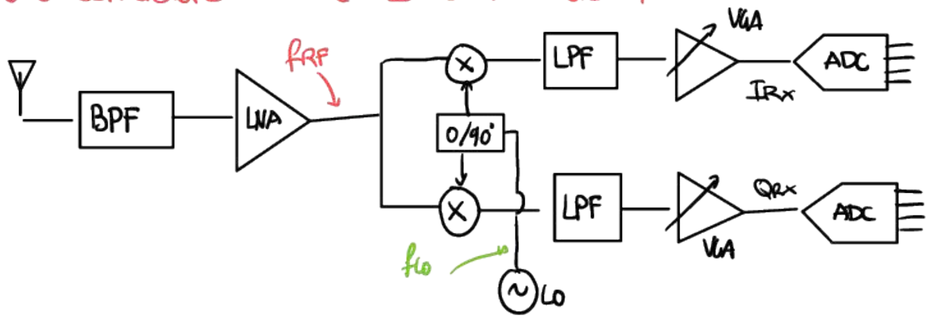
In pratica con il VCA vado ad amplificare dopo il filtro, tuttavia l'interferenza è sì filtrata ma non annullata, quindi se VCA ha una non linearità del secondo ordine ho che

$$2\frac{f_{IF}}{2} = f_{IF}$$

perciò ho che l'interferenza sebbene attenuata me la ritrovo all'ingresso.

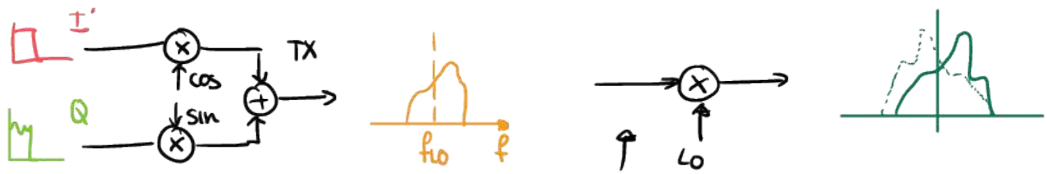
24.05.2021 2h

Direct conversion Rx (o zero-IF receiver)



in questo caso $f_{LO} = f_{RF}$ quindi $f_{IF} = \emptyset = f_{RF} - f_{LO}$

Se costruisco il mio segnale così



con Q e I segnali diversi ma con stessa banda

il segnale è asimmetrico x come è costruito

Così facendo non riesco a ricavare Q e I mi diventa impossibile.
Dobbiamo usare allora la struttura di sopra.

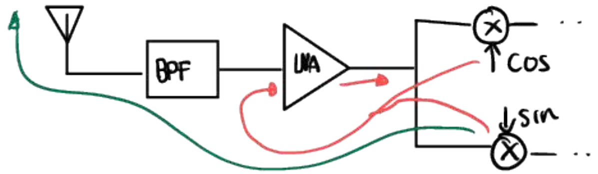
VANTAGGI DI QUESTA ARCHITETTURA

- Image problem: apparentemente risolto, non abbiamo + bisogno di un image rejection filter
- Channel selection: è fatta dai LPF piuttosto che dai BPF, perciò non abbiamo bisogno di off-chip SAW filters, questo perché i LPF possono essere fatti in silicon. (SCap Filters)

Capiamo che i Direct conversion Rx sono molto adatti a sistemi completamente integrati in silicio.

SVANTAGGI CRITICI

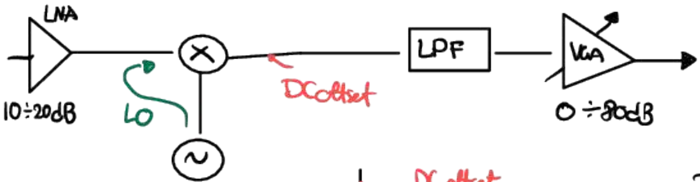
- Lo leakage: Visto che f_{LO} è $= f_{RF}$ e visto che il segnale Lo è ad alta potenza (per ridurre la phase noise).
  Detto che $f_{LO} = f_{RF}$ allora abbiamo che Lo è nella banda dell'LNA, allora succede che



Abbiamo 2 cose, il segnale LO si accoppia con l'LNA che ne amplifica il segnale.

Inoltre può succedere anche che emetta tramite l'antenna il segnale di LO e questo mi può portare a superare i limiti di radiazione ($< -50 \div -80$ dBm)

- DC offset: L'LO leakage causa anche il self mixing dell'LO. Visto che c'è il self mixing di 2 sinusoidi allora abbiamo una componente DC



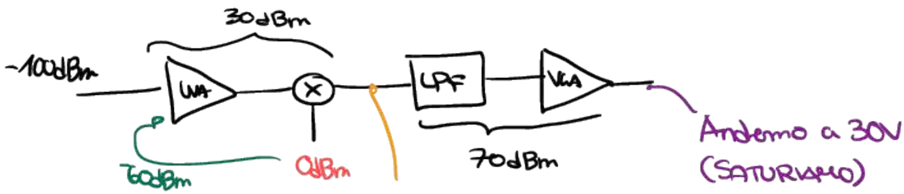
anche se abbiamo pochi mV di offset questi possono saturare il VGA

esempio

$P_S = -100$ dBm (all'antenna)

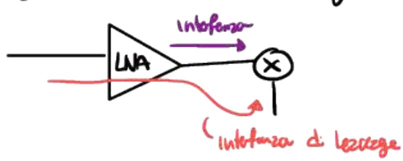
$P_{LO} = 0$ dBm ma abbiamo un leakage all'input dell'LNA che ci da un segnale a -60 dBm all'input dell'LNA

Supponiamo Gain LNA + MIXER = 30dBm e poi LPF + VGA di guadagno 70dB



Abbiamo
100µV segnale
10mV DC offset

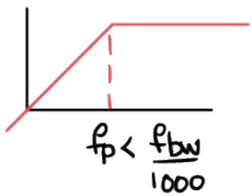
Anche interferer leakage crea un self mixing dell'interferenza creando sempre un DC offset



il problema del DC offset è presente anche negli Heterodyne, ma in quel caso abbiamo anche un Band pass che elimina tutto.

> Come possiamo eliminare il DC offset?

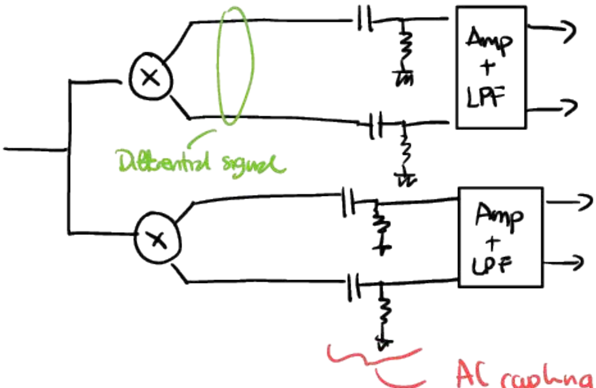
• AC coupling



Devo fare in modo di non sagomare il segnale, allora f_p deve essere $< \frac{f_{bw}}{1000}$

Se $f_{bw} = 100\,kHz \rightarrow f_p = 100\,Hz$

Fare un AC coupling di 100Hz è problematico, perché



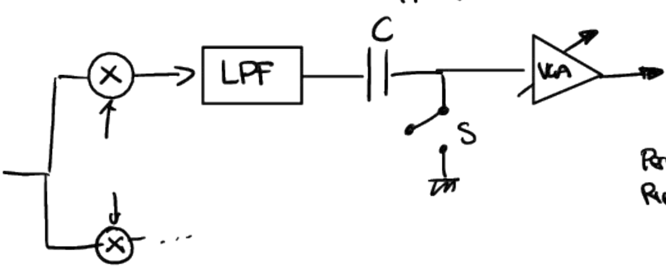
Ci servono output differenziali perché abbiamo con la Direct conversion even order non linearities

AC coupling, visto che ho 4 vie mi servono allora 4 capacità!

Allora visto che $f_p = 100\,Hz \rightarrow$ condensatori piccoli allora R molto grandi $\rightarrow$ R grandi uguale rumore + alto.

Il problema è che qui al contrario dell' Heterodyne ho amplificato solo con l'LNA quindi di poco e quindi il segnale è ancora soggetto al rumore.
Nell' Heterodyne questo non succede perché ho già il segnale amplificato dal VGA.

• Offset cancellation (applicabile solo in sistemi TDMA)



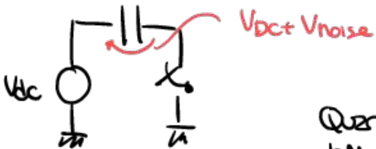
Sfruttiamo l'approccio TDMA

Quando non ricevo il segnale posso fare la offset cancellation.
Quando non ricevo lo switch è chiuso così la capacità si carica.
Quando ricevo apro lo switch e la carica del condensatore si sottrae con il DC offset

Uno svantaggio di questa architettura è che salvo nel condensatore anche le interferenze, questo problema può essere risolto mediando la carica del condensatore su + periodi.

Switch CAP offset cancellation

- risolve il problema del polo a bassa freq (visto nell' AC coupling)
- non risolve il problema del rumore

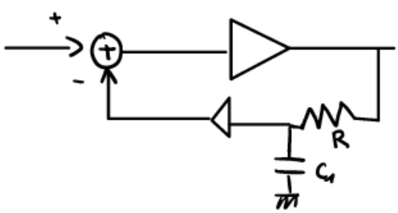


$\overline{V_{noise}^2} = \frac{KT}{C}$

Quando facciamo un sampling prendiamo anche il rumore della resistenza ron dell' interruttore. (da qui non capisco perché il rumore diventa KT/C)

esempio: voglio un SNR > 15dB → C > 250pF (con Ps = -110dBm e Guadagno 30dB)

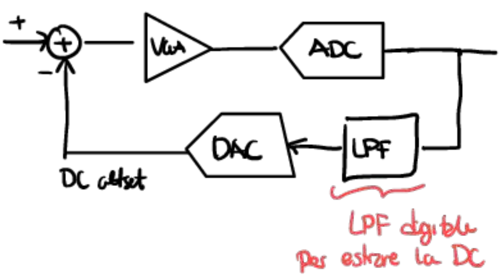
• Offset cancellation con feedback



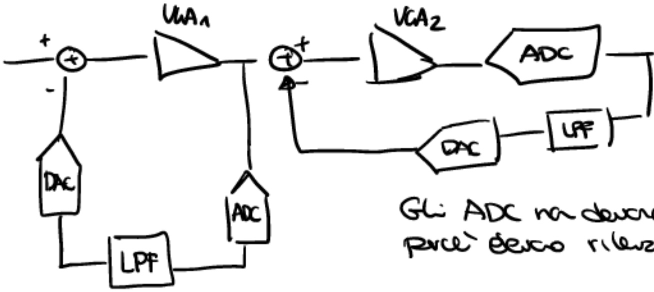
Ma in questo caso la capacità dovrebbe essere ancora + grande di quella dell' AC coupling (quindi non va bene)

[c'è la dimostrazione sul libro del razavi]

• Offset cancellation con DAC



Uno potrebbe dire un così salvo comunque, allora uso la two step approach two step approach



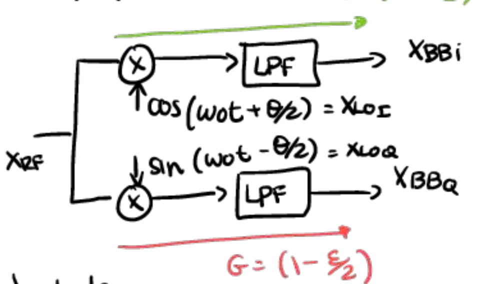
Così non saturo la VGA perchè ho 2 step.

Gli ADC non devono essere grande qualità perchè devono rilevare la componente DC.

Questa è la tecnica + utilizzata in CMOS.

Altro problema della Direct Conversion

- I/Q mismatch



i 2 percorsi possono avere un mismatch d'ampiezza ε, e possono avere phase mismatch θ.

- idealmente

$$X_{RF}(t) = X_I(t)\cos\omega_0 t + X_Q(t)\sin\omega_0 t$$

- realmente

Supponiamo di avere tutti questi effetti parassiti nell local oscillator

$$\begin{cases} X_{LOI}(t) = 2\cdot(1+\varepsilon/2)\cdot\cos(\omega_0 t+\theta/2) \\ X_{LOQ}(t) = 2(1-\varepsilon/2)\cdot\sin(\omega_0 t-\theta/2) \end{cases}$$

otteniamo

$$X_{BBi}(t) = \underbrace{X_I(t)\cdot\left(1+\varepsilon/2\right)\cos\frac{\theta}{2}}_{\text{wanted signal component (con gain error)}} - \underbrace{X_Q(t)\cdot\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)\cdot\sin\theta/2}_{\text{componente di Q che sborda nel sentiero di I. Questo succede perchè } \theta \neq 0}$$

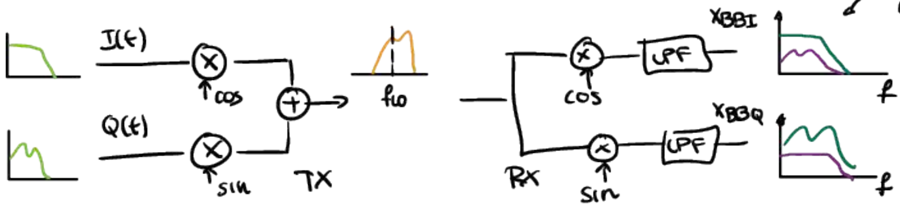
$$X_{BBQ}(t) = X_Q(t)\cdot\left(1-\varepsilon/2\right)\cos(\theta/2) - X_I(t)\cdot\left(1-\varepsilon/2\right)\cdot\sin\theta/2$$

Capiamo che

$\varepsilon \rightarrow$ da un errore di Gain

$\theta \rightarrow$ da un crosstalk tra le 2 componenti (image leakage)

Si chiama image leakage perché se diciamo che



ottengo X_I + un po' di leakage di X_Q

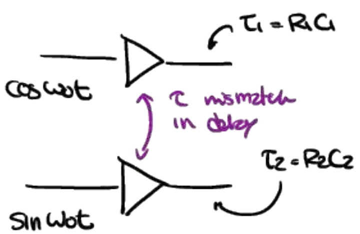
Questo è molto importante perché ci dice che abbiamo anche qui l'image problem, per risolvere questo dobbiamo avere una buona quadratura.

il problema della phase error

$X_{LOI}(t)$, $X_{LOQ}(t)$ $\Big\}$ θ delay error

$$\sin\left(\omega_0 t - \frac{\theta}{2}\right) = \sin\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0 \tau}{2}\right)$$

$$\theta = \omega_0 \tau = 2\pi f_0 \tau$$



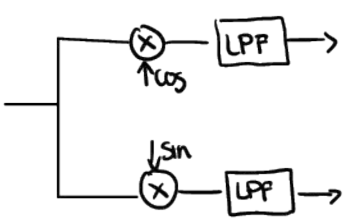
$$\tau = \tau_1 - \tau_2$$

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} \cong \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta C}{C}$$

Più grande sarà ω_0 più alto sarà l'errore di fase. Quindi se abbiamo f_{lo} basso il delay di fase sarà trascurabile, al contrario per alte frequenze no.

25.05.2021 Lezione 3h

I/Q imbalances



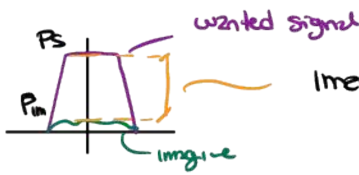
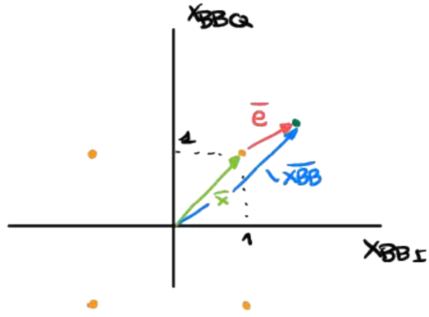


Image rejection ratio

$$IRR = \frac{P_s}{P_{im}}$$



$$\begin{cases} X_{BBI} = \underline{X_I}\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos\frac{\theta}{2} - X_Q\left(1+\varepsilon/2\right)\sin\theta/2 \\ X_{BBQ} = \underline{X_Q}\left(1-\varepsilon/2\right)\cos\theta/2 - X_I\left(1-\varepsilon/2\right)\sin\theta/2 \end{cases}$$

- Sono i punti che abbiamo desiderato
- Sono i punti reali

$\bar{e}$: è il vettore errore

Noi vogliamo calcolare l'IRR, allora possiamo scrivere come

$$IRR = \frac{|\bar{x}|^2}{|\bar{e}|^2} = \frac{|\bar{x}|^2}{|\bar{x}_{BB} - \bar{x}|^2} \qquad \frac{\text{Potenza del vettore ideale}}{\text{Potenza dell' errore}}$$

Visto che i punti si trovano a (1,1), allora il vettore $\bar{x}$ è lungo $\sqrt{2}$ e quindi $|\bar{x}|^2 = 2$.

Per calcolare $|\bar{e}|^2$, facciamo approssimazione $\cos\theta/2 \simeq 1$ e $\sin\theta/2 \simeq \theta/2$

$$IRR = \frac{|\bar{x}|^2}{(X_{BBI} - X_I)^2 + (X_{BBQ} - X_Q)^2}$$

$$= \frac{2}{\left[\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\left(1-\frac{\theta}{2}\right)-1\right]^2 + \left[\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)\left(1-\frac{\theta}{2}\right)-1\right]^2}$$

$$\simeq \frac{4}{\varepsilon^2 + \theta^2} = \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

Un design accurato nel GHz range porta un IRR $\simeq$ 30dB

$\varepsilon = 0{,}1$ (10% matching on amplitude)

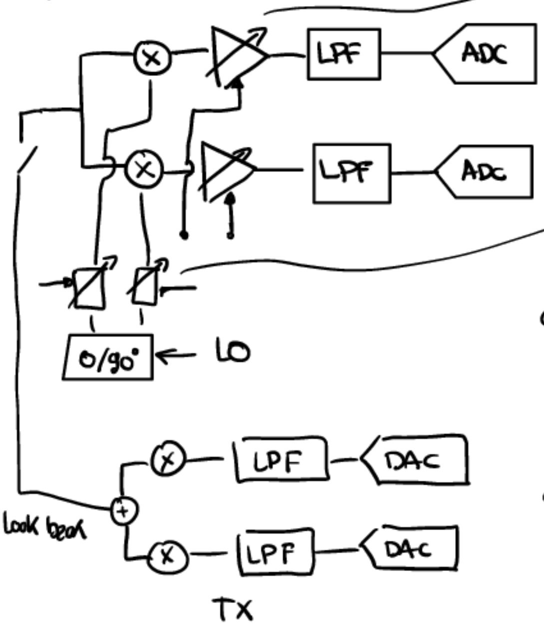
$\theta = 1° = \frac{1°}{180°} \cdot \pi = 0{,}0174$ rad

$$\Rightarrow \quad IRR = 10\log\left(\frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{\theta}{2}\right)^2}\right) \simeq 26dB$$

I/Q mismatch calibration

Amplificatori controllati x misurare l'amplitude imbalance

Programmable phase shifters in modo da controllare la differenza di fase tra i 2 segnali



Con il trasmettitore creiamo la modulazione che vogliamo e lo mettiamo come segnale di test all'input della configurazione

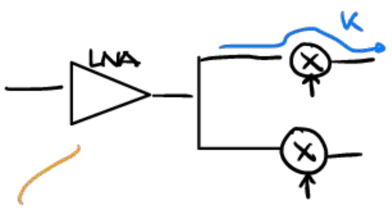
Leggiamo la IRR e calibriamo.

Per calibrare dobbiamo calibrare 2 valori fase e ampiezza, allora dobbiamo usare degli algoritmi per farlo.

Questa configurazione è la + usata

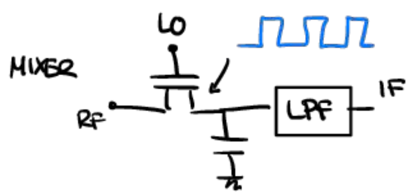
Un altra nota negativa di Direct Conversion è la Even-Order distortion.

Perchè i ricevitori Direct Conversion sono sensibili alle even order distortion?



$y(t) = \alpha_1 x(t) + \alpha_2 x^2(t)$

K: è il mixer RF-to-IF feedthrough.



$V_{IF} = \frac{1}{2} V_{RF} + \dots$ a.t   Supponiamo Duty 50%

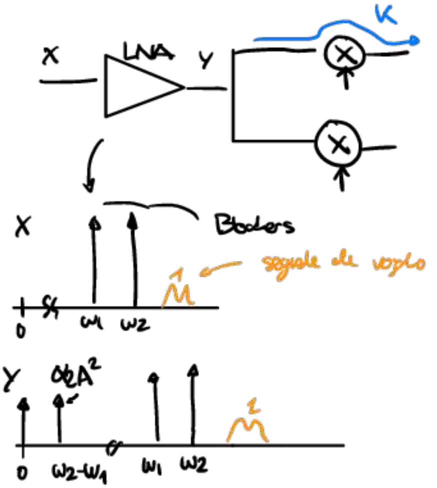
$$A_V = \frac{V_{IF}(\omega_{IF})}{V_{RF}(\omega_{RF})} = \frac{1}{\pi}$$

In questo esempio

$$K = \frac{1/2}{1/\pi} = \pi/2$$

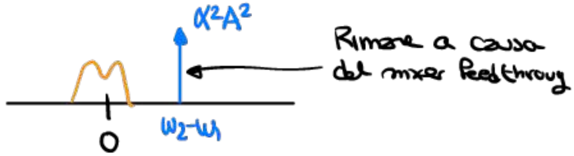
cui è il conversion gain / feedthroug

Cosa succede se ho una even-order non ideality sull'LNA?



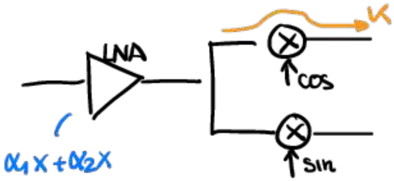
Con ω_2 e ω_1 molto vicini, quindi $\omega_2-\omega_1$ è a bassissima frequenza

Visto che abbiamo il feedthroug, allora all'output del mixer abbiamo



Un altro problema delle even order non idealities è:

Le modulazioni non volute delle interferenze AM



e ricevo un interferenza con modulazione AM

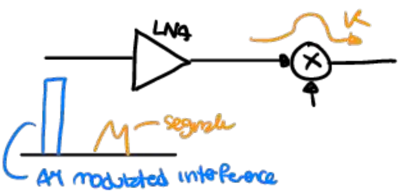
$$x(t) = \underbrace{[A_{int} + a(t)]}_{\text{AM modulation of an interfer.}} \cdot \cos \omega_c t$$

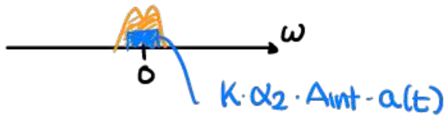
$$\alpha_2 x^2(t) = \alpha_2 \cdot 2 \cdot A_{int} \cdot a(t) \cdot \cos^2(\omega_c t) + \dots a.t.$$

$$\cos^2(\omega_c t) = \frac{1+\cos 2\omega_c t}{2}$$

$$= \underbrace{\alpha_2 \cdot 2 \cdot A_{int} \cdot a(t) \cdot \frac{1}{2}}_{\text{Low-pass unwanted component}} + \dots + a.t$$

Allora abbiamo che





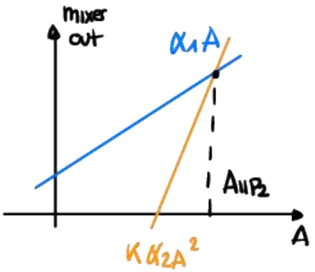
In questo caso l'SNR è

Ampiezza RMS del segnale

$$SNR = \frac{\alpha_1 \cdot A_{S,rms}}{K \cdot \alpha_2 \cdot A_{int} \cdot a_{rms}}$$

ampiezza RMS di $a(t)$

Ampiezza (di picco credo) dell'interferenza



$$\alpha_1 A_{IIP2} = K\alpha_2 \cdot A_{IIP2}^2 \longrightarrow A_{IIP2} = \frac{\alpha_1}{K\alpha_2}$$

Perciò l'SNR

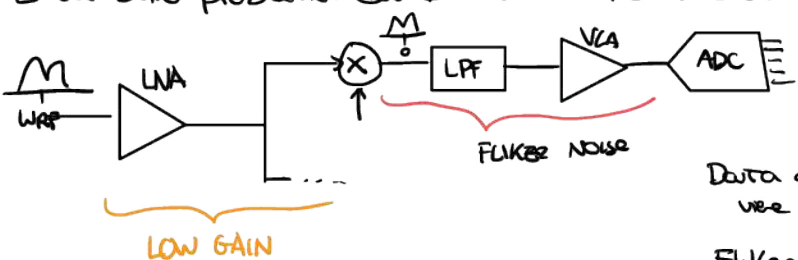
$$SNR = A_{IIP2} \cdot \frac{A_{S,RMS}}{A_{int} \cdot a_{RMS}}$$

Le 2°order non idealities demodulano le amplitude modulations

Per risolvere questo problema delle even-order non linearities: usare circuiti differenziali

- **Fliker noise**

È un altro problema del Direct conversion reciever



Dovuto al fatto che il segnale viene convertito in DC.

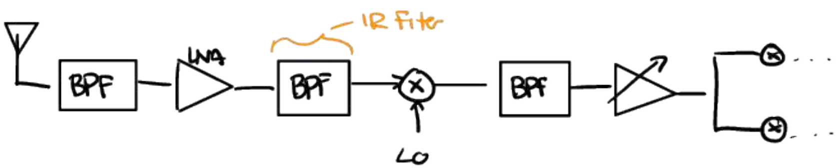
Fliker noise è tipo un slowly variable DC offset.

Soluzione:

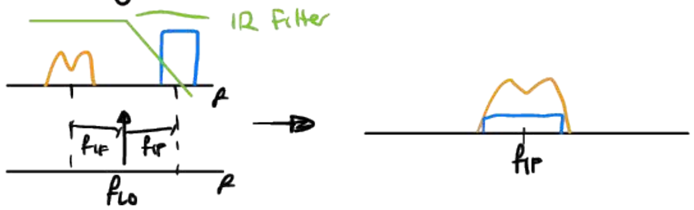
- Fare device larghi in mixer e VGA/LPF
- Correlated double sampling ecc...
- Offset cancellation

Image - Reject Recievers

Torniamo ai ricevitori Heterodyne.



Abbiamo già visto che questa struttura fa da image rejection

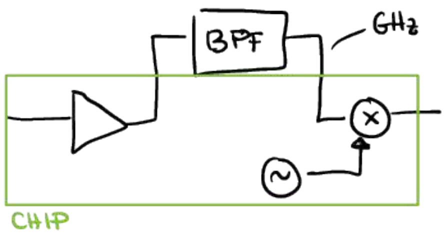


L'IR filter serve per attenuare questa immagine

Ma ci sono modi alternativi per risolvere questo?

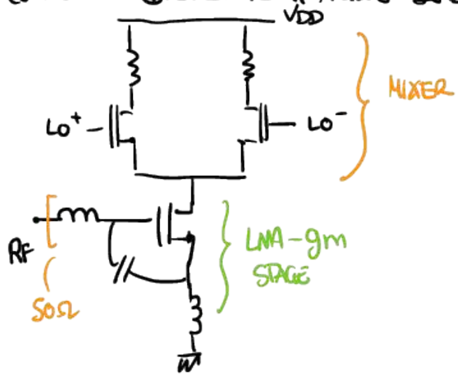
- Dual-IF architecture : si basa sempre sul filtraggio (per rilassare l'image)

Però noi ci vogliamo appoggiare a strutture senza filtri perché sono grandi e sono OFF-chip.



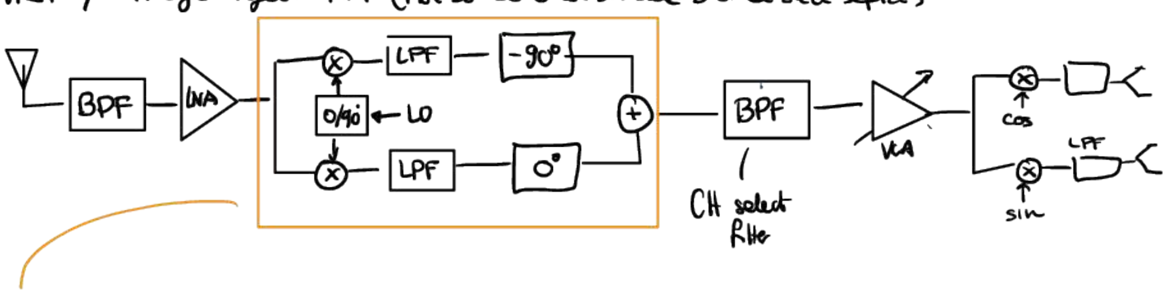
Tutti i blocchi fuori dal chip richiedono impedance matching e quindi ho grande power consumption., questo perché tipo l'LNA deve avere almeno 2 stadi 1 per amplificare e uno per controllare l'impedenza a 50Ω.

Se tolgo il BPF posso controllare direttamente il mixer senza fare il matching tipo una roba così:



Come possiamo allora non usare i filtri?

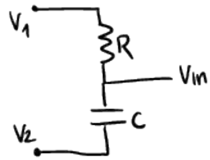
- Hartley image-reject RX (non so se è la soluzione alla domanda sopra)



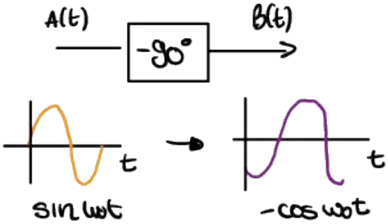
↳ Questa configurazione ha rimpiazzato la struttura BPF / Mixer

Questa nuova topologia cancella l'uso di BPF per l'image rejection
però ci sono 2 mixer, quadrature LO.

Un modo utilizzato per fare i 0/90° è:



Ma perché questa struttura dovrebbe fare la reiezione dell'image?
Calcoliamo la FDT dell' Phase-shifter

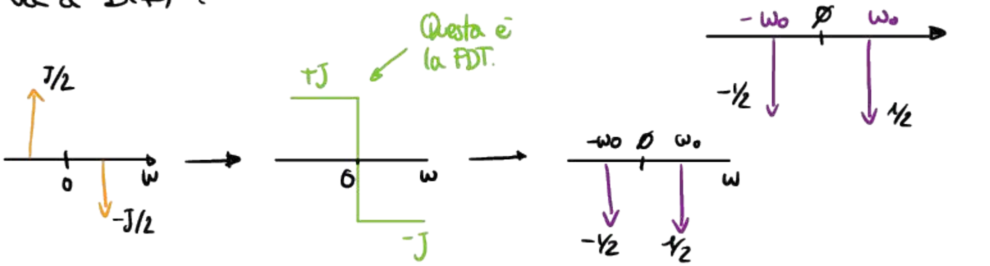


in frequenza

$$\sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j}$$

Qual è la FDT che da A(f) va a B(f) ?

-cos ωot

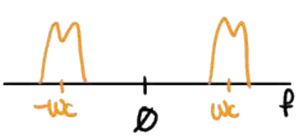


Perciò

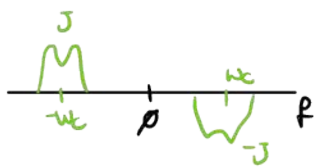
$$G(\omega) = -j\,\mathrm{sign}(\omega) \quad \text{è la FDT.}$$

Perciò se io ho un segnale modulato $A(\omega)$ allora ho:

$A(\omega)$

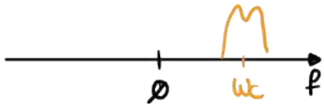


$B(\omega) = G(\omega) \cdot A(\omega)$ ← Operazione chiamata Hilbert transform

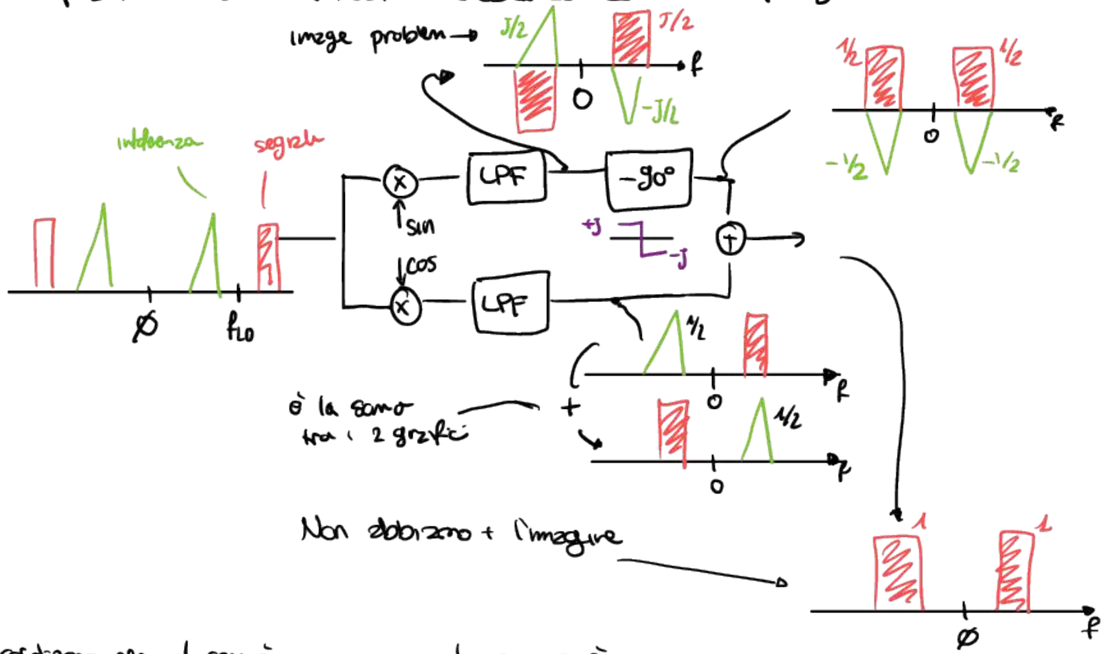


← ottengo questo

Se combino i 2 segnali $A(\omega) + jB(\omega)$ otteniamo il segnale analitico che è riesco ad avere il segnale solo a frequenze positive

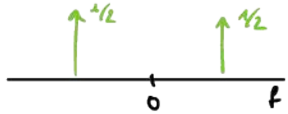


Come possiamo usare la nostra conoscenza con la topologia ?

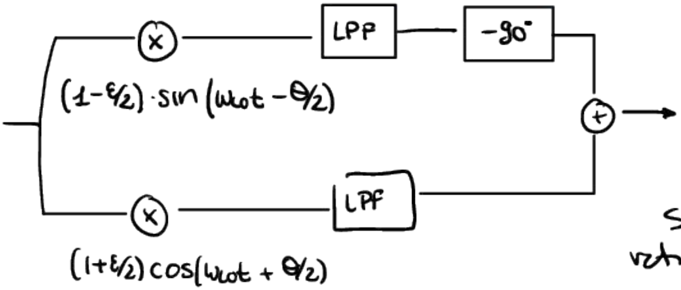


Ricordiamo che il seno è

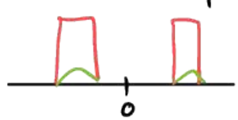
il coseno è



CASO ERRORE AMPIEZZA E FASE NELL' LO



In questo caso ho una cancellazione non perfetta



Se calcoliamo l'image rejection ratio

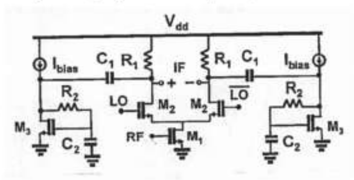
$$IRR = \frac{P_s}{P_m} = \dots = \frac{4}{\varepsilon^2+\theta^2}$$

T12.1 Let us consider the down-conversion mixer in figure and assume that the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5\text{V}$, constant $1/2\mu C_{OX} = 0.2\text{mA/V}^2$ and thermal noise coefficients $\gamma = 2/3$ and $\alpha = 1$. Let $V_{dd} = 2.5\text{V}$, $(W/L)_1 = 125$, $(W/L)_2 = 400$, $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $I_{bias} = 6\text{mA}$, $C_2 = 1\text{pF}$, $(W/L)_3 = 750$.

a) Set the value of C_1 which guarantees a resonance frequency (f_0) of 2GHz for the output network (R_2, C_1, C_2 and M_3).

b) Let us assume a sinusoidal wave with offset voltage of 1V and frequency $f_{RF} = 10\text{GHz}$ at the RF port, a square wave with offset voltage of 1.5V, single-ended zero-peak amplitude of 300mV, with frequency $f_{LO} =$ 8GHz, at the LO port. Compute the conversion gain from RF to IF.

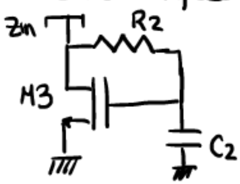
c) Consider now $f_{RF} = f_{LO} =$ 8GHz. Compute the noise figure of the mixer considering all the noise sources, referred to a source resistance of $R_S = 50\Omega$ and assuming abrupt switching of theM2 pair.



[Sol. a) $C_1 = 2.5\text{pF}$, **b)** $A_v = -12\text{dB}$, **c) NF = 4.91 dB]**

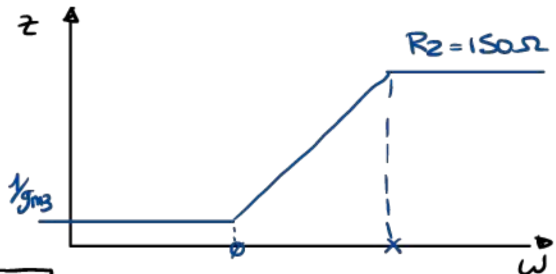
a) Non vediamo l'induttore con cui C_2 può risonare, dobbiamo vedere se c'è qualche parte di circuito con comportamento induttivo.

Studiamo l'impedenza di:



M3 è in sat

Studiamo a diverse frequenze



a $f = 0$

$Z_{in} = 1/g_{m3}$

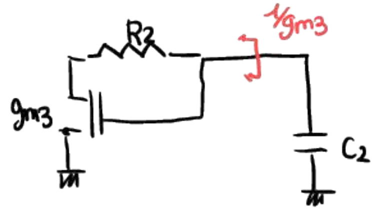
$$g_{m3} = 2\sqrt{\tfrac{1}{2}\mu C_{ox} I_{bias} \frac{W}{L}} = 60\ \text{mA/V} \rightarrow \frac{1}{g_{m3}} = 16{,}7\,\Omega$$

Per $f \rightarrow \infty$

il transistor non ha corrente e quindi vedo R2

nel mezzo avremo qualcosa così con un polo e uno zero

Qual'è la frequenza del polo, vedo il circuito così



perciò il polo lo abbiamo a $\omega_z = \frac{g_{m3}}{C_2}$

Sapendo il rapporto guadagno banda ricaviamo il valore dello zero facendo

$$\frac{R_2}{\frac{g_{m3}}{C_2}} = \frac{1/g_{m3}}{\omega_z} = \omega_p = 2\pi 16 \cdot \frac{rad}{s}$$

$$\omega_z \simeq 2\pi\, 9{,}5\, G\ rad/s$$

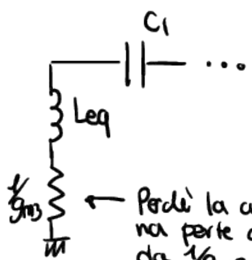
Quindi a 2GHz siamo dentro alla zona +20dB e questo significa che abbiamo un comportamento induttivo

$|Z_i| = \omega L_{eq}$

Sappiamo che $\frac{|Z|}{\omega} = \frac{R_2 C_2}{g_{m3}}$ è costante ed è uguale a $\frac{\omega L_{eq}}{\omega}$

e questo vuol dire che $L_{eq} = \frac{R_2 C_2}{g_{m3}} = 2{,}5\,nH$

Visto che voglio che risuoni con C_1



Perché la curva non parte da ø ma da $1/g_{m3}$

Questo vale per $\omega \ll g_{m3}/C_2$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L_{eq}} \qquad \omega_0 = 2\pi \cdot 2G$$

$$= 2{,}53\,pF$$

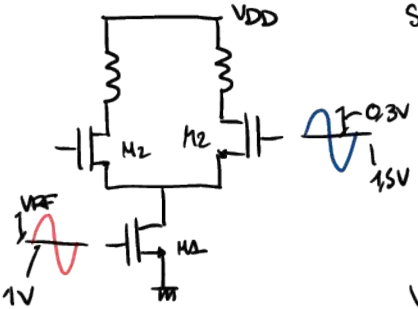
Il fatto che il mixer abbia una rete risonante fa sì che ci sia un filtro e che quindi a 2GHz non ho più R_1 ma ho $R_1 // 1/g_{m3}$. aiuta ad avere decibel di miglioramento con i feedthrough

- Punto b)

Supponiamo sulla porta RF sinusoide con offset 1V a 10GHz, sulla porta LO un offset di 1,5V con una sinusoide a 8GHz e ampiezza 0,3V

Problema, vedere se questa sinusoide fa il full switch dei mos.

Dobbiamo calcolare il conversion gain da IF a RF.



Supponiamo M_1 sat $\rightarrow$ $I_{M1} = 6{,}25mA$ $\quad$ $(V_{GS_1} = 1V)$?

$g_{m1} = 25mA$

M_2 sat $\rightarrow$ $I_{M2} = I_{M1}/2$

$$V_{ov_2} = \sqrt{\frac{I_{M1}/2}{K\left(\frac{W}{L}\right)_2}} \simeq 200mV$$

Visto che $V_{LOdiff} = 600mV_p$ allora

$$V_{LOdiff} > \sqrt{2} \cdot V_{ov2} = 280mV$$

quindi ho full-switching

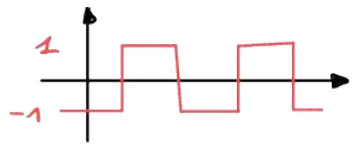
La tensione differenziale IF dipende da

$$V_{IF}(\omega_{IF}) = g_{m1} V_{RF}(\omega_{RF}) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot |Z_L(\omega_{IF})|$$

Perchè moltiplichiamo 2 correnti

$\frac{4}{\pi}$ perchè è la prima armonica di X_{LO}

impedenza di out abbiamo visto prima che è $R_1 // 1/g_{m3}$ perchè c'è risonanza



$$V_{IF}(t) = I_{M1}(t) \cdot X_{LO}(t) * Z_L(t)$$ sarebbe + rigorosa

$g_{m1} V_{RF} \cos \omega_{RF} t$

$\frac{4}{\pi} \cdot \cos(\omega_{LO} t)$

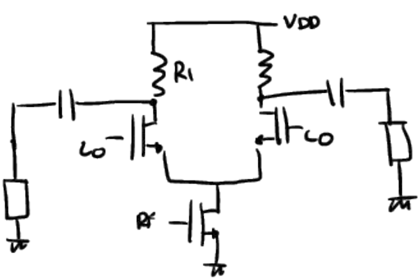
è la formula nel tempo.

il conversion gain è

$$A_V = \frac{V_{RF}(\omega_{RF})}{V_{IF}(\omega_{IF})} \simeq \frac{2}{\pi} \frac{g_{m1}}{g_{m3}} \rightarrow -12dB$$

- Punto c)

Considerare $f_{RF} = f_{LO}$ $\rightarrow$ calcolare la NF del mixer riferita a una source resistance di 50Ω



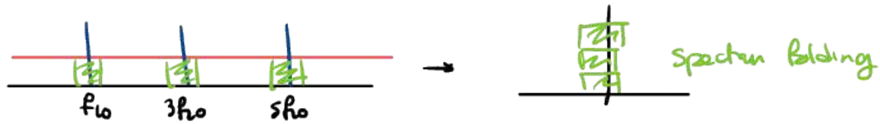
ATTENZIONE non c'è più la risonanza, abbiamo il condensatore in continua → circuito aperto, perciò il conversion gain è

$$A_V = g_{m1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_1$$

il rumore dei resistori R_1 è

$2 \times R_1$: $S_{VIF} = 4KT2R_1$

M_1 : Vanno considerate tutte le armoniche, perché abbiamo la downconversion



$$S_{VIF} = 4KT\frac{\gamma}{\alpha} g_{m1} \cdot R_1^2$$

è come se fosse direttamente iniettato in uscita (cosa che sapevamo già non ho calcolato)

M_2: Hebrant switching
solo uno dei 2 M_2 è ON.

$S_{VIF} \simeq \emptyset$ ← sempre

La Noise Figure sarà

$$NF = \frac{S_{VIF,R_1,M_1,M_2}}{S_{VIF,R_S}} + 1$$

R_S è la source resistance alla porta RF.

S_{VIF,R_1,M_1,M_2} è la somma dei termini calcolati sopra

Dobbiamo calcolare $S_{VIF,RS}$. è un problema. dobbiamo considerare che non è rumore bianco.

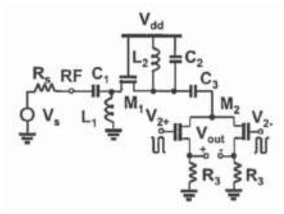
$$S_{VIF,RS} = 4KTR_S \cdot A_V^2 \stackrel{!}{=} 4KTR_S\left(\frac{2}{\pi} g_{m1} R_1\right)^2$$

abbiamo trasferimento diverso tra il rumore di M_1 e quello di R_S.

$$NF_{dB} = 10\log_{10} NF = 4,9\,dB$$

T12.2 Let V_s be a sinusoid at $f_{RF} = 2.0\text{GHz}$, and V_{2+} and V_{2-} two square-waves $0 - V_{dd}$ at $f_{LO} = 2.1\text{GHz}$. The MOSFETs have threshold $V_T = 0.5V$, constant $1/2\mu C_{OX} = 0.1mA/V^2$ and thermal noise coefficients $\gamma = 2/3$ and $\alpha = 1$.

a) Derive the bias point of the circuit. Evaluate the RF to IF conversion gain from the input V_{rf} to the output port V_{out}.
b) Calculate the power gain from the RF port to output port.
c) Compute the noise figure of the circuit referred to source resistance R_s, considering just the thermal noise of M1 and R_s.



V_{dd}=2.5V
R_s=50Ω
C_1=100pF
L_1=40nH
C_2=0.5pF
C_3=5pF
L_2=12.7nH
R_3=1kΩ
$(W/L)_1$=50
$(W/L)_2$=50

[Sol. a) A_V = 22dB, b) G_P = 6dB, c) NF = 2.2dB].

Downconversion mixer.

$$A_V = \frac{V_{OUT}(\omega_{IF})}{V_{RF}(\omega_{RF})}$$ ← Dobbiamo calcolare VRF e non VS ATTENZIONE!

Punto a)

La corrente è 20mA (V_{GS}=2,5)

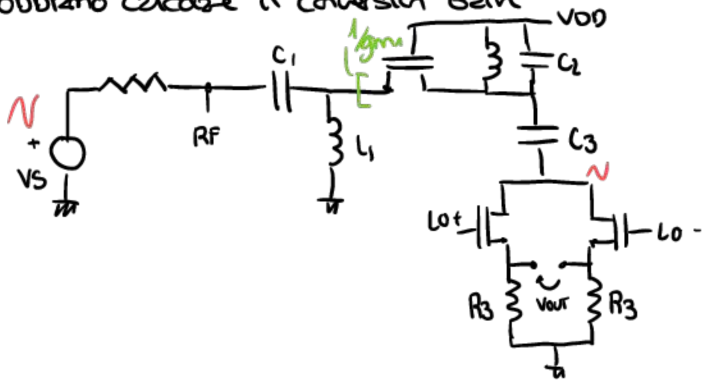
$$g_m = \frac{2I}{V_{OV}} = \frac{40mA}{2V} = 20mS$$ M1 è in SAT

induttori in corto

il resto del circuito è scollegato dal resto da C_2

i transistor sono in triodo perché non c'è corrente che scorre nel circuito in DC.

Dobbiamo calcolare il conversion Gain



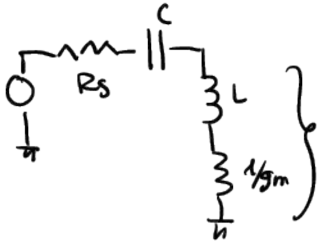
è un mixer passivo

- L_1 = 40nH
- C_1 = 100pF

posso avere diversi casi

1) $\omega_0 C_1 \to \emptyset$
$\omega_0 L_1 >> 1/g_{m1}$

2)



ho fatto la trasformazione da parallelo a serie

questo significa che

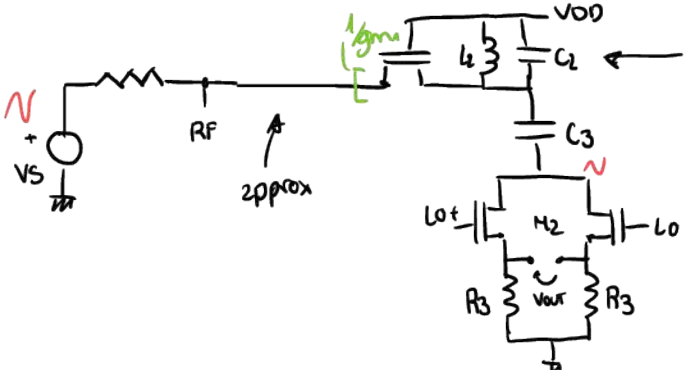
$$Q_{L1} = \frac{1/g_{m1}}{\omega_0 L_1} << 1$$

noi calcoliamo $\omega_0 L_1 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 40 \cdot 10^{-9} = 500\Omega$
è 10 volte Rs quindi possiamo trascurarla, anche perché

$$Q_{L1} = \frac{50}{500} = 0,1 << 1$$

Per C_1 ho che $\omega_0 C_1 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 0,1 \cdot 10^{-9}$
$= 1,256 \simeq \emptyset$ possiamo trascurarlo.

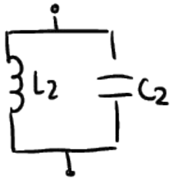
Abbiamo quindi il caso 1.



Studiamo L2 e C2 e C3

Cosa faccio? Devo ricordare che i 2 mos M2 sono in triodo quindi non hanno impedenza 1/gm. Avremo un valore Ron ma sono in serie a R3 che è 1KΩ quindi potremo approssimare con 1KΩ

Non devo fare tutti i conti sennò impazzisco



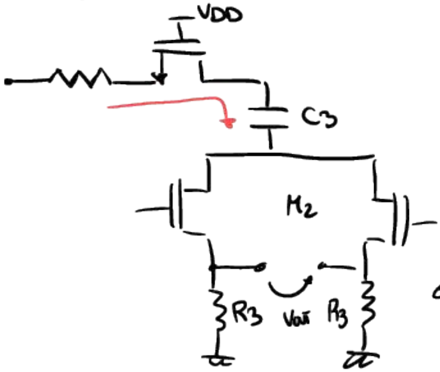
So che $Z = \dfrac{\frac{1}{sC_2} sL_2}{sL_2 + \frac{1}{sC_2}} = \dfrac{sL_2}{1+s^2L_2C_2}$

so che a $\omega_R = \dfrac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$ $\quad Z \to \infty$

è importante sapere ω_R, sappiamo che

$f_R = \dfrac{1}{2\pi} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{0{,}5p \cdot 12{,}7n}} = 2GHz$ che è esatto la nostra frequenza

perciò questa impedenza va a ∞, allora il circuito è



in questo caso non è un problema perché abbiamo R3, ma se avessimo avuto altre impedenze avremmo che dobbiamo calcolare la impedenza a f_{IF}

$$A_V = \frac{V_{OUT\,\omega,IF}}{V_{RF\,\omega RF}} = g_{m1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_3 \Rightarrow 22dB \qquad \text{con } g_{m1} = \frac{1}{R_S}$$

Calcoliamo la potenza di output a IF.

$$P_{OUT,\omega IF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{OUT,IF}^2}{2R_3}$$

$$P_{RF,\omega RF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{RF}^2}{R_S} \qquad \frac{1}{g_{m3}} = R_S$$

$$G_P = \frac{P_{OUT}}{P_{RF}} = \underbrace{\left(\frac{V_{OUT,IF}}{V_{RF,\omega RF}}\right)^2}_{A_V^2} \cdot \frac{R_S}{2R_3} \rightarrow 10\log_{10} G_P = 6dB$$

Power Gain

Consideriamo le 2 impedenze R3 perché abbiamo il segnale differenziale.
è come avere Vout ai capi di un resistore di valore 2R3

Noi vediamo Vout anche se non lo è propriamente aperto, perché ha + capacità. perché è dato da un onda quadra

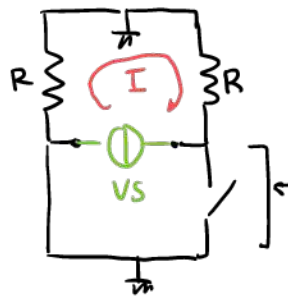
Ad ogni istante abbiamo un transistor on e uno off.

Possiamo vederla così:

non possiamo calcolare l'impedenza con un solo switch off perché i 2 switch switchano

COSA MOLTO DIFFICILE DA CAPIRE!

in media abbiamo 2R come output impedance, vediamo l'impedenza verso gli switch come ∞.



vedo 2R

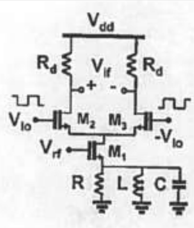
non passa corrente per qui

T12.3 Let us consider the mixer in figure, where $V_{dd} = 2.5V$, $R_d = 200\Omega$. Let us assume that the MOSFETs have threshold $V_T = 0.5V$, constant $1/2\mu C_{ox} = 0.2mA/V^2$, and V_{rf} is a sinusoid with offset voltage of 1V. Let the impedance of the RLC network have its resonance frequency around the image frequency at $f_{IM} = (f_{LO} - f_{IF})$.

a) Derive the mathematical expression of the image rejection ratio of the stage, computing the ratio between the conversion gain of an input RF signal at $f_{RF} = (f_{LO} + f_{IF})$ and the conversion gain of an input RF signal at f_{IM}.

b) Size $(W/L)_1$ and R to get IIR equal to 30dB and conversion gain at f_{RF} equal to 10dB.

[Sol. a) IRR = $(1+g_{m1}R)$; b) $(W/L)_1 = 124$, R = 1.2kΩ]

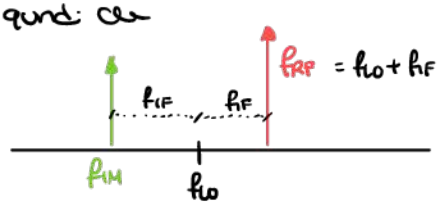


MIXER ATTIVO CONVENZIONALE

$f_{RES} = f_{LO} - f_{IF}$

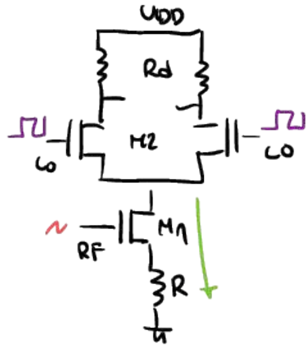
So che $f_{RES} = f_{IM} = f_{LO} - f_{IF}$

Abbiamo quindi che



Dobbiamo calcolare

$$IRR = \frac{A_V(f_{RF} = f_{LO} + f_{IF})}{A_V(f_{RF} = f_{LO} - f_{IF})}$$



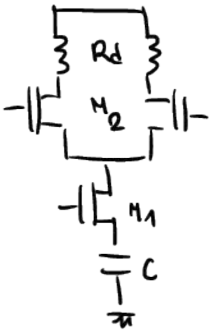
Possiamo dire che

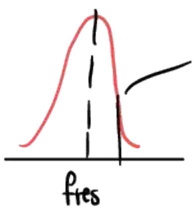
$$A_V(\underbrace{f_{RF} = f_{LO} - f_{IF}}_{f_{IM} = f_{RES}})$$ allora

$$A_V = \frac{g_{m1}}{1 + g_m R} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_d$$

Nel caso

$A_V(f_{RF} = f_{LO} + f_{IF})$ siamo sopra la f di risonanza, allora





Siamo qui quindi in zona capacitiva

Molto probabilmente il valore di C a questa freq è molto piccolo, allora

IPOTESI $2f_{IF} \gg f_{BW}$

allora considero C un corto

$$A_V = g_{m1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_d$$

Allora

$$IRR = \frac{g_{m1} \frac{2}{\pi} \cdot R_d}{\frac{g_{m1}}{1 + g_{m1} R_1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_d} \cong 1 + g_{m1} R = IRR$$

Adesso ne vogliamo

$IRR = 30dB$ e $A_V(f_{RF} + f_{IF}) = 10dB$

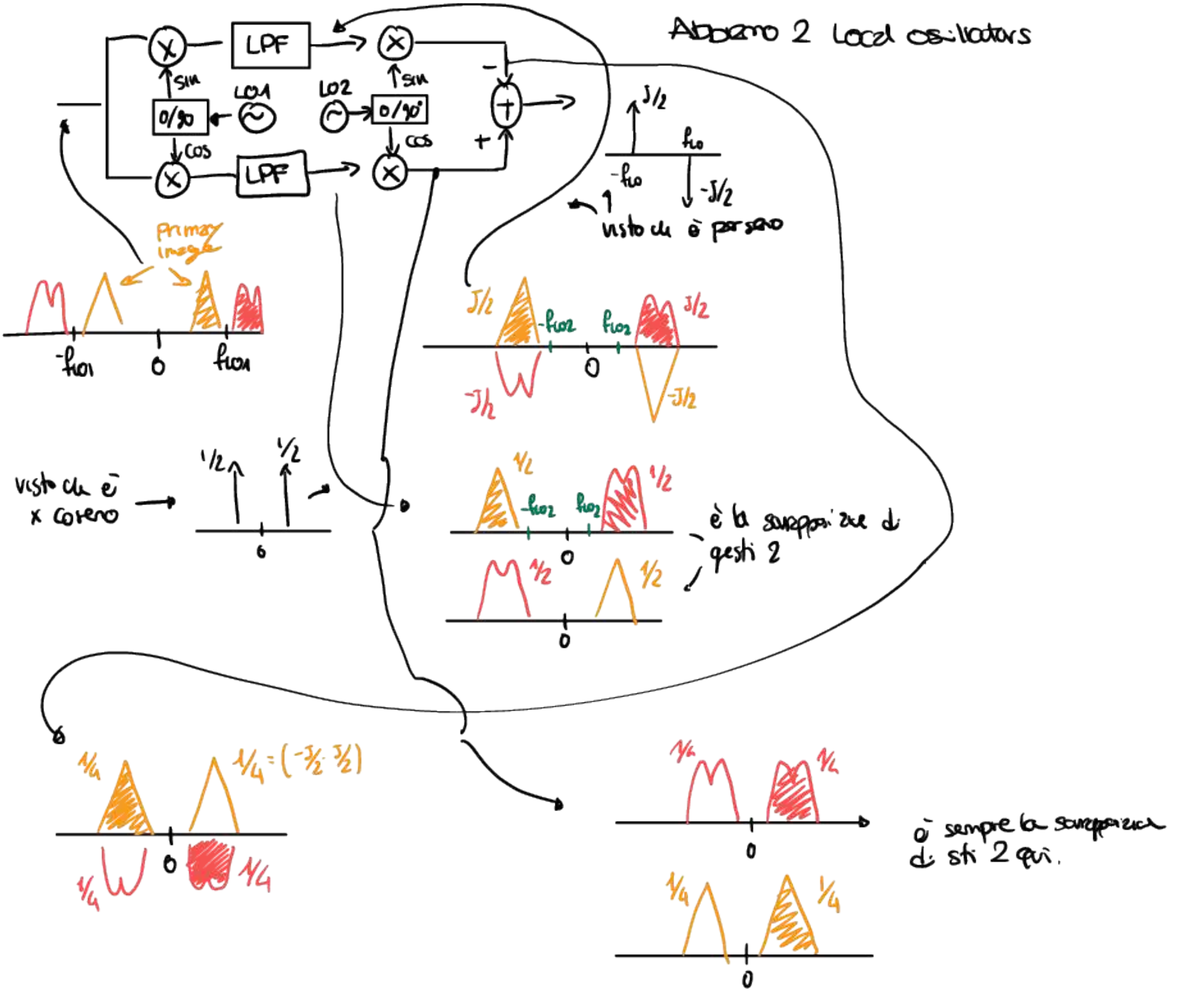
$$A_V(f_{RF} + f_{IF}) = g_{m1} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot R_d = 10dB \rightarrow g_{m1} = 10^{\frac{10}{20}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{R_d} = 25mS$$

Allora grazie a g_{m1} e IRR ricaviamo R

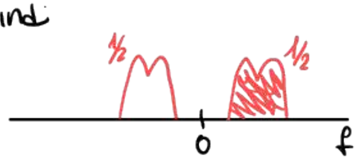
$$R = \frac{10^{\frac{30}{20}} - 1}{g_{m1}} = R = 1{,}23\,K\Omega$$

31.05.2021 2h

Image reject RX : weaver architecture



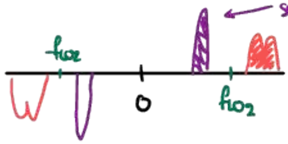
In uscita abbiamo quindi



Quali sono le diff tra Wiver e Harley architectures?

Hartley: il phase shifter ha banda limitata (perchè il circuito che fa 0-90° funziona solo alla frequenza del polo) ed è anche sensibile al valore dell'accuratezza dei componenti R e C.
Questo porta a un IRR limitato.
- Phase shifter introduce thermal noise e power loss

Weaver: problemi di secondary image



non è risolta da questa topologia

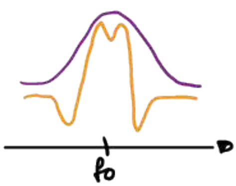
Per risolvere questo problema al posto degli LPF dovremo avere dei BPF oppure avere IF = Ø

Trasmitter Architectures

ACPR: Dobbiamo limitare nei trasmettitori le emissioni
↓
Linear trasmitter, per evitare la spectral regrowth.

Filter loss ↔ selectivity

Esempi di freq response del BPF



Low loss ma low selectivity
High loss ma high selectivity

Le power loss del BPF degradano l'efficienza del trasmettitore

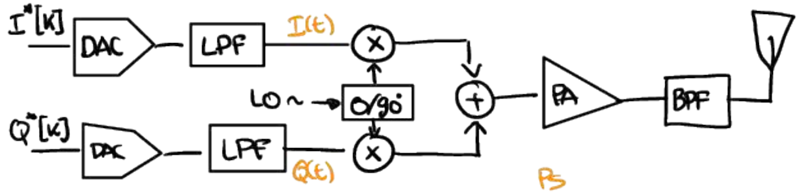
Esempio: supponiamo Potenza antenna = 1W e che il filtro dissipa L = 1dB, allora la potenza dissipata dal filtro in watt è

$$P_{diss} = 370\,mW$$

due $L = \frac{P_{ANT}}{P_{PA}}$

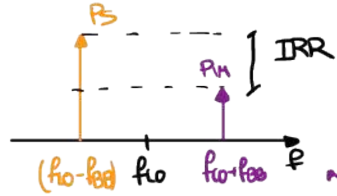
Noi non vogliamo nessuna perdita dopo il PA perché consumano troppo. Allora non mettiamo il filtro, però così non abbiamo niente che limiti la spectral regrowth. Quindi il mio PA deve essere molto lineare (questo porta a una degradazione dell'efficienza per colpa della linearità)

Topologia: Direct-conversion trasmitter



$I(t) = \cos(\omega_{bb} t)$

$Q(t) = \sin(\omega_{bb} t)$

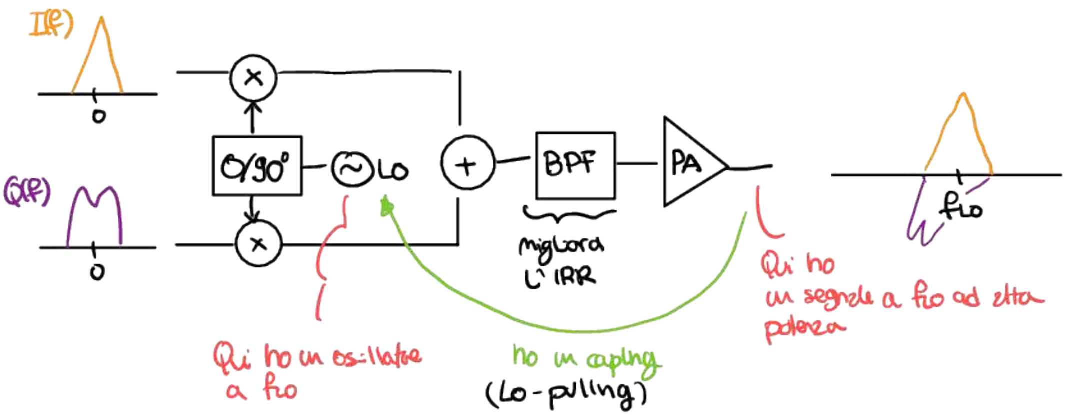


$$\cos(\omega_{bb}t)\cdot\cos\omega_{LO}t - \sin\omega_{bb}t\cdot\sin\omega_{LO}t = \cos((\omega_{LO}-\omega_{BB})t)$$

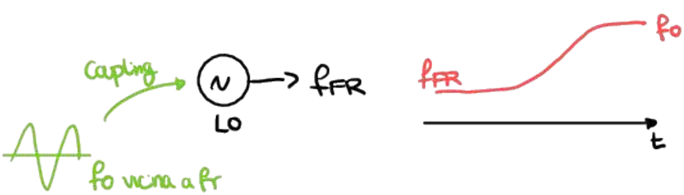
Se però ho ε e θ imbalances, ho un'immagine

$$IRR = \frac{P_s}{P_{im}} = \frac{4}{\varepsilon^2+\theta^2}$$

Questa topologia tuttavia ha un problema

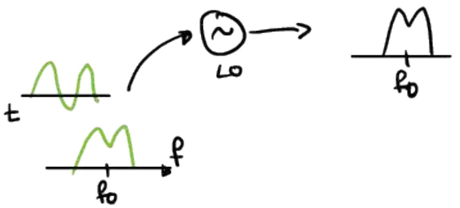


Gli oscillatori sono soggetti ad un fenomeno chiamato INJECTION LOCKING



Praticamente ho che il LO cambia frequenza e si locka a f_0.

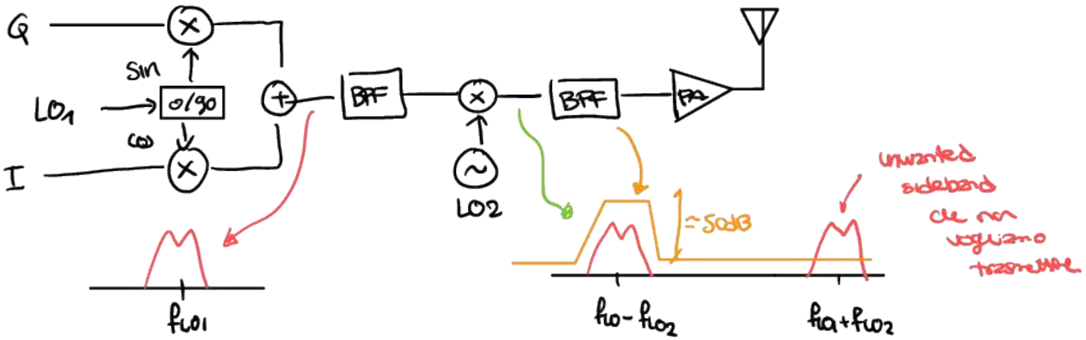
La stessa cosa succede se ho una sinusoide modulata coupled con l'LO



L'oscillatore locked sulla frequenza f_0 segue l'andamento dell'ampiezza e fase del segnale modulato.

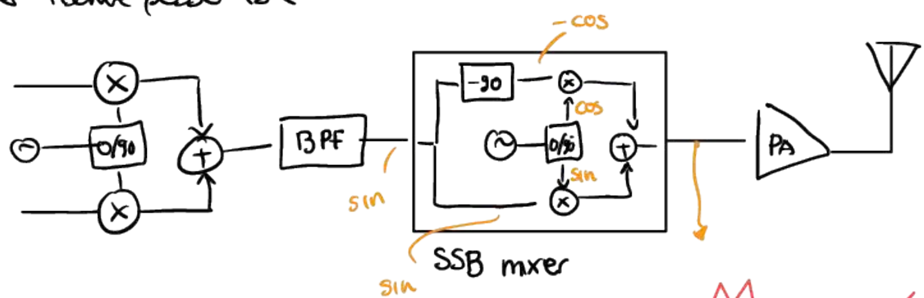
Soluzioni:

Fare un offset della frequenza dell'LO rispetto alla frequenza d'uscita.
Per fare questo o uso un moltiplicatore della freq LO, oppure uso la topologia TWO-step TX architecture.



Questa tecnica riduce e previene LO1 pulling (coupling) e migliora il matching di I e Q.
Tuttavia lato negativo è la presenza del 2° BPF che deve ridurre di 40-50 dB

Per risolvere posso fare



Così non ci serve il filtro passabanda