

ELECTRON DEVICES

Prof. Christian Monzio Compagnoni
A.A. 2023/24

Burattini Michelangelo

FONDAMENTI DEI SEMICONDUTTORI

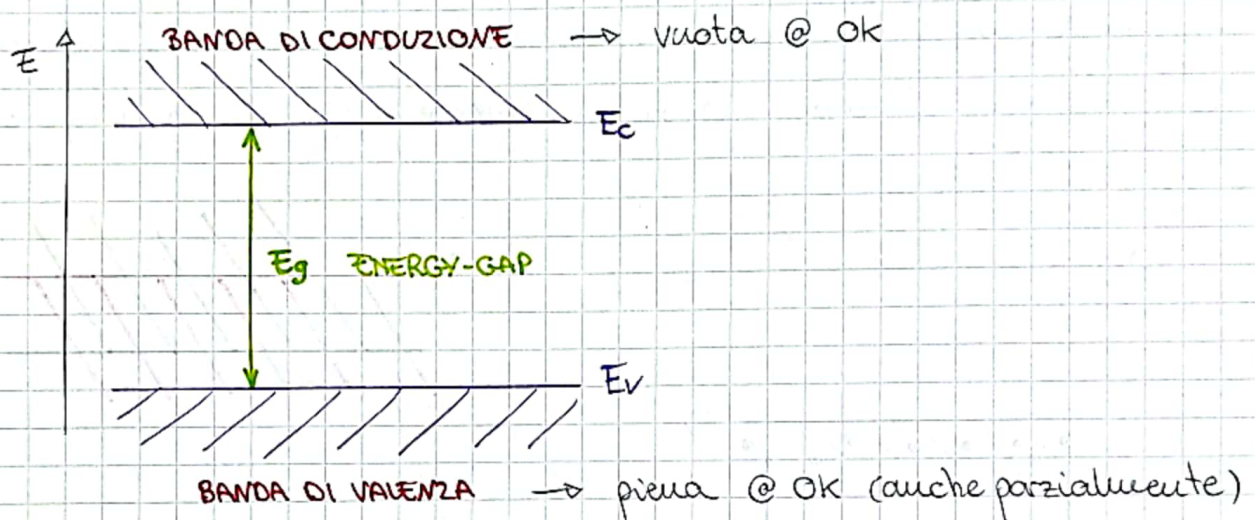
SILICIO \rightarrow 4 elettroni di valenza per creare legami
formando una struttura **tetraedrica**



semiconduttore e al IV gruppo (insieme al Germanio)

$3s^2 3p^2 \rightarrow$ orbitale atomico

il suo diagramma a bande e' formato da:



affinche' un cristallo sia un semiconduttore dobbiamo avere certe proprietà:

- banda di valenza "completamente" piena a $0k$
- banda di conduzione "completamente" vuota a $0k$
- l'energy-gap $E_g \approx 1 \text{ eV}$

\hookrightarrow il silicio ha $E_g = 1,12 \text{ eV}$ @ RT = ROOM TEMPERATURE)

sotto queste ipotesi non ho conduttività a $0k$; ma se la temperatura aumenta una frazione non trascurabile di elettroni guadagna un'energia tale da fare il salto dalla banda di valenza (VB) a quella di conduzione (CB)



la differenza con un **isolante** e' che

- $E_g \gg 1 \text{ eV}$

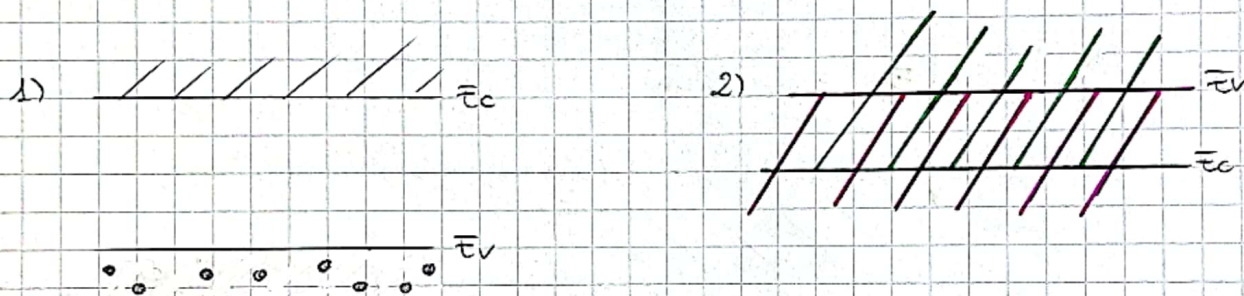
↳ l'isolante che vedremo noi e' l'ossido di silicio SiO_2 che ha una $E_g \approx 9 \text{ eV}$ @ RT

- le altre due condizioni sono analoghe

un **metallo** (conduttore), invece, posso avere due possibilita':

1) la banda di valenza e' solo parzialmente riempita di elettroni a 0 K

2) la banda " " e' completamente piena a 0 K , ma ha una sovrapposizione con la banda di conduzione ($E_g = 0$) e quindi ho una alta probabilita' per gli elettroni di passare a tale banda (anche a 0 K)



la classificazione puo' essere fatta anche in funzione della **resistivita'**

CONDUTTORI: $\rho < 10^{-2} \Omega \text{ cm}$

SEMICONDUTTORI: $10^{-2} \Omega \text{ cm} < \rho < 10^5 \Omega \text{ cm}$

ISOLANTI: $\rho > 10^5 \Omega \text{ cm}$

L'energy-gap dipende dalla temperatura ed esso diminuisce aumentando la temperatura; il motivo fisico e' dovuto a:

- espansione termica del cristallo: gli atomi sono + lontani e gli elettroni sono piu' liberi di muoversi

- altri effetti, anche piu' importanti, ma piu' complessi che non vediamo

Si può dimostrare l'equazione di Varshni:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{\beta + T} \quad [\text{eV}] \quad (\text{e } T \text{ in Kelvin})$$

↓
@ zero assoluto



Si

$$\alpha = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ eV K}^{-1}$$

$$\beta = 555 \text{ K}$$

$$E_g(0) = 1,169 \text{ eV}$$

⇓
possiamo ricavare $E_g(300\text{K}) = 1,12 \text{ eV}$

possiamo derivare

$$\left. \frac{dE_g}{dT} \right|_{300\text{K}} = \frac{-2\alpha T(\beta + T) + \alpha T^2}{(\beta + T)^2} = -2,6 \cdot 10^{-4} \text{ eV K}^{-1}$$

↑
Si

⇒ essendo negativa ho che l'energy-gap diminuirà all'aumentare della temperatura

⇒ per una variazione di 100K (= 100 °C di variazione), ho una $\Delta E_g = -26 \text{ meV}$ molto piccola e quasi totalmente trascurabile nel nostro caso

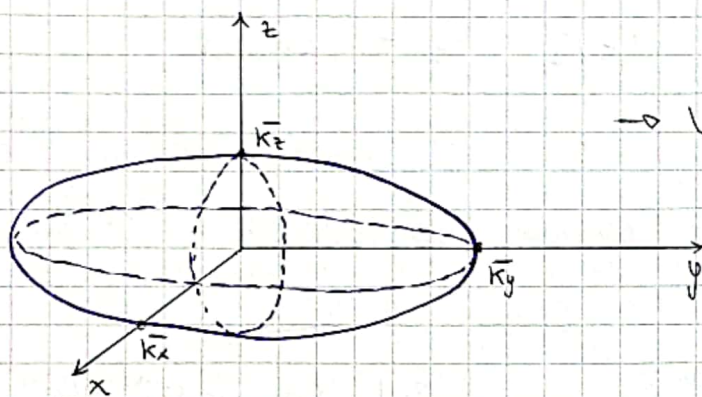
Δ DENSITA' DEGLI STATI (della banda di valenza e conduzione)

sotto l'**EFFECTIVE MASS APPROXIMATION**, l'energia E degli stati disponibili nella banda di conduzione è data da:

$$\Rightarrow E - E_c = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z}$$

dove \vec{k} è il vettore d'onda e \bar{m} la massa lungo la relativa direzione

essa e' l'equazione di un ellissoide (3D):



→ la superficie e' ad $E = \text{const}$

calcolo le intersezioni con gli assi:

$$\bar{k}_x = \pm \sqrt{\frac{2m_x (E - E_c)}{\hbar^2}}$$

$$\bar{k}_y = \pm \sqrt{\frac{2m_y (E - E_c)}{\hbar^2}}$$

$$\bar{k}_z = \pm \sqrt{\frac{2m_z (E - E_c)}{\hbar^2}}$$

l'ellissoide e' piu' lunga nella direzione in cui la massa effettiva e' maggiore
essa e' anche 1 che $\bar{k}_z = \bar{k}_x$, perche' nel caso del silicio ho che:

• $m_x = m_z = m_{\perp} = 0,19 m_0$ MASSA TRASVERSA

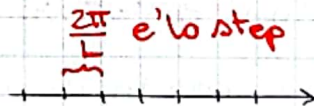
• $m_y = m_{\parallel} = 0,98 m_0$ MASSA LONGITUDINALE

l'intersezione dipende anche dal gap-energetico: se esso aumenta allora
aumenta anche il volume dell'ellissoide

- tutti i punti interni hanno $E < \bar{E}$

- tutti i punti esterni hanno $E > \bar{E}$

gli assi k_x, k_y e k_z possono assumere valori discreti



per un dato E , ho che il volume dell'ellissoide e':

$$V = \frac{4}{3} \pi \bar{k}_x \bar{k}_y \bar{k}_z = \frac{4}{3} \pi \sqrt{\frac{8m_x m_y m_z (E - E_c)^3}{(\hbar^2)^3}}$$

posso ricavare il numero discreto di punti disponibili nel volume:

$$N = \frac{V}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} \cdot \frac{1}{L^3} \rightarrow \text{normalizzo per il volume del cristallo}$$

$$= \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{8m_x m_y m_z (\bar{E} - \bar{E}_c)^3}{(\hbar^2)^3}}$$

calcolo ora la derivata

$$\frac{dN}{d\bar{E}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{8m_x m_y m_z}{(\hbar^2)^3}} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{\bar{E} - \bar{E}_c}$$

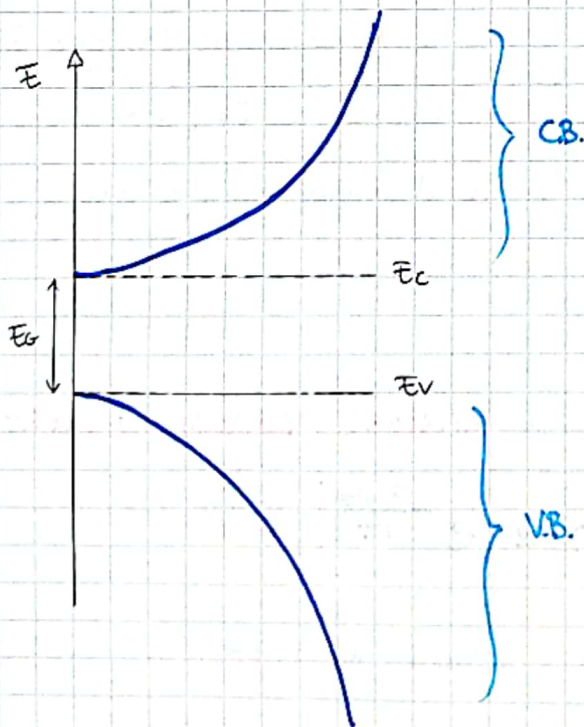
da cui ricavo la **densità degli stati disponibili nella banda di conduzione** (per volume unitario, per energia unitaria):

$$g_c(\bar{E}) = \frac{dN}{d\bar{E}} \cdot 2 \cdot g_{deg} \Rightarrow g_c(\bar{E}) = \frac{48\pi}{\hbar^3} \sqrt{2m_x^2 m_e (\bar{E} - \bar{E}_c)} \quad [eV^{-1} cm^{-3}]$$

\downarrow spin \downarrow degenerazione: per il Si vale 6

posso fare analogo per la **banda di valenza**:

$$g_v(\bar{E}) = \frac{8\pi}{\hbar^3} \left[\sqrt{2m_n^3} + \sqrt{2m_e \hbar^3} \right] \sqrt{\bar{E}_v - \bar{E}}$$



\rightarrow gli stati aumentano in maniera quadratica aumentando l'energia sopra a \bar{E}_c

Δ STATE OCCUPANCY

la probabilità che un elettrone occupi uno stato energetico di energia E è data dalla **STATISTICA DI FERMI-DIRAC**

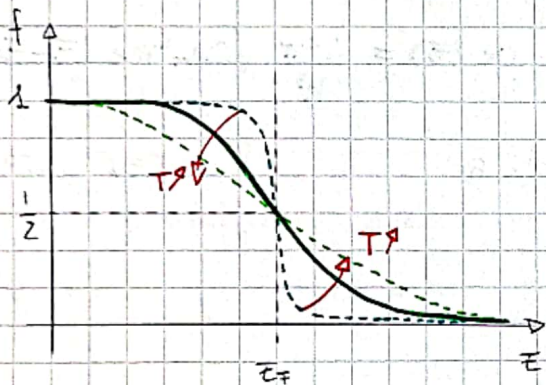
$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}}$$

→ il parametro E_F è detto **livello di Fermi**

che possiamo usare solo **all'equilibrio termodinamico**

il livello di Fermi è 1/2 da avere $f(E_F) = \frac{1}{2}$

mentre kT è l'energia termica e @ RT $kT = 25,8 \text{ meV}$



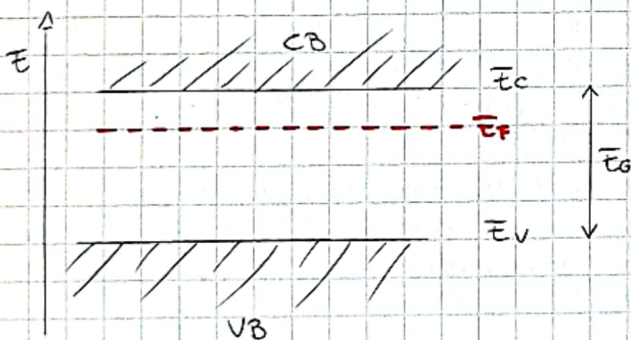
se $E \ll E_F \Rightarrow f(E) \rightarrow 1$

se $E \gg E_F \Rightarrow f(E) \rightarrow 0$

se $T \uparrow \uparrow$ la transizione è + lenta \rightleftharpoons

se $T \downarrow \downarrow$ essa è + veloce e ripida \rightleftharpoons

concettualmente, il livello di Fermi si posiziona un po' sotto a E_c .



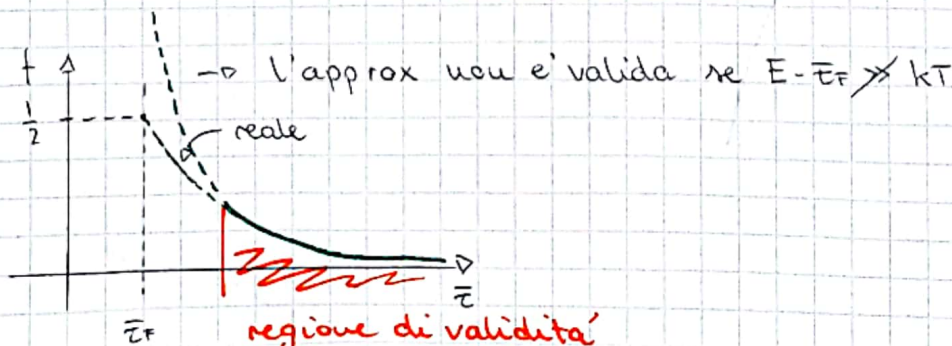
→ se si cambia (anche di poco)

E_c rispetto a E_F , cambio di molto

la densità elettronica

possiamo usare un' approssimazione, detta **MAXWELL - BOLTZMANN APPROX.**

se $E - E_F \gg kT \Rightarrow f(E) \approx e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$

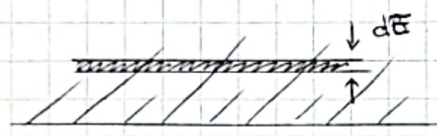


analogo posso dire per le lacune :

$$1 - f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{\epsilon - \epsilon_F}{kT}}} \quad \text{e quindi la versione approssimata}$$

se $\epsilon_F - \epsilon \gg kT \Rightarrow 1 - f(\epsilon) \approx e^{\frac{\epsilon - \epsilon_F}{kT}}$

da tali risultati possiamo contare il numero di elettroni / lacune che sono nella banda di conduzione / valenza :



$$\Rightarrow n = \int_{\epsilon_c}^{+\infty} g_c(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad [\text{cm}^{-3}]$$

calcoliamo :

$$n = \int_{\epsilon_c}^{+\infty} \frac{48\pi}{h^3} \sqrt{2m_t^2 m_e} \sqrt{\epsilon - \epsilon_c} \frac{1}{1 + e^{\frac{\epsilon_F - \epsilon}{kT}}} d\epsilon$$

usciamo come limite superiore $+\infty$ perché tanto in poche kT l'esp. va a $+\infty$ e quindi non ho + contributo \rightarrow questo mi permette di non cercare quale sia il limite esatto della banda di conduzione

\rightarrow analiticamente non può essere calcolato, ma va fatto numericamente

pongo $\frac{\epsilon - \epsilon_c}{kT} = x$ e pongo $\frac{\epsilon_F - \epsilon_c}{kT} = y$

\downarrow \downarrow

$d\epsilon = kT dx$ $x - y = \frac{\epsilon - \epsilon_F}{kT}$

$$\Rightarrow n = \frac{48\pi}{h^3} \sqrt{2m_t^2 m_e} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \sqrt{kT} kT dx}{1 + e^{x-y}} = \frac{48\pi}{h^3} \sqrt{2m_t^2 m_e} \cdot (kT)^{\frac{3}{2}} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1 + e^{x-y}} dx$$

$$= \underbrace{\frac{48\pi}{h^3} \sqrt{2m_t^2 m_e} (kT)^{\frac{3}{2}}}_{N_c} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1 + e^{x-y}} dx}_{F_{\frac{1}{2}}(y)}$$

N_c
effective density of states
[cm⁻³]

FERMI-DIRAC INTEGRAL OF ORDINE $\frac{1}{2}$

posso quindi scrivere che

$$n = N_c \cdot F_{\frac{1}{2}}(y)$$

potrebbe approssimare se $x - \eta \gg 1$ ho che

$$F_{\frac{1}{2}}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1 + e^{x-\eta}} dx \stackrel{\downarrow}{\approx} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-(x-\eta)} dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\eta} \underbrace{\int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx}_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}$$

$$= e^{\eta} = e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$$

e quindi ho che $n \approx N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$ per la M.B. approx.

OSS.: per la M.B. approx ho bisogno che $E_c - E_F$ sia almeno 2 o 3 volte kT

per quanto riguarda le lacune:

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E) (1 - f(E)) dE \quad (\text{analogamente a prima})$$

con $\eta = \frac{E_v - E_F}{kT}$

$$\boxed{p = N_v \cdot F_{\frac{1}{2}}(\eta)} \xrightarrow{\text{M.B. approx}} \boxed{p \approx N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}}$$

da ciò si deduce che cambiando la posizione di E_F nel diagramma energetico, varia anche il numero di elettroni/lacune nella banda di conduzione/valenza:

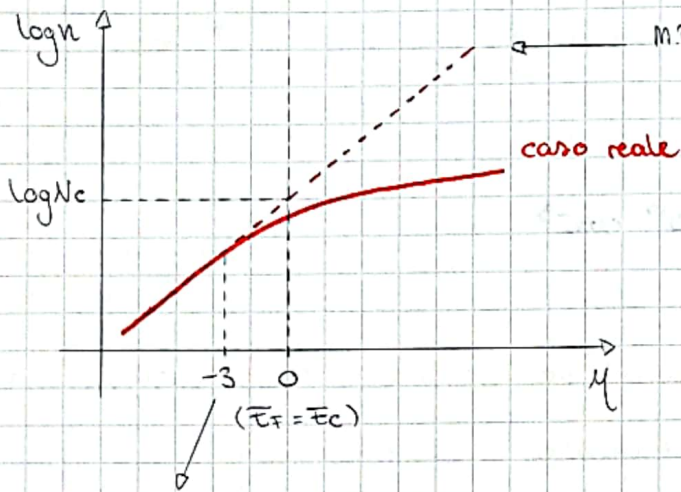
- se si sposta E_F verso E_c si aumenta esponenzialmente il numero di elettroni e si diminuisce quello di lacune
- se si sposta E_F verso E_v il contrario

per il Si ho che $N_c, N_v \sim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

↓
dipendono dalla temperatura $\sim T^{\frac{3}{2}}$

ma qual è la posizione di E_F nel diagramma?

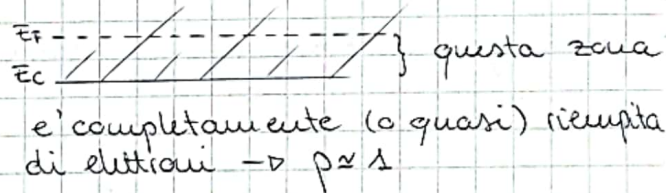
rappresento $n(\mu)$ secondo l'approx. M.B.



M.B. approx (crescita espon.)

caso reale

in realtà l'aumento è meno repentino perché:



inizio avere un errore quando ho $\mu = -3$

ma nel caso in cui andiamo a calcolare tale probabilità con l'approx otteniamo una probabilità > 1 che non è fisicamente significativa \Rightarrow sovrastima la concentrazione

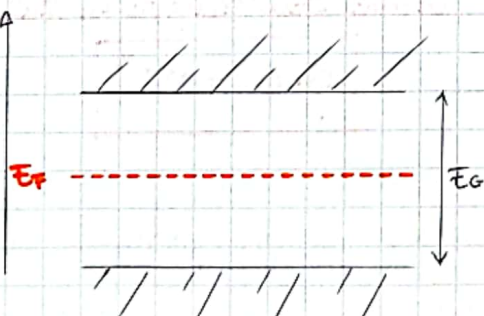
OSS.: in un semiconduttore intrinseco $n = p$ perciò posso calcolarmi E_F dalle equazioni di n e p , eguagliandole.

$$N_c e^{\frac{-E_c - E_F}{kT}} = N_v e^{\frac{-E_F - E_v}{kT}}$$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{\frac{E_c - E_F}{kT}} e^{\frac{-E_F - E_v}{kT}} = e^{\frac{E_c + E_v - 2E_F}{kT}}$$

otengo così E_F : $E_F = \frac{E_c - E_v}{2} - \underbrace{kT \ln \frac{N_c}{N_v}}_{0,5 kT}$

$0,5 kT \rightarrow$ trascurabile



sta circa a metà n non fosse per un fattore correttivo di $0,5 kT$

$$\Rightarrow n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} = N_c e^{-\frac{E_c - E_v}{2kT}} e^{\ln \left(\frac{N_c}{N_v}\right)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= N_c e^{-\frac{E_g}{2kT}} \sqrt{\frac{N_v}{N_c}} \Rightarrow \boxed{n = p = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2kT}}} = n_i \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{INTRINSIC} \\ \text{CARRIER} \\ \text{CONCENTRATION} \end{array} \right.$$

se aumentiamo E_g , diminuiamo exp (visto prima) la concentrazione di elettroni e quindi ho che affinché n_i non sia trascurabile $E_g \approx 1 eV$

ecco perché devo avere circa 1 eV per un semiconduttore

→ la dipendenza dalla temperatura evidenzia, poi, il fatto che se essa aumenta (sopra allo 0 K) il numero di elettroni che "saltano" allo stato di valenza aumenta

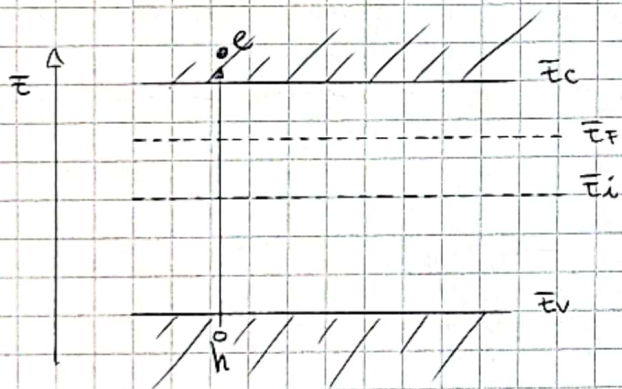
$$\text{per il Si @ RT} \Rightarrow n_i \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

posso generalizzare a un semiconduttore estrinseco (non intrinseco) e ricavarmi la formula anche per questo caso generale:

$$n \approx N_c e^{-\frac{E_c - E_F + E_i - E_i}{kT}} = \underbrace{N_c e^{-\frac{E_c - E_i}{kT}}}_{n_i} e^{-\frac{E_F - E_i}{kT}} = n_i e^{-\frac{E_F - E_i}{kT}}$$

facendo analogo per p:

$$p \approx \underbrace{p_i}_{n_i} e^{-\frac{E_i - E_F}{kT}} \quad (\text{che posso usare nel caso generico})$$



$$n \approx n_i e^{-\frac{E_F - E_i}{kT}}$$
$$p \approx n_i e^{-\frac{E_i - E_F}{kT}}$$

LEGGE DELL'AZIONE DI MASSA

da cui ottengo un'importante relazione

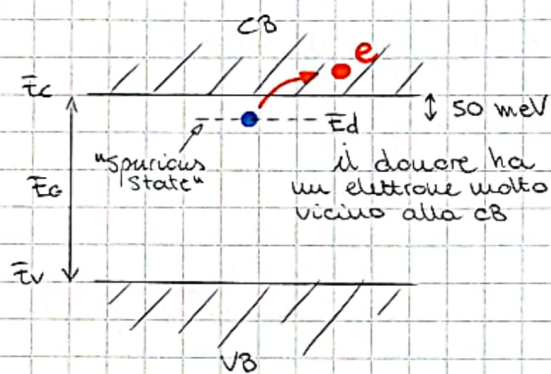
$$p \cdot n = n_i^2$$

in realtà il silicio puro non esiste e sono sempre presenti delle impurità. A volte queste "impurità" possono essere sfruttate per variare le proprietà fisiche e chimiche. Tale processo è detto **DROGGAGGIO** e può essere di tipo-n o di tipo-p a seconda che l'impurità aumenti la concentrazione di elettroni o di lacune

n-doped

→ II° group (As, P)

rimane un elettrone libero



→ l'impurità ionizza (+) e

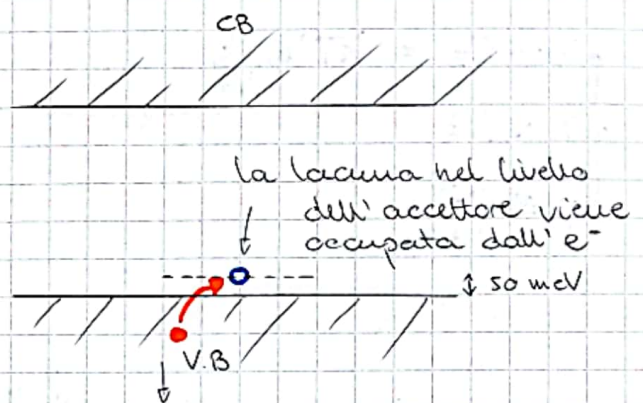
diventa un **DONORE**

→ N_d : concentrazione donore

→ N_d^+ : " donore ionizzato

p-doped

→ III° group (B)



si genera una lacuna

→ tale impurità è detta **ACCETTORE**

→ ho N_a e N_a^-

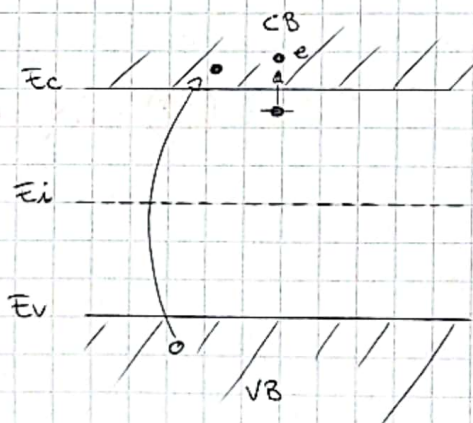
che ionizza negativamente

concentrazioni tipiche nel caso del silicio sono $10^{14} < N < 10^{21} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$

difficile fare un drogaggio uniforme netto

dovuto alla "solubilità"

Quando ho un materiale drogato:



ho una nuova equazione

$$n = p + N_d^+$$

$$N_c F_{\frac{1}{2}}(\eta) = N_v e^{-\frac{\bar{E}_F - \bar{E}_v}{kT}} + N_d \frac{1}{1 + 2e^{-\frac{E_d - \bar{E}_F}{kT}}}$$

↓
posso avere 2 spin in un livello energy.

da cui posso calcolarmi \bar{E}_F : è un'equazione difficile da risolvere analiticamente senza fare approssimazioni

$E_d - \bar{E}_F \gg kT \rightarrow$ cioè il livello \bar{E}_F è molto sotto \bar{E}_d

otteniamo così la COMPLETE IONIZATION APPROX. $\rightarrow N_d \approx N_d^+$

e l'equazione precedente diventa:

$$n_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} = \cancel{p} + N_d$$

@ RT (300 K) o vicino $\Rightarrow p$ è trascurabile rispetto a N_d

$$\hookrightarrow p < 10^{10} \text{ cm}^{-3} \quad N_d > 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$\begin{cases} E_c - E_F = kT \ln \frac{N_c}{N_d} \\ n \approx N_d \\ p \approx \frac{n_i^2}{N_d} \end{cases}$$

\rightarrow poiché la concentrazione degli elettroni è di molto superiore a quella delle lacune essi sono dette **majority carriers**

- se aumento $N_d \rightarrow E_c - E_F$ cala \Rightarrow muovo E_F vers E_c

- se continuo ad aumentare N_d , E_F si avvicina a E_d e l'approx non è più valida perché sono nel caso dell' **incomplete ionization** e non posso trascurare il secondo termine



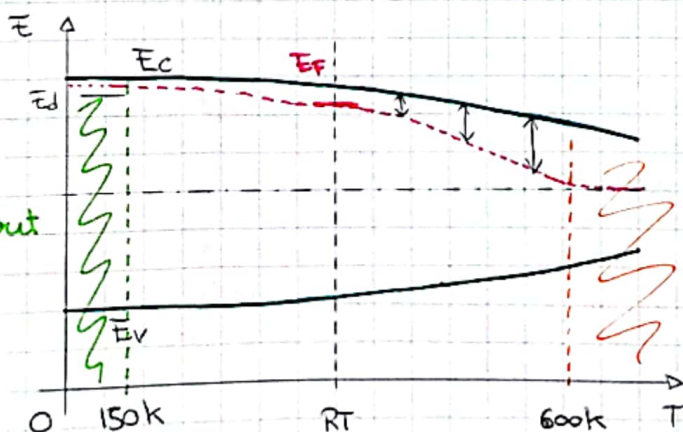
estremizzando ho un SEMICONDUCTORE DEGENERATO ($N_d \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$)



quando è così drogato il livello di Fermi è molto vicino al livello E_c e il semiconduttore è detto **n^+ -doped**

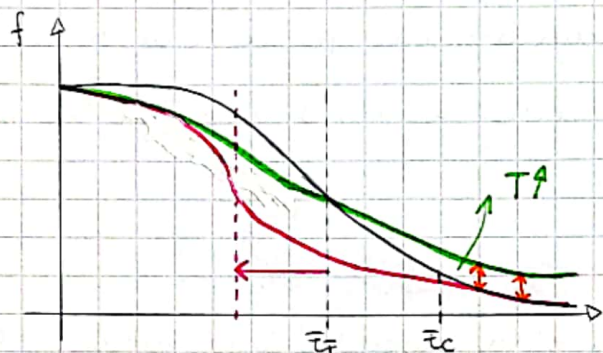


consideriamo la dipendenza dalla temperatura



se $T \uparrow$ allora $E_c - E_F$ aumenta

questo succede perché se consideriamo n , essa è indipendente dalla temperatura e deve rimanere costante $n \approx N_d$, ma questo vuol dire che



la probabilità aumenta e quindi anche n aumenta

$\Rightarrow E_F$ deve "retrocedere" per compensare questa variazione

quando T continua a crescere, questo risultato non è più valido perché a un certo punto p non è più trascurabile

$$n = p + N_d \Rightarrow \text{a un certo punto, } p \text{ domina su } N_d \Rightarrow \boxed{n \approx p}$$

semic. intrinseco

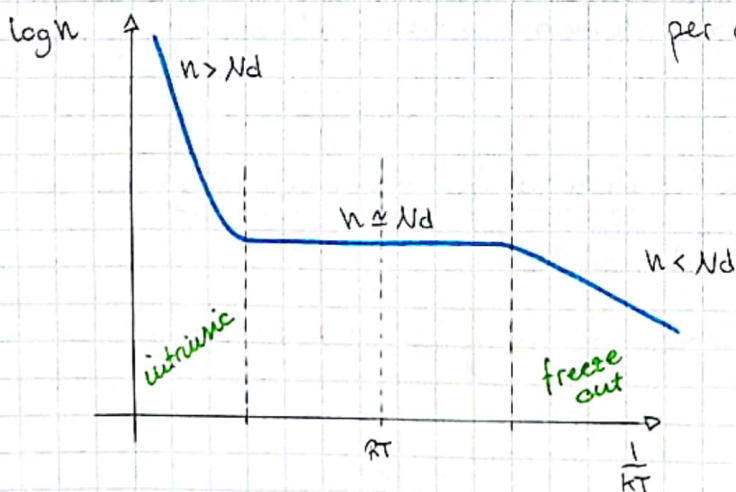
\Rightarrow il materiale diventa intrinseco (asintoticamente E_F va verso E_i)

dal lato opposto

$$n = p + N_d^+ \text{ posso trascurare } p, \text{ ma } N_d \neq N_d^+ \text{ e } n = N_d^+ < N_d$$

$\Rightarrow E_F$ raggiunge un livello intermedio (a metà) fra E_d e E_c

\rightarrow freeze-out regime



per quanto riguarda il p-doped

$$\left\{ \begin{array}{l} E_F - E_v = kT \ln \frac{N_v}{N_a} \\ p \approx N_a \\ n \approx \frac{n_i^2}{N_a} \end{array} \right.$$

nel caso di completa ionizz. (è analogo a quanto fatto)

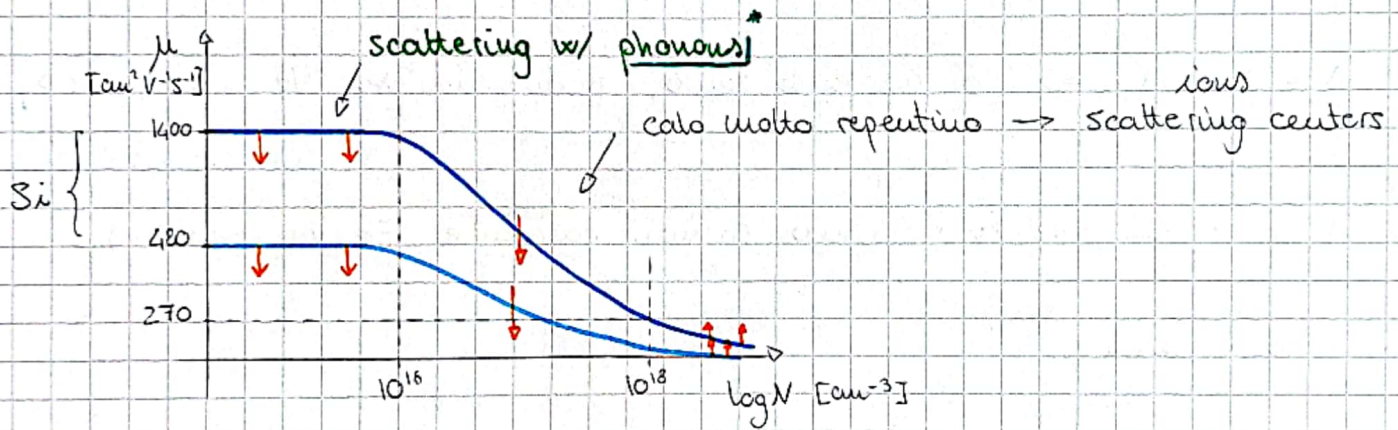
DRIFT VELOCITY

Se applichiamo un campo \vec{E} le cariche presenti vengono accelerate linearmente in assenza di altri fenomeni fisici (es. scattering). In un semiconduttore questo non succede e posso dire che la velocità media è data dalla relazione

$$\vec{v}_d = -\mu_n \vec{E} \quad \text{dove } \mu_n \text{ è la mobilità degli elettroni } [\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}]$$

$$\vec{v}_d = \mu_p \vec{E} \quad \text{per le lacune } (\mu_p: \text{ " delle lacune})$$

la mobilità è funzione della concentrazione del drogante:

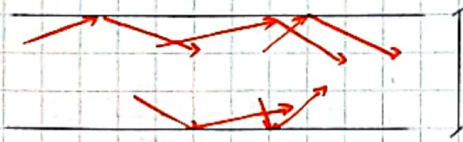


la mobilità diminuisce molto perché le impurità introdotte sono ioni che aumentano i fenomeni di scattering e il flusso viene rallentato

* il **FONONE** è una quasi-particella che descrive un quanto di vibrazione di un reticolo cristallino → dualismo onda-particella (= fotone)

- quando aumento la temperatura aumento gli stati vibrazionali e quindi i fononi → la mobilità scende
- ad alte concentrazioni d'impurità → si riduce lo scattering

se si riduce lo spessore del semiconduttore ho un fenomeno di



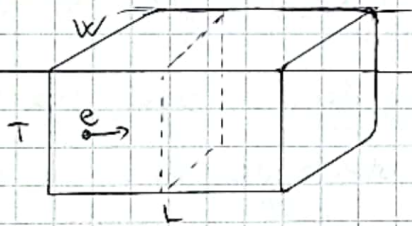
scattering con la superficie
che riduce molto la mobilità
(succede nei transistor, ad esempio)

Data la velocità ottengo la densità di corrente di deriva (drift)

$$\left. \begin{aligned} \vec{J}_n &= -qn\vec{v}_d = qn\mu_n\vec{E} \\ \vec{J}_p &= qp\vec{v}_d = qp\mu_p\vec{E} \end{aligned} \right\} \vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = (qn\mu_n + qp\mu_p)\vec{E}$$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$
electrical conductivity/resistivity

un'altra importante "resistività" è la **SHEET-RESISTIVITY**:



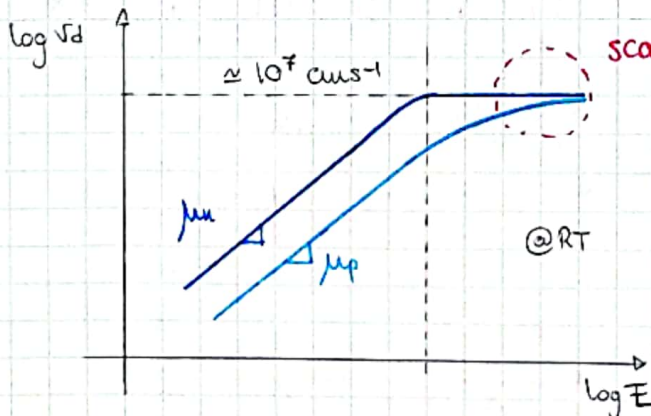
$$R = \rho \frac{L}{wT} = \frac{\rho}{T} \cdot \frac{L}{w} = \rho_{sh} \frac{L}{w} \quad [\Omega/\square]$$

resistenza ai capi del semiconduttore

→ T è fisso in una tecnologia → anche ρ_{sh}

$$\left\{ \begin{aligned} N_d &= 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\ \mu_n &= 100 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{ s}^{-1} \\ T &= 100 \text{ nm} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \rho &\approx 6,25 \cdot 10^3 \Omega \text{ cm} \\ \rho_{sh} &\approx 625 \Omega/\square \end{aligned} \right. \quad \text{esempio di valori ...}$$

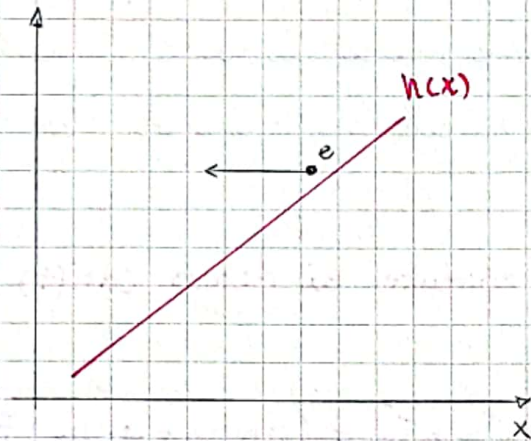
grafichiamo la $v_d(T)$:



scattering con fononi ottici causa saturazione

↓
molto importante nell'analisi dei transistor con un canale lungo

DIFFUSION VELOCITY



$$\vec{J}_n = q D_n \frac{dn}{dx}$$

$$\vec{J}_p = -q D_p \frac{dp}{dx}$$

↓
diffusion coefficient

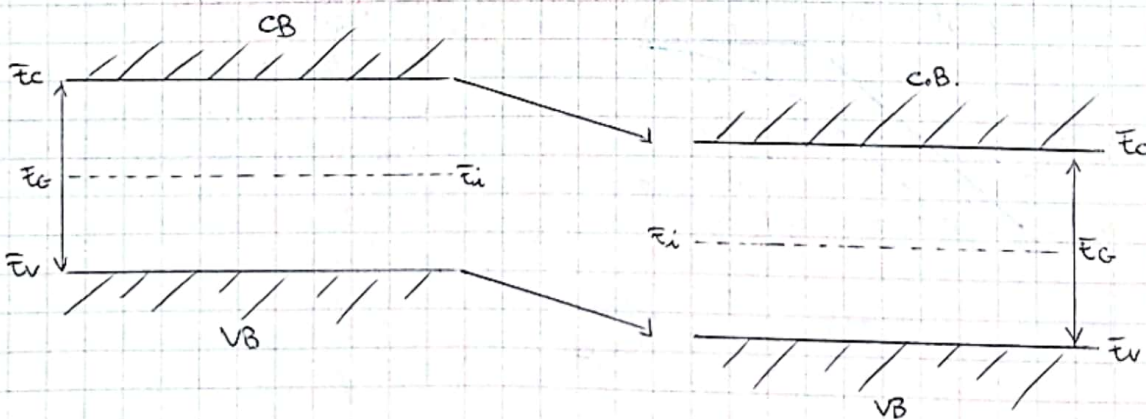
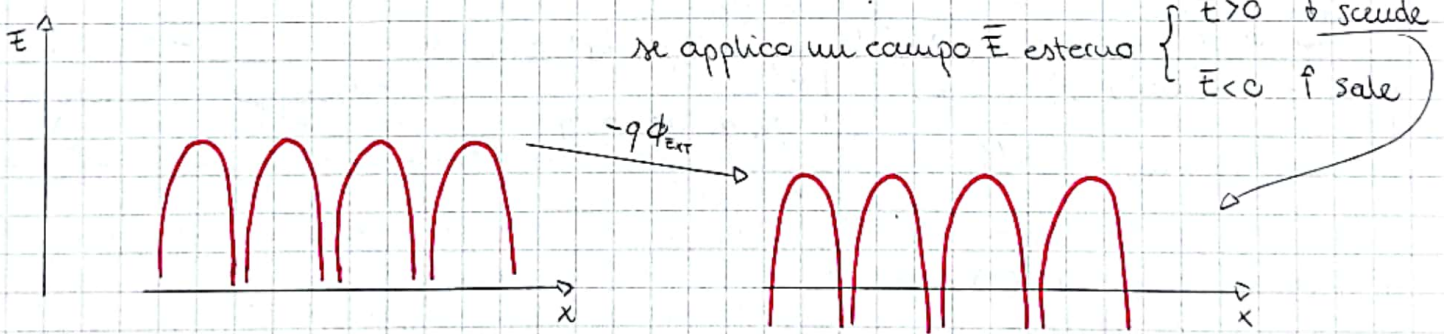
$$D_n = \mu_n \frac{kT}{q}$$

$$D_p = \mu_p \frac{kT}{q}$$

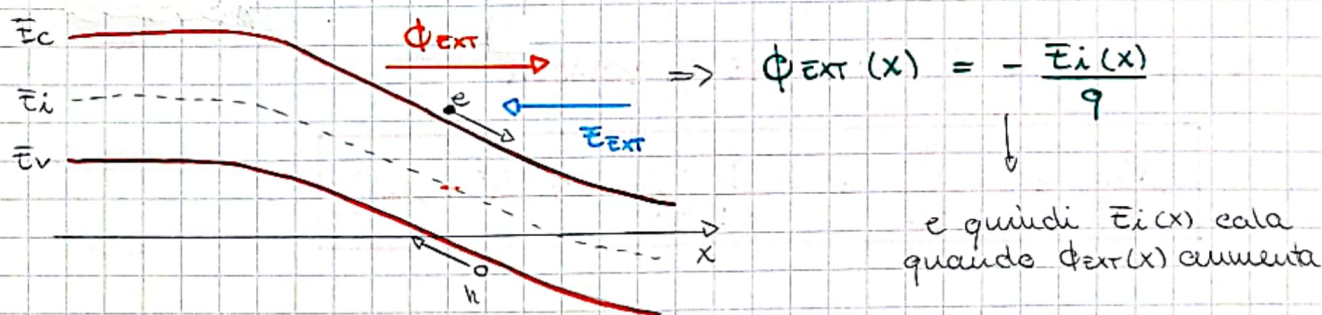
} drift e diffusion sono due processi legati fra loro

POTENZIALE ELETTROSTATICO E CAMPO ELETTRICO NEL SEMICONDUCTORE

in un cristallo c'è una disposizione regolare degli atomi nello spazio e quindi gli elettroni sono soggetti a un potenziale periodico dei nuclei degli atomi che formano il reticolo cristallino



più generalmente posso dire che se \bar{E} varia lungo x , allora pure il gap vertical cambia con x "vertical shift"



e quindi, poiché' ho un potenziale elettrostatico, ho pure un campo elettrico:

$$\bar{E}_{EXT} = -\frac{d\Phi_{EXT}(x)}{dx} \quad \text{e quindi ha verso opposto all'aumento del potenziale elettrostatico}$$

da cui posso dedurre la direzione in cui si muovono le cariche (e, h)

posso ricavarmi la forza di Coulomb su ogni elettrone

$$-q\bar{E}_{EXT} = \frac{d(\hbar k)}{dT} = m_x \frac{dv_x}{dt}$$

↓
dalla meccanica quantistica

sotto la **e.m. approx.** posso ricavare che $\hbar k = m_x v_x$

↓
posso considerare una particella come libera e soggetta solo al campo \bar{E}_{EXT} , ma devo considerare per questa particella solo la propria massa effettiva

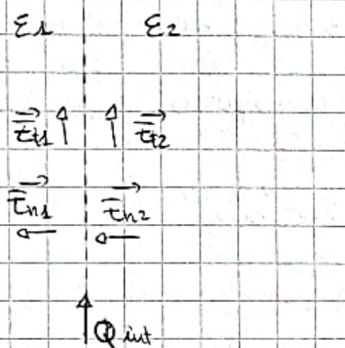
⇒ d'ora in poi posso studiare il moto delle particelle indagando solo il campo elettrico applicato e trascurando tutti gli altri risultati che sono considerati all'interno della massa effettiva della particella

$$\left\{ \begin{aligned} E &= -\frac{d\phi}{dx} \\ \frac{dE}{dx} &= \frac{\tilde{\rho}}{\epsilon_{si}} \quad (\text{nel caso del silicio}) \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(-\frac{d\phi}{dx} \right) = \frac{\tilde{\rho}}{\epsilon_{si}}$$

da cui derivo l' **EQUAZIONE DI POISSON**

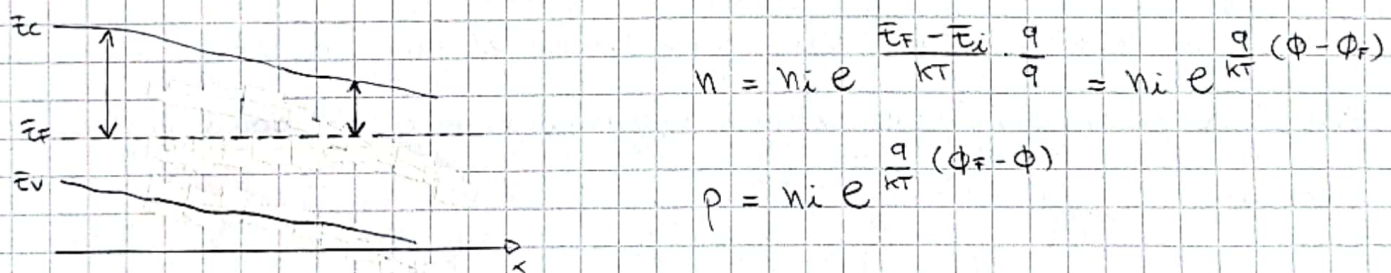
$$\boxed{\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{\tilde{\rho}}{\epsilon_{si}} = -\frac{q}{\epsilon_{si}} (p - n + N_d^+ - N_a^-)}$$

nel caso ho un'interfaccia fra due diversi materiali devo porre le seguenti condizioni al contorno



$$\left. \begin{aligned} E_{t1} &= E_{t2} \\ \epsilon_1 E_{n1} &= \epsilon_2 E_{n2}, \quad Q_{int} = 0 \\ \epsilon_1 E_{n1} - \epsilon_2 E_{n2} &= Q_{int} \quad [C/cm^2] \end{aligned} \right\}$$

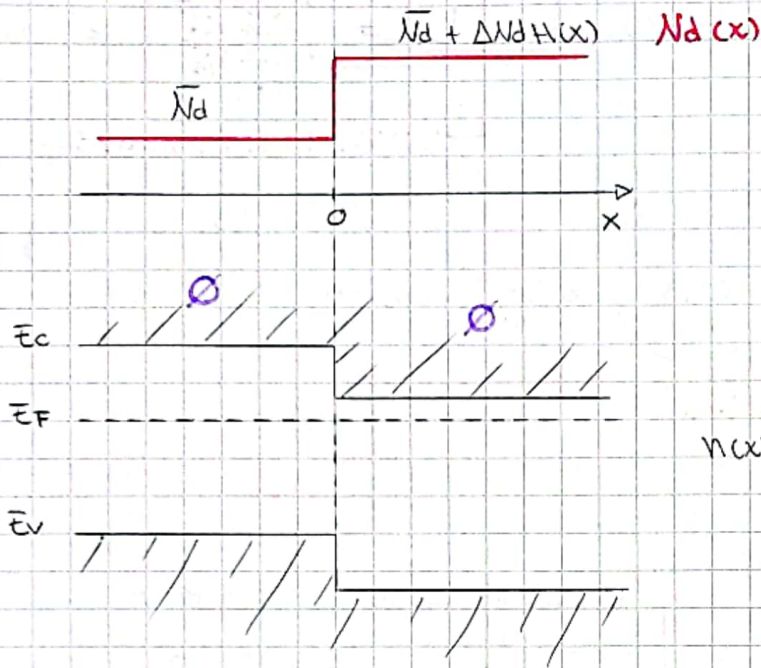
non solo i livelli energetici variano, ma anche n e p perché varia il gap tra E_c e E_v , e E_v e E_c ; E_F rimane costante:



$$\boxed{\phi_F = \frac{-E_F}{q}}$$
 e' detto **potenziale di Fermi**

\Rightarrow l'eq. di Poisson non e' lineare perché anche n e p sono $n(\phi)$ e $p(\phi)$ (II ordine e non lineare)

consideriamo ora un'incremento (a step) della concentrazione del donore



otteniamo quindi un diagramma energetico che ha il seguente andamento:

$$n(x) \approx Nd(x)$$

↳ una variazione così netta vuol dire che ho la stessa variazione del potenziale ϕ e quindi un campo $\vec{E} \rightarrow +\infty$

→ NON HA SENSO FISICO

cio' anche perché non ho cariche esposte in entrambe le zone e quindi non posso avere una variazione di \vec{E} (tantomeno infinita)

→ possiamo ottenere il profilo corretto **risolvendo l'equazione di Poisson** nel caso di n-doped

$$\bullet p=0 \wedge Na^+=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_{si}} (-n + Nd)$$

possiamo semplificare i calcoli ipotizzando $\Delta Nd \ll \bar{Nd}$ e quindi:

$$\Rightarrow n = n_i e^{\frac{q}{kT}(\bar{\phi} - \phi_F)} = \bar{Nd} \quad \Rightarrow \quad \phi(x) = \phi + \Delta\phi$$

dall'espressione di n ricavo:

$$n = n_i e^{\frac{q}{kT}(\phi - \phi_F)} = n_i e^{\frac{q}{kT}(\bar{\phi} + \Delta\phi - \phi_F)} = \bar{Nd} e^{\frac{q}{kT}\Delta\phi} \approx \bar{Nd} \left(1 + \frac{q}{kT}\Delta\phi\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_{si}} \left(-\bar{Nd} - \frac{q\bar{Nd}}{kT}\Delta\phi + \bar{Nd} + \Delta Nd H(x)\right) = \frac{q^2\bar{Nd}}{\epsilon_{si}kT}\Delta\phi - \frac{q\Delta Nd}{\epsilon_{si}} H(x)$$

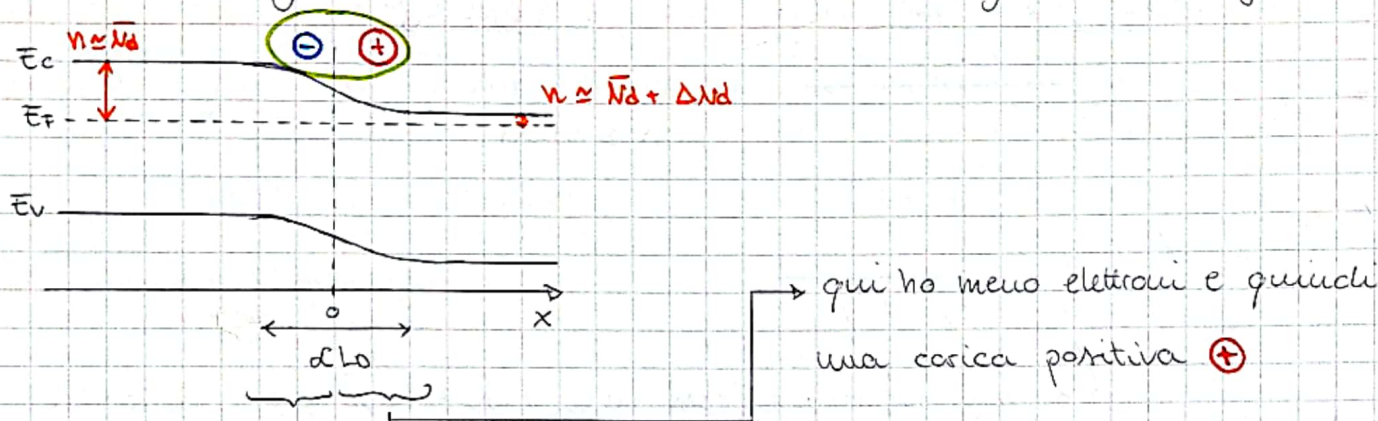
termine costante

si dimostra che le soluzioni sono

$$\Delta\phi(x) \propto e^{\pm \frac{x}{L_D}} \quad \text{dove la distanza } L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_n \epsilon_0 kT}{q^2 N_D}} \quad \text{e' detta}$$

LUNGHEZZA DI DEBYE

→ essa e' la lunghezza caratteristica che mi dice in quanto spazio cambia il diagramma a bande (2,3 volte la lunghezza di Debye)



in questa zona ho che n aumenta e diventa maggiore di N_D che rimane costante (prima dello step in zero) e quindi ho una concentrazione di elettroni maggiore (carica negativa \ominus)

→ la carica totale e' nulla (legge di Gauss)

$$\begin{aligned} \text{con una } \bar{N}_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} &\Rightarrow L_D \approx 4 \text{ nm} \\ \text{con una } \bar{N}_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3} &\Rightarrow L_D \approx 40 \text{ nm} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{con una } \bar{N}_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \\ \text{con una } \bar{N}_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}} \right\} \text{ e' pochi nanometri!}$$

Se la variazione di $N_D(x)$ e' lenta rispetto alla L_D , allora si puo' dire che l'approx. fatta prima e' valida

$$n(x) \approx N_D(x)$$

possiamo riformulare l'equazione della densità di corrente in maniera
+ compatta utilizzando i risultati ottenuti:

$$\begin{aligned}
 J_n &= \underbrace{qn\mu_n \bar{E}}_{\text{DRIFT}} + \underbrace{qDn \frac{dn}{dx}}_{\text{DIFFUSION}} \\
 &= -qn\mu_n \frac{d\phi}{dx} + q\mu_n \frac{kT}{q} \frac{d}{dx} \left(n_i e^{\frac{q}{kT}(\phi - \phi_F)} \right) \\
 &= -qn\mu_n \frac{d\phi}{dx} + q\mu_n \frac{kT}{q} \underbrace{n_i e^{\frac{q}{kT}(\phi - \phi_F)}}_n \cdot \frac{q}{kT} \left(\frac{d\phi}{dx} - \frac{d\phi_F}{dx} \right) \\
 &= -q\mu_n n \frac{d\phi}{dx} + q\mu_n n \left(\frac{d\phi}{dx} - \frac{d\phi_F}{dx} \right) \\
 &= -q\mu_n n \frac{d\phi_F}{dx}
 \end{aligned}$$

analogo posso fare per J_p ottenendo:

$$\begin{cases}
 J_n = -qn\mu_n \frac{d\phi_F}{dx} \\
 J_p = -qp\mu_p \frac{d\phi_F}{dx}
 \end{cases}$$

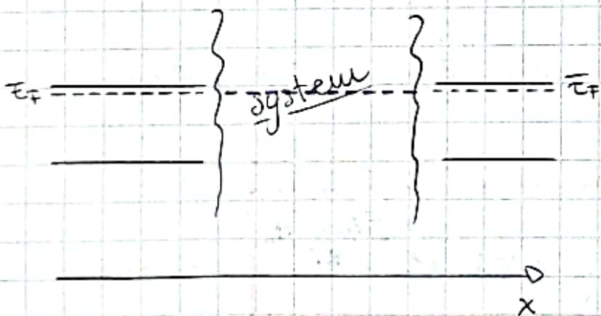
all' equilibrio termodinamico ho che

$$\begin{cases}
 J_n = 0 \\
 J_p = 0
 \end{cases}$$

questo perché i due termini (DRIFT e DIFFUSION) si bilanciano

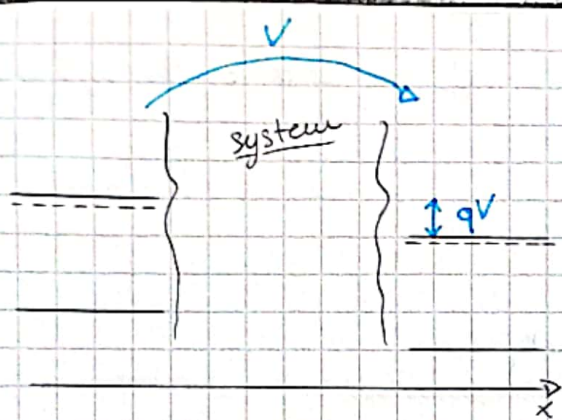
CONTACT

consideriamo il seguente sistema



se il sistema inizialmente è all'equilibrio termodinamico ha un solo livello di Fermi

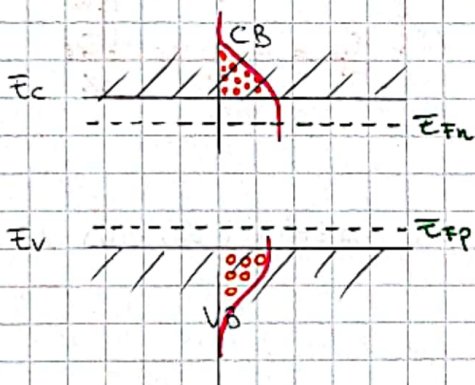
ora perturbiamo l'equilibrio applicando una tensione tra i due semiconduttori (ai lati del sistema)



in questo caso il sistema e' in una condizione di **NON EQUILIBRIO** perche' non ho un livello di Fermi costante in tutto il sistema

→ non possiamo dire nulla al riguardo → non possiamo usare le formule ricavate perche' esse valgono solo all'equilibrio termodinamico

→ per recuperare i risultati faccio l'approssimazione di **quasi-equilibrio approximation**



gli elettroni sono comunque concentrati nel fondo della banda seguendo la Fermi-Dirac statistic, anche se non c'e' equilibrio

questo perche' la perturbazione e' così debole che non e' in grado di modificare la distribuzione delle cariche (F-D statistic)

⇒ posso definire due livelli detti **quasi-Fermi level** (\bar{E}_{Fn} e \bar{E}_{Fp})

otengo nuove formule sostituendo coerentemente \bar{E}_F con \bar{E}_{Fn} o \bar{E}_{Fp} :

$$\begin{cases} n = n_i e^{\frac{\bar{E}_{Fn} - E_i}{kT}} \\ p = n_i e^{\frac{E_i - \bar{E}_{Fp}}{kT}} \end{cases}$$

da cui ricavo

$$n \cdot p = n_i^2 e^{\frac{\bar{E}_{Fn} - \bar{E}_{Fp}}{kT}}$$

detta

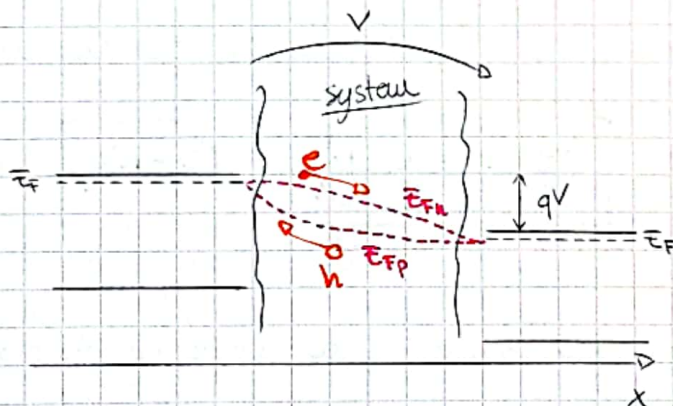
LEGGE GENERALIZZATA DELL'AZIONE DI MASSA

tale prodotto non e' costante ma dipende dalla posizione di \bar{E}_{Fn} rispetto a \bar{E}_{Fp}

ricaviamo ora le correnti:

$$J_n = -q n \mu_n \frac{d\phi_{Fn}}{dx} = n \mu_n \frac{dE_{Fn}}{dx}$$

$$J_p = -q p \mu_p \frac{d\phi_{Fp}}{dx} = p \mu_p \frac{dE_{Fp}}{dx}$$



→ gli elettroni si muovono da dove E_{Fn} è maggiore a dove è minore (drift e diffusione indistinguibili)

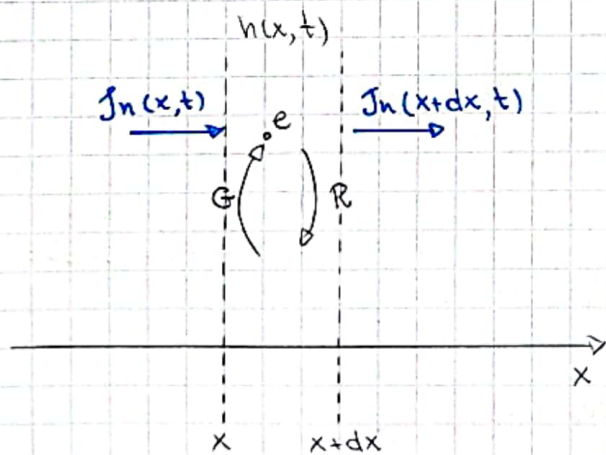
→ le lacune si muovono in maniera opposta, da dove E_{Fp} è minore verso dove è maggiore

$$\begin{cases} \bar{E}_{Fn} = \bar{E}_{Fn}(x) \\ \bar{E}_{Fp} = \bar{E}_{Fp}(x) \\ \phi = \phi(x) \end{cases}$$

mentre all'equilibrio ho solo ϕ come incognita
quando ho il quasi-equil. ho anche altre due funzioni incognite

⇒ l'equazione di Poisson non è più abbastanza e me ne servono altre due: queste sono le equazioni di continuità degli elettroni e delle lacune che vedremo

Consideriamo un dx :



$$\frac{dn}{dt} dx = - \frac{J_n(x,t)}{q} + \frac{J_n(x+dx,t)}{q} + \underbrace{(G-R)}_{\text{numero di elettroni generati e ricombinati per area unitaria}} dx$$

numero di elettroni generati e ricombinati per area unitaria

possiamo espandere $J_n(x+dx,t)$ come
 $J_n(x+dx,t) \approx J_n(x,t) + \frac{dJ_n}{dx} dx$

$$\Rightarrow \frac{dn}{dt} dx = - \frac{J_n(x,t)}{q} + \frac{J_n(x,t)}{q} + \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} dx + (G-R) dx$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} + (G-R)_e} \quad \text{e l'equazione di continuità degli elettroni}$$

che posso ricavare anche per le lacune:

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + (G-R)_h}$$
 e' l'equazione di continuita' delle lacune

che insieme alla legge di Poisson mi permettono di ricavare $\phi, \bar{E}_n, \bar{E}_p$

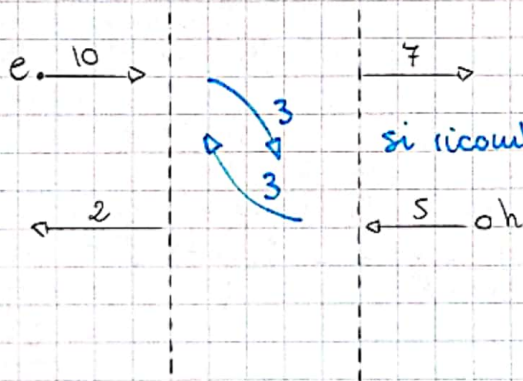
(POISSON)
$$\boxed{\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_{si}} (p-n + Nd^+ - Na^-)}$$

in regime stazionario ho: $(G-R)_e = (G-R)_h = (G-R) @ \text{STAZ.}$

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + (G-R) \\ 0 = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + (G-R) \end{cases} \Rightarrow \text{posso ricavare una unica relazione lineare}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} (J_n + J_p) \Rightarrow J_n + J_p = \text{costante}$$

fisicamente significa che:

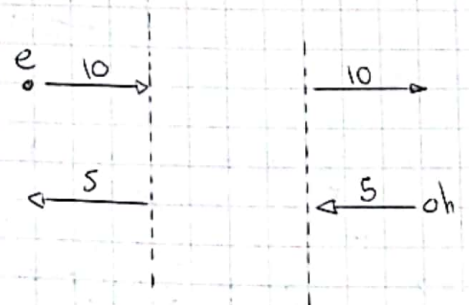


si ricombinano: ne' elettroni, ne' lacune possono sparire

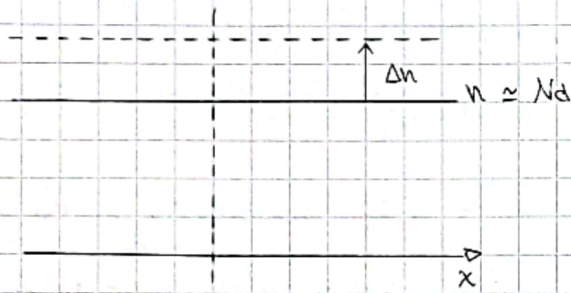
in regime stazionario, senza $(G-R)$ ho che:

$$0 = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} J_n \Rightarrow J_n = \text{costante}$$

$$0 = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} J_p \Rightarrow J_p = \text{costante}$$



assumiamo di avere la seguente situazione



al tempo $t=0$ aumentiamo di Δn la concentrazione di elettroni

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon n} (\cancel{n} - n + Nd^* - \cancel{Nd})$$

sostituisco quanto nel diseguo

$$\longrightarrow = \frac{-q}{\epsilon n} (-\cancel{Nd} - \Delta n + \cancel{Nd})$$

$$= + \frac{q}{\epsilon n} \Delta n$$

se la carica $e' \neq 0$ abbiamo un campo $E \neq 0$

$$= - \frac{dE}{dx}$$



gli elettroni tendono a "scappare" dal materiale e la concentrazione di elettroni cala nel tempo, grazie all'azione del campo elettrico

dobbiamo riferirci all'eq. di continuita':

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJn}{dx} + (G - R)$$

e' trascurabile perche' la costante di tempo del processo G/R e' molto + lunga del tempo necessario agli elettroni per uscire dal sistema

$$= \frac{1}{q} (qn\mu_n) \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$= - \frac{1}{q} \sigma \frac{q \Delta n}{\epsilon n} = - \frac{\Delta n}{\rho \epsilon n}$$

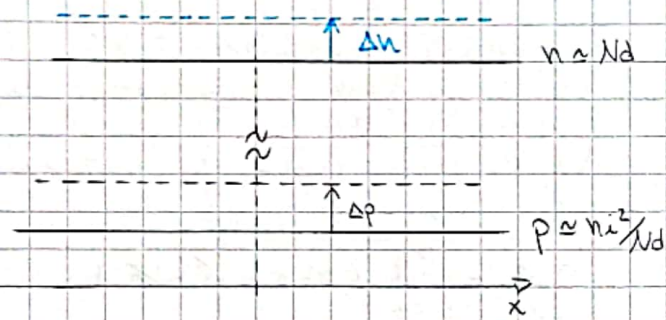
\Rightarrow la soluzione di questa equazione e'

$$\Delta n(t) = \Delta n(0) e^{-\frac{t}{\rho \epsilon n}}$$

la costante di tempo $\rho \epsilon n$ e' detta **dielectric relaxation time**

\Rightarrow e' nell'ordine dei ps (la resistenza e' molto bassa!)

facciamo la stessa cosa (sempre in un n-doped) per le lacune:



→ creo un eccesso di cariche +
che tende a respingere le altre
lacune

→ ma le lacune sono **portatori di carica minoritaria** e quindi la
resistività (per le lacune) è + grande ⇒ il tempo è lungo e non viene
detto relaxing time

$$\frac{1}{\rho} = q\mu_n$$

→ inoltre le cariche + attragono elettroni nel materiale molto + velocemente
(con la costante di rilas. diel.) tale che:

$\Delta n \approx \Delta p$ generando una **quasi-neutral region**

ma il sistema non è in equilibrio termodinamico

→ quello che succede è che (+ lentamente) avviene la ricombinazione
tra elettroni e lacune, ristabilendo l'equilibrio

quindi:

① $\Delta n \approx \Delta p \Rightarrow$ quasi-neutral region

② R

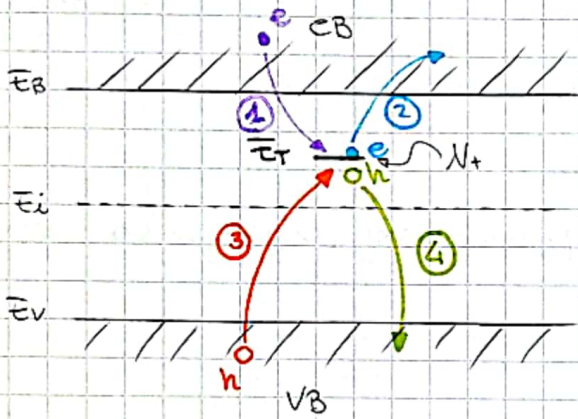
L'analisi può partire dal punto ② perché il punto ① è così veloce che
è praticamente istantaneo e accade molto prima della ricombinazione

SHOCKLEY - READ - HALL THEORY (SRH)

ce ne sono altre:

- RADIATIVA
- NON. RAD.
- AUGER
- BANDA-BANDA

è la teoria che descrive i processi di GENERAZIONE - RICOMBINAZIONE che sono assistiti da dei difetti reticolari che creano degli stati energetici spuri nel gap fra le bande del semiconduttore



N_T : densità delle impurità

questi difetti sono step intermedi per gli elettroni che vogliamo cambiare banda

posso avere vari tipi di processi:

- ① il difetto vuoto cattura un elettrone
- ② il difetto pieno cede un elettrone
- ③ il difetto pieno cattura una lacuna
- ④ il difetto vuoto cede una lacuna

abbiamo un **EVENTO DI RICOMBINAZIONE** quando il difetto cattura un elettrone e una lacuna, che si ricombinano nel livello E_T : 1+3

invece, abbiamo un **EVENTO DI GENERAZIONE** nel caso opposto: 2+4

→ nel caso del silicio, questo effetto di GeR assistito è quello dominante e che determina l'intero GeR

nei semiconduttori a gap indiretto

va analizzato nel dettaglio

(BANDA-BANDA in quelli a gap diretto)

consideriamo i seguenti processi:

1) posso definire una rate r_1 che e' il numero di elettroni che sono catturati in un volume unitario e in un tempo unitario dall'impurita'

$$r_1 = N_t \cdot (1-f) \cdot \underbrace{N_i V_{th} \sigma_n}_{e_n} \rightarrow \text{numero di elettroni in c.B.} \times \text{velocita'} \times \text{cross-section}$$

$[cm^{-3}] \quad [cm^{-3}] \cdot [cm s^{-1}] \cdot [cm^2] = [s^{-1}]$
 $[cm^{-3} s^{-1}]$

\downarrow
 numero dei difetti

\hookrightarrow probabilita' che l'impurita' sia vuota

- f e' dato dalla statistica F-D solo all'equilibrio termodinamico, altrimenti e' diversa!

2) analogamente possiamo definire:

$$r_2 = N_t \cdot f \cdot e_n$$

\hookrightarrow emission rate

possiamo calcolare e_n nell'ipotesi di **equilibrio termodinamico**:

• $\Rightarrow f = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{kT}(E_t - E_i)}}$

• $\Rightarrow r_1 = r_2$ (devo avere un bilanciamento tra processi di segno opposto)

ottengo così:

$$N_t f e_n = N_t (1-f) N_i V_{th} \sigma_n \Rightarrow e_n = \frac{1-f}{f} N_i V_{th} \sigma_n$$

$N_i e^{\frac{1}{kT}(E_t - E_i)}$

$e^{\frac{1}{kT}(E_t - E_i)}$

$$e_n = N_i V_{th} \sigma_n e^{\frac{E_t - E_i}{kT}}$$

\rightarrow se n_i muove E_t verso E_c (lontano da E_i) $\rightarrow e_n$ aumenta esponenzialmente.
 \Rightarrow il processo diventa sempre piu' probabile e la rate aumenta esponenzialmente

→ ma C_n non cambia in base alla posizione e rimane invariata (questo perché perdiamo energia quando l'elettrone cade in \bar{E}_T)

3) $r_3 = N_t \cdot f \cdot p v_{th} \sigma_p$ molto simile a r_1

4) $r_4 = N_t (1-f) e_p$

all'equilibrio termodinamico ($r_3 = r_4$) ho
$$e_p = n_i v_{th} \sigma_p e^{\frac{\bar{E}_i - \bar{E}_T}{kT}}$$

→ in questo caso la probabilità nel tempo che una lacuna sia emessa verso v.B aumenta esponenzialmente mano a mano che muoviamo \bar{E}_T verso tale banda: questo perché tale emissione corrisponde al salto di un elettrone dalla v.B a \bar{E}_T (guadagna energia)

da tali processi posso calcolarmi:

NET RECOMBINATION RATE [$\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$]

$$R = \frac{pn - n_i^2}{\tau_0 \left[p + n + 2n_i \cosh \frac{\bar{E}_T - \bar{E}_i}{kT} \right]}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_0 = \frac{1}{N_t v_{th} \sigma} \\ \sigma = \sigma_n = \sigma_p \end{array} \right.$$

che ottengo imponendo $R = r_1 - r_2 = r_3 - r_4$ e valida assumendo

→ è il risultato + importante della teoria SRH che permette di indagare la rate della GENERAZIONE e RICOMBINAZIONE nel semiconduttore in funzione della concentrazioni p e n e dalla posizione, densità e cross-section delle impurità

se $R > 0$ ho **NET RECOMBINATION**

se $R < 0$ ho **NET GENERATION**

⇒ la formula descrive entrambi i processi !!!

analizziamo il segno di R :

- il denominato > 0 sempre
- il numeratore fa il segno di R

- $p_n = n_i^2 \Rightarrow R = 0$ non ho G-R (infatti sono all'equilibrio)
- $p_n > n_i^2 \Rightarrow R > 0$ ho net recombination che cerca di riportarci all'equilibrio
- $p_n < n_i^2 \Rightarrow R < 0$ ho net generation

riscrivo il numeratore:

$$p_n - n_i^2 = n_i^2 \left(e^{\frac{\bar{E}_{Fn} - \bar{E}_{Fp}}{kT}} - 1 \right) \quad \text{e quindi ricavo che}$$

- $\bar{E}_{Fn} = \bar{E}_{Fp} \Rightarrow R = 0$
- $\bar{E}_{Fn} > \bar{E}_{Fp} \Rightarrow R > 0$
- $\bar{E}_{Fn} < \bar{E}_{Fp} \Rightarrow R < 0$

Consideriamo ora la dipendenza da \bar{E}_T :

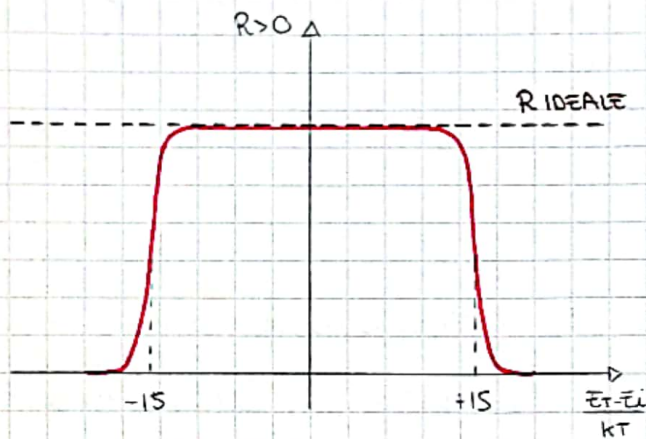
si vede subito che l'unico termine che dipende da \bar{E}_T e' il coseno iperbolico $\Rightarrow R$ e' max quando $\bar{E}_T = \bar{E}_i$

\rightarrow poiche' il coseno iperbolico e' pari ho che R dipende dalla posizione relativa di \bar{E}_T rispetto a \bar{E}_i (sopra e' uguale a sotto)

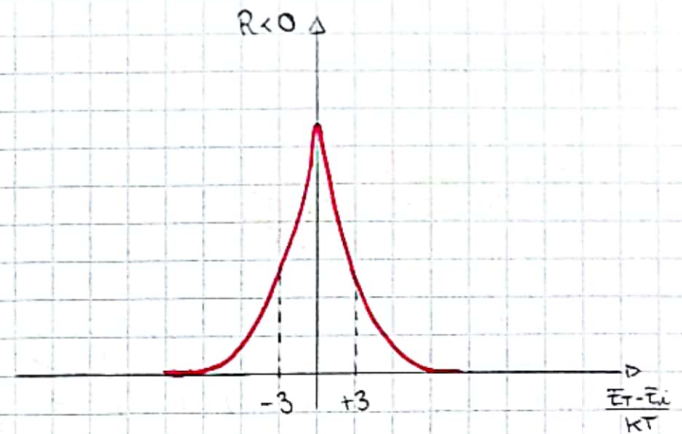
\rightarrow posso graficare R in funzione di \bar{E}_T in due casi:

- generazione
- ricombinazione

RICOMBINAZIONE



GENERAZIONE



la ragione per cui nel caso della generazione ho un picco molto + stretto e semplice è dovuta al fatto che matematicamente:

- quando $R > 0$ ho che p e n sono dominanti rispetto a n_i^2 e quindi al denominatore il \cosh è molto inferiore a p e n e quindi deve crescere molto prima che diventi comparabile a p e n
- quando $R < 0$, n_i^2 è molto maggiore di p e n e quindi il \cosh è dominante fin da subito e R è molto + sensibile alla sua variazione

Consideriamo di essere nel caso di $R > 0 \Rightarrow$ in corrispondenza solo dei processi ① e ③, allora posso dire che:

$$R = r_1 = r_3$$

$$\cancel{N} (1-f) n_i \cancel{\sigma_n} = \cancel{N} f p_i \cancel{\sigma_p} \quad \text{se } \sigma_p = \sigma_n \text{ ottengo } f:$$

$$\Rightarrow f = \frac{n}{p+n} \quad \text{da cui posso ricavarmi } R \text{ (sostituendo sopra)}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{pn}{\tau_0 [p+n]}} \quad \text{ottengo un valore di } R \text{ che è ideale e che non dipende da } \bar{E}_T$$

\Rightarrow ma se si muove \bar{E}_T troppo vicino alla c.b. oltre ai processi ① e ③, si genera anche il processo ② che aumenta esp. avvicinando \bar{E}_T a \bar{E}_c : \bar{E}_T cattura un certo numero di e^- , ma prima che possa catturare lacune, li rimette sempre verso c.b. (z è dominante)

Nel caso in cui $R < 0$ allora i processi dominanti sono ② e ④ e posso semplificare nuovamente la formula:

$$R = \frac{-1}{\tau_0 \cdot 2 \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}}$$

→ quando si muove E_T sopra o sotto E_i , si riducono le probabilità che avvenga il processo ② o ④ e quindi anche la probabilità che avvenga la generazione

Consideriamo il caso particolare di una quasi-neutral region e un low level of injection; ciò vuol dire che:

$$\begin{cases} n = n_0 + \Delta n \\ p = p_0 + \Delta p \\ \Delta n = \Delta p \ll n_0 + p_0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R &= \frac{(p_0 + \Delta n)(n_0 + \Delta n) - n_i^2}{\tau_0 [p_0 + n_0 + 2\Delta n + 2n_i \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}]} = \frac{\overset{\text{all' equilibrio}}{p_0 n_0 + \Delta n n_0 + p_0 \Delta n + \Delta n^2 - n_i^2}}{\tau_0 [p_0 + n_0 + 2\Delta n + 2n_i \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}]} = \\ &= \frac{\Delta n (p_0 + n_0 + \Delta n)}{\tau_0 [p_0 + n_0 + 2\Delta n + 2n_i \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}]} \quad \text{e quindi ponendo } \tau_n = \tau_0 \frac{p_0 + n_0 + 2n_i \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}}{p_0 + n_0} \end{aligned}$$

$$R = \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

⇒ R è proporzionale alla variazione Δn secondo la costante τ_n (exp. decay. time)

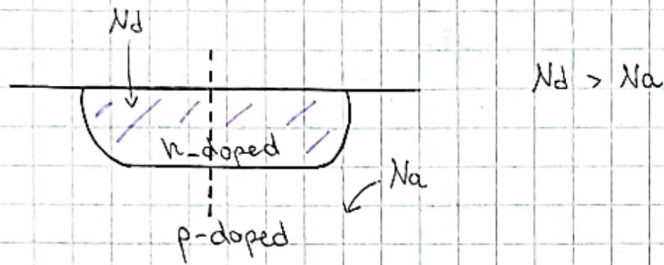
$$\frac{d\Delta n}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{\Delta n}{\tau_n} \Rightarrow \Delta n(t) = \Delta n(0) e^{-\frac{t}{\tau_n}}$$

⇒ il sistema torna all'equilibrio secondo la costante τ_n tramite il processo di ricombinazione o di generazione, a seconda del segno della perturbazione Δn avvenuta

⇒ inoltre se $E_T = E_i$, allora $\tau_n \approx \tau_0$

GIUNZIONE P-N

la giunzione pn e' data dal contatto di due regioni di semiconduttore che sono drogate con droganti opposti



$$\tilde{\rho} = q(p-n + Nd^+ - Na^+)$$

a seconda della regione posso avere

- $Nd > Na$: $Nd' = Nd - Na$
- $Na > Nd$: $Na' = Na - Nd$

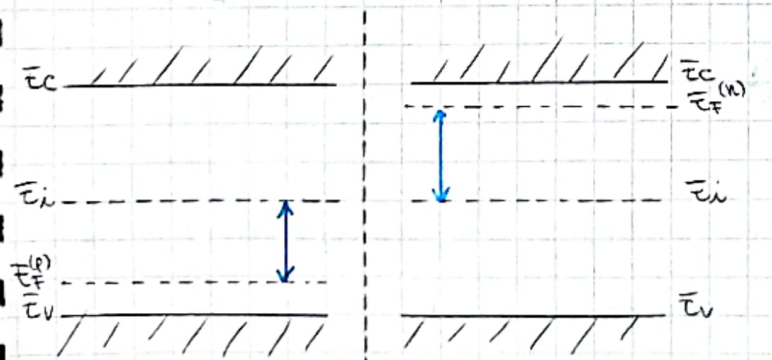
compensated region: perche' si cerca di compensare il drogaggio originale con una concentrazione piu' alta di drogaggio opposto

consideriamo ora solo la dimensione ---, trascurando altre regioni, ad esempio la curvatura della zona n; inoltre considerandolo ∞ nella direzione ortogonale al piano del disegno (del quaderno)

Consideriamo un caso particolare in cui all'equilibrio termodinamico le regioni n e p sono separate ed indipendenti

(p)

(n)



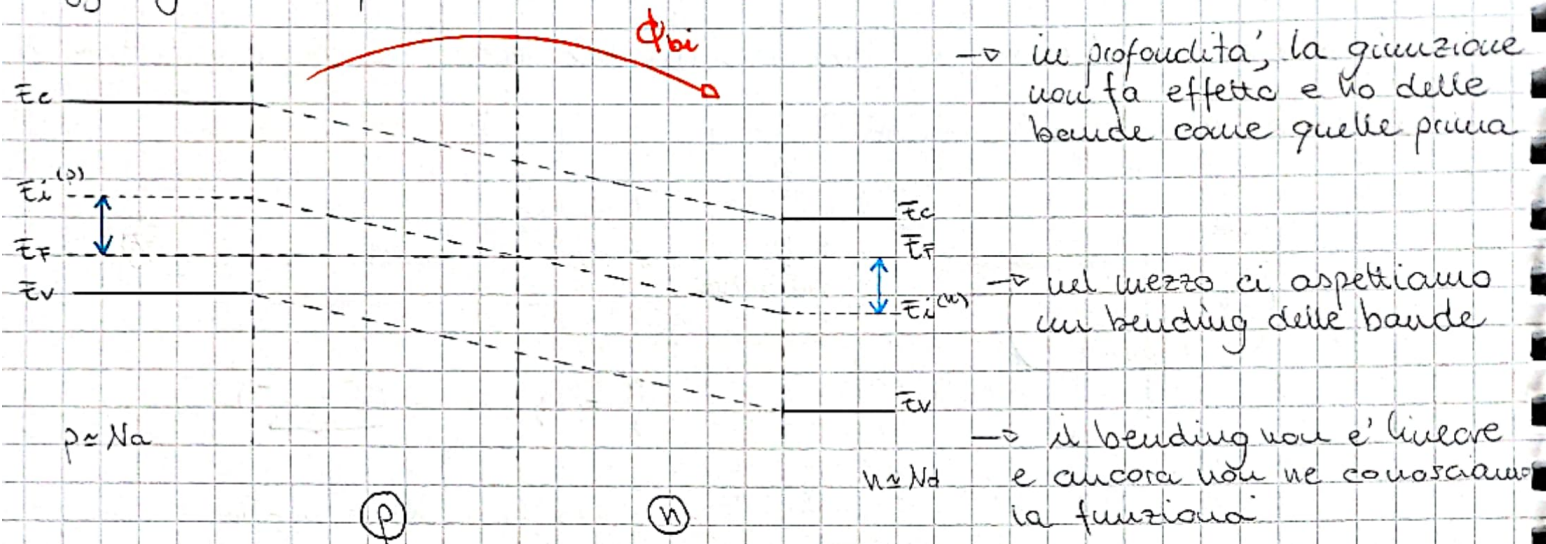
$$p = Na = n_i e^{\frac{E_i - E_F^{(p)}}{kT}}$$

$$n = Nd = n_i e^{\frac{E_F^{(n)} - E_i}{kT}}$$

$$E_i - E_F^{(p)} = kT \ln \frac{Na}{n_i}$$

$$E_F^{(n)} - E_i = kT \ln \frac{Nd}{n_i}$$

annuniamo ora di mettere in contatto le due regioni e aspettare che raggiungano l'equilibrio:



nella zona n affinché $\bar{E}_F^{(n)}$ venga ridotto verso $\bar{E}_F^{(p)}$ si riduce la concentrazione di elettroni $\Rightarrow n$ diventa minore di N_d e quindi vengono esposte delle cariche

\Rightarrow ottengo una variazione del potenziale elettrico nello spazio (quindi un band-bending)

\Rightarrow il bending mi genera un potenziale detto **built-in voltage** ϕ_{bi} e dipende dalla struttura del dispositivo

$$\phi_{bi} = \frac{\bar{E}_i^{(p)} - \bar{E}_i^{(n)}}{q} \quad \left| \begin{array}{l} \text{equil.} \\ \text{termod.} \end{array} \right. \quad \text{esso e' dato dal contributo } \downarrow + \downarrow \text{ e quindi:}$$

$$= \frac{\bar{E}_F^{(n)} - \bar{E}_F^{(p)}}{q} \quad \left| \begin{array}{l} \text{he.} \end{array} \right. = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

poiché $\bar{E}_i^{(n)}$ e' molto vicino a \bar{E}_c e $\bar{E}_i^{(p)}$ a \bar{E}_v , allora la loro differenza e' poco di meno del gap di energia fra \bar{E}_c ed \bar{E}_v (\bar{E}_g)

\rightarrow per il silicio e' poco meno di 1 eV

per calcolare il profilo esatto delle bande energetiche dobbiamo risolvere l'equazione di Poisson e calcolare ϕ in funzione della posizione

assumiamo completa ionizzazione

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_{si}} (p - n + Nd^+ - Na^-)$$

o la risolviamo numericamente oppure usiamo un'approssimazione; nel nostro caso usiamo la **DEPLETION APPROXIMATION**:

- entrando nella zona p vicina alla giunzione ho che n decresce velocemente e diventa $n \ll Nd$ (infatti la distanza tra E_c e E_f aumenta)
- allo stesso modo tra E_v e E_f la distanza aumenta e quindi pure le lacune hanno una densità che decresce ($p \ll Na$)

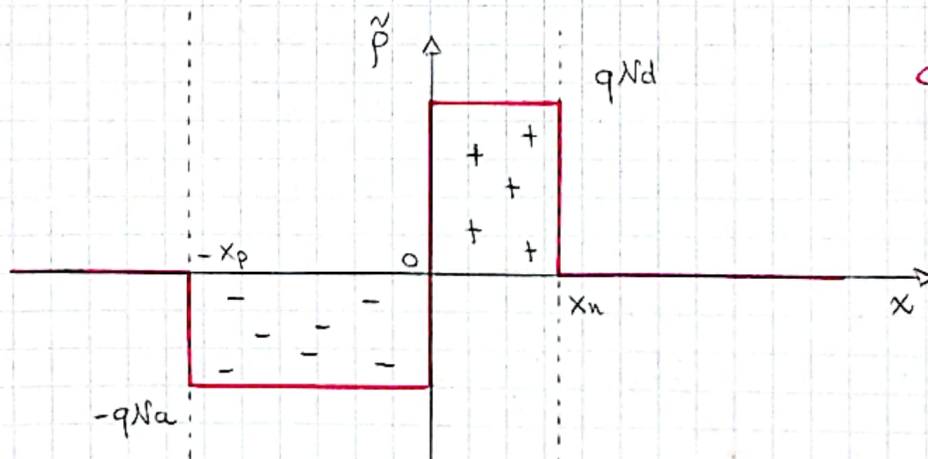
questa zona è detta **DEPLETION LAYER**, cioè una regione svuotata dalle cariche libere (regione di svuotamento)

=> nell'equazione di Poisson possiamo trascurare p e n :

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_{si}} (\cancel{p} - \cancel{n} + Nd - Na) = \frac{-q}{\epsilon_{si}} (Nd - Na)$$

N.B.: l'approssimazione è vera dal punto di vista elettrostatico (e non è sempre possibile farla)

N.B.: $p \neq 0$ e $n \neq 0$ sono solo trascurabili rispetto a Nd e Na , ma non è possibile che siano 0 => altrimenti ci sarebbe NET-GENERATION, ma che non può succedere all'equilibrio.



charge density nel dispositivo

quindi posso semplificare ulteriormente dividendo in intervalli:

$$0 < x < x_n : \quad \frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon n_i} Nd$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d\phi}{dx} \right) = -\frac{q}{\epsilon n_i} Nd$$

$$\int_x^{x_n} \frac{d\phi}{dx} dx = \int_x^{x_n} -\frac{q}{\epsilon n_i} Nd dx$$

$$\frac{d\phi}{dx} \Big|_{x_n} - \frac{d\phi}{dx} \Big|_x = -\frac{q}{\epsilon n_i} Nd (x_n - x)$$

il campo elettrico in x_n e' 0 (per continuita')

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\phi}{dx} = \frac{qNd}{\epsilon n_i} (x_n - x) = -E}$$

$$\left(\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\tilde{\rho}}{\epsilon} \quad \text{Gauss} \right)$$

$$\downarrow \frac{dE}{dx} = \frac{\tilde{\rho}}{\epsilon}$$

$$-x_p < x < 0 : \quad \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{q}{\epsilon n_i} Na$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d\phi}{dx} = \frac{q}{\epsilon n_i} Na$$

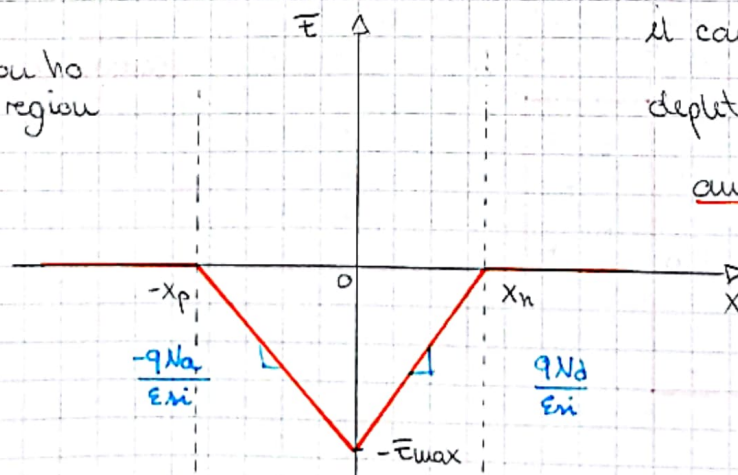
$$\int_{-x_p}^0 \frac{d\phi}{dx} dx = \int_{-x_p}^0 \frac{qNa}{\epsilon n_i} dx$$

$$\frac{d\phi}{dx} \Big|_x - \frac{d\phi}{dx} \Big|_{-x_p} = \frac{qNa}{\epsilon n_i} (x + x_p)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\phi}{dx} = \frac{qNa}{\epsilon n_i} (x_p + x) = -E}$$

grafico il campo elettrico E :

E e' continuo: non ho cariche nella dep. region



il campo e' lineare nella depletion region (ha un andamento triangolare)

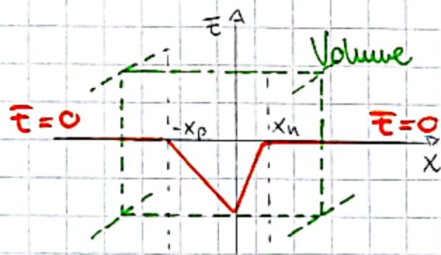
dai coeff. delle pendenze ricavo immediatamente che

$$Na x_p = Nd x_n$$

questo vuol dire che le cariche per unita' di area devono essere uguali a sinistra e a destra della giunzione (all'interno della dep. region)

→ la dep. region e' + larga dalla parte del dispositivo che e' meno drogata, mentre e' piu' stretta dalla parte in cui lo e' di piu'

se consideriamo un volume che comprende anche la dep. reg. ho che agli estremi il campo elettrico e' nullo e quindi la somma delle cariche interne al volume e' 0 (legge di Gauss)



... continuiamo con la risoluzione di Poisson:

$$0 < x < x_n : \int_{\phi(x)}^{\phi(x_n)} d\phi = \int_x^{x_n} \frac{qNd}{\epsilon_i} (x_n - x) dx$$

$$\phi(x_n) - \phi(x) = \frac{-qNd}{\epsilon_i} \frac{(x_n - x)^2}{2} \Big|_x^{x_n}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi(x) = \phi(x_n) - \frac{qNd}{2\epsilon_i} (x_n - x)^2}$$

$$(\bar{E} = -\nabla\phi \text{ def})$$

↓

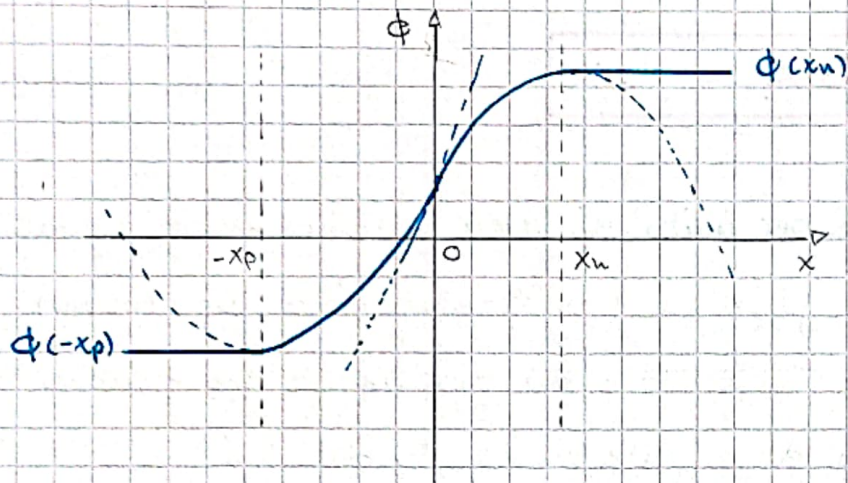
$$E_x = -\frac{d}{dx}\phi$$

$$-x_p < x < 0 : \int_{\phi(x_p)}^{\phi(x)} d\phi = \int_{-x_p}^x \frac{qNa}{\epsilon_i} (x_p + x)^2 dx$$

$$\phi(x) - \phi(x_p) = \frac{qNa}{\epsilon_i} \frac{(x_p + x)^2}{2} \Big|_{-x_p}^x$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi(x) = \phi(x_p) + \frac{qNa}{2\epsilon_i} (x_p + x)^2}$$

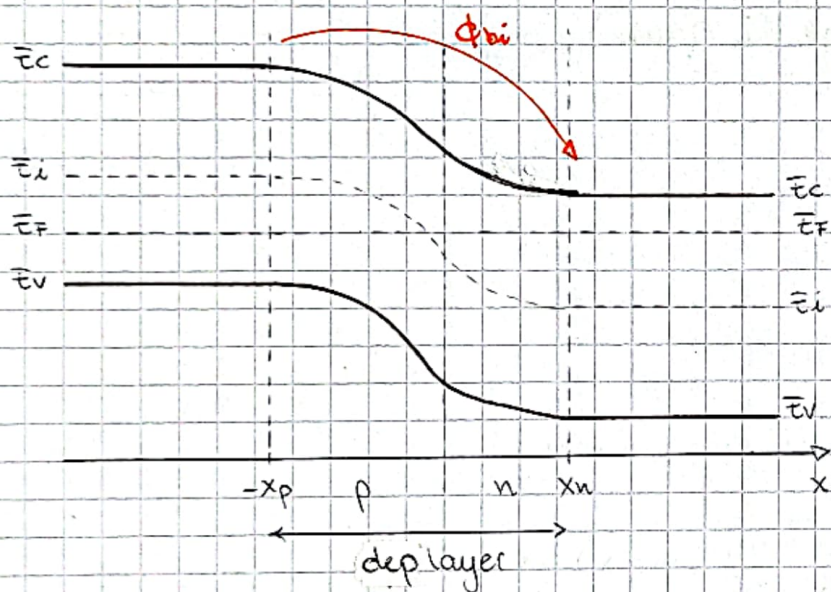
che grafichiamo nel seguente grafico:



→ sono due rami di parabola

possiamo quindi graficare il comportamento delle bande energetiche:

(il profilo e' lo stesso del potenziale elettrostatico, ma con segno cambiato)



possiamo calcolare x_p e x_n uguagliando le equazioni per i due intervalli:

$$\begin{cases} \phi(x_n) - \frac{qN_d}{2\epsilon_{ri}} x_n^2 = \phi(-x_p) + \frac{qN_a}{2\epsilon_{ri}} x_p^2 & @ x=0 \text{ continuita'} \\ \phi_{bi} := \phi(x_n) - \phi(-x_p) = \frac{qN_d}{2\epsilon_{ri}} x_n^2 + \frac{qN_a}{2\epsilon_{ri}} x_p^2 \end{cases}$$

da cui ricavo:

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_{ri}}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) \phi_{bi}} \cdot \frac{N_a}{N_a + N_d}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_{ri}}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) \phi_{bi}} \cdot \frac{N_d}{N_a + N_d}$$

da cui calcolo la lunghezza della depletion region

$$W_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{ri}}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) \phi_{bi}}$$

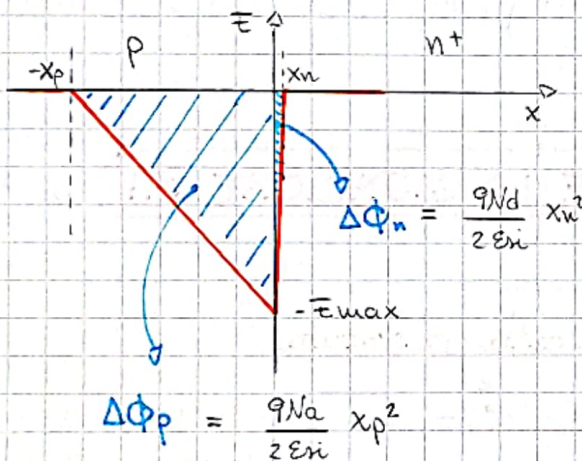
$$N_a/N_d : = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow W_d \approx 300 \text{ nm}$$

$$= 10^{17} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow W_d \approx 100 \text{ nm}$$

$$= 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow W_d \approx 30 \text{ nm}$$

$$= 10^{19} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow W_d \approx 10 \text{ nm}$$

se $N_d \gg N_a$ allora ho $n^+ - p \Rightarrow \begin{cases} x_n \approx 0 \\ x_p \approx W_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{ri} \cdot \phi_{bi}}{q N_a}} \end{cases}$



l'area totale corrisponde a ϕ_{bi} :

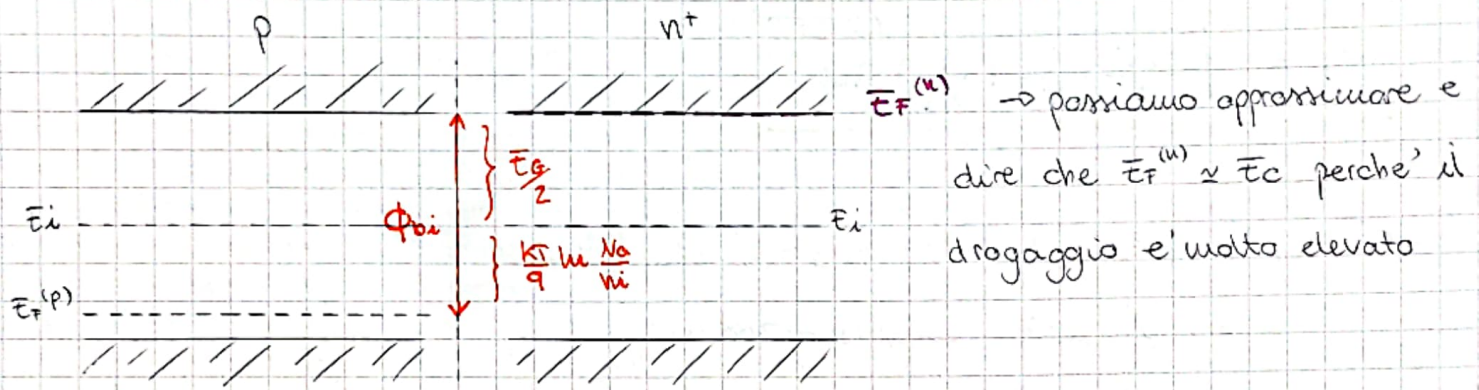
$$E = -\frac{d\phi}{dx}$$

$$\Rightarrow \phi = -\int E dx$$

posso dire che:

$$\begin{cases} \frac{qN_a}{2\epsilon_{ri}} x_p^2 + \frac{qN_d}{2\epsilon_{ri}} x_n^2 = \phi_{bi} \\ N_a x_p = N_d x_n \end{cases}$$

consideriamo il diagramma delle bande di due regioni p e n⁺ separate

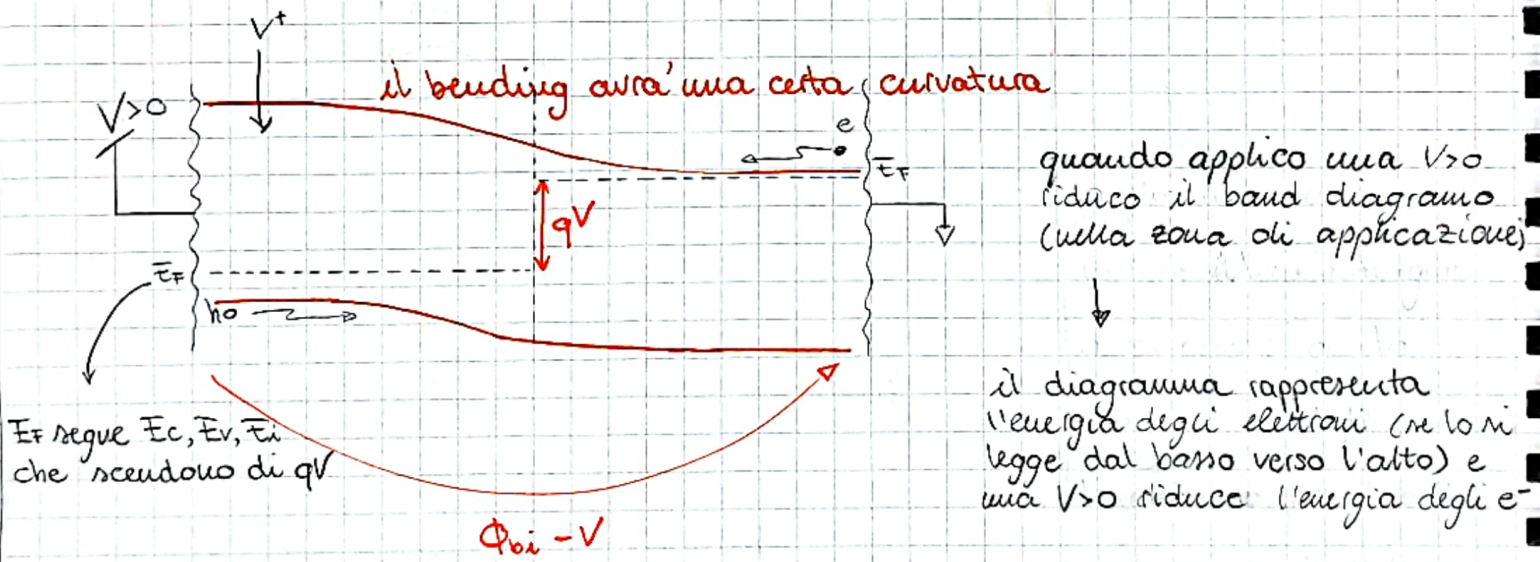


$$\Rightarrow \phi_{bi} \cong \frac{\bar{E}_g}{2} + \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a}{n_i}$$

questa giunzione, in cui una regione è molto più drogata dell'altra è chiamata **unilateral junction**.

→ questo completa l'analisi della pn junc. all'equilibrio termodinamico

Supponiamo ora di **POLARIZZARE LA GIUNZIONE PN** con tensione V

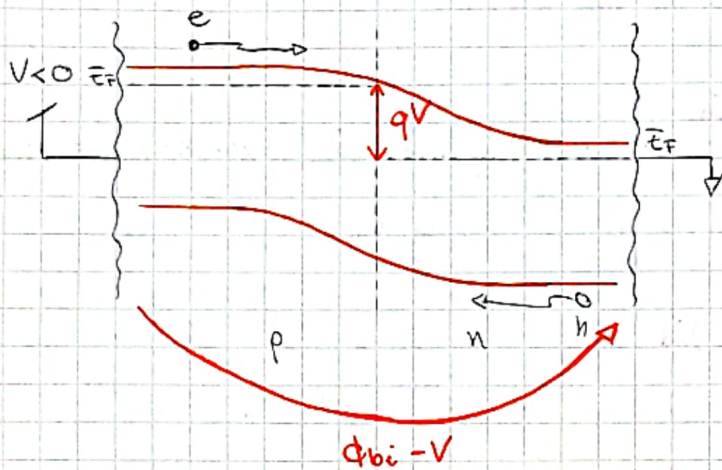


se ho $V > 0$ allora la corrente che mi risulta è data dalla sovrapposizione delle correnti generate dai portatori di carica maggioritari (elettroni in n e lacune in p)

→ questa applicazione è detta **forward-bias**

la barriera viene ridotta da qV_{bi} a $q(V_{bi} - V) \dots$

al contrario, se applico una tensione:



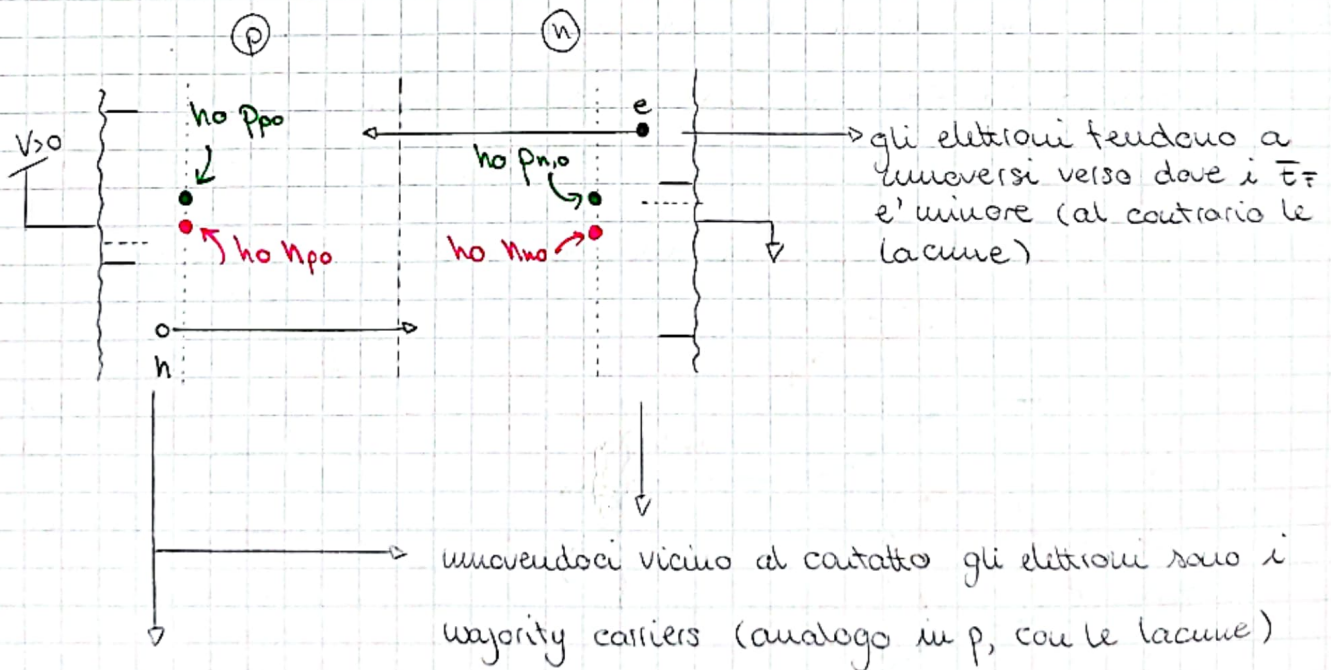
se ho $V < 0$, allora nella regione p si sposteranno gli elettroni, mentre nella regione n le lacune, entrambi portatori minoritari

→ la corrente sarà minore rispetto al caso precedente la barriera aumenta

→ tale configurazione è detta reversed-bias

(è esattamente quello che succede in rectifier device)

Analizziamo il primo caso, con $V > 0$



$n = n_{p0} + \Delta n$ → aumenta perché arrivano elettroni

conc. all'equilibrio di elettr. in reg. p

⇒ + lacune sono attratte per neutralizzare l'incremento di conc. di elettroni;

@ • $n_p = p_{p0} + \Delta p$ | $\Delta n = \Delta p$

=> la carica tende a neutralizzarsi -> la regione diventa una **quasi-neutral region** (vicino al contatto)

$$\Delta n = \Delta p \ll \frac{n_{p0} + p_{p0}}{N_a} \rightarrow \text{sotto l'ipotesi di LOW-LEVEL OF INJECTION}$$

analogo succede vicino al contatto nella regione n:

$$\Delta n = \Delta p \ll \frac{n_{n0} + p_{n0}}{N_d}$$

$$\frac{dJ_p}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} + (G-R)_n \Rightarrow J_p = \text{const}$$

$$\frac{dJ_n}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} + (G-R)_p \Rightarrow J_n = \text{const}$$

assumiamo di aspettare un tempo tale da garantire al sistema di arrivare a una **condizione di stazionarietà** e quindi che il processo G/R trascurabile, allora:

corrente costante nella dep. layer

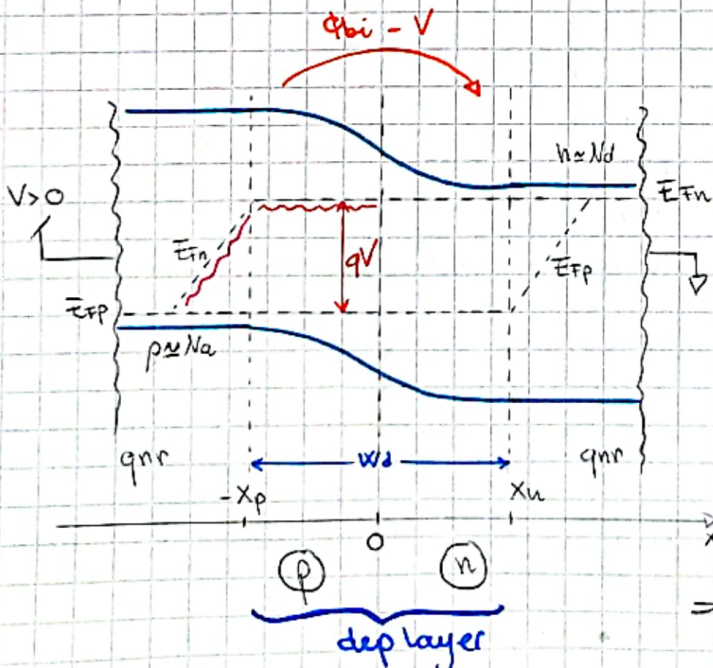
(poche G/R nella dep region)

$$J_n = n_p n \frac{dE_{Fn}}{dx} = \text{costante} \quad (\text{w/out G/R})$$

nella regione q.n.r. di n -> un aspetto che $\frac{dE_{Fn}}{dx}$ sia piccolo, al contrario dall'altra parte un aspetto che $\frac{dE_{Fn}}{dx}$ sia grande

- > c'è una variazione di concentrazione di vari ordini di grandezza
- > la stessa cosa succede al gradiente
- > un aspetto che E_{Fn} sia quasi piatto in q.n.r. di n

dalla fine otteniamo una cosa del tipo:



-> abbiamo lo stesso band bending nel caso di equilibrio termodinamico

↓
cambia solo che il potenziale è ora $\phi_{bi} - V$

$$\Rightarrow w_d = \sqrt{\frac{2 \epsilon_i}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right) (\phi_{bi} - V)}$$

E_{Fn} e' quasi piatto sia nella q.n.r. che nella dep. reg.

↓
non piatto, altrimenti avremmo $J_n = 0$ e non e' possibile visto che abbiamo una corrente di elettroni da \downarrow a $\frac{V_{D0}}{L}$

E_{Fn} diminuisce nella q.n.r. di p \rightarrow questo perche al contatto in p (che assumiamo essere ideale) dobbiamo avere un solo fermi-level

\rightarrow ancora non possiamo dire nulla riguardo al profilo di E_{Fn} (e analogamente di E_{Fp})

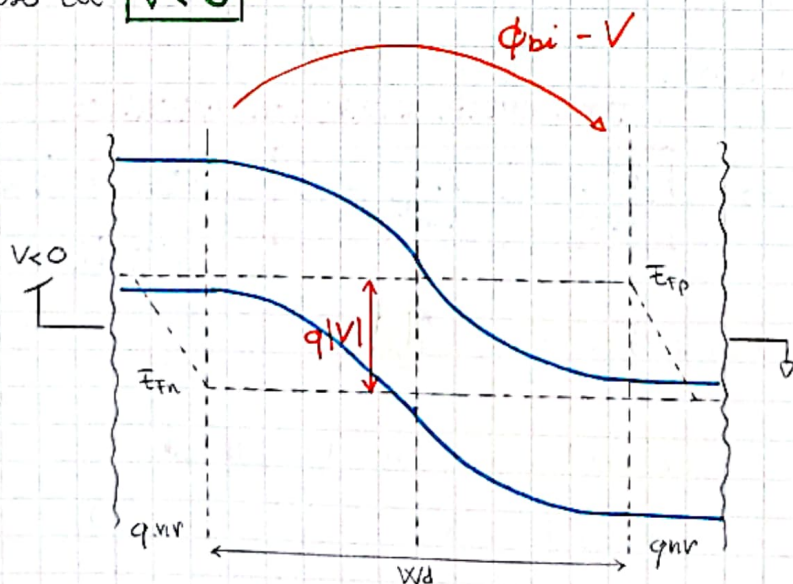
→ questo perche' nella dep. layer di p ho che da sx verso dx la concentrazione di elettroni cala esponenzialmente e quindi anche il gradiente di E_{Fn} deve diminuire esponenzialmente \rightarrow e' circa piatto

\Rightarrow il vero drop di elettroni lo abbiamo nella zona p, in cui sono portatori di carica minoritari (analogo succede per le lacune e E_{Fp})

N.B.: questo diagramma e' il risultato di alcune ipotesi fatte:

- quasi-neutral region sotto un low-level of injection con una concentrazione di droganti costante
- gradiente trascurabile per il mag. car. quasi-Fermi level

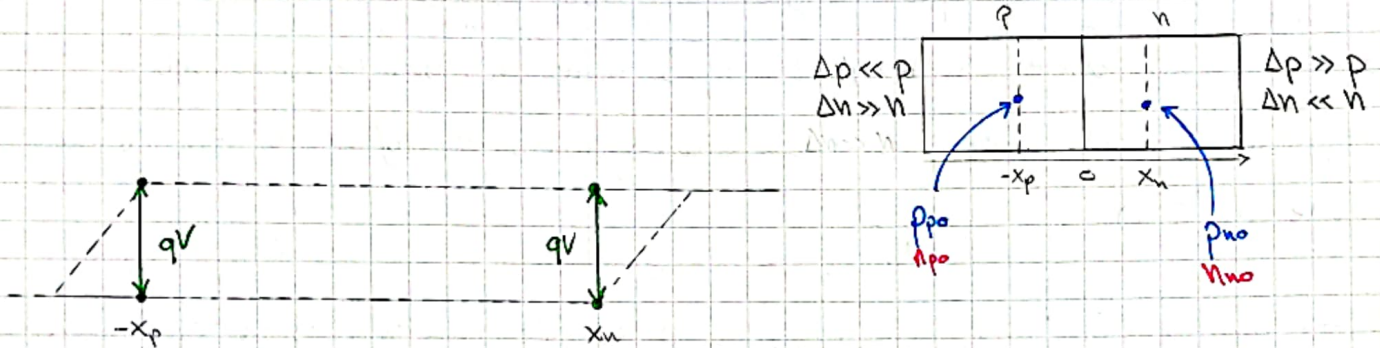
nel caso di $V < 0$



in queste condizioni la regione q.n.r. p rappresenta il collo di bottiglia per la corrente di elettroni \rightarrow limita tale flusso

\rightarrow l'analisi va completata ... ci manca ancora qualcosa

assumiamo che E_{Fn} sia perfettamente piatto allora:



@ $x = -x_p$: $p \approx N_a$ e $n_p = n_i^2 \frac{e^{(E_{Fn} - E_{Fp})/kT}}{N_a} \Rightarrow n = \frac{n_i^2}{p} \approx \frac{n_i^2}{N_a} e^{\frac{qV}{kT}} = n_{p0} e^{\frac{qV}{kT}}$

@ $x = x_n$: $n \approx N_d$ e $n_p = n_i^2 \frac{e^{(E_{Fn} - E_{Fp})/kT}}{N_d} \Rightarrow p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{n_i^2}{N_d} e^{-\frac{qV}{kT}} = p_{n0} e^{-\frac{qV}{kT}}$

$$\begin{aligned} p_{n0} &= p_{p0} e^{-\frac{V_{bi} - V}{\phi_T}} \\ n_{p0} &= n_{n0} e^{-\frac{V_{bi} - V}{\phi_T}} \end{aligned}$$

calcolo la corrente nella qnr p :
riferiamoci al caso degli elettroni:

la variazione di n dipende dalla variazione della corrente J_n

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} + (G-R)$$

dalla gen. e ricomb.

no solo ricombinazione ...

$J_n \approx q D_n \frac{dn}{dx}$, $G-R = -\frac{\Delta n}{\tau_n}$

non ho corrente di drift nella q.n.r. perché ho $E=0$

$\rightarrow \frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} D_n q \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n}$ e' l'equazione della diffusione

sotto condizioni di stazionarietà:

TIME-INDIP. DIFFUSION EQUATION

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{L_n^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{L_n^2} = 0}$$

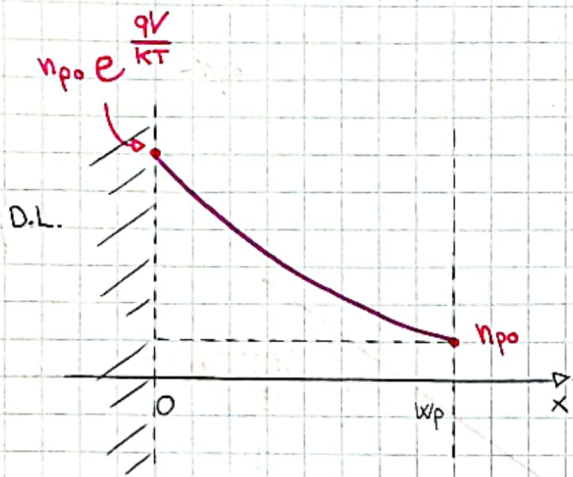
$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$
diffusion length

essa e' l'equazione che dobbiamo risolvere ...

(... stiamo risolvendo l'equazione della continuità di Δp @ n-side)

(... stiamo risolvendo l'equazione della continuità di Δn @ p-side)

minority carrier



la soluzione è:

$$\Delta n(x) = A e^{\frac{x}{L_n}} + B e^{-\frac{x}{L_n}}$$

le condizioni di continuità da unipolari:

$$\Delta n(0) = n_{p0} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right) = A + B$$

$$\Delta n(w_p) = 0 = A e^{\frac{w_p}{L_n}} + B e^{-\frac{w_p}{L_n}}$$

shift verso il basso

$$A = \Delta n(0) - B$$

$$[\Delta n(0) - B] e^{\frac{w_p}{L_n}} + B e^{-\frac{w_p}{L_n}} = 0$$

$$B = \Delta n(0) \frac{e^{\frac{w_p}{L_n}}}{e^{\frac{w_p}{L_n}} - e^{-\frac{w_p}{L_n}}}$$

$$A = \Delta n(0) \frac{e^{-\frac{w_p}{L_n}}}{e^{\frac{w_p}{L_n}} - e^{-\frac{w_p}{L_n}}}$$

$$\frac{e^{\frac{w_p}{L_n}}}{e^{\frac{w_p}{L_n}} - e^{-\frac{w_p}{L_n}}}$$

$$\frac{e^{-\frac{w_p}{L_n}}}{e^{\frac{w_p}{L_n}} - e^{-\frac{w_p}{L_n}}}$$

$$\Rightarrow \Delta n(x) = \Delta n(0) \frac{e^{-\frac{w_p-x}{L_n}} + e^{\frac{w_p-x}{L_n}}}{e^{\frac{w_p}{L_n}} - e^{-\frac{w_p}{L_n}}} = \frac{\sinh \frac{w_p-x}{L_n}}{\sinh \frac{w_p}{L_n}} \Delta n(0)$$

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \frac{\sinh \frac{w_p-x}{L_n}}{\sinh \frac{w_p}{L_n}}$$

SOLUZIONE

ora posso calcolare $J_n|_0 = q D_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} \Big|_0 = -q D_n \frac{\Delta n(0) \cosh \frac{w_p-x}{L_n}}{L_n \sinh \frac{w_p}{L_n}} \Big|_0$

$$= \frac{q D_n n_{p0}}{L_n \tanh \frac{w_p}{L_n}} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right)$$

analogamente $J_p|_0 = \frac{q D_p p_{n0}}{L_p \tanh \frac{w_n}{L_p}} \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right)$

ottergo la formula della corrente attraverso la giunzione pn nel caso di una V di bias fra i contatti: $J = J_n(0) + J_p(0)$

$$J = \left(\frac{q D_n n_{p0}}{L_n \tanh \frac{w_p}{L_n}} + \frac{q D_p p_{n0}}{L_p \tanh \frac{w_n}{L_p}} \right) \cdot \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right)$$

$$J = J_0 \left(e^{\frac{qV}{KT}} - 1 \right)$$

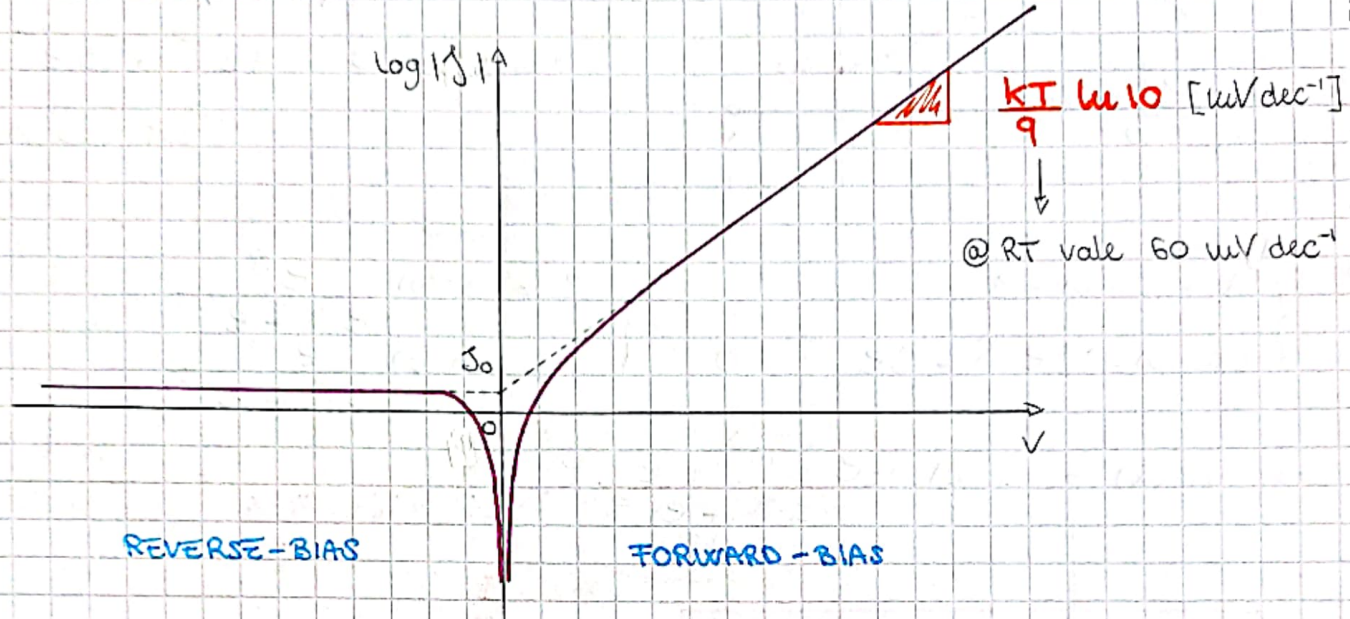
SHOCKLEY IDEAL DIODE EQUATION

→ si nota l'effetto RETTIFICATRICE: la corrente passa per $V > 0$ (o meglio è molto più elevata)

grafichiamo l'andamento della corrente in funzione di V :

$x \ V \gg \frac{kT}{q} \Rightarrow J \approx J_0 e^{\frac{qV}{kT}}$

$x \ |V| \gg \frac{kT}{q} \wedge V < 0 \Rightarrow J \approx -J_0$



L'andamento lineare e':



possiamo dividere due casi:

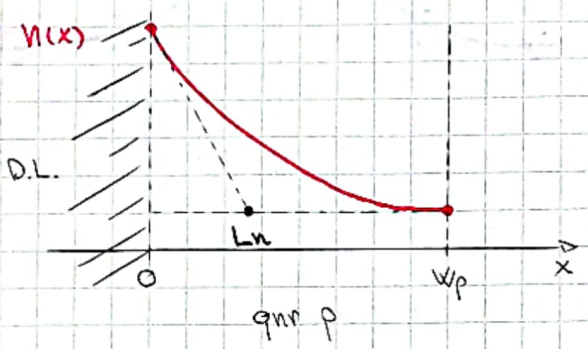
$n^+ - p$: elettroni $\begin{cases} n^+ : \text{EMETTITORE} \\ p : \text{BASE} \end{cases}$

$p^+ - n$: lacune $\begin{cases} n : \text{BASE} \\ p^+ : \text{EMETTITORE} \end{cases}$

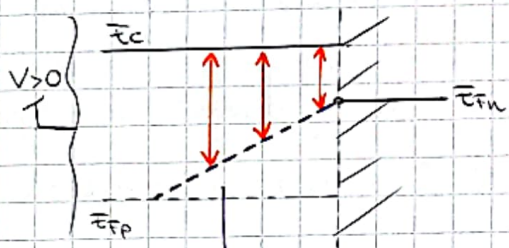
Vediamo, ora, la dipendenza del risultato dalla lunghezza della q.n.r.:
 riferiamoci al caso in cui ho:

① $n^+ - p$: $w_p \gg L_n$ detto WIDE-BASE DIODE

$$\rightarrow J_0 \approx \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{q D_p p_{n0}}{L_p}$$



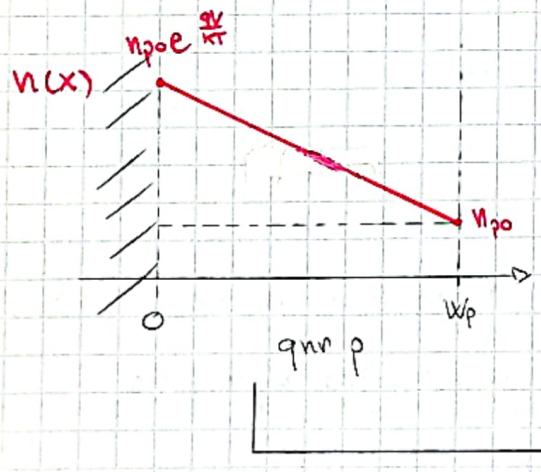
consideriamo il band-diagramma:



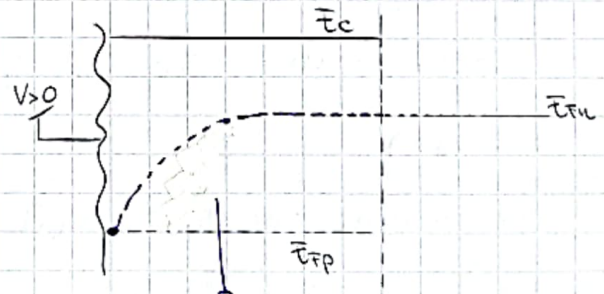
quindi la **concentrazione di elettroni** decresce esponenzialmente (Maxwell-Boltzmann statistics)

linear-drop di \bar{E}_{Fn} perché con tale profilo la distanza tra E_c e \bar{E}_{Fn}

② $n^+ - p$: $w_p \ll L_n$ detto NARROW-BASE DIODE



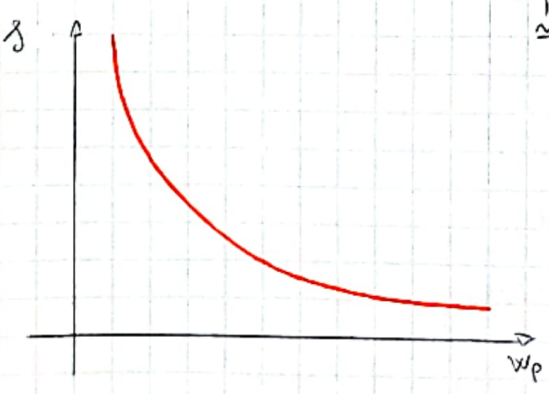
$$\Delta n(x) \approx \Delta n(0) \cdot \frac{w_p - x}{w_p} \text{ andamento lineare}$$



e in questo caso ho che $j \approx J_0$

$$\approx \frac{q D_n n_{p0} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)}{w_p}$$

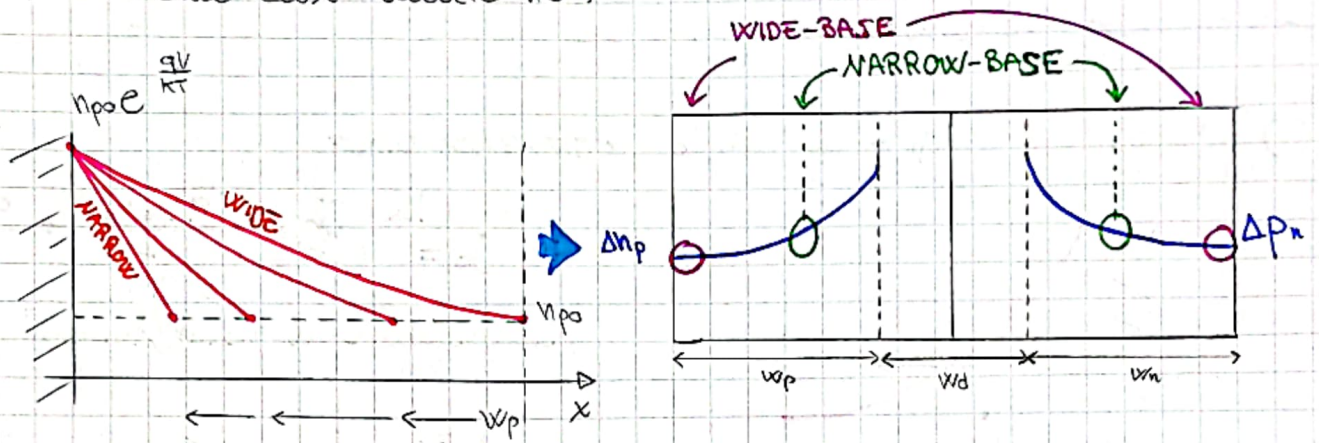
log-drop



$$J_0 \approx \frac{q D_n n_{p0}}{w_n} + \frac{q D_p p_{n0}}{w_p}$$

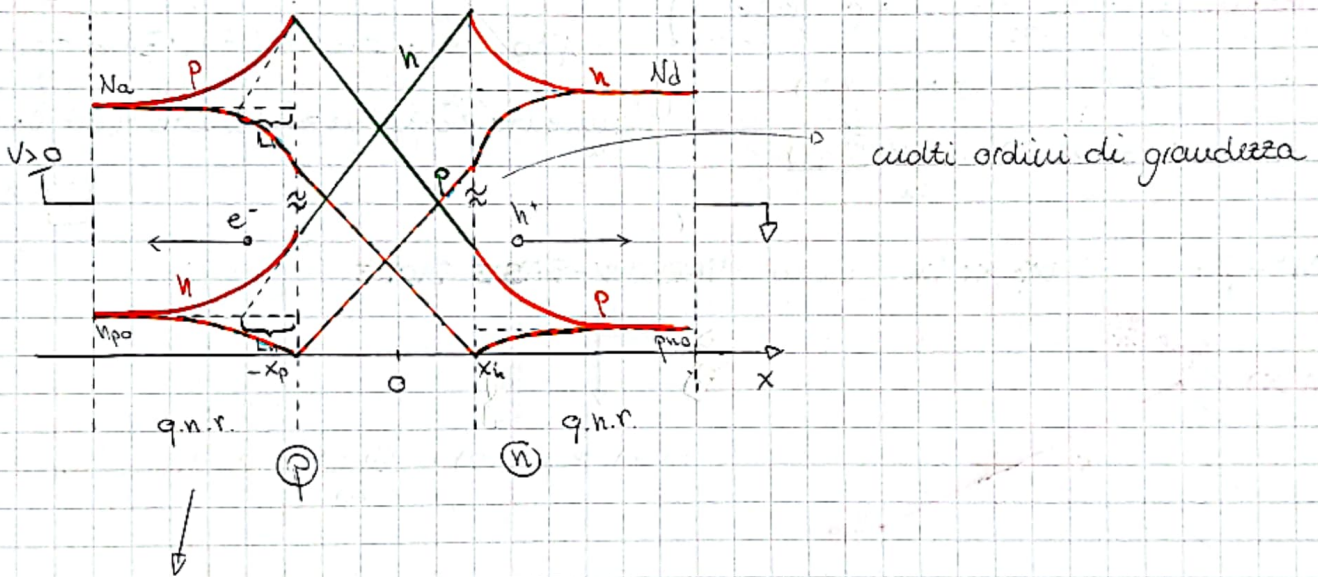
N.B.: nel caso in cui riduciamo w_p , allora la curva aumenta la pendenza della curva, fino a giungere al caso limite opposto

quindi tra i due casi limite ho:



consideriamo ora di avere un bias: analizziamo i due casi limite per ricavare una formulazione generale

Δ WIDE - BASE

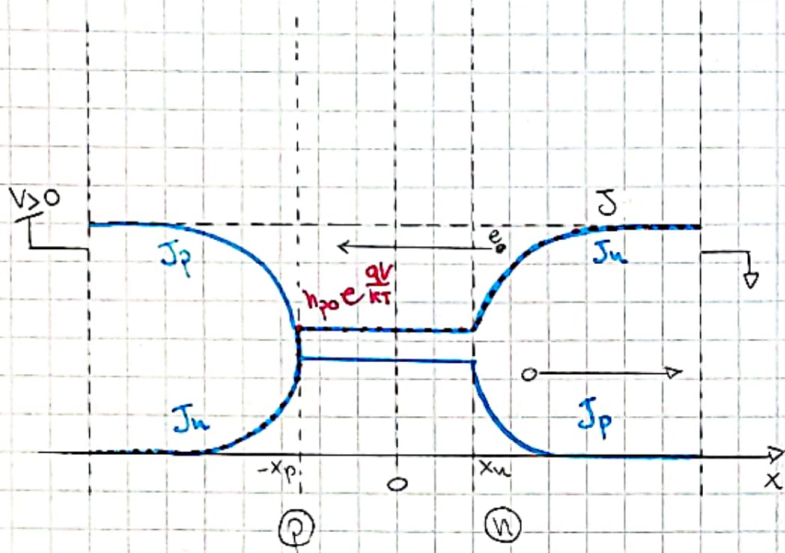


- poiché ho un eccesso di e^- , allora devo avere lo stesso eccesso di lacune per bilanciare la carica (ordini di grandezza in meno rispetto a N_A , sia n_{p0} , sia la variazione)
- analogo succede per la zona (N)

⇒ nel mezzo posso ricavarmi un profilo che ha un andamento come quello mostrato sopra

WB: J_0 o J_{id}
sono la stessa cosa

nello schema sotto calcolo la derivata \Rightarrow densità di corrente



@ stazionarietà + G-R proc.

$$\Rightarrow J_n + J_p = \text{costante} = J$$

\Rightarrow posso ricavarmi la traccia costante (J_n in q.n.r. n e J_p in q.n.r. p)

nella q.n.r. e' vero che il campo \bar{E} e' quasi trascurabile, ma c'e' e interagisce con gli elettroni e li fa muovere da dx a sx (nella q.n.r. n), mentre nella regione q.n.r. p si muovono per diffusione:

So: nella q.n.r. della giunzione pn ho che:

- i portatori di carica maggioritari si muovono per drift
 - i portatori di carica minoritari si muovono per diffusione
- mentre nella dep. reg. si muovono tutti (e^- , h^+) per diffusione

• con il bias, gli elettroni entrano dal contatto n e vanno verso p

• nella qnr, la riduzione del numero di elettroni e' dovuta ai processi G-R (e quindi anche delle lacune)

se aumentiamo V allora aumentiamo exp la concentrazione degli elettroni
 \rightarrow aumenta exp anche la $J_{\text{diffusione}}$ (perche' e' la derivata)

se poi ho $V < 0$ (reverse bias) il grafico della corrente rimane uguale, mentre quello delle densità ha le esponenziali invertite

quello che cambia e' J_{id} che e' vari ordini di grandezza inferiori !!!

quando $V < 0$, allora ho che $n_{p0} e^{\frac{qV}{kT}} \approx 0$ e diventa trascurabile rispetto n_{p0}
 \Rightarrow la derivata in quel punto (interfaccia fra $q.n.r.-p$ e $dep. reg$) e $\frac{n_{p0}}{L_n} = J_n$
 \Rightarrow la massima densità di corrente possibile e' proporzionale a I
 \Rightarrow ecco perche' ho un rettificatore con la pn giunc.

ovviamente in questo caso elettroni e lacune si muovono in senso opposto

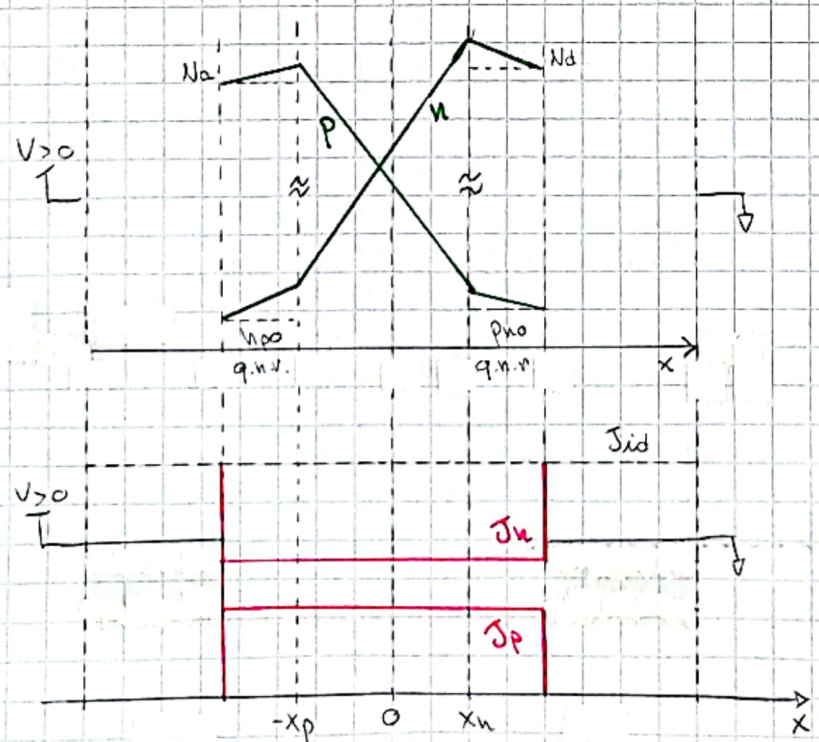
\Rightarrow gli elettroni vanno dal contatto p verso n (ma non entrano da p)

↓
 ho una corrente $J_n = 0$ @ p-contact
 \rightarrow gli elettroni non entrano dal contatto p,
 ma abbiamo solo una corrente di lacune

poi J_n aumenta perche' ho un processo di generazione (tranne che nella $dep. region$)

\Rightarrow gli elettroni poi escono dal contatto n (dopo essere stati generati nel dispositivo!)

Δ NARROW-BASE



la differenza e' dovuta al fatto che la $q.n.r.$ e' molto + piccola della diffusion length
 \rightarrow non ho G-R importanti

al contatto p non posso avere elettroni (uguale a n)

ORDINE DI GRANDEZZA DI $J_{id,0}$ e DIPENDENZA DALLA TEMPERATURA

dalla scorsa analisi abbiamo ottenuto un'espressione della corrente attraverso la pn-junc. tale a:

$$J_{id} = \underbrace{\left[\frac{q D_n n_{p0}}{L_n \tanh \frac{w_p}{L_n}} + \frac{q D_p p_{n0}}{L_p \tanh \frac{w_n}{L_p}} \right]}_{J_{id,0}} \cdot \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

consideriamo ora:

@ p: $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \longrightarrow \mu_n = 1250 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}, \tau_n = 30 \mu\text{s}$

@ n: $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \longrightarrow \mu_p = 450 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}, \tau_p = 10 \mu\text{s}$

in questo modo otteniamo D_n e quindi L_n (D_p e quindi L_p):

@ p: $D_n = \mu_n \frac{kT}{q} = 32,25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \longrightarrow L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 311 \mu\text{m}$

@ n: $D_p = \mu_p \frac{kT}{q} = 12,12 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \longrightarrow L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 110 \mu\text{m}$

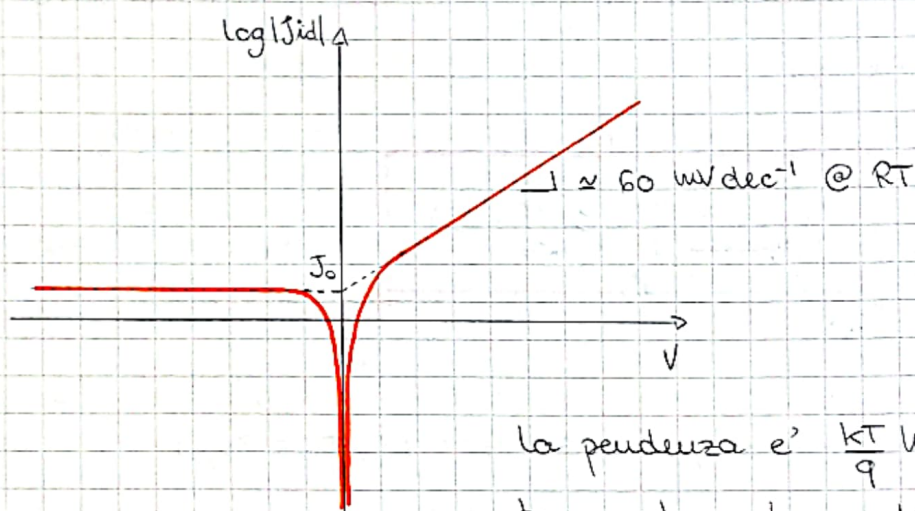
↓
queste lunghezze sono grandi rispetto ai diodi integrati

=> e' + probabile avere un diodo narrow-base piuttosto che uno wide-base nella nostra tecnologia => i processi G/R sono molto deboli in questo caso (nella tecnologia attuale)

Δ WIDE: $J_{id,0} \cong \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{q D_p p_{n0}}{L_p} = 3,5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} + 3,7 \cdot 10^{-13} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} = 3,87 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$

Δ NARROW: $J_{id,0} \cong \frac{q D_n n_{p0}}{w_p} + \frac{q D_p p_{n0}}{w_n} = 10^{-19} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} + 4 \cdot 10^{-11} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \cong 10^{-9} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$

analizziamo ora la dipendenza da altri fattori: TEMPERATURA



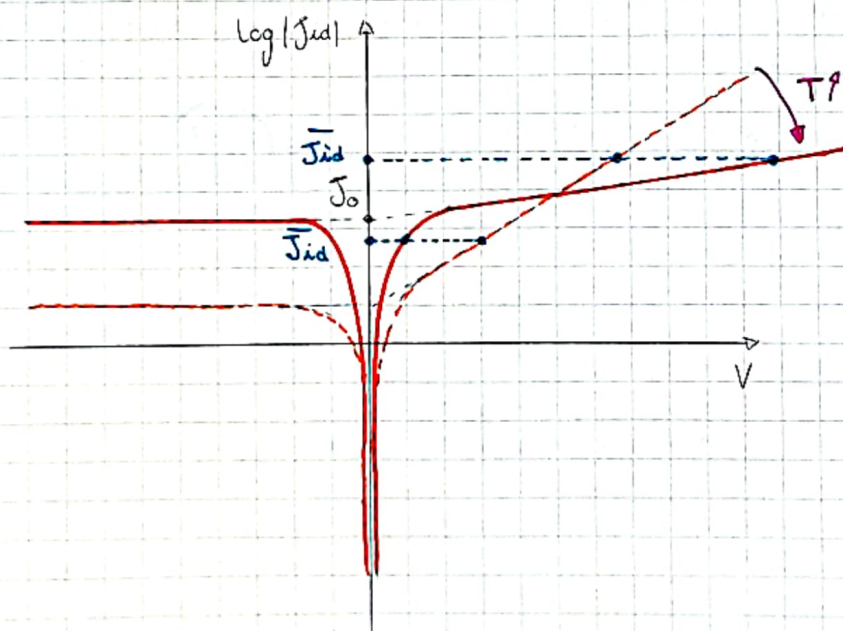
la pendenza è $\frac{kT}{q} \ln(10) \Rightarrow$ aumentando la temperatura la pendenza diminuisce

N.B.: la pendenza è in mV/dec e se aumenta tale valore (aumentando T) vuol dire che ho bisogno di + tensione per salire di una decade

ma anche $J_{id,0}$ (J_0) cambia con la temperatura:

$$J_0 \propto \frac{q D_n n_i^2}{N_A L_n \tanh \frac{W_0}{L_n}} \quad \text{dove } n_i = n_i(T) \text{ esponenzialmente}$$

$\Rightarrow J_0$ è molto dipendente dalla T e aumenta con essa



possiamo individuare due possibili "regioni":

- un primo dove data \bar{J}_{id} ho bisogno di una V minore per raggiungere tale valore
- un secondo in cui V deve essere maggiore

$$J_{id} \approx J_0 e^{\frac{qV}{kT}} \quad \text{con } V \gg \frac{kT}{q}$$

$$\Rightarrow V = \frac{kT}{q} \ln \frac{J_{id}}{J_0}$$

$$\frac{dV}{dT} = \frac{kT}{qT} \ln \frac{J_{id}}{J_0} + \frac{kT}{q} \frac{J_0'}{J_{id}} \cdot \frac{-J_{id}' \frac{dJ_0}{dT}}{J_0^2} = \frac{V}{T} - \frac{kT}{q} \frac{1}{J_0} \cdot \frac{dJ_0}{dT}$$

quindi posso completare l'espressione precedente:

$$J_0 \propto \frac{q D_n n_i^2}{N_A \ln \tau_{n0} \frac{W_0}{L_n}} = a T^\gamma e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (n_i^2 = N_A N_D e^{-\frac{E_g}{kT}})$$

derivandola:

$$\frac{dJ_0}{dT} = a \gamma T^{\gamma-1} e^{-\frac{E_g}{kT}} + a T^\gamma e^{-\frac{E_g}{kT}} \cdot \frac{-\frac{dE_g}{dT} \cdot kT + E_g k}{(kT)^2} =$$

$$= \frac{\gamma J_0}{T} + J_0 \left[-\frac{dE_g}{dT} \frac{1}{kT} + \frac{E_g}{kT^2} \right] \quad \text{che sostituisco in } \frac{dV}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{V}{T} - \frac{kT}{q} \frac{1}{J_0} \left[\frac{\gamma J_0'}{T} - \frac{J_0'}{kT} \frac{dE_g}{dT} + \frac{J_0 E_g}{kT^2} \right] =$$

semplificando ottengo la seguente formula:

$$\frac{dV}{dT} = \frac{V - \frac{E_g}{q}}{T} - \frac{k\gamma}{q} + \frac{1}{q} \frac{dE_g}{dT} < 0 \quad \text{evidenzia la dipendenza da } T$$

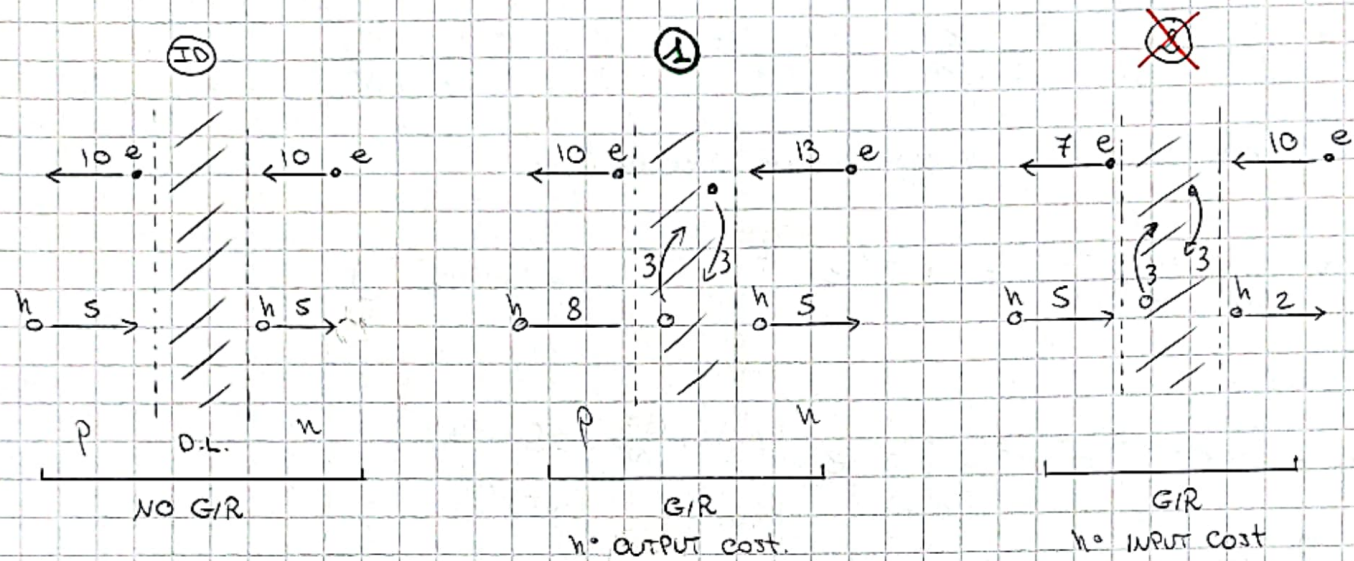
$$\underbrace{\quad}_{< 0} \quad \underbrace{\quad}_{< 0} \quad \underbrace{\quad}_{< 0} \rightarrow E_g \text{ decresce con } T$$

(di solito $V < \frac{E_g}{q}$)

$$\text{con } \gamma=3, V=0,7V: -1,4 \cdot 10^{-3} \quad -2,5 \cdot 10^{-4} \quad -2,6 \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{V}{K} \right] = \boxed{-1,9 \text{ mV/K}^{-1}}$$

G/R in DEPLETION LAYER

Nell'analisi senza G/R (ideale) consideravamo che



=> qual e' la possibilita' corretta tra 1 e 2?

=> la figura corretta e' la numero 1 perche':

il vincolo al numero di elettroni e' dato dalla zona in cui sono portatori minoritari (p), mentre la regione opposta (n) puo' portare anche + elettroni.

L'e-flow rimane costante in p perche' il numero e' settato dalla condizione al bordo tra p e d.l. (da \bar{E}_n)

-> se aumenta il processo G/R, aumenta la corrente totale (che e' data dai portatori maggioritari)

$$R = \frac{pn - n_i^2}{\tau_0 [p + n + 2n_i \cosh \frac{E_T - E_i}{kT}]}$$

nel DEPLAY. : $E_T = E_i \Rightarrow R = \frac{n_i^2 (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)}{\tau_0 [p + n + 2n_i]}$ tutti i termini sono costanti tranne n e p che variano con la posizione

$V > 0, R = \max$ se $p + n = \min$

=> cerchiamo il $\min \{ p + n \} = \min \left\{ p + \frac{n_i^2 e^{\frac{qV}{kT}}}{p} \right\}$ che ho quando il primo addendo e' uguale al secondo (studio la derivata)

$p = n_i e^{\frac{qV}{kT}} = n$ da cui ottengo

che il massimo recomb. rate e' dato da (sostituendo):

$$R_{max} = \frac{n_i}{2\tau_0} e^{\frac{qV}{2kT}}$$

da cui posso ricavarmi il contributo in corrente $J_{ol.} = qR_{max}Wd$
(corica che si ricombina in tempo unitario e aria unitaria nella dep. reg.)

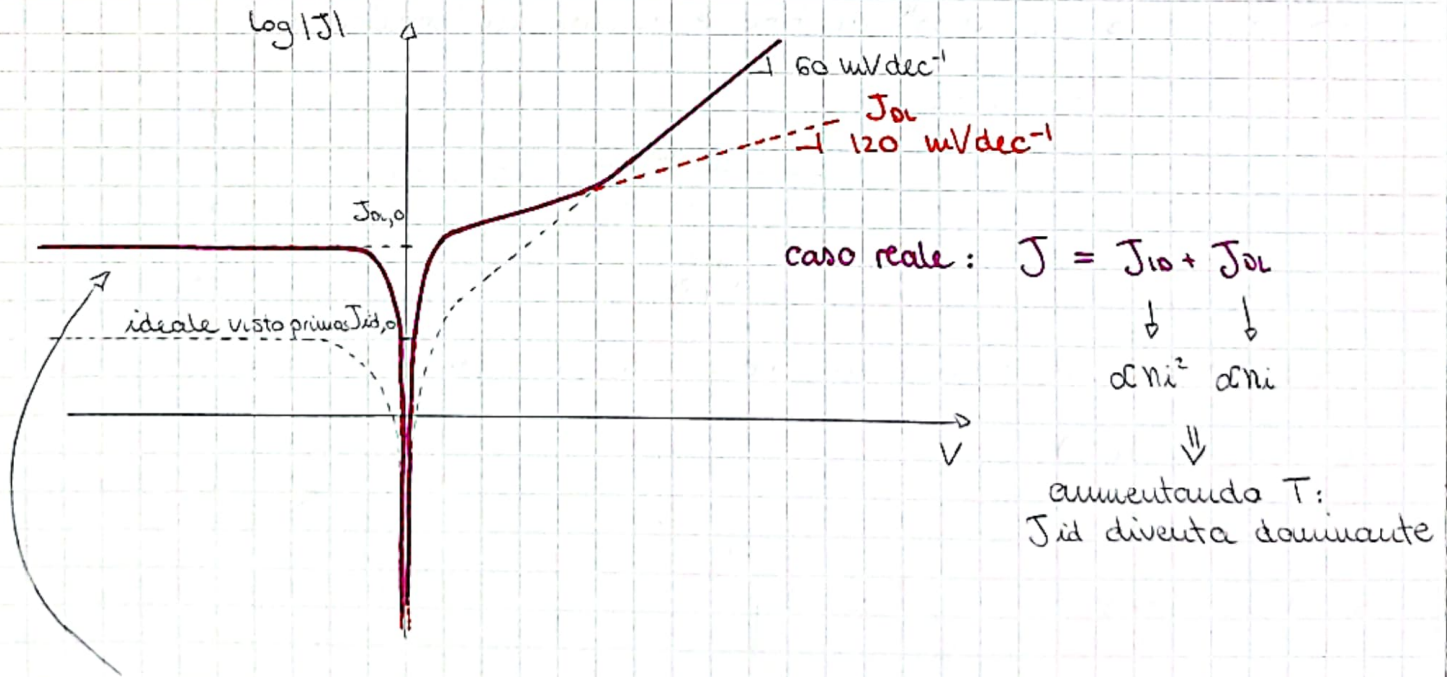
$$\Rightarrow J_{ol.} = \frac{qn_iWd}{2\tau_0} e^{\frac{qV}{2kT}} \text{ in forward-bias}$$

$V < 0$, ho che p ed n diventano trascurabili rispetto n_i

$$\Rightarrow R = \frac{n_i}{2\tau_0}$$

da cui ricavo un contributo in corrente $J_{ol.} = \frac{qn_iWd}{2\tau_0}$ in reverse-bias
(quindi ha verso opposto alla precedente)

$$\Rightarrow J_{ol.} = \frac{qn_iWd}{2\tau_0} (e^{\frac{qV}{2kT}} - 1) \text{ e' il contributo totale}$$



se ci si muove verso alti reverse-bias ($V \ll 0$), allora Wd aumenta e quindi anche J_{ol} aumenta leggermente: il grafico non e' perfettamente piatto, ma aumenta impercettibilmente

se aumentiamo molto V , cosa succede alla corrente (**high current regime**);
 due considerare 3 effetti:

• **HIGH-INJECTION**

se aumentiamo molto V , ad un certo punto, i portatori di carica minoritari al bordo della q.n.r. aumentano così tanto che diventano comparabili a quelli maggioritari

(infatti alla q.n.r. p dep. reg $n_{p0} e^{\frac{qV}{kT}}$ aumenta exp)

viene meno la condizione di low-inj: $\Delta n \ll n_0 + p_0$ e quindi:

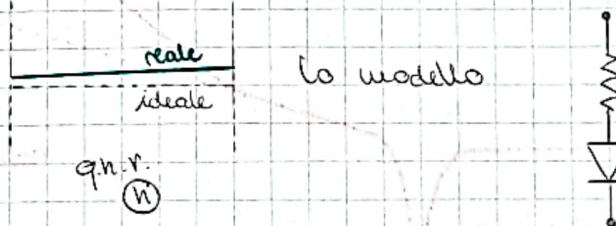
$$\left. \begin{aligned} n &= n_0 + \Delta n \approx \Delta n \\ p &= p_0 + \Delta n \approx \Delta n \end{aligned} \right\} pn = \Delta n^2 = ni^2 e^{\frac{qV}{kT}} \Rightarrow \Delta n = ni e^{\frac{qV}{2kT}}$$

\downarrow
 $\propto e^{\frac{qV}{2kT}}$

• **R-PARASSITA**

in q.n.r.-n ho che $J_n = n_j \mu_n \frac{dE_{Fn}}{dx}$ allora se J_n e' molto grande il gradiente di E_{Fn} non e' piu' trascurabile

=> allora ho un "drop" di E_{Fn} e quindi un "voltage drop" modellabile come una resistenza



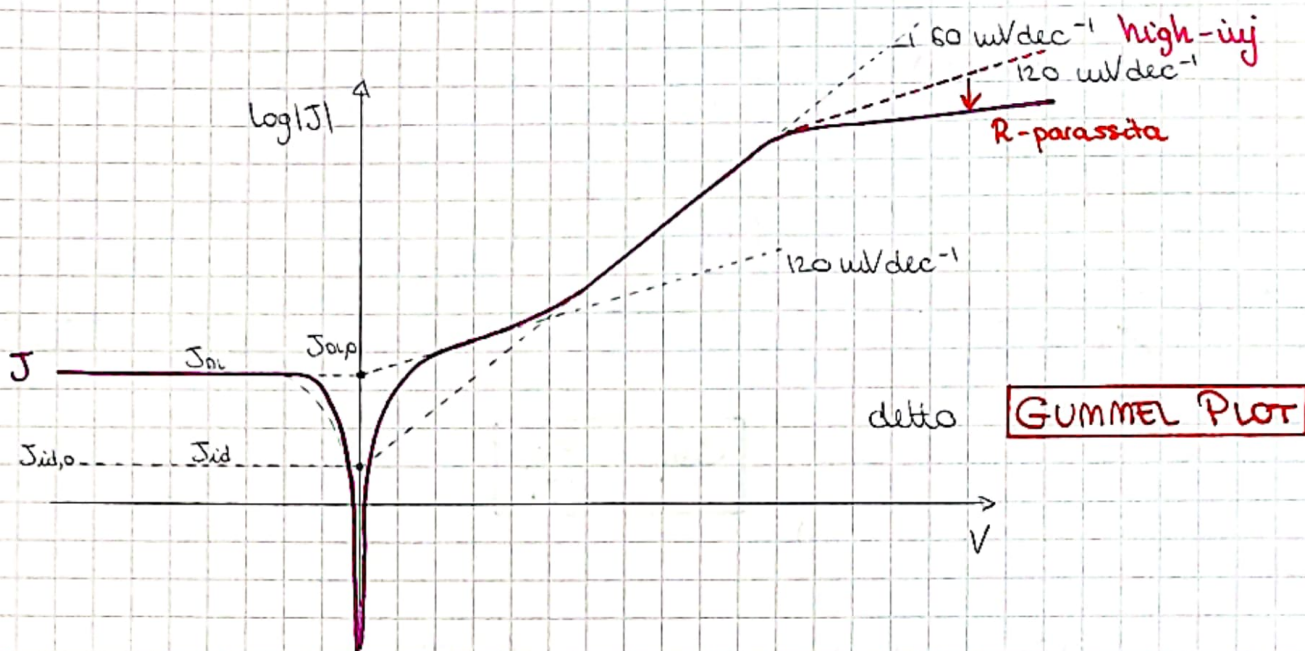
=> la pendenza risulta minore rispetto al caso precedente (slope maggiore)
 (> 120 mV/dec⁻¹)

=> generalizzo con $J \propto e^{\frac{qV}{m_k kT}}$

\downarrow
ideality factor

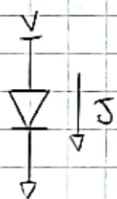
N.B.: questi sono effetti del II ordine

grafico il risultato finale:



SMALL-SIGNAL MODEL OF P-N JUNCTION

la giunzione p-n e' estremamente non lineare → quindi e' utile derivare un modello linearizzato valido attorno ad un punto di lavoro



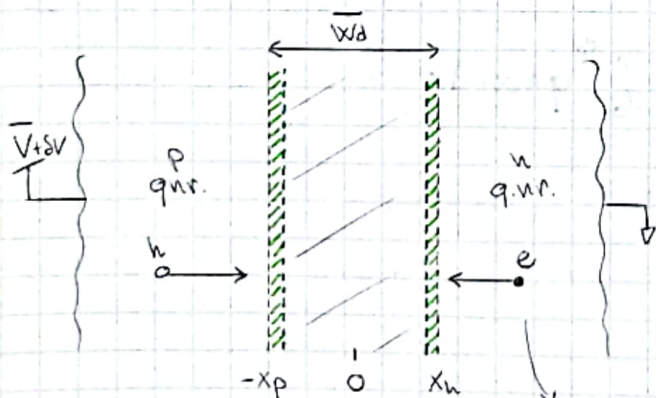
posso introdurre la conduttanza per piccolo segnale

$$g' = \frac{\partial J}{\partial V} = \frac{J}{kT/q}$$

ma quando variamo V , non varia solo la densita' di corrente, ma varia anche il numero di cariche conservate nel dispositivo in diverse regioni del dispositivo stesso:

DEP. LAV.) cambiando V , variamo il drop attorno al DL. ⇒ cambia W_{DEP}

⇒ ci aspettiamo una corrente che dipende da $\frac{dV}{dt}$ ⇒ modello come capacità



la carica diminuisce

$$C_{dep} = -\frac{dQ_n}{dV}$$

vanno a "neutralizzare" la nuova qnr. che si e' fatta spazio nella dep. reg.

possiamo estendere la formula:

$$C_{dep} = -\frac{dQ_n}{dV} = -\frac{d(qNd x_n)}{dV} = -qNd \frac{dx_n}{dV} = -qNd \frac{Na}{Na+Nd} \frac{dW_d}{dV} =$$

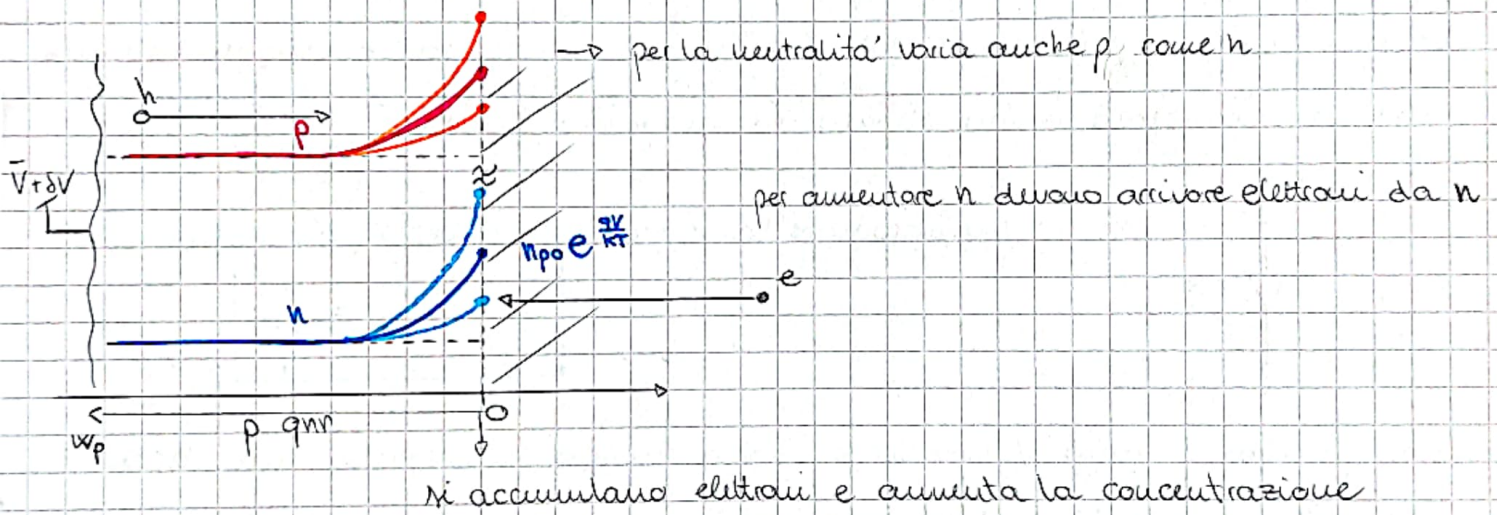
$$= -q \frac{1}{\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}} \sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \left(\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}\right)} \cdot \frac{1}{2} \frac{-1}{\sqrt{\phi_{bi} - V}} =$$

$$= \frac{+q}{\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}} \frac{\sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \left(\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}\right)}}{2\sqrt{\phi_{bi} - V}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \left(\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}\right)}}{\sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \left(\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}\right)}} = \frac{\epsilon n_i}{W_d} \rightarrow W_d = \sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \left(\frac{1}{Na} + \frac{1}{Nd}\right) (\phi_{bi} - V)}$$

possiamo esprimere la capacit  come
(dovuta alla modulazione della di)

$$C_{dep} = \frac{\epsilon n_i}{W_d}$$

dobbiamo poi considerare un secondo termine capacitivo dovuto alla modulazione della concentrazione dei portatori (mag. e min.) nella g.n.r. dovuta alla variazione di V



=> abbiamo un flow di corrente di n e di e- che non dipende dal valore istantaneo della tensione, ma dalla derivata rispetto al tempo della tensione
=> e' un effetto capacitivo!

$\Delta n \gg n_{p0}$ (forward bias)

total charge of minority carrier $Q_{diff} = \int_0^{w_p} q n(x) dx \approx \int_0^{w_p} q \Delta n(x) dx$

dobbiamo distinguere 2 casi {
WIDE-BASE -> profilo exp.
NARROW-BASE -> profilo lineare

Δ WIDE-BASE: $Q_{diff} \approx \int_0^{w_p} q \Delta n(x) e^{-\frac{x}{L_n}} dx = q \Delta n(0) L_n$ (area)

$= q \Delta n(0) \frac{L_n^2 D_n}{L_n D_n} = J_n(0) \tau_n$
 ↓
 curr. dens. al bordo ← $J_n(0)$

Δ NARROW-BASE: $Q_{diff} \approx \int_0^{w_p} q \Delta n(x) \frac{w_p - x}{w_p} dx = \frac{1}{2} q \Delta n(0) \cdot w_p$ (area triangolo)

$= q \Delta n(0) \frac{w_p^2 D_n}{2 w_p D_n} = J_n(0) \tau_p$
 τ_p transit time of e^- in qnr-p

$\tau_p = \frac{w_p^2}{2 D_n}$

infatti: $J_n = \frac{q \Delta n(0) D_n}{w_p} = q \Delta n(x) v_{diff} = q \Delta n(0) \frac{w_p - x}{w_p} v_{diff}$

con $v_{diff} = \frac{D_n}{w_p - x}$ da cui mi ricavo τ_p come segue:

$\tau_p = \int_0^{w_p} \frac{dx}{v_{diff}} = \int_0^{w_p} \frac{w_p - x}{D_n} dx = \frac{-(w_p - x)^2}{2 D_n} \Big|_0^{w_p} = \frac{w_p^2}{2 D_n}$ che e' lo stesso che

ritrovo nell'espressione Q_{diff}

Se abbiamo un $V = \text{cost}$, la carica e' un numero, siamo in condizioni stazionarie e niente cambia nel tempo: $n(x)$ e $p(x)$ sono costanti nel tempo

→ abbiamo che il processo di ricombinazione (R) che avviene nella qnr-p avviene rimuovendo una carica pari a $\frac{Q_{diff}}{\tau_n}$ per tempo unitario
 ↳ in un tempo paria τ_n

→ per mantenere n costante ho un flusso di elettroni che arrivano nella qnr p costante (che mi bilancia il precedente processo di ricombinazione)

carica ricombinata x unit-time = carica che arriva x unit-time

questo e' valido sia per WIDE-B sia per NARROW-B.

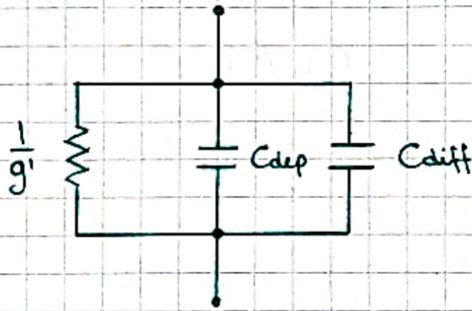
⇒ le Q_{diff} che abbiamo ottenuto sono un'equazione di "bilanciamento" della carica in condizioni stazionarie

possiamo calcolarci ora la capacità C_{diff} :

$$C_{diff} = \frac{dQ_{diff}}{dV} = \begin{cases} g' \tau_n & \text{WIDE-BASE} \\ g' \tau_p & \text{NARROW-BASE} \end{cases}$$

nel caso intermedio ho un τ che è intermedio tra τ_n e τ_p

=> possiamo disegnare il modello equivalente per piccolo-segnale



-> potrei aggiungere anche altri effetti come resistenze in serie dovute ai contatti oppure, ...

-> questo è il modello "elementare" per piccolo segnale

nel caso di reversed-bias ho che:

- $\frac{1}{g'}$ diventa molto elevato
- C_{diff} " molto piccolo (la modulazione è molto poca)

=> C_{dep} diventa dominante

GIUNZIONE MS

M-S = metal-semiconductor, che può essere di due tipologie

rectifying device

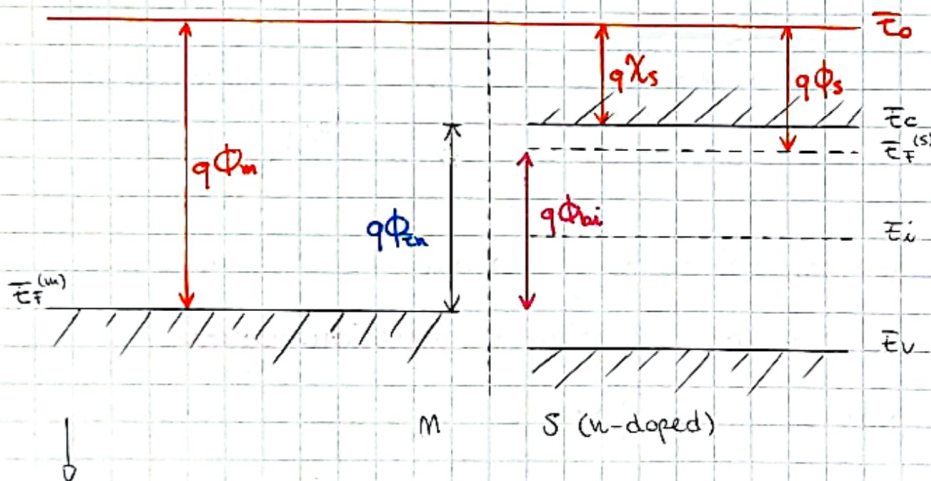
e' detto **Schottky diode**

- relativamente low-doped semi. ($N \leq 10^{17} \text{ cm}^{-3}$)
- proper work-function of the metal

ohmic contact (e' un contatto ideale)

- e' un non-rectifying device con piccola R
- highly-doped semi. ($N > 10^{19} \text{ cm}^{-3}$)
- proper work-function of the metal

① SCHOTTKY DIODE



$$n = n_i e^{\frac{E_F^{(s)} - E_i}{kT}}$$

$$= N_c e^{-\frac{E_C - E_F^{(s)}}{kT}} \approx N_d$$

$$\rightarrow E_C - E_F^{(s)} = kT \ln \frac{N_c}{N_d}$$

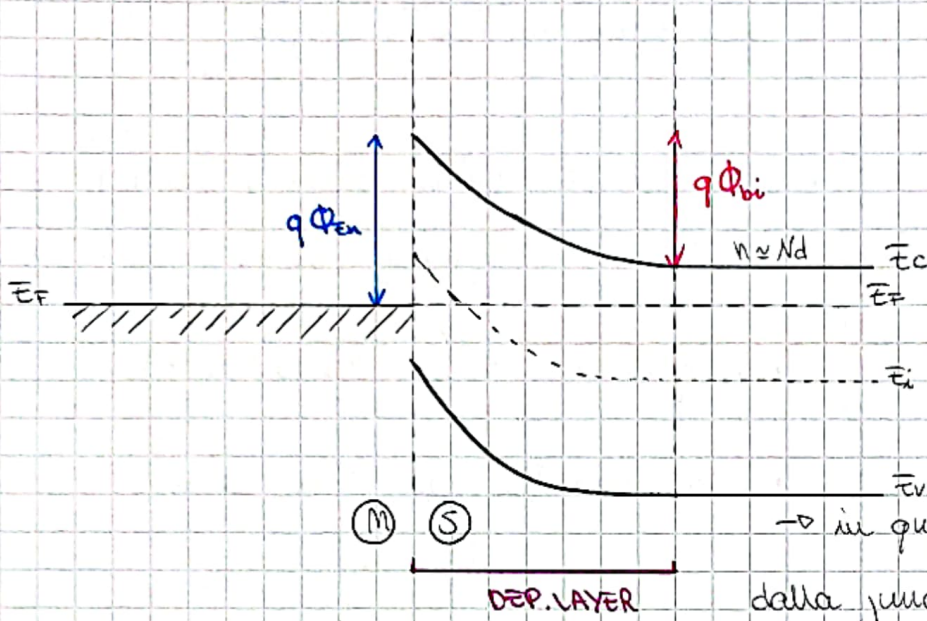
$$q\phi_s = 4,05 \text{ eV}$$

nel metallo non dobbiamo specificare E_C ed E_V perché sotto a $E_F^{(M)}$ e' quasi tutto pieno (tutto pieno idealmente) e sopra quasi vuoto (idealmente vuoto)

=> introduco un **livello di riferimento** che e' quello del **vuoto** E_0 e quindi ho che posso introdurre 3 grandezze: $q\phi_m$, $q\phi_s$ e $q\phi_{bi}$ (affinità elettrica χ_s)

per avere un schottky diode devo avere $q\phi_m > q\phi_s \Rightarrow$ il Fermi-level del metallo deve stare sotto a quello del semiconduttore n-doped

se "attacchiamo" S e M otteniamo un allineamento del Fermi - level



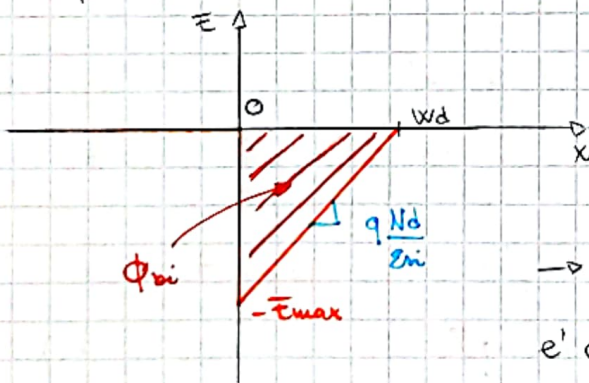
→ in questa regione siamo lontani dalla junction (come nel caso pn, e' una g.n.r.)

→ $q\Phi_{En} = q(\Phi_m - \chi_s) = q\Phi_{bi} + kT \ln \frac{N_c}{N_d}$ e' la relazione che li lega

questa e' la relazione piu' potente e piu' utile per noi

Nella regione intermedia, in proximita' della giunzione, ho che la concentrazione di elettroni diminuisce drasticamente → e' una **depletion region**

il campo elettrico ha un andamento gia' noto:



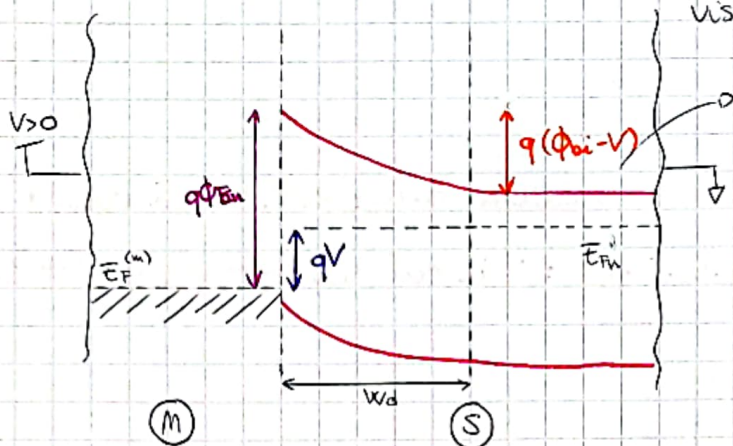
→ dal punto di vista elettrostatico la MS jun. e' come un'ideale giunz. unilaterale

$$\Phi_{bi} = \frac{w_d E_{max}}{2}$$

perturbiamo la giunzione applicando un BIAS:

e facciamo le stesse considerazioni già viste nel caso pn

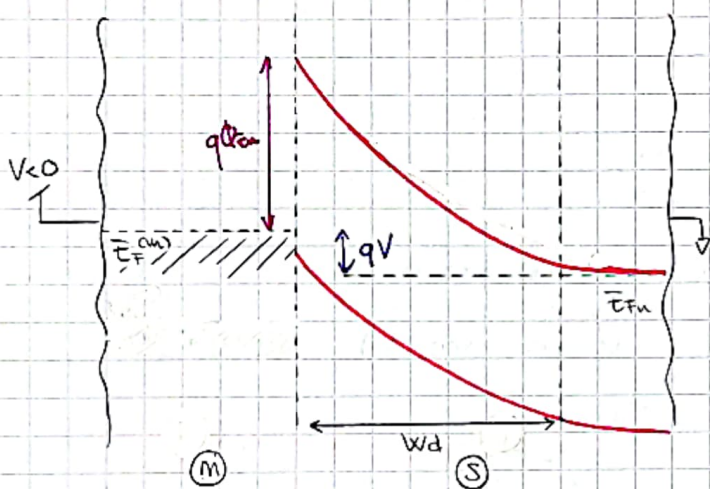
e' quasi piatto



ϕ_{bi} e' una proprieta' dell'interfaccia
 \Rightarrow non varia!

e ho che w_d diminuisce

ma se il bias e' negativo:



se applico un $V < 0$ ho che la

w_d aumenta

\rightarrow questo completa l'analisi elettrostatica della giunzione: ora resta da analizzare lo scorrere della corrente attraverso tale giunzione:

- quando $V > 0$ (forward-bias) gli elettroni si muovono da dx a sx: dal E_F maggiore a quello minore;
- quando $V < 0$ (reverse-bias) succede l'opposto perche' il fermi level e' minore a sx

\Rightarrow in questo caso non abbiamo un limite (a sx) perche' nel metallo la concentrazione di elettroni e' alta \Rightarrow non ho regioni in cui essi sono i portatori minoritari

\Rightarrow un aspetto una corrente di elettroni piu' grande rispetto alla giunzione pn

⇒ lo stesso per le lacune: il metallo ha i livelli superiori vuoti che possiamo considerare pieni di lacune, ma esse sono limitate dal caso n-doped del semiconduttore → questa corrente è minore

⇒ nella giunzione MS la corrente è determinata dai portatori di carica maggioritari (al contrario della giunzione PN in cui la corrente è determinata dai portatori minoritari)

nel caso della giunzione MS la corrente è limitata dalla concentrazione n nella depletion region → è la zona con la concentrazione minore

$$J_n = \underbrace{qn\mu_n E}_{\text{parte minore}} + \underbrace{qD_n \frac{dn}{dx}}_{\text{diff.}} = \text{costante}$$

↳ posso ricavarmi $n(x)$ ma ho bisogno delle condizioni al contorno: (non conosco J_n)

$$n(w_d) = N_d$$

$$n(0) = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} = N_c e^{-\frac{q\phi_{en}}{kT}}$$

posso calcolare:

$$J_n = J_0 \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

da n che ho trovato

↓ ↳ J_0 non è quello del caso pn!

"rectifying behavior"

⇒ l'espressione funziona bene nel caso dei semiconduttori a "bassa mobilità" mentre è sbagliata nel caso di semiconduttori ad "alta mobilità"

↓

↳ Silicio, Germanio

sperimentalmente: non fornisce un risultato

in linea con i risultati delle misure

⇒ questo modello, non sbagliato, ma valido in alcuni e non tutti i casi è detto Schottky approach e sfrutta solo l'approccio diffusivo degli elettroni

per ricavare il modello corretto nel caso di "alta mobilità" devo rivedere le ipotesi fatte per calcolare J_n e quella + dubbia e' che

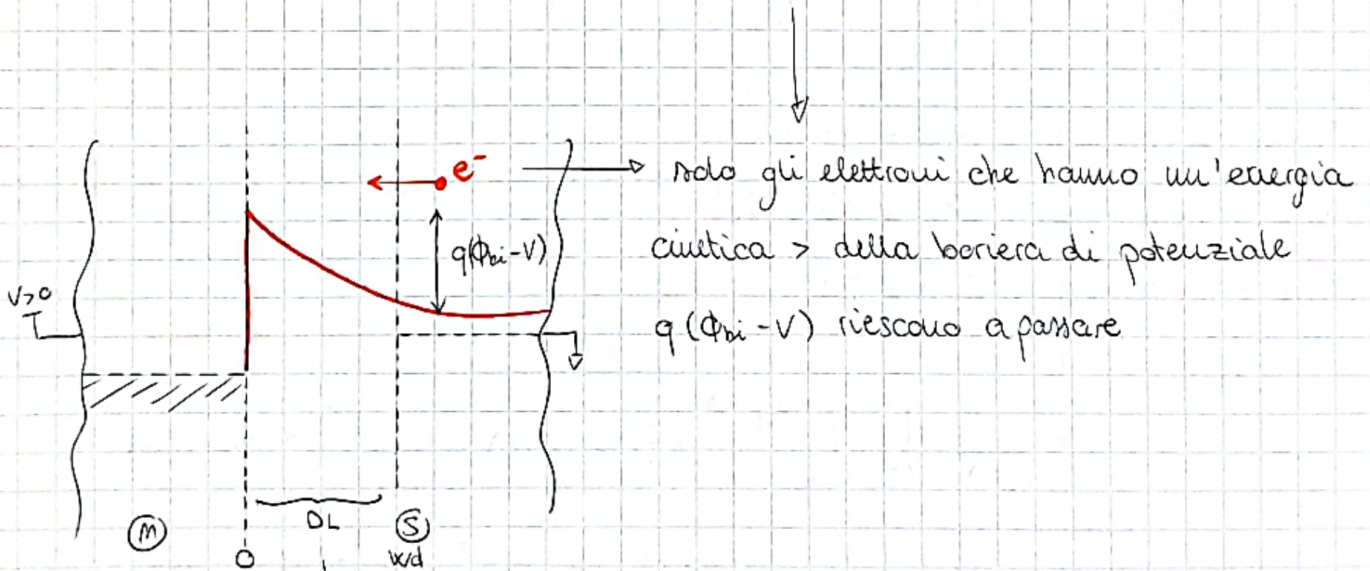
$$n(x) = N_c e^{-\frac{q\phi_n}{kT}} \rightarrow \text{abbiamo assunto che la concentrazione } n \text{ sulla superficie del semiconduttore sia uguale a quella nel caso dell'equilibrio termodinamico}$$

ma applicando un bias, io immetto elettroni sulla superficie del semiconduttore (soprattutto se esso e' ad alta mobilita'!)

→ infatti essa aumenta! → tale aumento e' trascurabile nei semiconduttori a bassa mobilita'; inoltre, essendo l'interfaccia tra i due materiali solo qualche nanometro non posso usare un approccio diffusivo (che e' un trasporto con scattering) ma un approccio senza scattering.

BETHE MODEL

→ e' un pure thermionic model → MODELLO TERMOIONICO



solo gli elettroni che hanno un'energia cinetica $>$ della barriera di potenziale $q(\phi_{bi} - V)$ riescono a passare

e' una regione molto vasta (100/300 nm) → non e' possibile che non ci siano eventi di scattering eppure il modello predice bene cio' che succede realmente

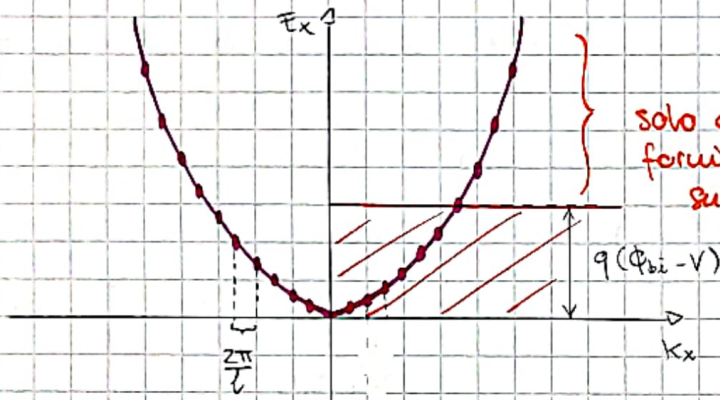
⇒ calcoliamo la corrente $J_{i,sm}$ di elettroni dal semi al metallo

consideriamo la dispersione di energia dei portatori (con l'approx di massa...)

$$E = E_c + \underbrace{\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z}}_{\text{dispersione di energia dei portatori nella banda di conduzione}}$$

e grafichiamo E_x :

(consideriamo un cristallo cubico di lunghezza l)



solo questi stati hanno energia tale da fornire all'elettrone abbastanza energia per superare la barriera

calcoliamo la densita' di corrente data dalla somma dei contributi in ogni stato:

$$J_{1,5 \rightarrow m} = \sum_{k_x > k_F} \underbrace{\frac{2q}{L^3}}_{\text{velocita' lungo x di un elettrone che occupa lo stato } k=k_x} v_x(k_x) f(k_x, k_y, k_z)$$

\rightarrow Fermi-Dirac @ energia dello stato k dell' e^-
 \rightarrow cristallo cubico di lato L
 \rightarrow densita' di carica dell'elettrone nello spazio

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{k_x}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2q}{L^3} v_x(k_x) f(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z$$

$$\hbar k_x = m_x v_x \quad \Rightarrow \quad dk_x = \frac{m_x}{\hbar} dv_x$$

$$\hbar k_y = m_y v_y \quad \Rightarrow \quad dk_y = \frac{m_y}{\hbar} dv_y$$

$$\hbar k_z = m_z v_z \quad \Rightarrow \quad dk_z = \frac{m_z}{\hbar} dv_z$$

$$= \frac{2q}{(2\pi)^3} \int_{v_x}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v_x f(v_x, v_y, v_z) \frac{m_x m_y m_z}{\hbar^3} dv_x dv_y dv_z$$

$$= \frac{2q}{(2\pi)^3} \frac{m_x m_y m_z}{\hbar^3} \int_{v_x}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v_x e^{-\frac{E_c - E_F}{kT} - \frac{m_x v_x^2}{2kT} - \frac{m_y v_y^2}{2kT} - \frac{m_z v_z^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$$

$$= \frac{2q}{\hbar^3} m_x m_y m_z e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \int_{v_x}^{+\infty} v_x e^{-\frac{m_x v_x^2}{2kT}} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m_y v_y^2}{2kT}} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m_z v_z^2}{2kT}} dv_z$$

$$= \frac{2q}{\hbar} m_x m_y m_z e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \cdot \frac{kT}{m_x} e^{-\frac{m_x v_x^2}{2kT}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_y}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_z}}$$

formula approx $\int e^{-x^2} dx$

$$= \frac{4\pi^2 q}{h^3} \frac{\sqrt{m_y m_z}}{m_0} (kT)^2 e^{-\frac{\bar{E}_c - \bar{E}_{Fn}}{kT}} e^{-\frac{m_x \bar{v}_x^2}{2kT}}$$

$$= \textcircled{A} \frac{\sqrt{m_y m_z}}{m_0} T^2 e^{-\frac{\bar{E}_c - \bar{E}_{Fn}}{kT}} e^{-\frac{m_x \bar{v}_x^2}{2kT}}$$

Richardson's constant che e' un valore dato

$$A = 120 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^2$$

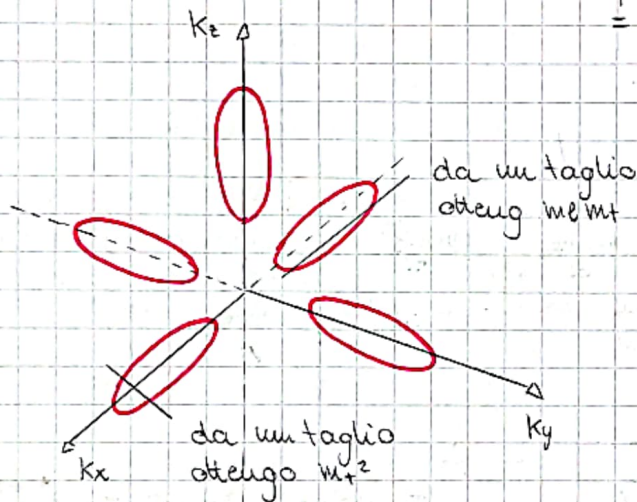
otengo cosi':

$$J_{s \rightarrow n} = A \frac{\sqrt{m_y m_z}}{m_0} T^2 e^{-\frac{q\phi_{En}}{kT}} e^{\frac{qV}{kT}}$$

posso espandere ulteriormente

$$\xrightarrow{\text{(Si)}} = A \frac{2m_n + 4\sqrt{m_n m_p}}{m_0} T^2 e^{-\frac{q\phi_{En}}{kT}} e^{\frac{qV}{kT}}$$

A^* e' costante



per calcolare, poi, $J_{m \rightarrow s}$ ho che:

$$\text{all' equilibrio termodinamico } V=0 \Rightarrow J_{n \rightarrow s} = A^* T^2 e^{-\frac{q\phi_{En}}{kT}} = J_{s \rightarrow n}$$

e quindi ricavo il "termine correttivo" dell'equazione precedente (di J_0)

$$J_{th} = \underbrace{A^* T^2 e^{-\frac{q\phi_{En}}{kT}}}_{J_{0,th}} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) = J_{s \rightarrow n} - J_{m \rightarrow s}$$

\Rightarrow posso scrivere la formula finale

$$J_{th} = J_{0,th} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$$

quindi...

Schottky model

- pure drift-diffusion
- descrive bene il trasporto nella DEPREG.
- non e' valido per il trasporto all' interfaccia M/S (trasporto senza scattering)

Bethe model

- pure thermionic
- non e' valido per il trasporto nella DEPREG.
- descrive bene all' interfaccia M/S

⇒ dobbiamo prendere gli aspetti positivi dei due modelli

$$\begin{cases} J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = \text{const} \\ n(x_d) = N_d \end{cases}$$

per il modello di Schottky

@ $x=0$:
↑
nella giunc.

$$J_n = J_{th} = A^* T^2 e^{-\frac{E_c - E_{Fn}}{kT}} e^{-\frac{m^* \bar{v}_x^2}{2kT}}$$

$\bar{v}_x = 0$ perché la stiamo valutando nella junc. dove tutti gli elettroni possono passare

$$J_{s \rightarrow m} = \frac{A^* T^2}{N_c} n(0)$$

$$J_{m \rightarrow s} = \frac{A^* T^2}{N_c} n_0$$

$$J_{th} = J_{s \rightarrow m} - J_{m \rightarrow s} = \frac{A^* T^2}{N_c} [n(0) - n_0]$$

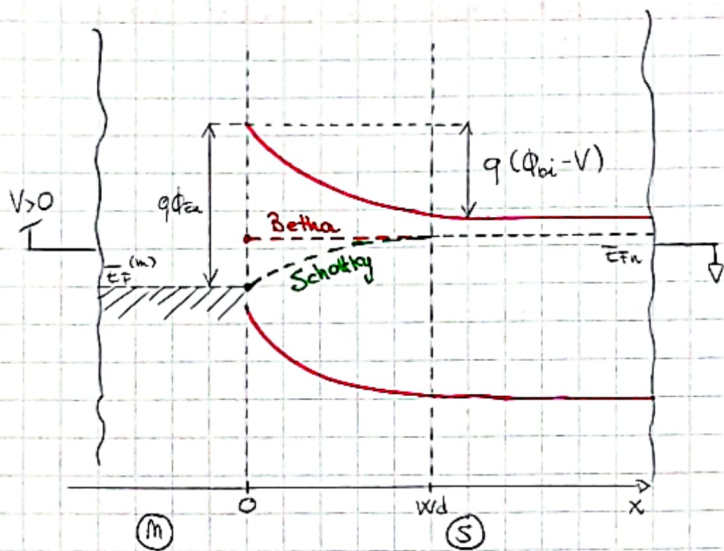
concentrazione all' equilibrio termodinamico

devo risolvere il sistema

$$\begin{cases} J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = \text{costante} \\ n(x_d) = N_d \\ J_n(0) = J_{th} \end{cases}$$

⇒ tale modello generale e' detto THERMIONIC EMISSION DIFFUSION MODEL FOR CURRENT TRANSPORT IN METAL-SEMICONDUCTOR JUNCTION

quindi...:



nel caso di un semiconduttore a bassa mobilità il Fermi-level diminuisce → e' quello che si era ipotizzato nel caso Schottky: dal sistema ricavo la stessa espressione che avevo già visto:

$$J_n = J_0 \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

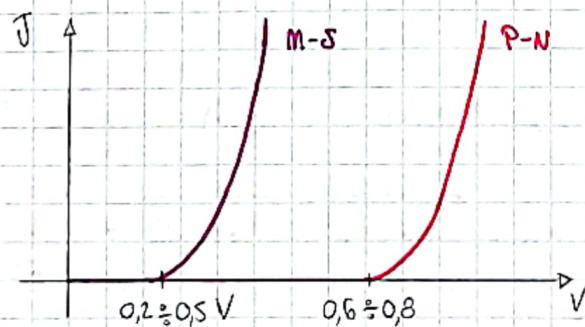
nel caso di un semiconduttore ad alta mobilità il Fermi-level rimane costante → poiché ad alta mobilità ho un grande flusso di elettroni e in questo caso il collo di bottiglia non e' la DEP. REG, ma l'interfaccia S/M

Nel caso intermedio (a mobilità normale) si trova a metà tra i due casi precedenti. Il caso per noi più significativo e' quello del Silicio → Betha model

$$\Rightarrow J \approx J_{th} = A^* T^2 e^{-\frac{q\phi_{En}}{kT}} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

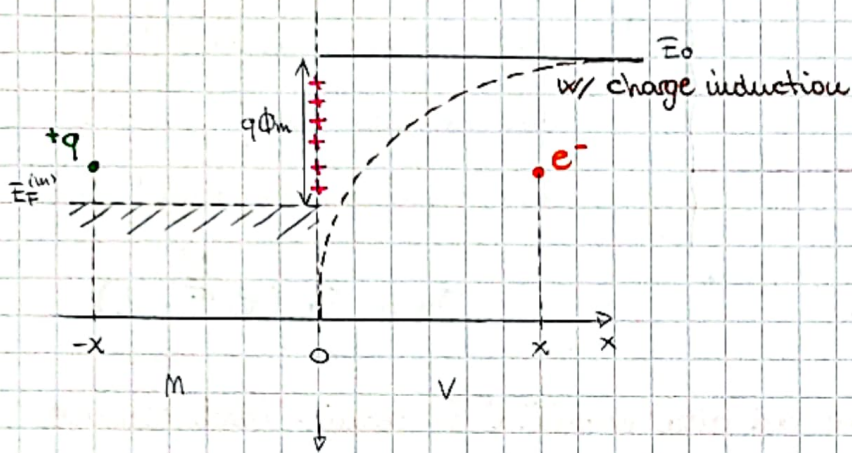
nel caso di:

Al/Si: $q\phi_{En} \approx 0,81 \text{ eV} \Rightarrow J_{0,th} = 5 \cdot 10^7 \text{ Acm}^{-2}$ → molto maggiore della corrente nella pn junction



↓
capacità di diffusione molto minore

Dobbiamo, però, fare una **correzione all'espressione del Betha model** dovuta all' effetto Schottky



per induzione elettrostatica si formano **cariche positive** che tendono ad attrarre l'elettrone verso la superficie (l'interfaccia).

⇒ per descrivere tale effetto usiamo l' **IMAGE CHARGE METHOD**

andando a sostituire il metallo con una carica positiva a distanza x , nel metallo

⇒ si genera una forza $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2x)^2} \Rightarrow E = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2} = -\frac{d\phi}{dx}$

⇒ $d\phi = -\frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2} dx$ che integro

$$\int_{\phi(x)}^{\phi(+\infty)} d\phi = \int_x^{+\infty} -\frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2} dx$$

$$\phi(+\infty) - \phi(x) = \frac{-1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q}{x} \Rightarrow \phi(x) = \phi(+\infty) + \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q}{x}$$

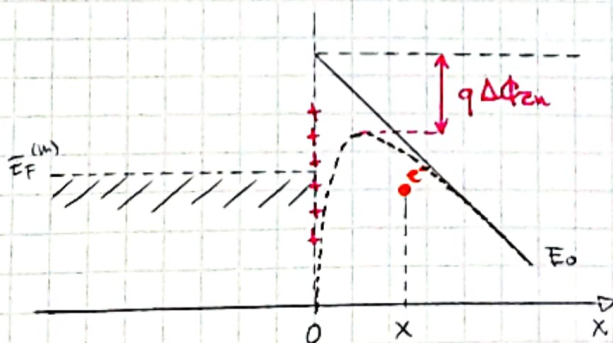
moltiplicando per q ottengo l'energia:

$$E_0(x) = E_0(+\infty) - \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x}$$

nel caso in cui E_0 non è costante

ottengo:

$$E_0(x) = E_0(0) - qEx - \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x}$$



⇒ in questo secondo caso la barriera è più bassa e dipende dal max:

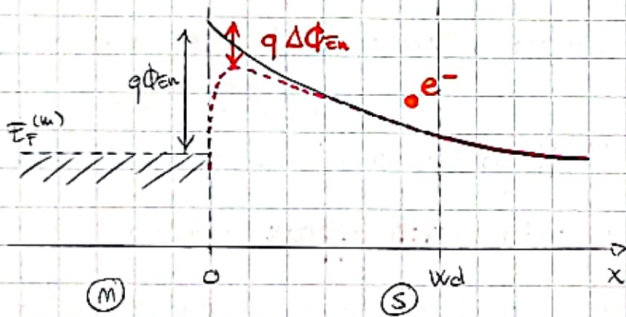
$$\frac{dE_0(x)}{dx} = -qE + \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x_{max}^2} = 0 \Rightarrow x_{max} = \sqrt{\frac{q}{16\pi\epsilon_0 E}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_0(x_{max}) &= E_0(0) - qE \sqrt{\frac{q}{16\pi\epsilon_0 E}} - \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \sqrt{16\pi\epsilon_0 E}}{\sqrt{q}} \\ &= E_0(0) - \sqrt{\frac{q^3 E}{16\pi\epsilon_0}} - \sqrt{\frac{q^3 E}{16\pi\epsilon_0}} = E_0(0) - \underbrace{\sqrt{\frac{q^3 E}{4\pi\epsilon_0}}}_{q\Delta\phi_{en}} \end{aligned}$$

⇒ come visto graficamente ho una riduzione della barriera di

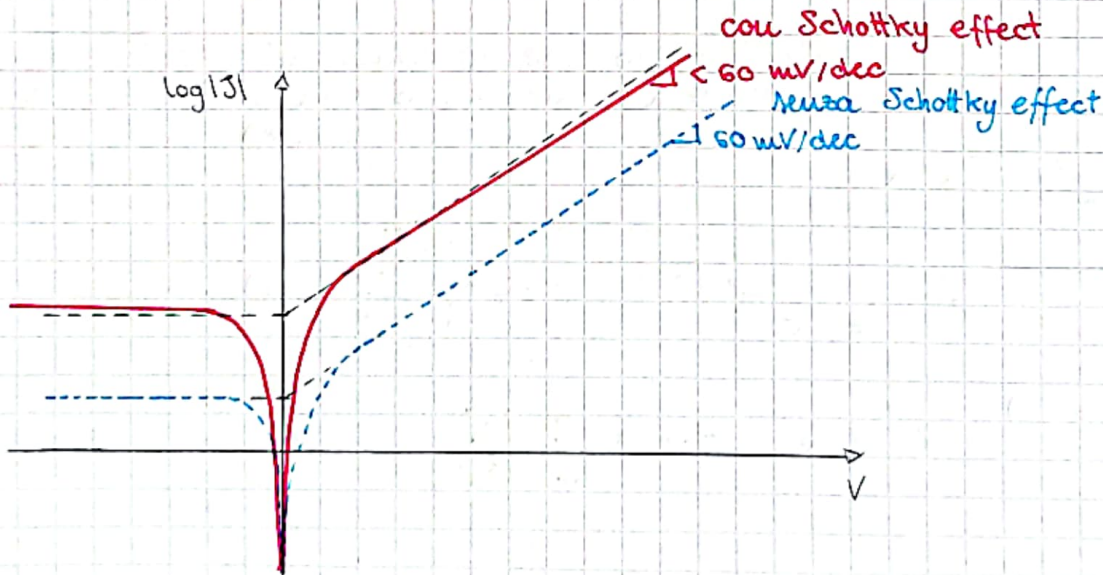
nel caso del M/S:

ho un fattore di correzione



$$\Rightarrow q\Delta\phi_{en} = \sqrt{\frac{q^3 E_{max}}{4\pi\epsilon_0}}$$

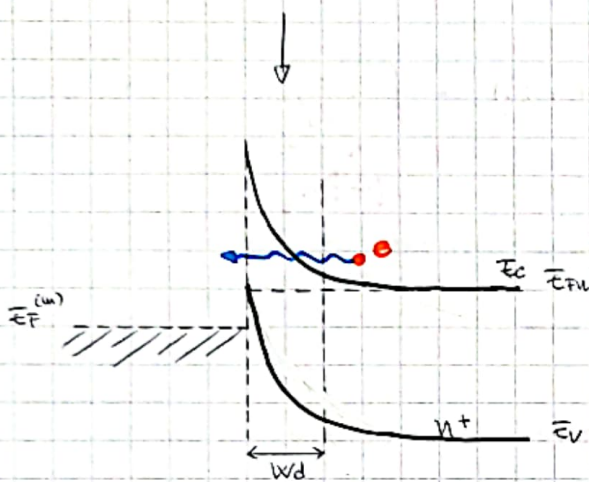
otteniamo una corrente:



② OHMIC CONTACT

se calcoliamo w_d per un semiconduttore molto drogato, con $N_d \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ho

$$w_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_i}{q} \frac{1}{N_d} (\phi_{bi} - V)} \approx 10 \text{ nm} \rightarrow \text{e' molto piccola!}$$



e' possibile che gli elettroni nella banda di conduzione attraversino la barriera

per **EFFETTO TUNNEL**

- senza bisogno di avere + energia della barriera

- essi sono "trasversali" oltre la barriera
l'esponente e' approssimato in serie di potenze

il parametro + importante che caratterizza l'effetto tunnel e' la **probabilita' di trasmissione** che esprimiamo in funzione della **WKB approx** (della meccanica quantistica)

$$T = e^{-2 \int \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (E_c - E)} dx}$$

$$= e^{-2 \int_0^{w_d} \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{q^2 N_d}{2\epsilon_i} x} dx}$$

$$= e^{-2 \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{q^2 N_d}{2\epsilon_i} \frac{w_d^2}{2}} = e^{-2 \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{q^2 N_d}{2\epsilon_i} \cdot \frac{1}{2} \frac{2\epsilon_i}{q} \frac{1}{N_d} (\phi_{bi} - V)}}$$

$$= e^{-\frac{q}{\xi_{00}} (\phi_{bi} - V)}$$

dove $\xi_{00} = \frac{q\hbar\sqrt{N_d}}{4\pi\sqrt{m^*\epsilon_i}}$

permette di studiare il regime semiclassico dalla mecc. quantistica
che posso estendere sapendo che $E_c(x) = \frac{q^2 N_d}{2\epsilon_i} x^2$

(in questo caso, per comodita' invertiamo l'asse x e poniamo lo zero all'inizio della DEP. REC internamente al semiconduttore)

$\Rightarrow J \propto T$ e posso definire la

CONTACT RESISTIVITY

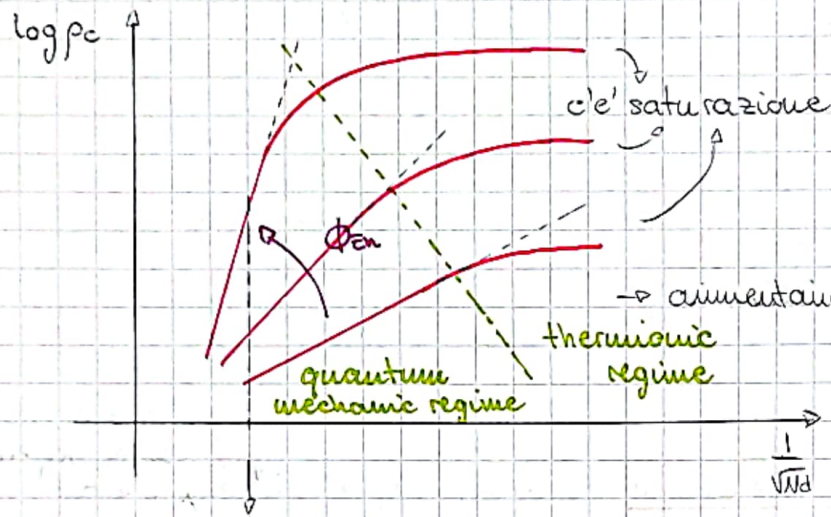
(per piccolo segnale)

$$\rho_c = \left(\frac{dJ}{dV} \right)^{-1} \Big|_{V=0} \quad [\Omega \text{ cm}^2]$$

calcoliamola: sapendo che $p_c \propto T \Rightarrow \mathcal{L} \left(e^{-\frac{q}{E_{00}} (\Phi_{bi} - V)} \frac{q}{E_{00}} \right)^{-1} \Big|_{V=0}$

$$= \frac{E_{00}}{q} e^{-\frac{q}{E_{00}} \Phi_{bi}} = \frac{E_{00}}{q} e^{-\frac{q}{E_{00}} \Phi_{En}}$$

inoltre $E_{00} \propto \sqrt{Nd} \Rightarrow p_c \propto e^{-\frac{1}{\sqrt{Nd}}}$
grafichiamo questa dipendenza



$$\ln \left\{ e^{-\frac{q \Phi_{En}}{\alpha \sqrt{Nd}}} \right\}$$

$$= -\frac{q \Phi_{En}}{\sqrt{Nd}} \beta + \gamma$$

\rightarrow aumentando Nd , la contact resistivity
diminuisce esponenzialmente
(infatti stiamo riducendo $1/\sqrt{Nd}$!)

a parita' di Nd ho che aumentando l'altezza della barriera Φ_{En} allora
la resistivita' e' maggiore

ad un certo punto c'e' saturazione: se $Nd \ll 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ allora la barriera diventa
come nel caso precedente, + grande e l'effetto tunnel diventa trascurabile

esempio:

se $Nd = 10^{20} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow p_c \approx 8 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}^{-3}$

e $q \Phi_{En} = 0,6 \text{ eV}$

applicando $10 \text{ mV} \Rightarrow J = \frac{10 \text{ mV}}{p_c} = 10^3 \text{ A cm}^{-2} \rightarrow$ molto alta !!!

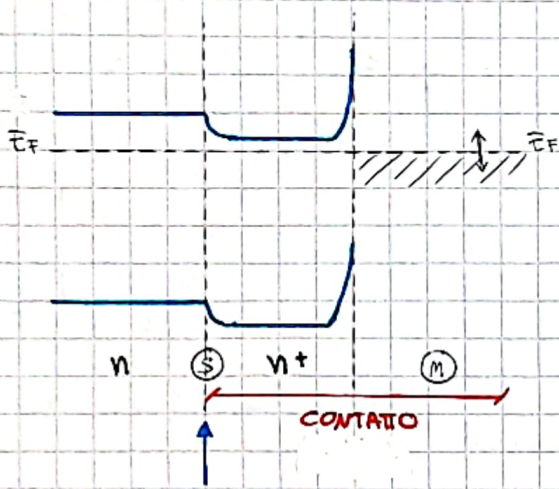
(ho solo 10 mV)

\Rightarrow posso raggiungere una corrente molto

elevata anche con tensioni molto basse \rightarrow mi basta perturbare l'equilibrio
veramente di poco

\Rightarrow poiche' la probabilita' di trasmissione non dipende dalla direzione con
cui l'elettrone attraversa la barriera, la corrente e' alta per entrambe le
polarita' di V !

il semiconduttore di tipo n ha una zona n+ nel contatto ed metallo



tale struttura e' equivalente a considerare il contatto come

CONTATTO IDEALE

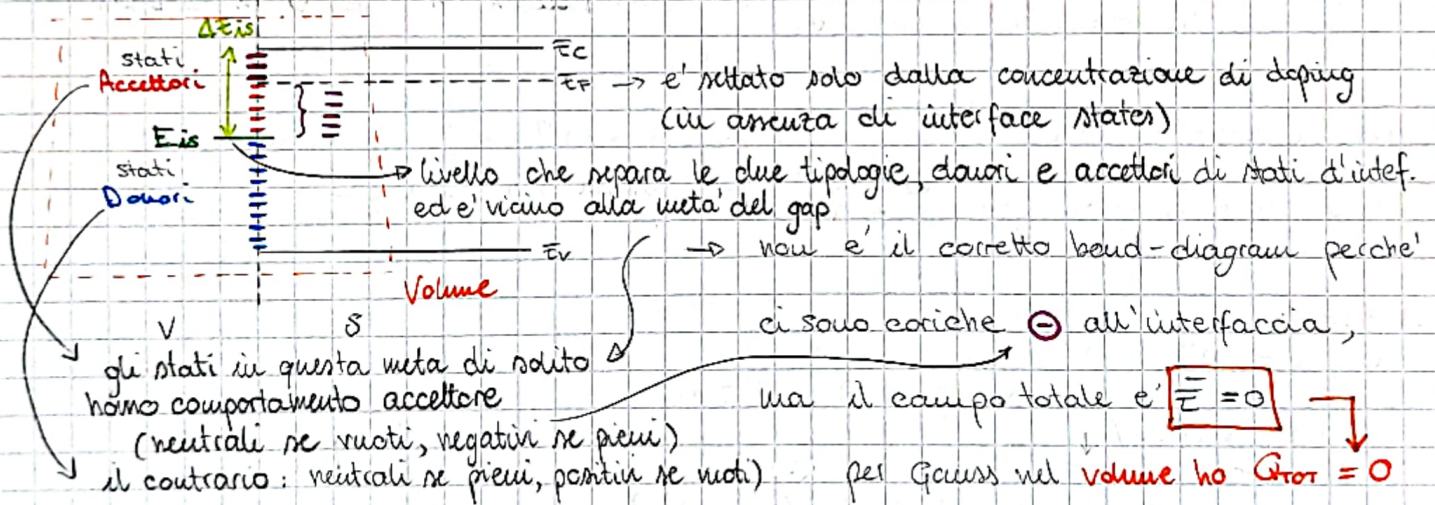
in questa posizione

STATI D'INTERFACCIA

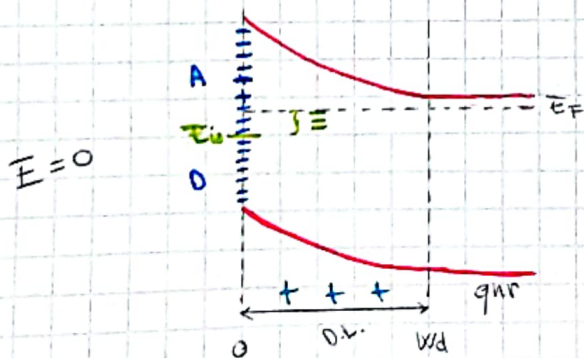
di impurita' e difetti esistenti sulla superficie
stati donori e accettori

La giunzione M/S e' molto suscettibile alle concentrazioni di D e A:

facciamo prima una considerazione col vuoto:



e quindi devo avere per forza un bending verso l'alto tale da avere



→ cariche positive sulla DEP.REG. che bilanciano quelle negative

la condizione limite e' che $E_{is} \rightarrow E_F$, non puo' superarlo perche' altrimenti si genererebbero cariche positive (ioni donori) che non sono compatibili

con il diagramma delle bande disegnato, supponendo una densità N_{is} di stati d'interfaccia

$N_{is} \rightarrow +\infty$

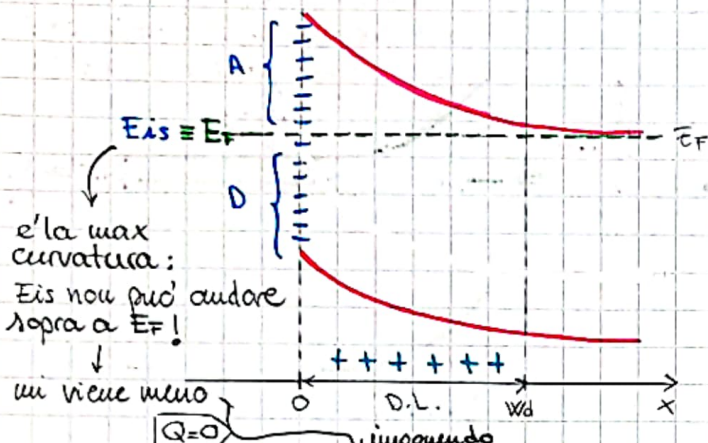
carica totale dovuta agli stati d'interfaccia

$$\rightarrow |Q_{is}| = qN_{is}(\bar{E}_F - E_{is}) = qN_{is}(\Delta E_{is} - (\bar{E}_{c(0)} - \bar{E}_F))$$

$$Q_{dep} = qNdwd = \sqrt{\frac{2\epsilon_i q Nd}{q} \frac{\bar{E}_{c(0)} - \bar{E}_{c(wd)}}{q}}$$

→ la posizione del Fermi-level e' rettata non dal doping concentrazione ma da N_{is}

Fermi-level pinning



e' la max curvatura: E_{is} non puo' andare sopra a E_F !

un vicino meno

$|Q=0$ imponendo

dove valore $|Q_{is}| = Q_{dep} \Rightarrow qN_{is}[\Delta E_{is} - E_c(0) + \bar{E}_F] = \sqrt{2\epsilon_i q Nd \frac{\bar{E}_{c(0)} - \bar{E}_{c(wd)}}{q}}$

dove l'unica incognita e' $E_c(0)$, pongo senza perdita di generalita' $\bar{E}_F = 0$, (riferimento)

se $N_{is} = 0 \Rightarrow E_c(0) = \bar{E}_{c(wd)} \rightarrow$ non flessione delle bande

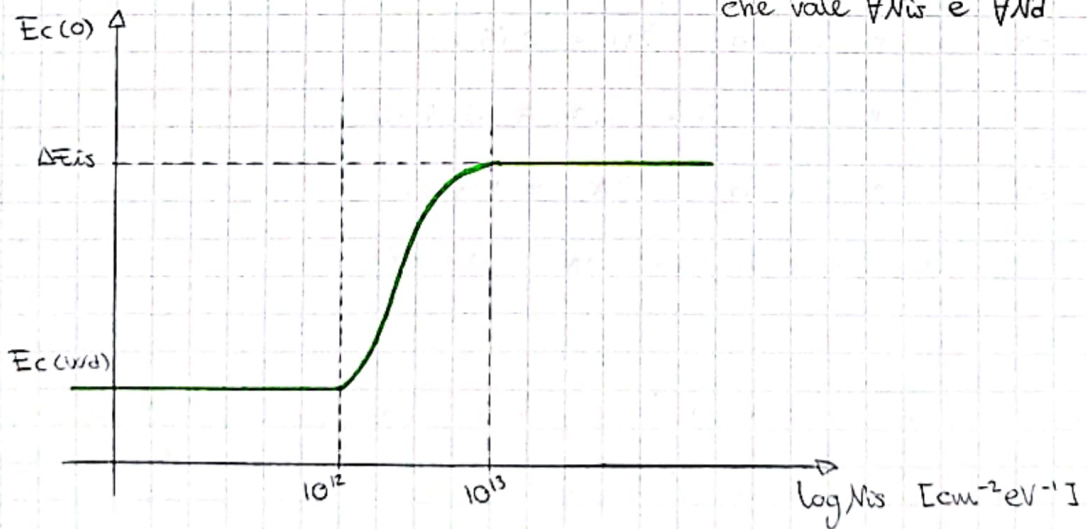
nel mezzo ho tutti i casi possibili (dove E_F e' rettato dagli is e dalla concentr.)

se $N_{is} \rightarrow +\infty \Rightarrow E_c(0) = \Delta E_{is} \rightarrow$ la flessione e' tale che E_{is} e' allineato con E_F

l'espressione generale la posso ricavare dall'equazione precedente:

$$E_c(0) = \Delta E_{is} + \frac{\epsilon_i Nd}{q^2 N_{is}^2} - \sqrt{\left(\frac{\epsilon_i Nd}{q^2 N_{is}^2}\right)^2 + \frac{2\epsilon_i Nd}{q^2 N_{is}^2} (\Delta E_{is} - \bar{E}_{c(wd)})}$$

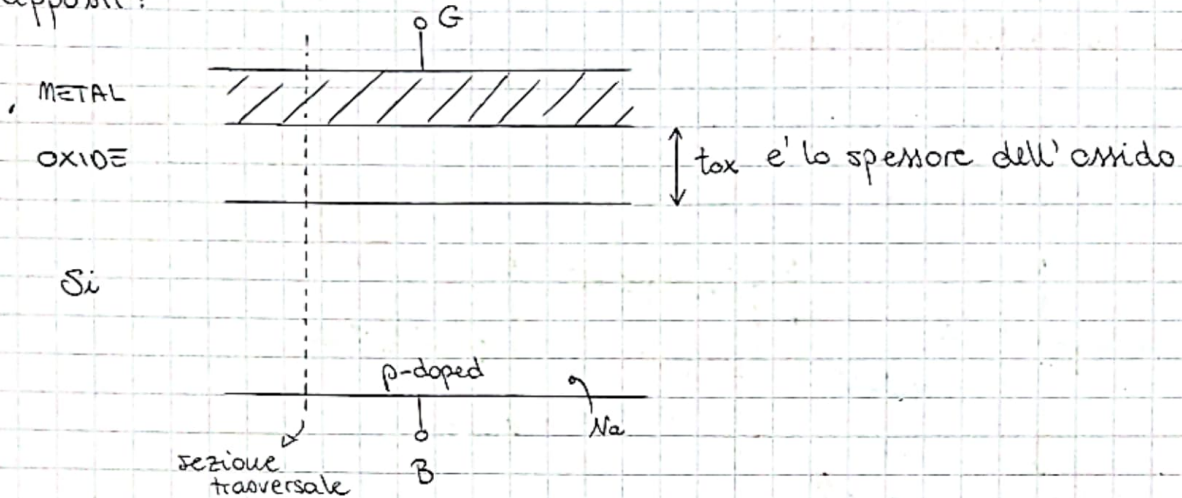
che vale $\forall N_{is}$ e $\forall Nd$



⇒ quando $N_{is} \rightarrow +\infty$ allora la posizione di E_F rispetto alle bande (E_c ed E_v) non dipende piu' dalla concentrazione di doping, ma e' rettato dagli stati d'interfaccia e ho il cosiddetto Fermi-level pinning

MOS CAPACITOR

MOS = metal-oxide semiconductor; e' un dispositivo formato da 3 strati sovrapposti:



- per noi il semiconduttore sarà il silicio, l'ossido l'ossido di silicio SiO_2 che uno dei migliori dielettrici possibili (e presenta davvero poche impurità), ma non ha una costante dielettrica grande

→ ecco perché negli ultimi anni è stato via via sostituito da altri materiali con ϵ_r maggiori

⇒ noi considereremo l'ossido come **isolante perfetto**

- il metallo sopra l'ossido è detto **GATE**, ma a volte può essere sostituito da un high-doped **polycrystalline silicon (poly-Si)**

↓
lo strato non può essere monocristallino sopra l'ossido perché non si generano i legami corretti per formare il reticolo

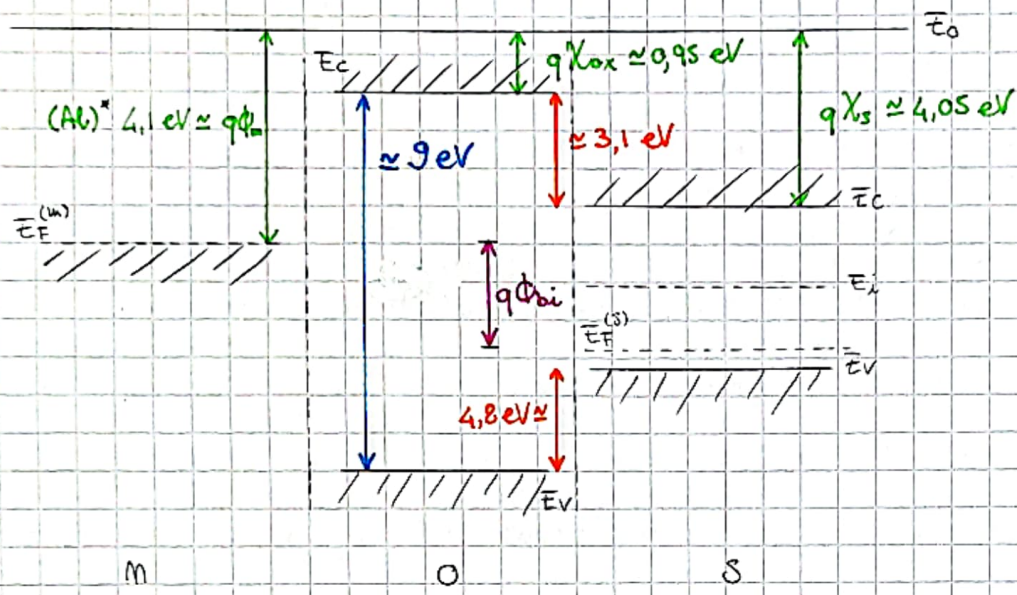
⇓
quando si pone del Si sopra altri materiali che non sono silicio, allora devo usare silicio policristallino (o amorphous silicon)

- lo strato inferiore è detto **BULK** e di solito è posto a massa (e la tensione applicata al gate è V_g , riferita a GND)

poiche' abbiamo un'isolante perfetto, a livello statico la corrente e' 0 e quindi vogliamo studiare l'elettrostatica del dispositivo in funzione della tensione applicata al gate

Δ M-O-S non in contatto fra loro

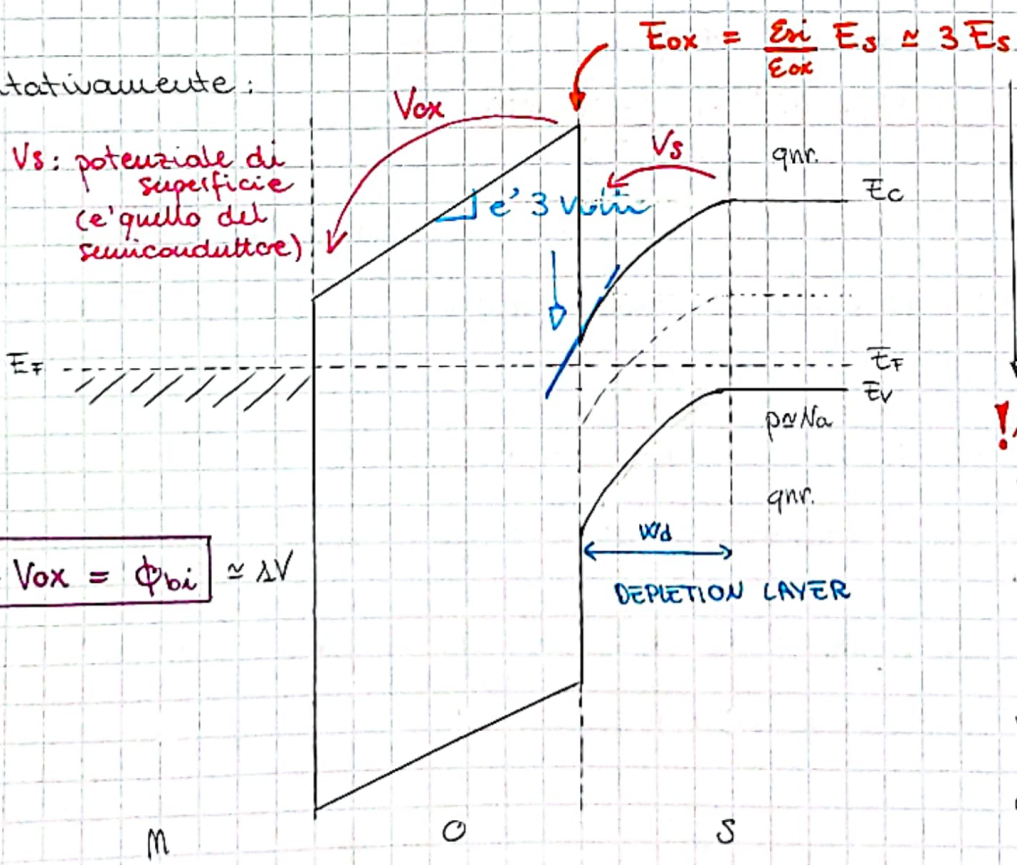
→ in questo modo sono indipendenti fra loro all'equilibrio termodinamico grafichiamo il diagramma delle bande



* l'alluminio e' stato il primo materiale utilizzato come metallo

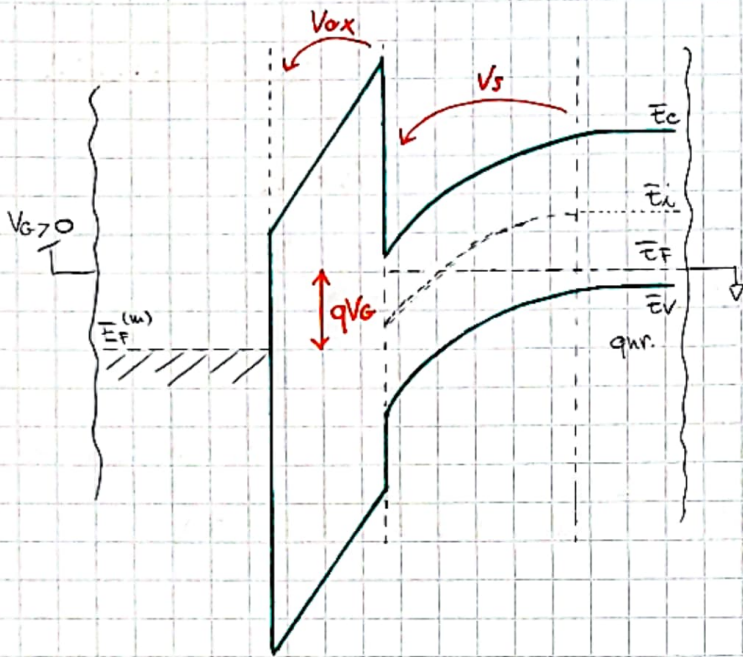
Δ MOS in contatto fra loro

qualitativamente:



! N.B.: se non ho cariche libere nell'ossido, allora la pendenza nell'ossido e' uguale (stessa direzione) di quella nel semi (legge di Gauss)

se ora applichiamo un bias $V_G > 0$ il diagramma cambia qualitativamente nel seguente modo:



vale sempre (x Gauss)

$$\epsilon_i \bar{E}_s = \epsilon_{ox} \bar{E}_{ox}$$



aumenta V_s e aumenta V_d

inoltre ho che $V_s + V_{ox} = \phi_{bi}$ vale all'equilibrio, ma se applico un

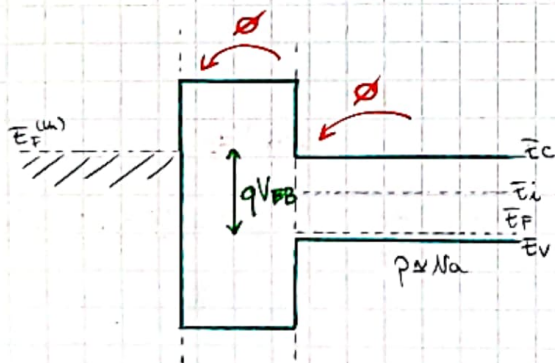
bias \Rightarrow $V_s + V_{ox} = \phi_{bi} + V_G$

il dispositivo non e' all'equilibrio termodinamico (no un bias) e infatti non ho un livello di Fermi costante in tutto il dispositivo \rightarrow in seguito si capira' che pero' il substrato (solo) deve essere all'equilibrio affinché abbia un livello di Fermi costante

se applico un bias negativo $V_G = -\phi_{bi} \Rightarrow \underline{V_s + V_{ox} = 0}$, ma V_s e V_{ox} devono avere lo stesso segno (nel disegno e' così)

$$\Rightarrow V_s + V_{ox} = 0 \Leftrightarrow V_s = 0 \wedge V_{ox} = 0$$

\Rightarrow non ho drop ne' nell'ossido, ne' nel semiconduttore:

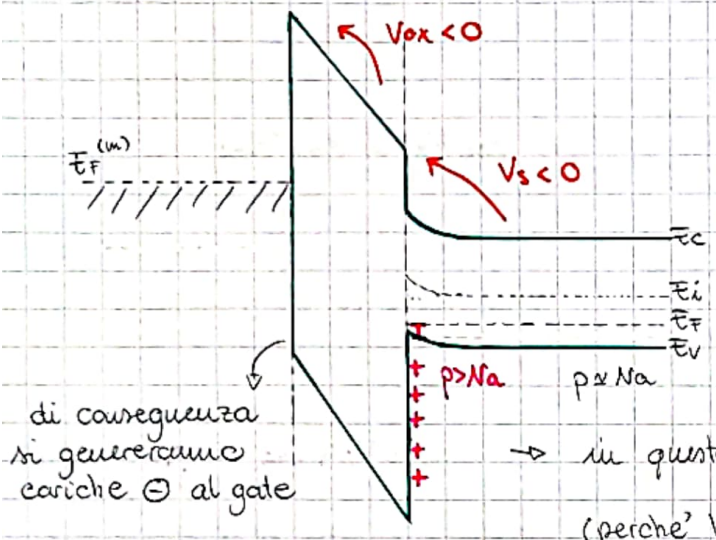


sono nella condizione $V_G = -\phi_{bi} = V_{FB}$

detta FLAT-BAND CONDITION

e quindi V_f e' detto flat-band voltage

supponiamo di aumentare (in valore assoluto) V_g sotto $-\phi_{bi}$, allora $\bar{E}_F^{(u)}$ tende a salire ulteriormente:



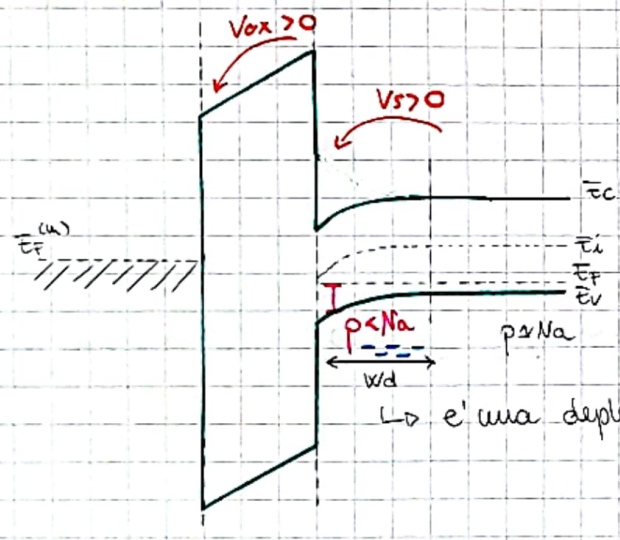
tale regime è detto ACCUMULATION

$$V_g < V_{FB}$$

di conseguenza si generano cariche \ominus al gate

→ in questo caso qui si generano cariche positive (perché ho. + lacune che accettori⁻)

Supponiamo ora di aumentare V_g , superiamo V_{FB} e otteniamo quello che segue:

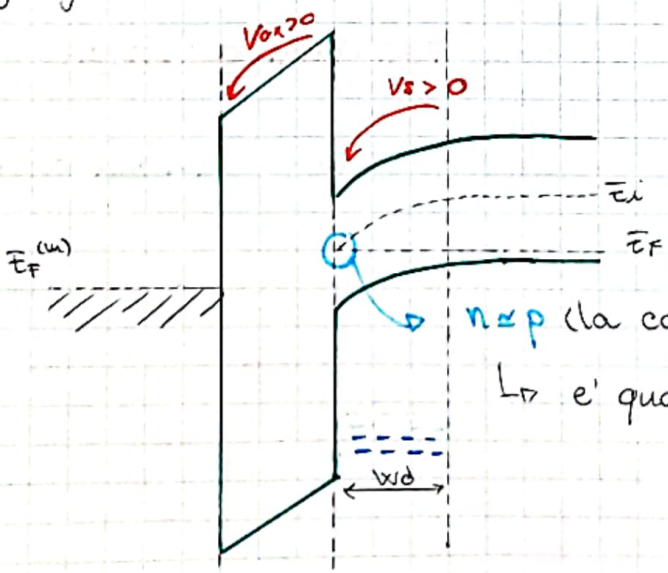


tale regime è detto DEPLETION

$$V_g > V_{FB}$$

↳ è una depletion region ⇒ ho cariche negative dovute agli ioni accettori

continuando su questa strada ad un certo punto arriviamo che E_i raggiunge E_F @ silicon surface



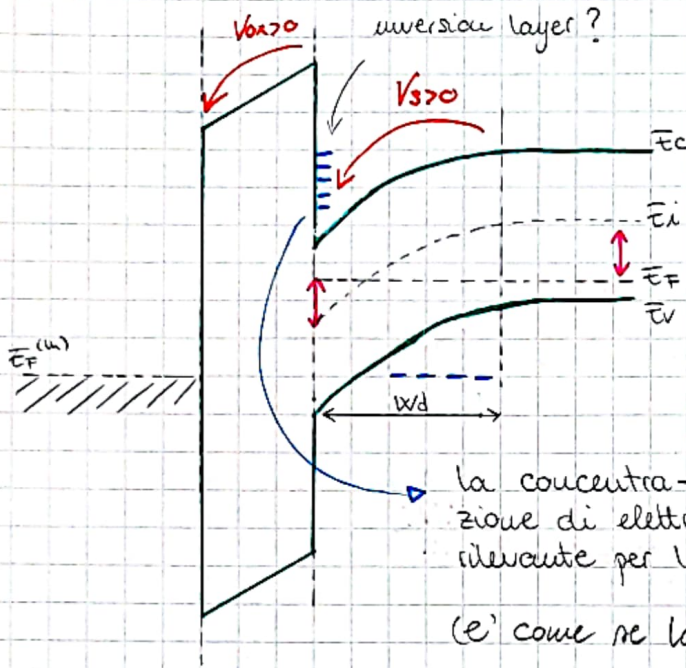
$$V_g \gg V_{FB}$$

tale regime è detto WEAK - INVERSION

$n \approx p$ (la concentrazione di elettroni e lacune è simile)
↳ è quasi intrinseco

continuando ad aumentare :

$V_G \gg V_{FB}$



tale regime e' detto **STRONG-INVERSION**

sono uguali => la concentrazione di elettroni diventa uguale a quella di drogaggio

la concentrazione di elettroni diventa rilevante per l'elettrostatica del dispositivo (e' come se la dep. reg. diventasse un n-type ...)

=> questi sono i regimi possibili del MOS CAPACITOR

posso modulare questi stati modulando la tensione del gate: infatti il condensatore mos e' detto **FIELD EFFECT DEVICE**



si puo' modulare l'elettrostatica del dispositivo (in particolare nel substrato) grazie all'azione elettrostatica del gate che e' isolato

.....

ricaviamo qualche risultato quantitativo partendo dall'equazione di Poisson

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_i} (\rho - n + N_d^+ - N_a^-)$$

completa ionizzazione
non ci sono donori nel substrato p

dove $\phi(x) = \frac{-E_i(x)}{q}$ per definizione il potenziale e' definito a partire da E_i

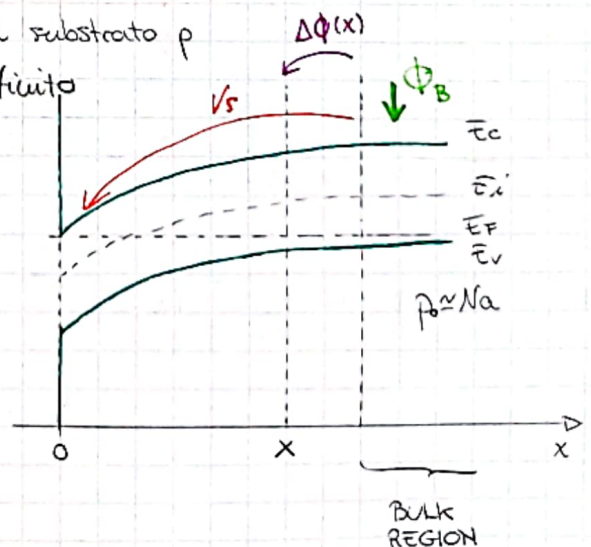
teoricamente

$$@ \text{BULK } n_0 \quad \phi_B = \phi(x \rightarrow +\infty) = \frac{-E_i(x \rightarrow +\infty)}{q}$$

ammiamo

$$\Rightarrow p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F^0}{kT}} \approx N_a$$

mi ricavo $E_i \approx kT \ln \frac{N_a}{n_i}$



e quindi il potenziale elettrostatico al bulk e'

$$\Phi_B = -\frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$$

inoltre definisco $\Delta\phi(x) = \phi(x) - \phi_B$

considerando $n = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} = n_i e^{\frac{-q\phi}{kT}}$
 e $n_0 = n_i e^{\frac{q\phi_B}{kT}}$

$\Rightarrow \frac{n}{n_0} = e^{\frac{q(\phi - \phi_B)}{kT}}$ e quindi $n = n_0 e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}}$

analogamente $p = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{-q\phi}{kT}}$
 e $p_0 = n_i e^{\frac{-q\phi_B}{kT}}$ } $\Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{q\Delta\phi}{kT}}$

il prodotto $pn = p_0 n_0 = n_i^2 \quad \forall x$

\Rightarrow questo perche E_F e' costante nel substrato \Rightarrow e' all'equilibrio termodinamico

@ BULK $p_0 = n_0 + N_A \Rightarrow N_A = p_0 - n_0$

possiamo riformulare l'equazione di Poisson:

$$\frac{d^2 \Delta\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon n} \left[\underbrace{p_0 e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}}}_p - \underbrace{n_0 e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}}}_{-n} - \underbrace{p_0 + n_0}_{-N_A} \right]$$

$\Rightarrow \frac{d^2 \Delta\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon n} \left[p_0 e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - \frac{n_i^2}{p_0} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - p_0 + \frac{n_i^2}{p_0} \right]$

con $p_0 \approx N_A$
 la facciamo ora...
 farlo prima e' meno
 accurato

$\Rightarrow \frac{d^2 \Delta\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon n} \left[N_A e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - N_A + \frac{n_i^2}{N_A} \right]$

e' l'equazione che va risolta

$$\frac{d\Delta\phi}{dx} \cdot d\left(\frac{d\Delta\phi}{dx}\right) = \frac{-q}{\epsilon n_i} \left[Na e^{\frac{-q\Delta\phi}{kT}} - \frac{n_i^2}{Na} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - Na + \frac{n_i^2}{Na} \right] dx \cdot \frac{d\Delta\phi}{dx}$$

integro (ho cambiato la variabile d'integrazione)

$$\int_{\frac{d\Delta\phi}{dx}}^0 \frac{d\Delta\phi}{dx} d\left(\frac{d\Delta\phi}{dx}\right) = \int_{\Delta\phi}^0 \frac{-q}{\epsilon n_i} \left[Na e^{\frac{-q}{kT} \Delta\phi} - \frac{n_i^2}{Na} e^{\frac{q}{kT} \Delta\phi} - Na + \frac{n_i^2}{Na} \right] d\Delta\phi$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta\phi}{dx}\right)^2 = \frac{q}{\epsilon n_i} \left[Na e^{\frac{-q}{kT} \Delta\phi} \left(\frac{-kT}{q}\right) - \frac{n_i^2}{Na} e^{\frac{q}{kT} \Delta\phi} \left(\frac{kT}{q}\right) - Na \Delta\phi + \frac{n_i^2}{Na} \Delta\phi \right]_{\Delta\phi}^0$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta\phi}{dx}\right)^2 = \frac{q}{\epsilon n_i} \left[-\frac{kT}{q} Na + \frac{kT}{q} e^{\frac{-q\Delta\phi}{kT}} - \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{Na} + \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{Na} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} + Na \Delta\phi - \frac{n_i^2}{Na} \Delta\phi \right]$$

$$\left(\frac{d\Delta\phi}{dx}\right)^2 = \frac{2q}{\epsilon n_i} \frac{kT}{q} Na \left[-1 + e^{\frac{-q\Delta\phi}{kT}} - \frac{n_i^2}{Na^2} + \frac{n_i^2}{Na^2} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} + \frac{q\Delta\phi}{kT} - \frac{n_i^2}{Na^2} \frac{q\Delta\phi}{kT} \right]$$

$$\frac{d}{dx} \Delta\phi = \pm \sqrt{\frac{2kTNa}{\epsilon n_i} \left[e^{\frac{-q\Delta\phi}{kT}} + \frac{q\Delta\phi}{kT} - 1 + \frac{n_i^2}{Na^2} \left(e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} - \frac{q\Delta\phi}{kT} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}}$$

ma ho che $\frac{d}{dx} \Delta\phi = -E(\Delta\phi)$

non abbiamo $E(x)$, ma ancora $E(\Delta\phi)$, ma possiamo dire subito:

$$E_s = E(V_s) \Rightarrow Q_s = \text{TOTAL CHARGE NEL SEMICONDUCTORE}$$

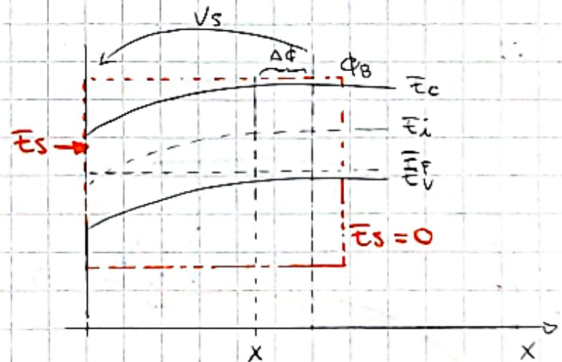


perche' ho un campo $E \neq 0$ che esce dal volume $\Rightarrow Q_s \neq 0$

$$\Rightarrow Q_s = -\epsilon n_i E_s$$

$$\left[\frac{Q}{cm^2} \right]$$

e' opposta perche' entrante



perche' ricavarmi $Q_s = Q_s(V_s)$

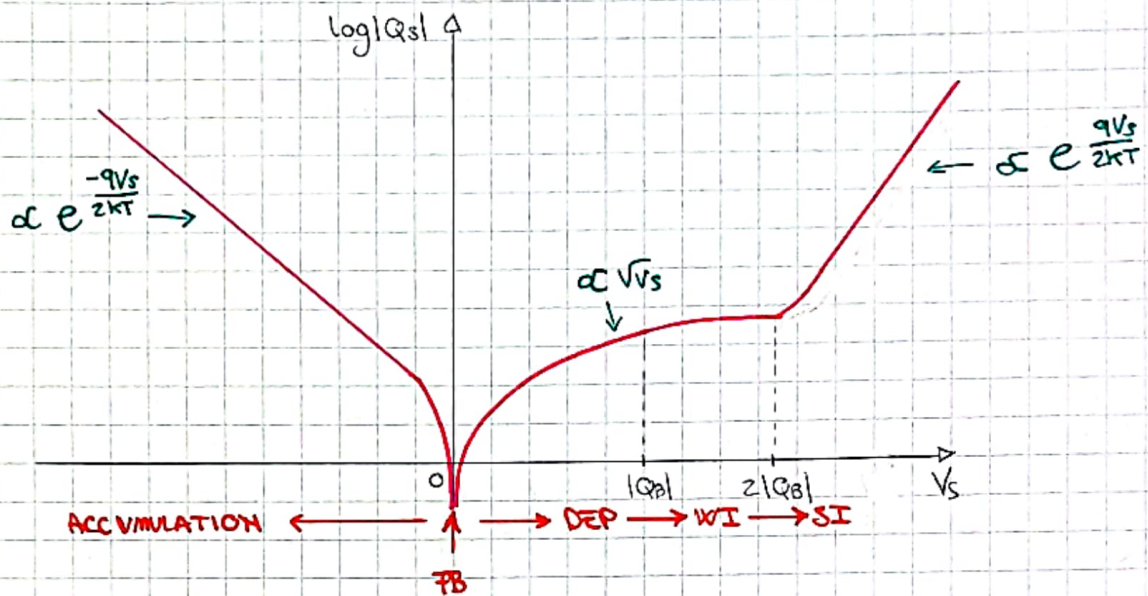
$$\Rightarrow Q_s = \pm \sqrt{2\epsilon n_i kT Na} \left[e^{\frac{-qV_s}{kT}} + \frac{qV_s}{kT} - 1 + \frac{n_i^2}{Na^2} \left(e^{\frac{qV_s}{kT}} - \frac{qV_s}{kT} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

il segno che scelgo dipende dal segno di V_s

nel regime di accumulazione $Q_s > 0$, $V_s < 0$ (\Rightarrow il segno e' opposto a quello di V_s)

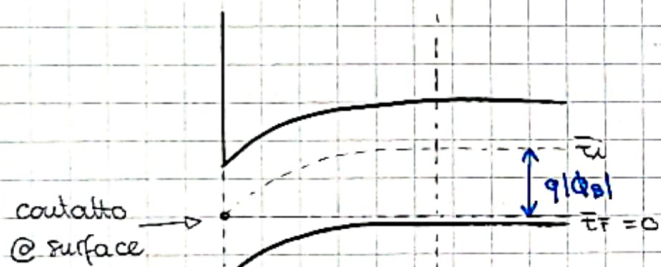
nel " di inversione forte $V_s > 0 \Rightarrow Q_s < 0$

studiamo la dipendenza di Q_s da V_s nel seguente plot:



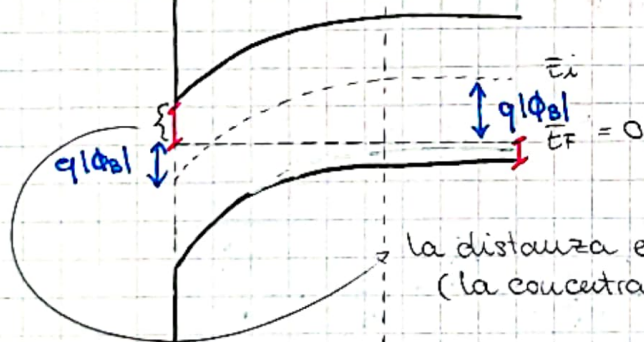
troviamo le soglie delle varie zone di lavoro:

$\Delta \text{DEP} \rightarrow \text{W.I.}$



\rightarrow the total drop of $E_i = |\phi_s|$

$\Delta \text{W.I.} \rightarrow \text{S.I.}$



$\rightarrow V_s = 2|Q_s|$

la distanza e' uguale (la concentrazione di e^- e' uguale a quella delle lacune)

@ surface

@ bulk

calcoliamo ora Q_s \forall stato possibile

$$\frac{n_i^2}{N_a^2} \ll 1$$

• ACCUMULATION:

$$V_s < 0 \Rightarrow Q_s \approx + \sqrt{2 \epsilon_m \epsilon_0 k T N_a} e^{-\frac{q V_s}{2 k T}} \quad (\text{gli altri sono trascurabili})$$

↓
dovuta alle lacune sulla superficie

↓
e' una conseguenza della statistica di Maxwell-Boltzmann: se diminuiamo V_s , allora la E_F si avvicina a E_F \Rightarrow la concentrazione di lacune aumenta esponenzialmente

• FB: $V_s = 0 \Rightarrow Q_s = 0$

• DEP/W.I.: $0 < V_s < 2|\Phi_{B1}| \Rightarrow Q_s \approx - \sqrt{2 \epsilon_m \epsilon_0 k T N_a} \sqrt{\frac{q V_s}{k T}} = - q N_a \lambda_d$
 $= - \sqrt{2 \epsilon_m q N_a V_s}$
 perche' $\frac{n_i^2}{N_a^2} e^{\frac{q 2|\Phi_{B1}|}{k T}} = \frac{n_i^2}{N_a^2} e^{\frac{q \cdot 2 \frac{k T}{q} \ln \frac{N_a}{n_i}}{k T}} = \frac{N_a^2}{N_a^2} \frac{N_a^2}{N_a^2} = 1$

• S.I.: $V_s > 2|\Phi_{B1}| \Rightarrow Q_s \approx - \sqrt{2 \epsilon_m \epsilon_0 k T N_a} \frac{n_i}{N_a} e^{\frac{q V_s}{2 k T}}$
 ↓
 questa carica e' dovuta agli elettroni che aumentano esponenzialmente (come per le lacune) avvicinando E_c a E_F

Questa era la dipendenza di $Q_s(V_s)$, ora proseguiamo trovando la relazione che lega Q_s e V_s in funzione di V_G

$$V_G + \Phi_{bi} = V_s + V_{ox}$$

$$V_G - V_{FB} = V_s + V_{ox}$$

$$= V_s + \bar{E}_{ox} t_{ox}$$

$$= V_s + \frac{\bar{E}_{ox} - \bar{E}_s}{\epsilon_{ox}} t_{ox}$$

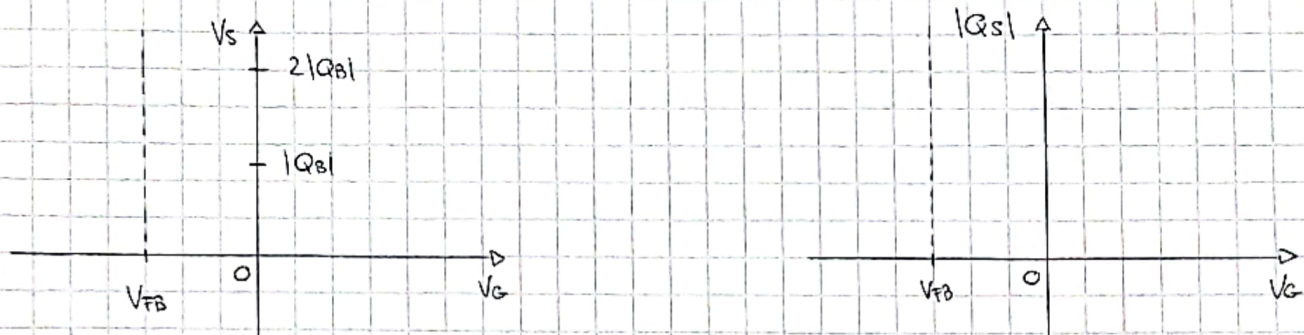
$$= V_s - \frac{Q_s}{\epsilon_{ox}} t_{ox}$$

$$= V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_s = Q_s(V_s) \\ V_G - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s(V_s)}{C_{ox}} = f(V_s) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{diventa una funzione} \\ \text{di } V_s \\ \downarrow \\ f(V_s) \end{array}$$

e posso esplicitare $V_s(V_G)$ e quindi $Q_s(V_G)$

consideriamo i seguenti plot.



noi hanno i punti caratteristici che abbiamo trovato in precedenza,

→ troviamo la dipendenza dividendo vari carni, a seconda del regime

ACCUMULATION

$V_s < 0$ e $Q_s \approx + \sqrt{2 \epsilon_m k T N_a} e^{-\frac{qV_s}{2kT}}$ che sostituendo in $V_G - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}}$

otengo l'equazione da risolvere:

$$V_G - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}} = \cancel{V_s} - \frac{\sqrt{2 \epsilon_m k T N_a}}{C_{ox}} e^{-\frac{qV_s}{2kT}}$$

$$\Rightarrow V_s \approx \frac{-2kT}{q} \ln \frac{C_{ox}(V_{FB} - V_G)}{\sqrt{2 \epsilon_m k T N_a}} \quad (\text{giustamente } e' < 0)$$

$$\Rightarrow Q_s \approx C_{ox}(V_{FB} - V_G)$$

esempio

$\left. \begin{array}{l} t_{ox} = 3 \text{ nm} \\ N_a = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \end{array} \right\}$	$\text{se } V_{FB} - V_G = 1V \Rightarrow V_s \approx -190 \text{ mV}$
	$\text{se } V_{FB} - V_G = 2V \Rightarrow V_s \approx -225 \text{ mV}$

DEPLETION / WEAK-INVERSION

$0 < V_s < 2|\Phi_B|$ e $Q_s \approx - \sqrt{2 \epsilon_m q N_a V_s} = Q_{dep} \rightarrow Q_s \propto \sqrt{V_G}$

$$V_G - V_{FB} = V_s + \frac{\sqrt{2 \epsilon_m q N_a V_s}}{C_{ox}}$$

quanto fino a $V_s = 2|\Phi_B|$ che avviene per $V_G = V_T$

$$V_G - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}} = 2|\Phi_B| + \frac{\sqrt{2 \epsilon_m q N_a 2|\Phi_B|}}{C_{ox}}$$

$$\Rightarrow V_G = V_{FB} + 2|\Phi_B| + \frac{\sqrt{2 \epsilon_m q N_a 2|\Phi_B|}}{C_{ox}} = V_T$$

questa e' una delle espressioni fondamentali dei dispositivi mos:

TENSIONE DI SOGLIA

$$V_T = V_{FB} + 2|\Phi_B| + \frac{\sqrt{2\epsilon_i q N_A} 2|\Phi_B|}{C_{ox}}$$

calcoliamo la carica e notiamo che:

$$\begin{aligned} Q_s &= -\sqrt{2\epsilon_i k T N_A} \left[\frac{qV_s}{kT} + \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}} \right]^2 = \\ &= -\sqrt{2\epsilon_i k T N_A} \cdot \sqrt{\frac{qV_s}{kT}} \left[1 + \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}} \frac{kT}{qV_s} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \ll \Delta \Rightarrow \text{lo espando con Taylor} \\ &= -\sqrt{2\epsilon_i k T N_A} \sqrt{\frac{qV_s}{kT}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}} \frac{kT}{qV_s} \right] \\ &= \underbrace{-\sqrt{2\epsilon_i N_A q V_s}}_{Q_{dep}} - \underbrace{\sqrt{\frac{2\epsilon_i N_A}{qV_s}} \cdot kT \cdot \frac{1}{2} \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}}}_{Q_{inv}} \end{aligned}$$

Q_{dep} : e' la carica nella dep. reg.

Q_{inv} : e' la carica nello strato di inversione (elettroni sulla superficie del semic.)

↳ cresce esponenzialmente con V_s e quindi con V_g

⇒ quindi Q_{inv} e' trascurabile, ma cresce esponenzialmente

↓
 questo perche' aumentando V_s decresce la distanza tra E_c e E_F e quindi la concentrazione di e^- aumenta exp.
 (Maxwell - Boltzmann)

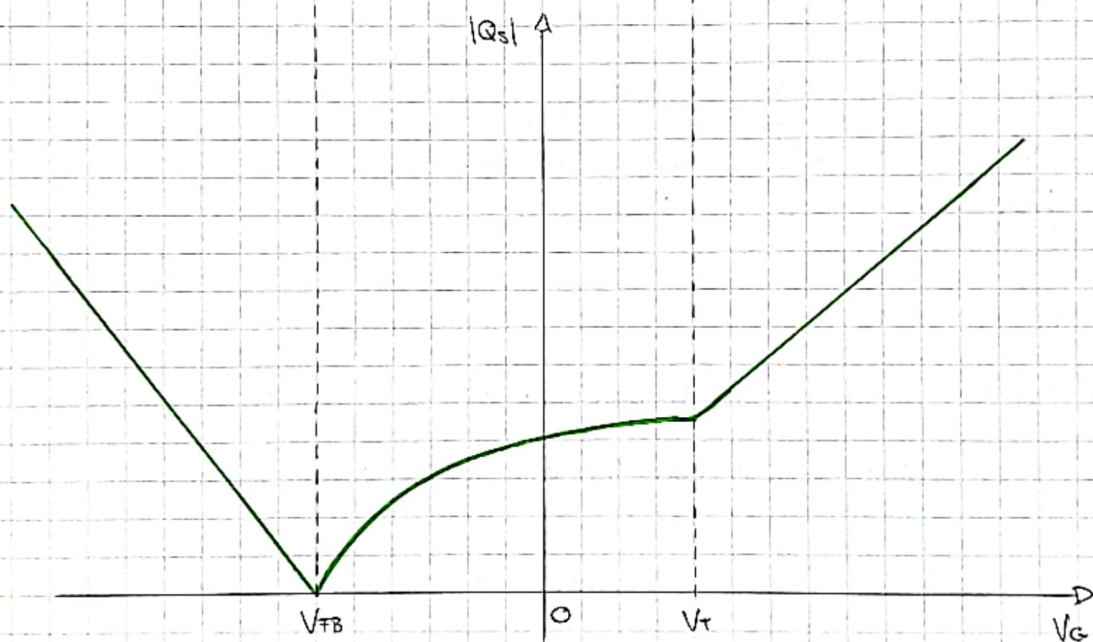
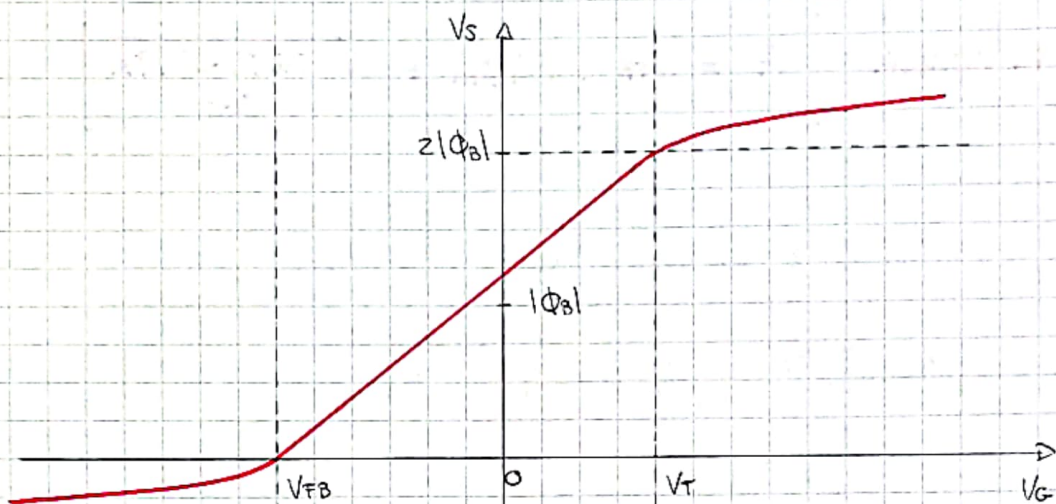
STRONG-INVERSION

$$V_s > 2|\Phi_B| \quad e \quad Q_s \approx -\sqrt{2\epsilon_i k T N_A} \frac{n_i}{N_A} e^{\frac{qV_s}{2kT}} = -\sqrt{2\epsilon_i k T N_A} e^{\frac{q}{2kT} (V_s - 2|\Phi_B|)}$$

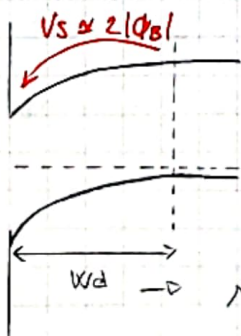
$$\Rightarrow V_G - V_{FB} = V_s + \frac{\sqrt{2\epsilon_i k T N_A}}{C_{ox}} e^{\frac{q}{2kT} (V_s - 2|\Phi_B|)} \quad \rightarrow \text{esplicito questo } V_s$$

$$\Rightarrow V_s \approx 2|\Phi_B| + \frac{2kT}{q} \ln \frac{C_{ox} (V_G - V_{FB} - V_s)}{\sqrt{2\epsilon_i k T N_A}} \approx 2|\Phi_B| \quad \text{con un leggero aumento}$$

grafichiamo i risultati ottenuti:



@ SI REGIME $Q_{inv} = Q_s - Q_{dep} = \dots = -C_{ox} (V_g - V_T)$



re V_s rimane circa costante $\Rightarrow W_d \approx W_{d,max}$

$$W_d^{max} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}}{q} \cdot \frac{1}{N_a} \cdot 2|\Phi_s|}$$

\rightarrow e' un'analisi del primo ordine! (W_d aumenta leggermente.)

CAPACITA' X PICCOLO SEGNALE

poiche' $Q_s = f(V_G)$ altamente non lineare, posso definire una capacita' solo nell' intorno di un **punto di lavoro**

$$C_G = - \frac{dQ_s}{dV_G}$$

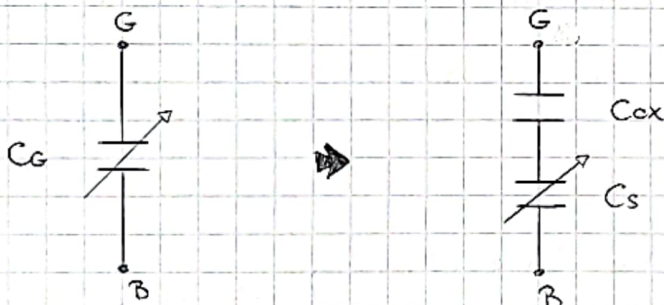
perche' Q_s e' negativo se V_G aumenta

$$V_G - V_{FB} = V_s + V_{ox} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}}$$

$$\frac{dV_G}{d(-Q_s)} = \frac{dV_s}{d(-Q_s)} + \frac{1}{C_{ox}}$$

↳ definisco $C_s = \frac{-dQ_s}{dV_s}$ la **capacita' del substrato**

$$\Rightarrow \frac{1}{C_G} = \frac{1}{C_s} + \frac{1}{C_{ox}} \quad \text{e' la serie di } C_s \text{ e } C_{ox} \quad \Rightarrow C_G < C_{ox}$$



possiamo arrivare a disegnare la ^{curva} $\sqrt{C-V}$ (C_G in funzione di V_G):

• **ACC**: $V_s < 0$ e ho $Q_s = + \sqrt{2\epsilon n k T N_A} e^{-\frac{qV_s}{2kT}}$

$$\text{mi ricavo } C_s = \frac{d(-Q_s)}{dV_G} = - \sqrt{2\epsilon n k T N_A} e^{-\frac{qV_s}{2kT}} \left(\frac{-q}{2kT} \right) = \frac{Q_s}{\frac{2kT}{q}}$$

$$\text{e quindi } \Rightarrow = \frac{C_{ox} (V_{FB} - V_G)}{\frac{2kT}{q}}$$

⇓

$$\text{se } V_{FB} - V_G \gg \frac{2kT}{q} \quad \text{la frazione e' } \gg 1 \quad \Rightarrow C_s \gg C_{ox}$$

$C_G \rightarrow C_{ox}$

↑

⇒ in pratica, variando V_G , ho che la maggior parte della variazione avviene in V_{ox} e non in V_s , dove e' minima ⇒ e' ≈ uguale a un condensatore normale

• **FB**: $V_s = 0$ e ho $Q_s = -\sqrt{2\epsilon_i \epsilon_0 kT N_A} \left[e^{-\frac{qV_s}{kT}} + \frac{qV_s}{kT} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \stackrel{\text{mediamente}}{=} 0$

\Rightarrow espandiamo la $[\cdot]$

$$= -\sqrt{2\epsilon_i \epsilon_0 kT N_A} \left[1 - \frac{qV_s}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{qV_s}{kT} \right)^2 + \frac{qV_s}{kT} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= -\sqrt{2\epsilon_i \epsilon_0 kT N_A} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{qV_s}{kT}$$

$$= -\sqrt{\frac{\epsilon_i N_A q^2}{kT}} \cdot V_s$$

$\Rightarrow C_s = \frac{d(-Q_s)}{dV_s} = \sqrt{\frac{\epsilon_i N_A q^2}{kT}} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_i}}{\sqrt{\epsilon_i}} = \frac{\epsilon_i}{\sqrt{\frac{\epsilon_i kT}{q^2 N_A}}} = \frac{\epsilon_i}{L_D}$

lunghezza di Debye: L_D

fisicamente, quando applico una leggera perturbazione al gate quello che succede e' che la concentrazione dei portatori maggioritari viene "modulata" per **schermare** tale perturbazione: questa modulazione avviene entro la lunghezza L_D

la **lunghezza di Debye, L_D** , e' la lunghezza entro la quale i portatori maggioritari all'interno del semiconduttore riescono a schermare la perturbazione di un campo elettrico (in questo caso generato da un piccolo segnale al gate)

... qualche numero $\epsilon_i = 11,7 \cdot \epsilon_0$ e $L_D \approx 10 \text{ nm}$
 $\epsilon_{ox} = 3,9 \cdot \epsilon_0$ e $t_{ox} \approx 1 \text{ nm}$ } $C_s \sim C_{ox}$ (comparabili)

• **DEP/WI**: $0 < V_s < 2|\Phi_B|$ e ho $Q_s \stackrel{\text{①}}{\approx} Q_{dep} = -qN_A W_d = -\sqrt{\epsilon_i q N_A V_s}$

$\Rightarrow C_s = \frac{d(-Q_s)}{dV_s} = \dots = \frac{\epsilon_i}{W_d} = C_{dep}$

poiche' $W_d \gg L_D \Rightarrow C_s \ll C_{ox} \Rightarrow C_s$ e' dominante nella serie

molte possiamo ricavare $C_G = \frac{C_{ox}}{\sqrt{1 + 2C_{ox}^2 \frac{V_G - V_{FB}}{\epsilon_i q N_A}}}$

① **N.B.:** valida solo se sono lontano da V_{FB} (nella DEP.REG.) perche' tale relazione trascura le coriche dovute alle lacune

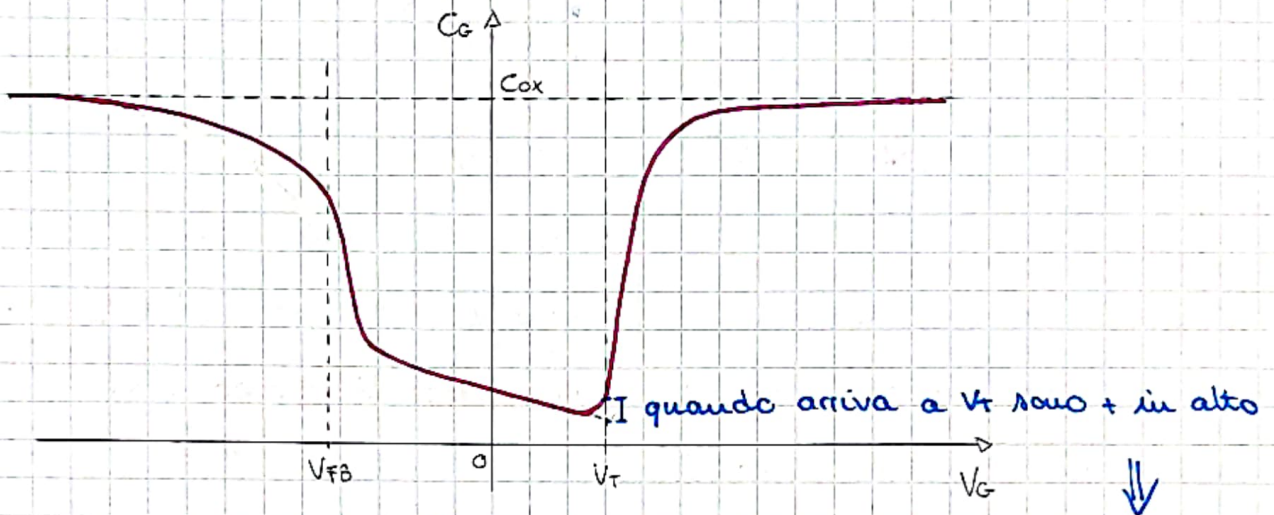
• SI: $V_s > 2|\Phi_s|$ e ho $Q_s \approx -\sqrt{2\epsilon n_i k T N_a} \cdot \frac{n_i}{N_a} e^{\frac{qV_s}{2kT}}$

$\Rightarrow C_s = \frac{d(-Q_s)}{dV_s} = \frac{|Q_s|}{\frac{2kT}{q}} = \frac{C_{ox}(V_G - V_{FB} - V_s)}{\frac{2kT}{q}}$

Ne aumento V_G allora la frazione $\gg 1$ perche' $V_G - V_{FB} - V_s \gg \frac{2kT}{q}$

e quindi $C_s \gg C_{ox}$

\Rightarrow nella serie tende ad essere trascurata



@ $V_G = V_T \Rightarrow C_s = 2C_{dep}$

questo perche' ho gia' il contributo alla capacita' dovuto alla modulazione della carica nella DEP. REG.

inoltre: $C_G = -\frac{dQ_s}{dV_G}$

$\Rightarrow Q_s(V_G) = -\int_{V_{FB}}^{V_G} C_G dV_G$

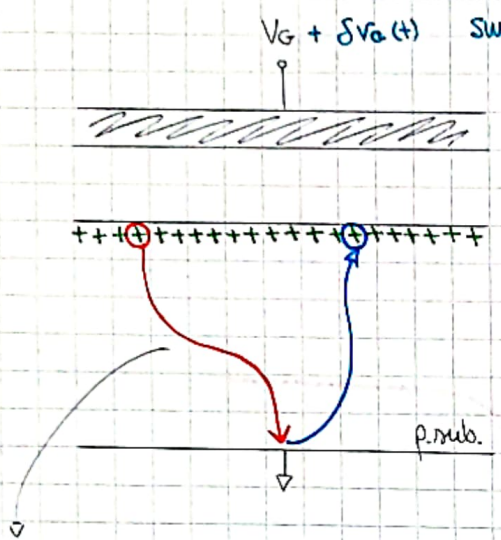
Questi risultati sono stati ottenuti sotto l'ipotesi che il substrato e' sotto l'equilibrio termodinamico perche' derivano dall'ipotesi fatta sui risultati ottenuti anche in precedenza: il Fermi-level e' fermo e costante nel substrato e infatti la curva e' detta **QUASI-STATIC**

sono validi solo in alcuni casi speciali

non ho dipendenza dal tempo

ora cerchiamo di definire le condizioni per cui l'analisi precedente e' valida:

ACC



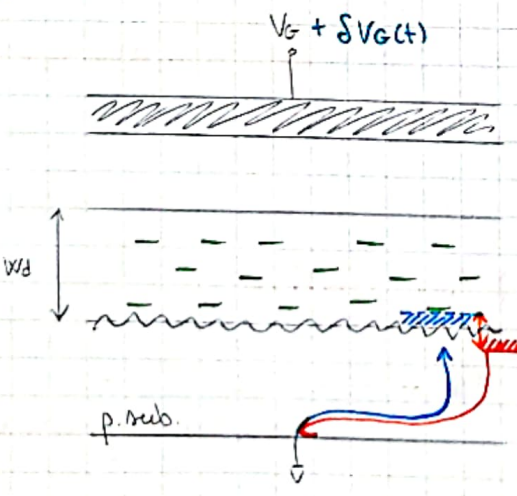
- Small signal
- se $\delta V_G > 0$
alcune coriche vanno tolte
 - se $\delta V_G < 0$
dobbiamo aumentare le cariche

il tempo necessario alla modulazione delle coriche e' molto corto; e' il **tempo di rilassamento dielettrico** (ps)

non c'e' un transit-time:
non e' quella lacuna che si muove,
ma e' un movimento simultaneo di
tutte le lacune nel substrato p

=> se variamo leggermente V_G con un piccolo segnale δV_G , allora rimaniamo all'equilibrio termodinamico nel substrato, perche' la modulazione delle cariche avviene in un tempo molto minore rispetto alla variazione di V_G

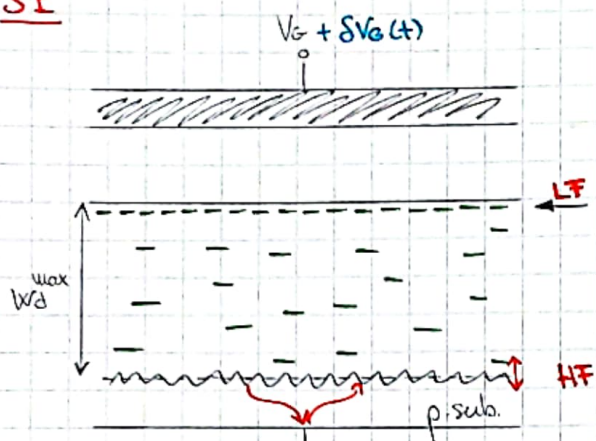
DEP/WT



- > questa e' la corica (dominante) che va modulata
- variamo la larghezza della dep. layer**
- ridurla: entrano delle lacune
 - aumentarla: le lacune escono

=> anche in questo caso il processo non modifica l'elettrostatica tant' e' veloce
=> " " " " posso considerare il substrato all'equilibrio termodin.

• SI



← LF e' questa la carica che moduliamo (quella nel layer)

↳ questo contatto non e' in grado di fornire elettroni o di assorbirli ⇒ **non abbiamo un contatto in grado di fornire o ricevere elettroni velocemente**

... dobbiamo usare un altro metodo: **NET GENERATION / RECOMBINATION PROCESSES**

⇒ nell'analisi della p-n junc. avevamo ottenuto:

$$J_{0n} = \frac{q n_i}{2\tau_0}$$

↳ possiamo calcolare il tempo necessario per generare una carica pari a quella presente nella dep-layer (Q_{dep}):

$$\Rightarrow T_p = \frac{Q_{dep}}{J_{0n}} = \frac{q N_A w_d}{\frac{q n_i}{2\tau_0}} = 2\tau_0 \frac{N_A}{n_i} \approx 1s \text{ (second time scale)}$$

↓
 $N_A/n_i \gg 1$

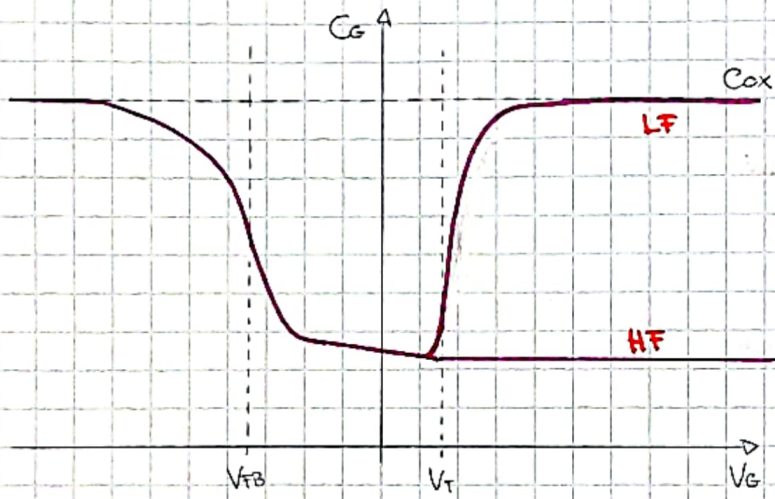
⇒ posso usare il modello visto nello strong-inversion regime solo se il segnale varia in una scala temporale maggiore di qualche secondo

⇒ e' un **LOW FREQUENCY SIGNAL** (max qualche Hz)

Se questa ipotesi non e' soddisfatta allora il G/R process non riesce piu' a stare dietro al segnale e quindi la carica al layer non riesce a modularsi

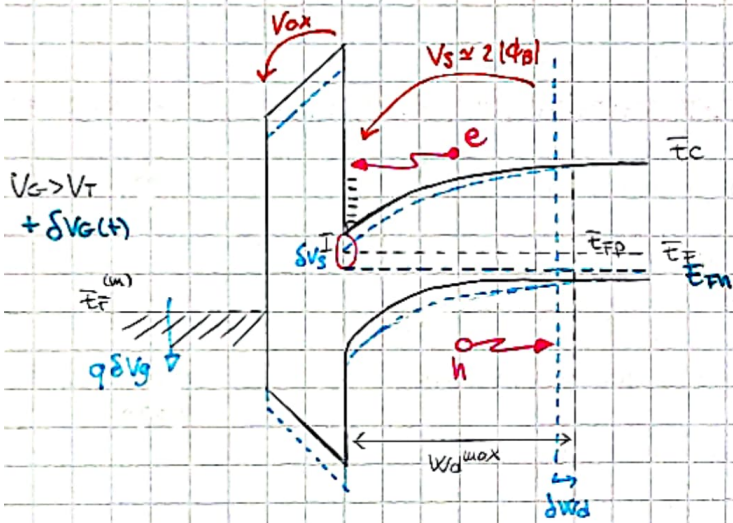
⇒ varia la carica nella dep. reg. e quindi w_d (come nel caso precedente)

la capacita' $C_s = \frac{\epsilon n_i}{w_d^{max}}$ rimane costante



→ in questo caso il substrato non è più all'equilibrio termodinamico

il diagramma delle bande abbiamo: (caso in cui $\delta V_G > 0$)



→ E_c si avvicina a E_F : non costante

no!!! ⇒ E_F che non rimane costante

la distanza non può variare!

e quindi si muove verso il basso per mantenere la concentrazione di elettroni costante

⇒ diremo $E_{Fn} < E_{Fp}$ ⇒ non sono più all'equilibrio termodinamico!

analogo succede per $\delta V_G < 0$: ho sempre $E_{Fn} \neq E_{Fp}$

inoltre quando $E_{Fn} < E_{Fp}$ ho **Generation Process** mentre ho la ricombinazione quando vale (>)

↳ l'elettrone va sulla superficie

la lacuna viene rimossa tramite il contatto

⇒ questo è sempre vero ad **HIGH FREQUENCY REGIME** → vedo C_s !

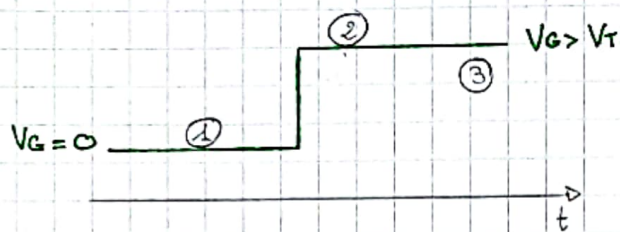
mentre a low-freq il G/R riesce a rialzare il E_{Fn} (o E_{Fp}) verso E_{Fp} (o E_{Fn}) perché la variazione del segnale è molto lenta



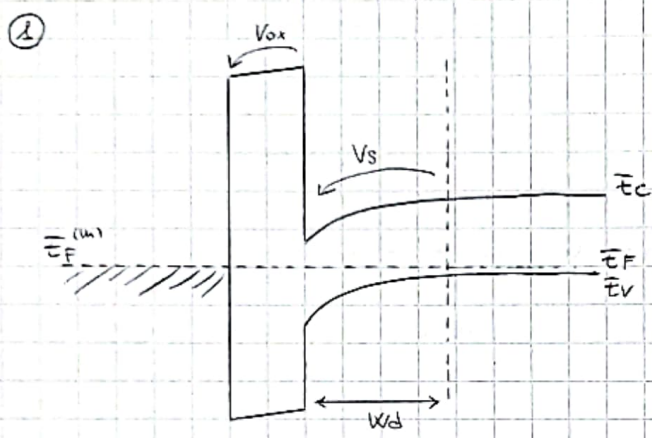
viene modulata la carica sulla superficie (e quindi nell'ossido)

→ vedo la capacità dell'ossido

Consideriamo ora una variazione repentina di V_G :

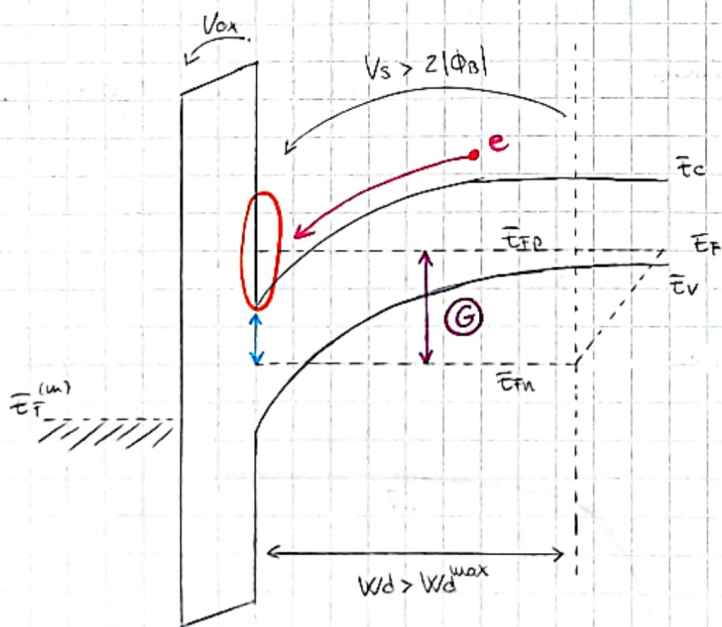


"large signal"



② \rightarrow non abbiamo un contatto che fornisce elettroni \Rightarrow dobbiamo aspettare i processi G/R

\Rightarrow l'unica carica che possiamo variare e' quella nella dep. layer.



una variazione grande (e veloce) nel V_G equivale ad una variazione della larghezza W_d che diventa maggiore di W_d^{max}



gli elettroni non sono presenti sulla superficie e quindi per avere + carica nella dep-layer dobbiamo allargarla oltre W_d^{max}

$\Rightarrow V_s > 2|\phi_B| \quad (= 2|\phi_B|)$

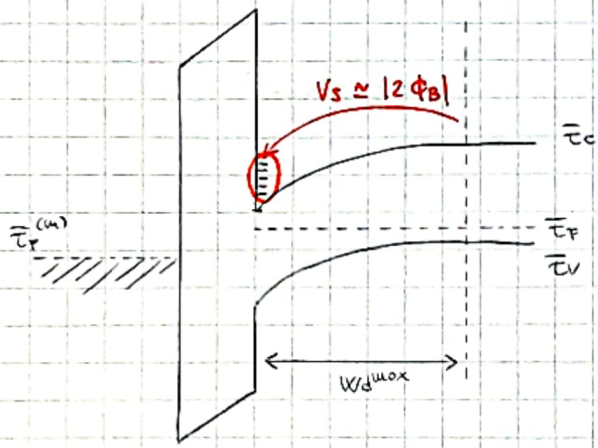
$\Rightarrow W_d > W_d^{max} \quad (= W_d^{max})$

tale regime e' detto **DEEP - DEPLETION REGIME**

\Rightarrow il substrato e' sotto un forte non equilibrio

aspettando del tempo...

③



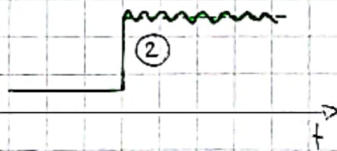
- W_d si restringe fino ad essere W_d^{max}
- Si forma la carica sulla superficie del semiconduttore (G process)
- (stringendo la dep-reg \Rightarrow ho meno carica internamente in questa regione)

\Rightarrow la carica totale la posso trovare guardando V_{ox} o E_{ox} :

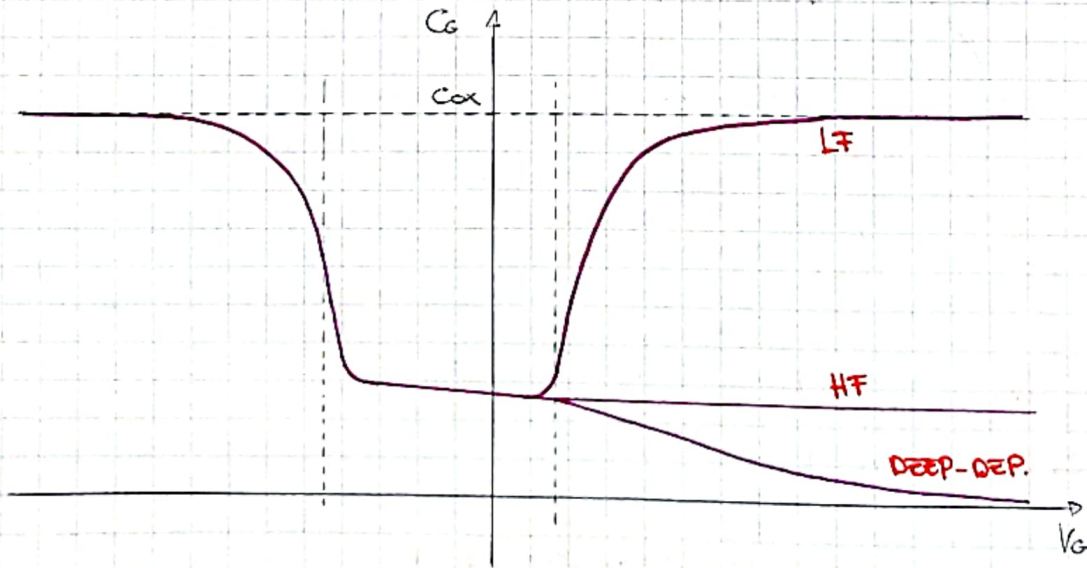
poiche' la pendenza e' maggiore, ho un campo E maggiore (nel caso ③) e un V_{ox} maggiore

$\Rightarrow V_{ox} = -\frac{Q_s}{C_{ox}} \Rightarrow$ la carica aumenta (e' maggiore)

Applichiamo ora al tempo ② un uguale $f(V_{GS}(t))$ e calcoliamo la capacita' per piccolo segnale quando sono in **deep-dep.**



$\Rightarrow C_s = \frac{\epsilon_{si}}{W_d}$ ma in questo regime ho $W_d > W_d^{max} \Rightarrow C_s < \frac{\epsilon_{si}}{W_d^{max}}$



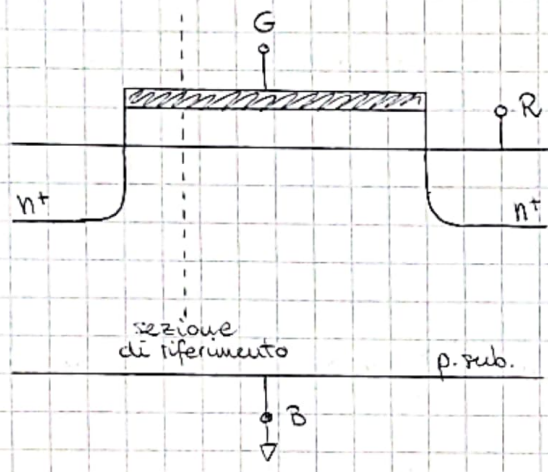
\Rightarrow ovviamente questo regime e' transitorio e ritorna sempre nel SI regime

C'è un modo per cercare di estendere il regime LF fino a frequenze + alte (kHz, MHz, ... ?) ?

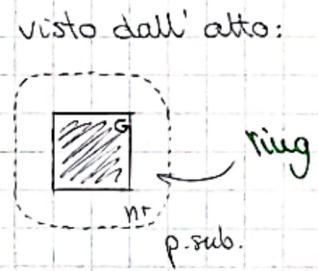
→ deve avere un contatto in grado di fornire e prelevare elettroni e il dispositivo che permette di fare ciò è detto:

MOS CAPACITOR con anello

e ha la seguente sezione



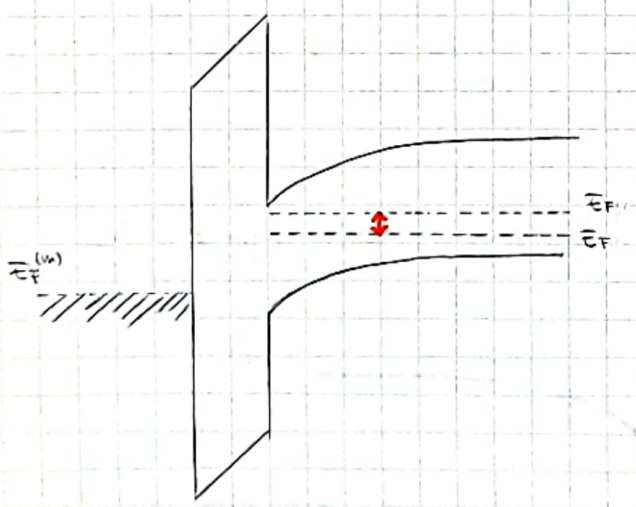
→ ring contact



⇒ è un dispositivo a 3 terminali

applicando una tensione $V_G > V_T$ al gate:

→ nella regione n+ V_G non va a variare il livello di Fermi



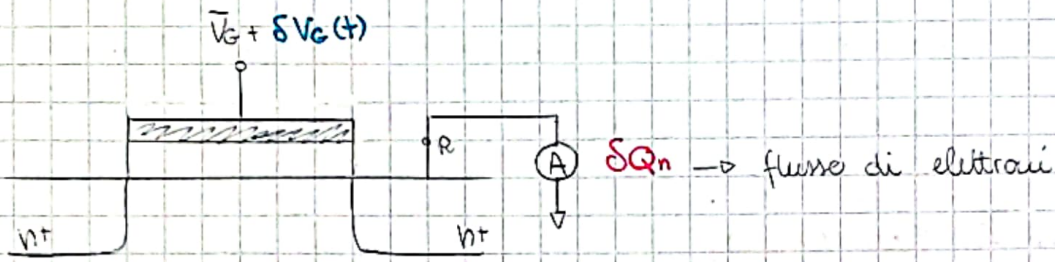
mentre invece nel p-sub n!



la nuova costante di tempo con cui il sistema arriva all'equilibrio è quella di questo nuovo processo

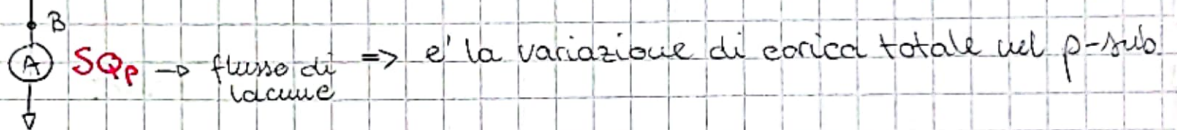
gli elettroni sono iniettati dalla n+ al substrato p per soccombere alla mancanza di elettroni

consideriamo la risposta al piccolo segnale (e poniamo gli altri a GND)



$$\delta Q_n + \delta Q_p = \delta Q_s$$

total substrate charge



$$\Rightarrow \frac{\delta Q_n}{\delta V_G} + \frac{\delta Q_p}{\delta V_G} = \frac{\delta Q_s}{\delta V_G}$$

ACC.: rimane come nel caso precedente: $\frac{\delta Q_n}{\delta V_G} \approx 0 \Rightarrow \frac{\delta Q_s}{\delta V_G} \approx \frac{\delta Q_p}{\delta V_G}$

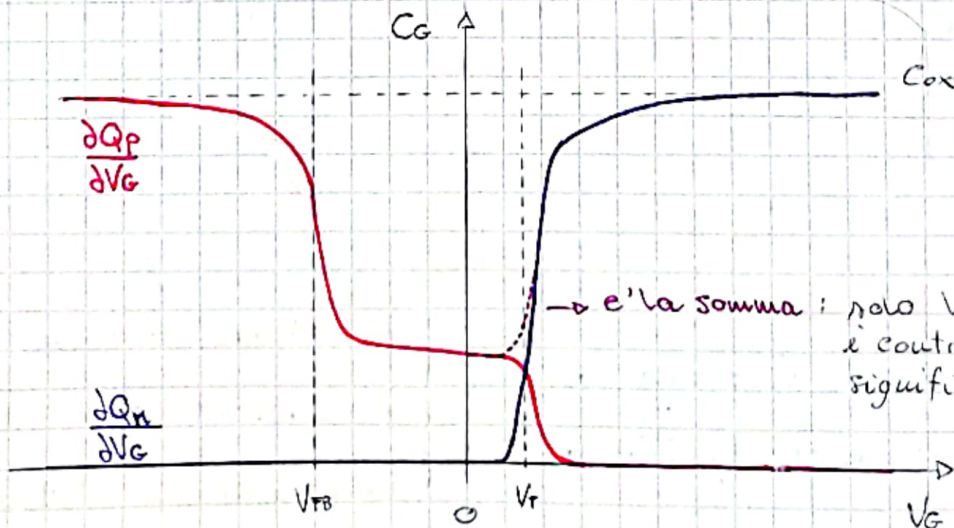
DEP/WI.: analogamente $\frac{\delta Q_n}{\delta V_G} \approx 0 \Rightarrow \frac{\delta Q_s}{\delta V_G} \approx \frac{\delta Q_p}{\delta V_G}$

SI.: supponiamo ora che il segnale sia a

- BASSA FREQUENZA (LF): tale segnale modula la concentrazione di e⁻ alla superficie del semiconduttore => abbiamo una corrente attraverso il ring contact
- => non c'è modulazione significativa delle lacune

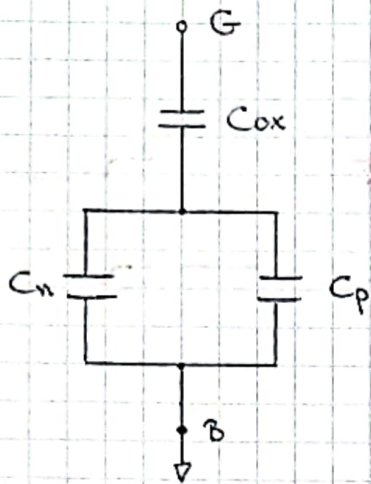
$$\frac{\delta Q_p}{\delta V_G} \approx 0 \Rightarrow \frac{\delta Q_s}{\delta V_G} \approx \frac{\delta Q_n}{\delta V_G}$$

SPLIT C-V PLOT



e' la somma: polo $V_G \approx V_T$ entrambi i contributi sono significativi

modello per piccolo segnale

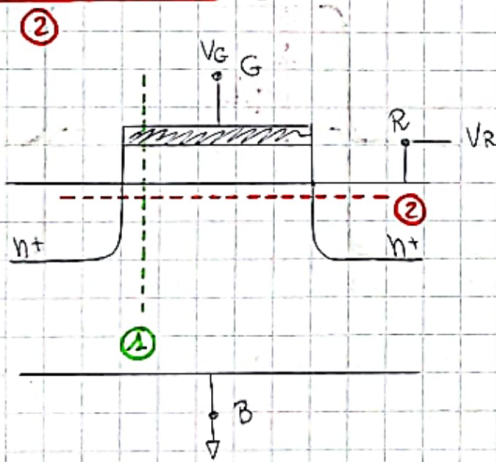


e posso ricavarmi:

$$C_G = \frac{C_{ox}(C_n + C_p)}{C_{ox} + C_n + C_p} = \underbrace{\frac{C_{ox}C_n}{C_{ox} + C_n + C_p}}_{\frac{dQ_n}{dV_G}} + \underbrace{\frac{C_{ox}C_p}{C_{ox} + C_n + C_p}}_{\frac{dQ_p}{dV_G}}$$

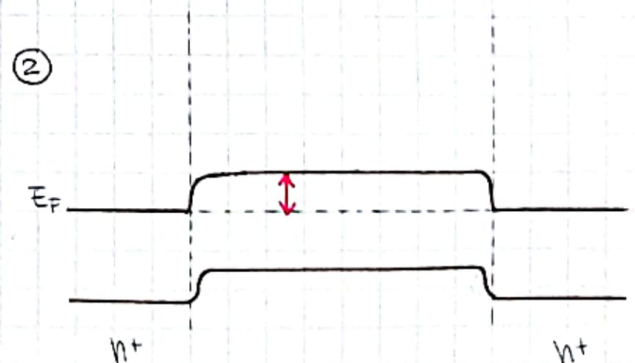
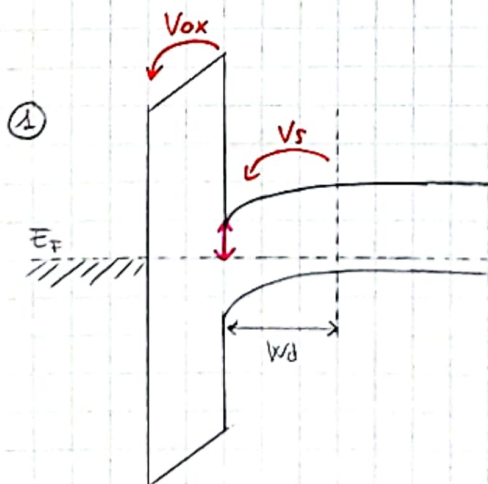
=> il modello evidenzia la stessa cosa vista in precedenza

A causa della bidimensionalità del dispositivo devo considerare anche il piano orizzontale (e non solo la sezione verticale)

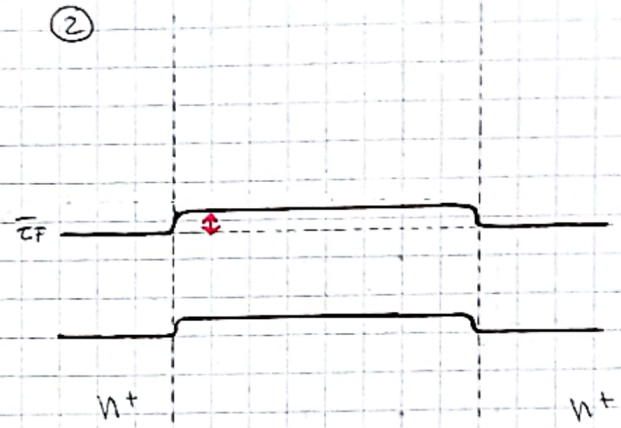
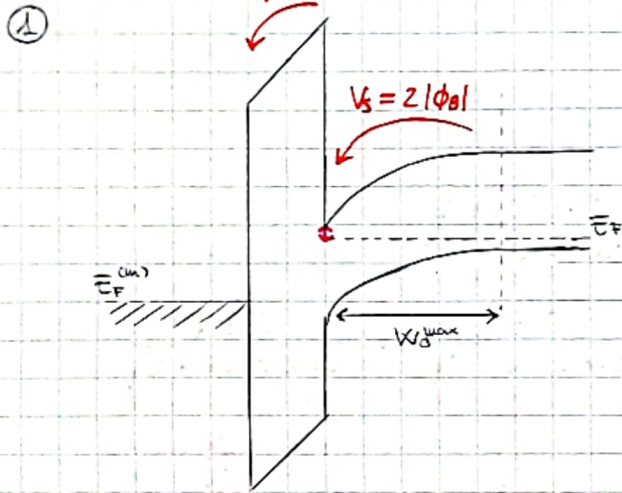


analizziamo l'elettrostatica applicando due potenziali: V_G e V_R

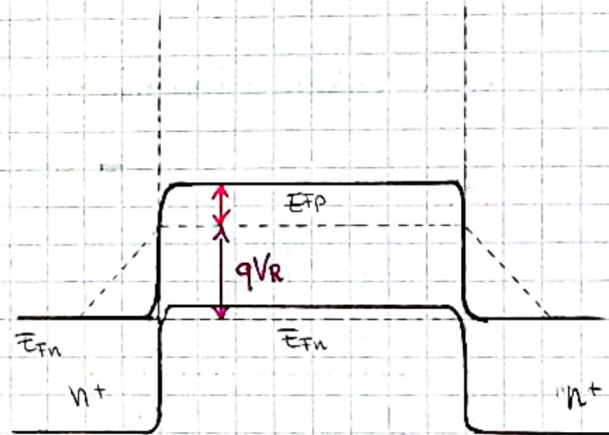
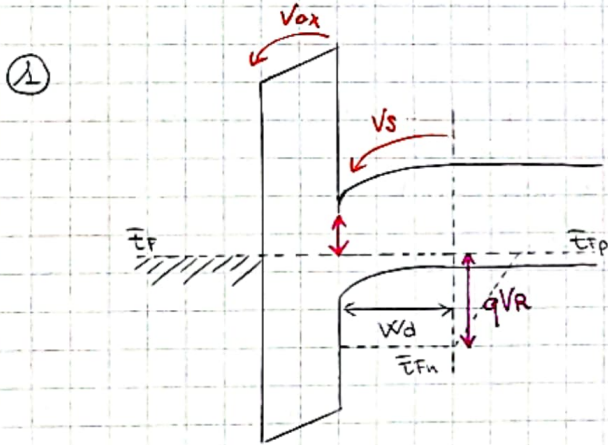
$\Delta V_G = 0 \wedge V_R = 0$



$$\Delta V_G = V_T \wedge V_R = 0$$



$$\Delta V_G = 0 \wedge V_R > 0$$



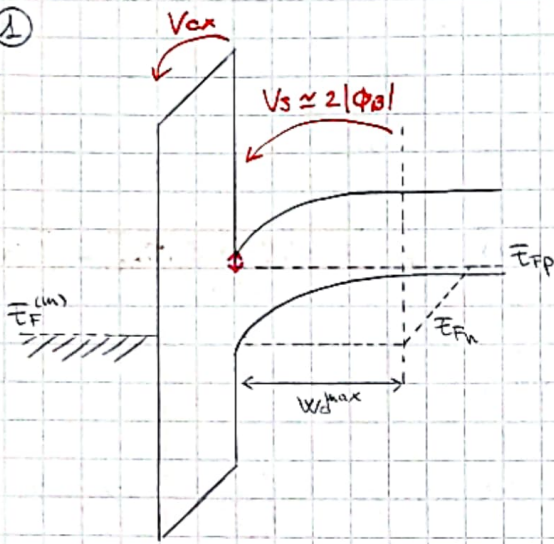
(ugual al primo caso)

→ poiché ho una perturbazione, mi aspetto due livelli di Fermi

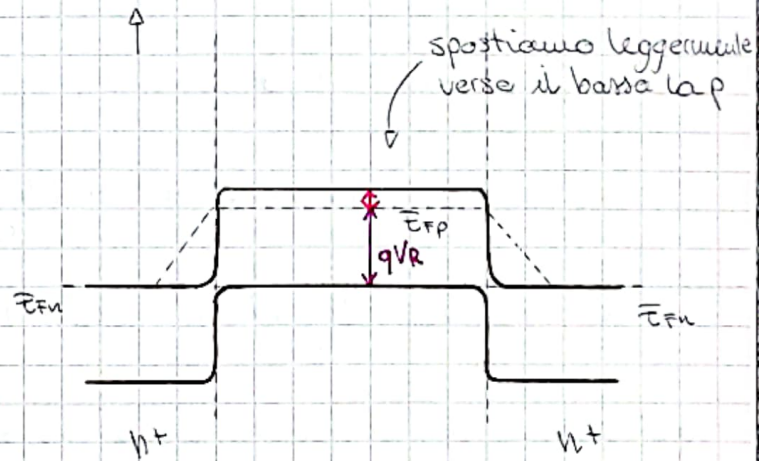
il band-banding non varia perché gli elettroni sono trascurabili per l'elettrostatica del p-sub

$$\Delta V_G = V_T \wedge V_R > 0$$

①



non succede nulla in n^+

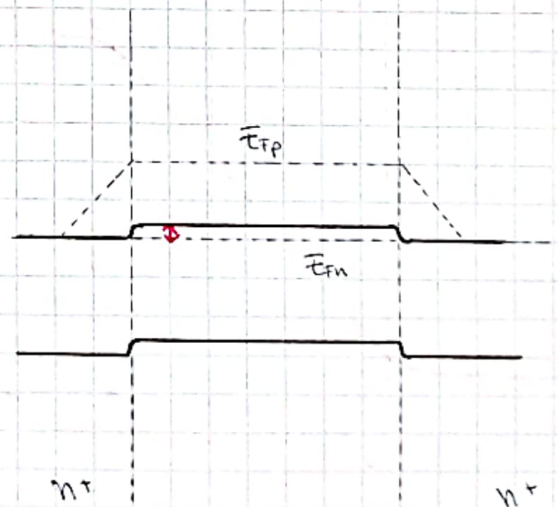
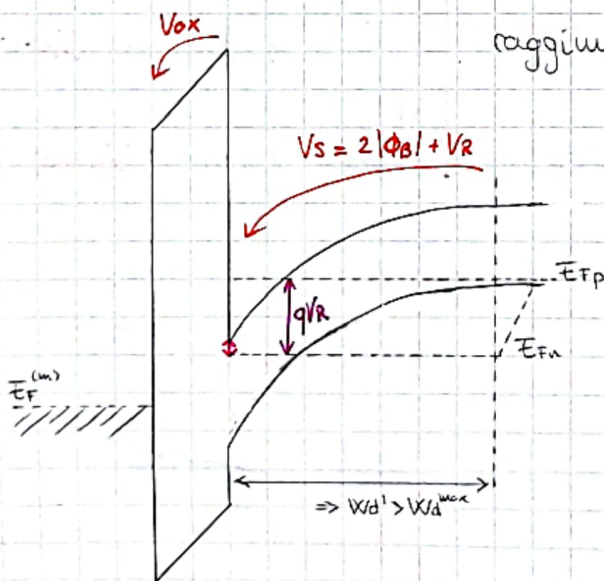


la variazione di V_G non influenza la posizione del livello di Fermi nel substrato; e' il potenziale V_R che varia la posizione del livello nel substrato

N.B.: facendo riferimento al caso $V_G = V_T$, si può notare che non siamo più alla soglia della STRONG-INVERSION: questo perché $E_{Fn} = E_{Fp} - qV_R$
 => la concentrazione di elettroni è minore della concentrazione di doping

$$\Delta V_G = V_T' \wedge V_R > 0$$

V_T' : è la nuova tensione di soglia che serve per raggiungere la soglia della strong-inversion



=> abbiamo + carica nella dep. reg.

=> e' aumentato V_{ox}

=> abbiamo raggiunto la DEEP DEPLETION CONDITION, questa è STAZIONARIA

Quantitativamente ho che:

$$@ V_R = 0 \Rightarrow V_T = V_{FB} + \underbrace{2|\Phi_B|}_{V_S} + \underbrace{\frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A} \cdot 2|\Phi_B|}{C_{ox}}}_{V_{ox}}$$

invece se ho un $V_R > 0$ nel ring, V_S e V_{ox} cambiano:

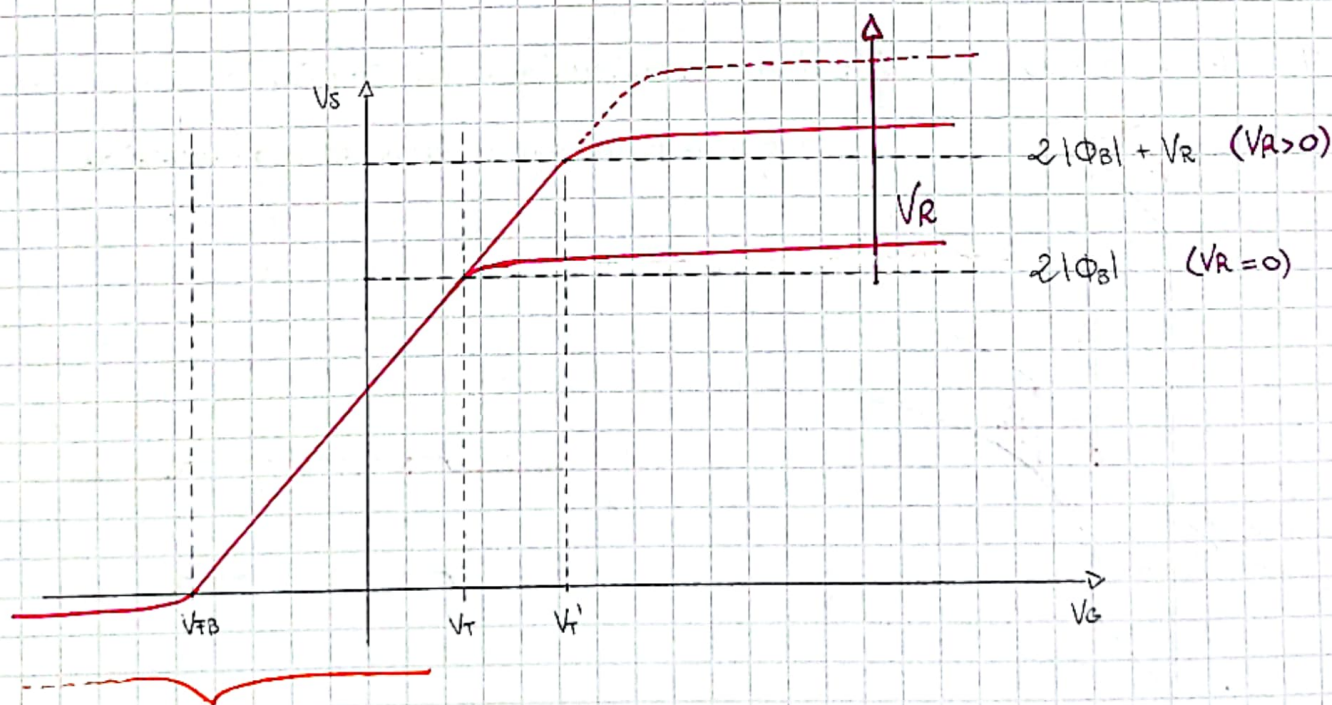
$$V_T' = V_{FB} + 2|\Phi_B| + V_R + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A} \cdot (2|\Phi_B| + V_R)}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A} \cdot 2|\Phi_B|}{C_{ox}} - \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A} \cdot 2|\Phi_B|}{C_{ox}}$$
$$= V_T + V_R + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A}}{C_{ox}} \cdot [\sqrt{2|\Phi_B| + V_R} - \sqrt{2|\Phi_B|}]$$

quest'ultima equazione e' molto importante per capire il funzionamento dei dispositivi basati sul MOS CAPACITOR

AUMENTO DELLA SOGLIA: $V_T' = V_T + V_R + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A}}{C_{ox}} (\sqrt{2|\Phi_B| + V_R} - \sqrt{2|\Phi_B|})$

in pratica: V_R non fa altro che ritardare (sull'asse V_G) la tensione di soglia V_T e quindi la zona a regime di strong-inversion

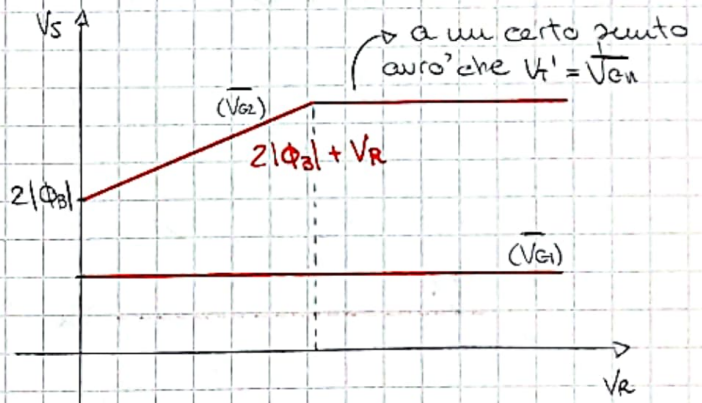
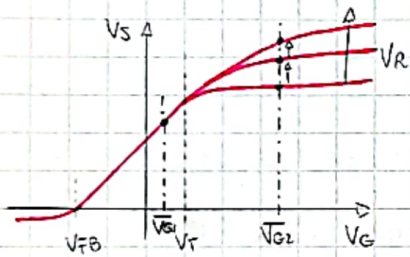
\Rightarrow considerando il plot $V_S(V_G)$ ho che:



in questa parte non ho alcun effetto \Rightarrow la concentrazione degli elettroni e' trascurabile rispetto alla concentrazione di doping

adesso consideriamo un secondo plot in cui $V_S(V_R)$: per disegnarla fissiamo un $V_G = \bar{V}_G$ e vediamo come varia V_S variando V_R

- fino alla weak-inversion ho che $V_S = \text{cost} \forall V_R$, fissato $V_G = \bar{V}_G$
- successivamente ho che V_S aumenta mano a mano che aumento V_R (partendo da $2|\phi_B|$ che ho per $V_R = 0$)



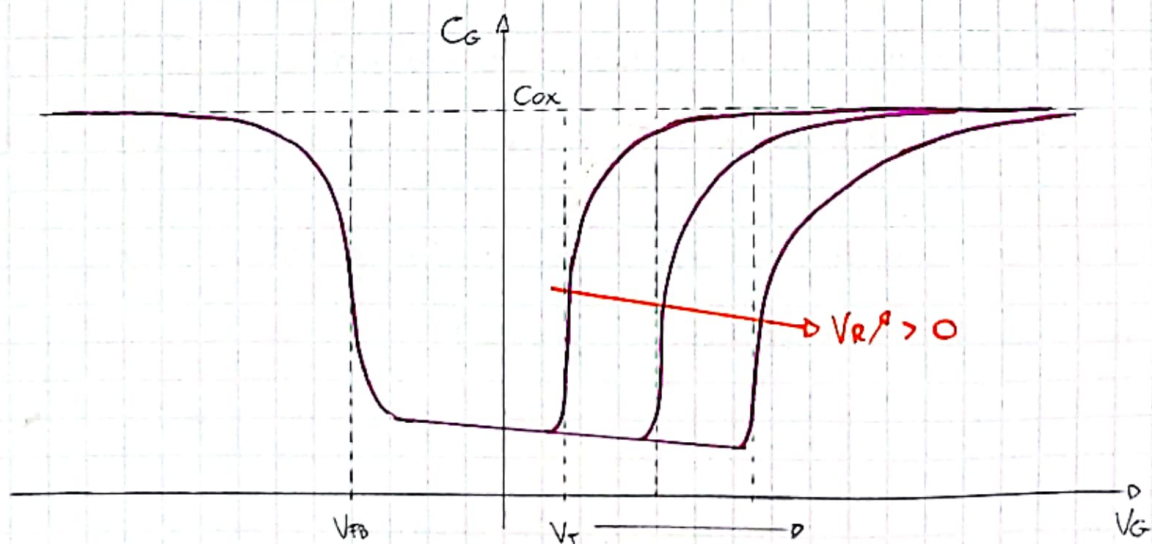
$$\Rightarrow Q_{inv} = Q_s - Q_{dep} = C_{ox} (V_G - V_{FB} - 2|\phi_B| - V_R) - Q_{dep} = -C_{ox} (V_G - V_T')$$

aumentando V_R

$$\Rightarrow \text{stiamo riducendo la carica totale nell'inv. layer: } \boxed{Q_{inv} = -C_{ox} (V_G - V_T')}$$

WU → la "saturazione" avviene perché aumentando V_R ho che V_T' aumenta e perdo la **strong-inversion condition** ritornando nella **weak-inversion** ($Q_{inv} \approx 0$ dalla formula, ma in realtà è che gli e^- diventano trascurabili)

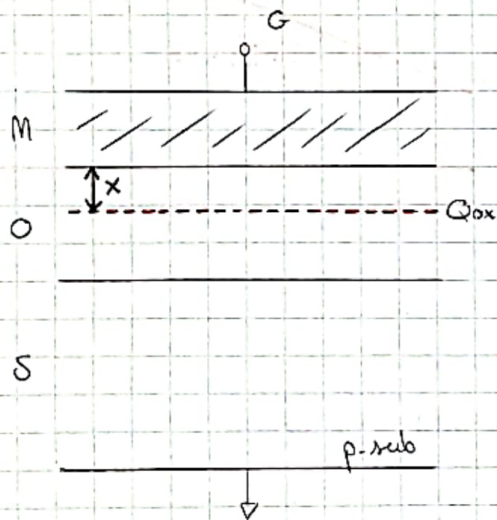
⇒ da questi risultati è possibile ricavare anche la C-V:



DIELETTRICO NON IDEALE

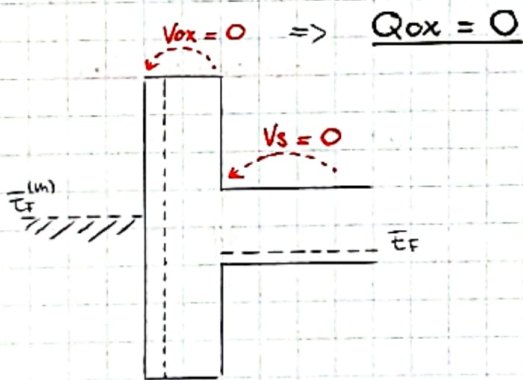
SiO_2 (ossido di silicio) \rightarrow e' il migliore dielettrico integrabile nei dispositivi integrati ed e' un buon isolante, ma non e' ideale e ora dobbiamo considerare le perdite e il leakage

\rightarrow consideriamo il MOS senza quello



\rightarrow consideriamo un layer in posizione x nell'ossido con carica $Q_{ox} [\text{Ccm}^{-2}]$

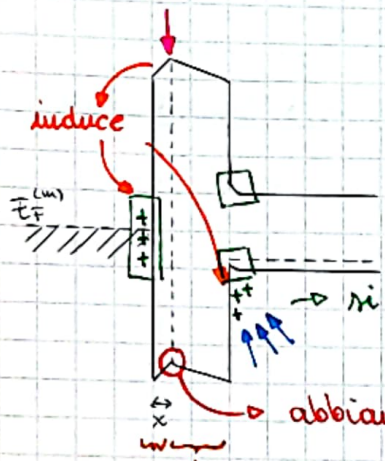
partiamo considerando $V_G = V_{FB}$ (flat-band condition)



\hat{x} e' il layer della carica Q_{ox} , che puo' essere in qualsiasi posizione (e' arbitraria) nel piano (all'interno del gap di energia tra le bande)

\rightarrow ma se abbiamo una carica @ x allora quello non puo' essere il diagramma corretto (non soddisfa l'equazione di Poisson)





→ questo e' un diagramma corretto per $Q_{ox} < 0$

ho un banding verso l'alto

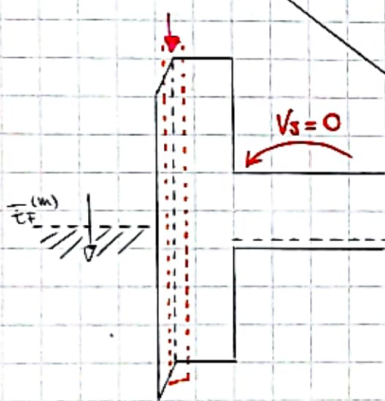
→ si generano delle cariche \oplus che si compensano con

abbiamo una variazione della pendenza dove c'e' la carica (\bar{E} varia) ...

↳ non ci sono cariche $\Rightarrow \bar{E} = \text{costante}$

\Rightarrow abbiamo cambiato regime nel substrato: siamo partiti da un substrato in flat-band condition e siamo giunti ad un substrato in **accumulazione**

\Rightarrow proviamo a ritornare alla condizione di partenza abbassando il $\bar{E}_F^{(w)}$: questo abbassa il band bending nell'ossido e nel semiconduttore



ipotizziamo che la carica nell'ossido non vari con il punto di lavoro del device

(FIXED CHARGE W OXIDE)

alziamo V_G | $V_G > V_{FB}$

\rightarrow consideriamo la legge di Gauss nel **volume**: a Δx ho $\bar{E} \neq 0$, a dx ho $\bar{E} = 0$

$$\Rightarrow \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} = -\frac{\Delta V_G}{x} \Rightarrow \Delta V_G = -\frac{Q_{ox} x}{\epsilon_{ox}} = -Q_{ox} C_x$$

\downarrow
e' la capacita' della regione di ossido tra il gate e la posizione della carica

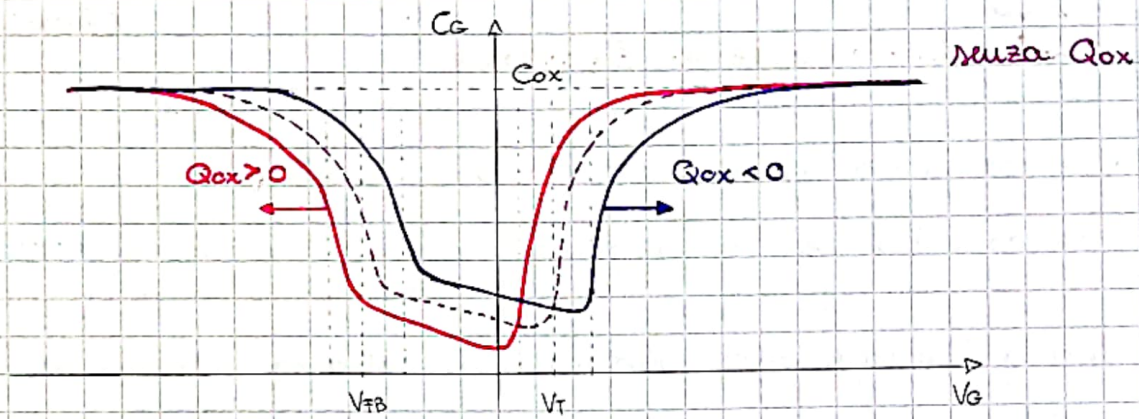
per ripristinare la flat-band condition nel substrato devo imporre una tensione al gate che dipende dalla carica interna all'ossido e alla sua posizione

$$\Delta V_G = -Q_{ox} \frac{x}{\epsilon_{ox}}$$

\downarrow
e' massimo quando sono sulla superficie del semi

massima induzione di cariche positive nel semi

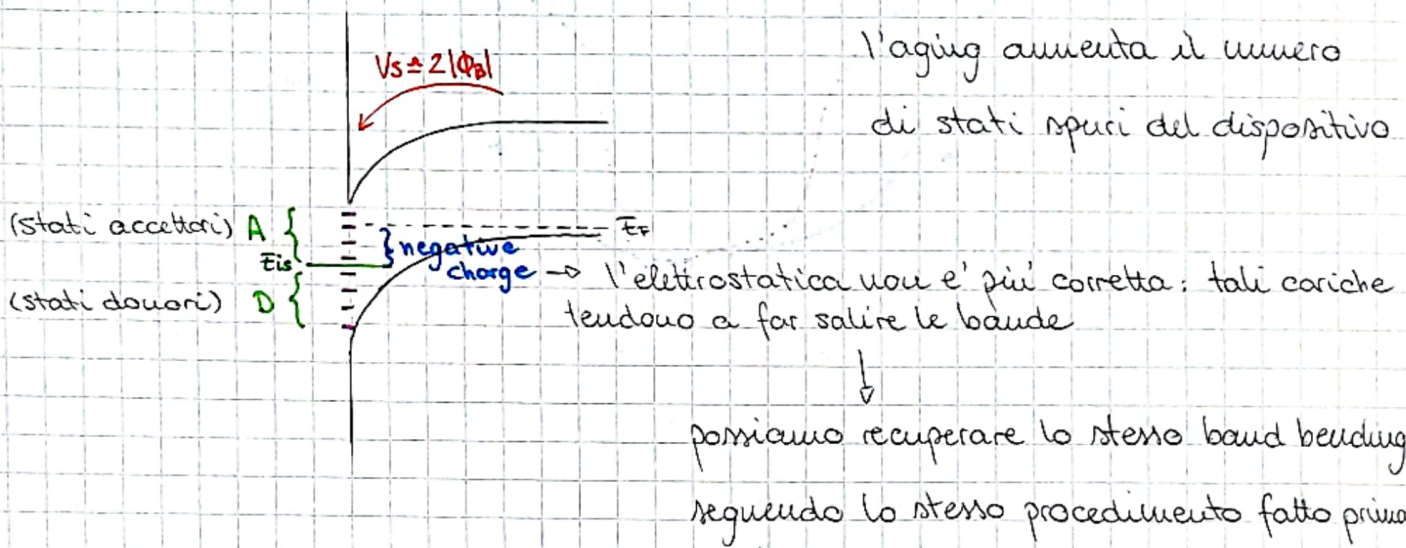
Possiamo concludere che l'effetto di una carica fissa nell'ossido del mos capacitor e' di shiftare l'elettrostatica del substrato lungo l'asse V_g di una quantita' pari a ΔV_g e quindi possiamo sempre recuperare la condizione iniziale variando il potenziale al gate della stessa ΔV_g rispetto al caso senza carica Q_{ox} .



inoltre, considerando un elemento dx nell'ossido ottengo la formula che posso usare nel caso in cui la carica sia distribuita nell'ossido:

$$\Delta V_g = \int_0^{t_{ox}} \frac{-x}{\epsilon_{ox}} \rho_{ox} dx$$

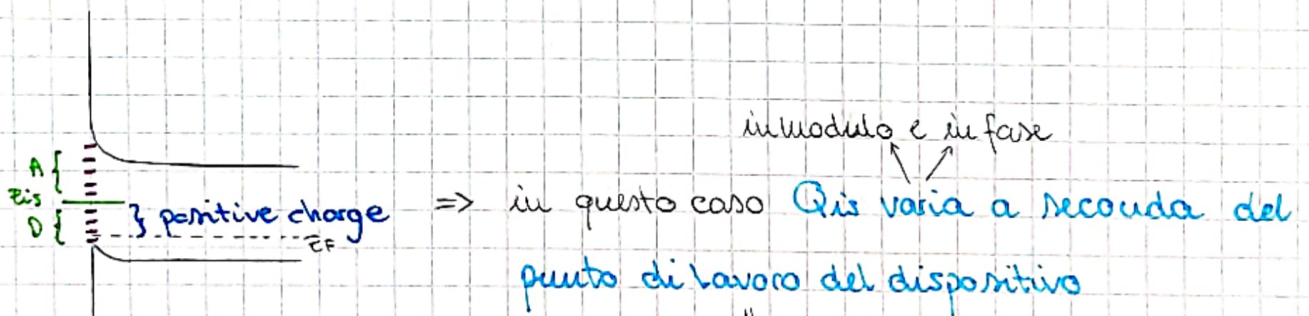
Consideriamo ora l'effetto degli **INTERFACE STATES**: direttamente nel caso della strong-inversion



il risultato che ottengo e' che devo muovere il gate di

$$\Delta V_G = \frac{-Q_{is}}{\epsilon_{ox}} \cdot \frac{t_{ox}}{x} = \frac{-Q_{is}}{C_{ox}}$$

in accumulation la cosa varia leggermente perche' $Q_{is} > 0$



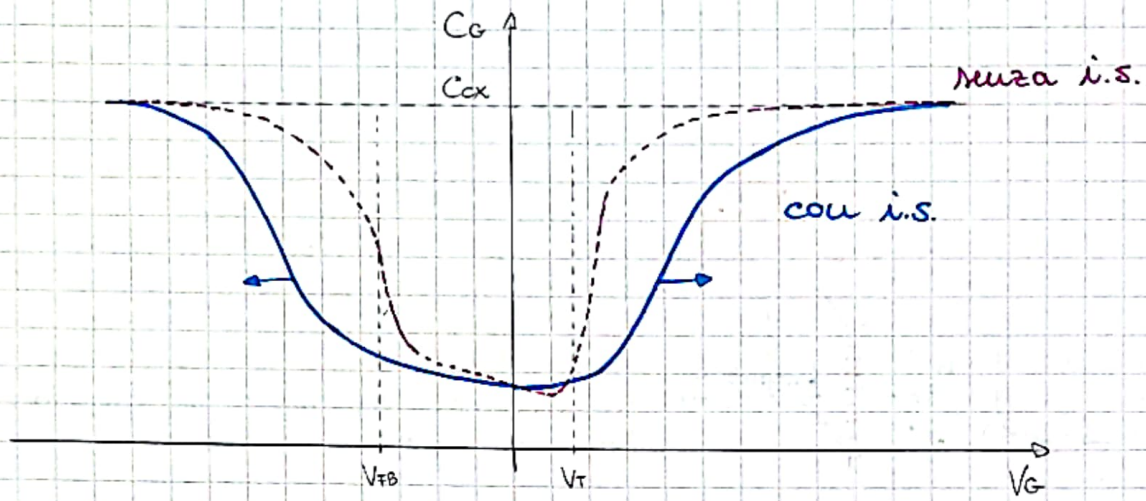
l'effetto e' + complesso e non ho un semplice shift come prima

=> ottengo una curva C-V piu' complessa:

- in accumulation ho $Q_{is} > 0$
- in strong-inversion ho $Q_{is} < 0$

=> i due effetti precedenti sono combinati

graficamente:



Queste due analisi sono estremamente importanti nell'analisi dei sistemi MOS: la C-V curve è spesso usata per valutare la qualità dell'ossido del dispositivo MOS.

→ questo sarà molto importante nell'analisi del transistor MOS (a partire dal MOS capacitor).

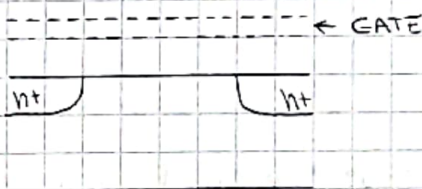
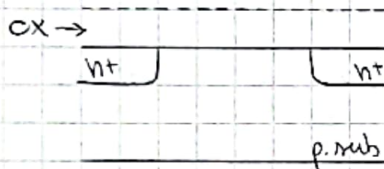
POLYSILICON GATE

inizialmente il gate era in metallo (specialmente alluminio), ma l'uso del silicio policristallino si rivelò fin da subito molto più conveniente, soprattutto nel processo di fabbricazione

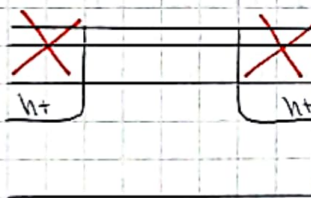
- partiamo dal substrato p e generiamo le n^+ doped dell'anello



- depositiamo l'ossido e poi il materiale del gate:



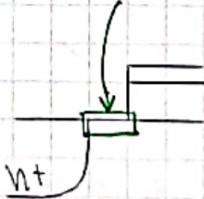
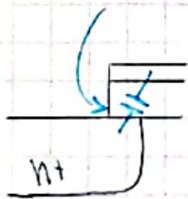
- con una maschera e litografia cancelliamo le deposizioni non volute



→ tale processo è detto **gate-last** o **non-self aligned process**

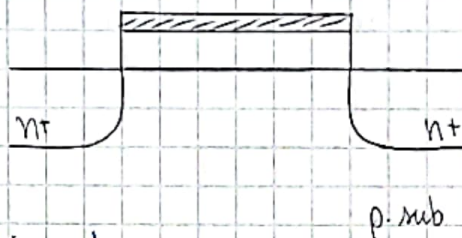
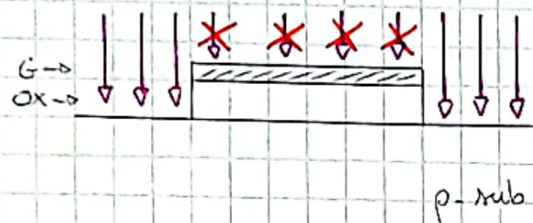
↓
dipende dall'accuratezza della litografia e non è di certo perfetto ⇒ ho una tolleranza

non ho nulla che assicura l'allineamento tra n^+ e il gate per evitare di avere capacità parassite o regioni fuori controllo



nasce con la necessità di usare un unico processo:

- prima generiamo l'ossido e il gate e poi usiamo tale gate come maschera per il processo di drogaggio del substrato p



tal processo è detto **gate-first** o **self aligned process**

Il processo di drogaggio è seguito da un **trattamento ad alte temperature** per attivare il doping

=> se usiamo il metallo nel gate abbiamo un problema in questo secondo processo (600°C è la fusione dell'alluminio)

↓
no bisogno di una temp. elevata

=> con l'alluminio posso usare solo il primo processo (+ povero)

=> ecco che posso usare il **polysilicon gate** nel secondo processo

↓
supero i problemi delle tolleranze nei processi

- posso generare dispositivi più piccoli

- " " " di qualità maggiore

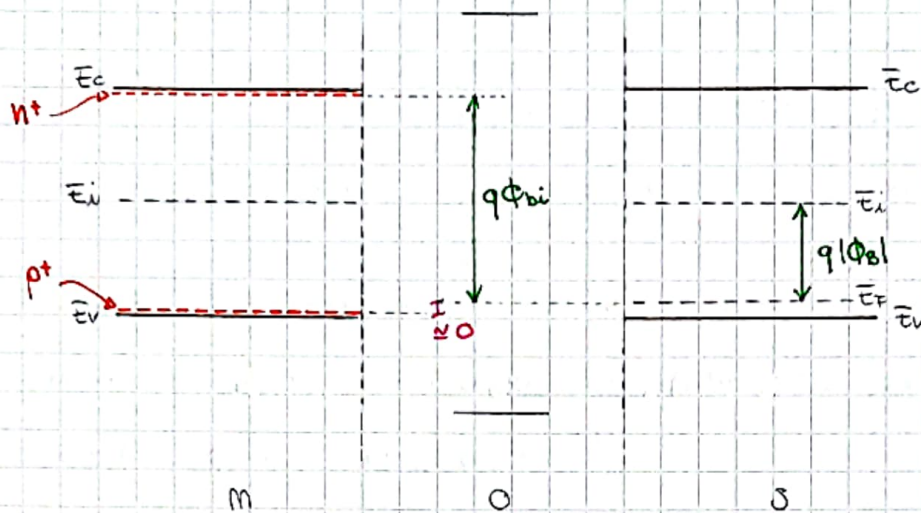
grazie al self aligned process

oltre ci sono altri benefici che provengono dal considerare il processo di drogaggio del semiconduttore

↓
il gate deve essere **altamente drogato**

↙ P?
↘ n?

Consideriamo il diagramma delle bande



inoltre consideriamo $V_T = V_{FB} + 2|\Phi_B| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\Phi_B|}}{C_{ox}}$

Δ se ho n^+ : $V_{FB} \approx -1V$ perché Φ_{Bi} è \approx l'energy gap del materiale

$$2|\Phi_B| \approx 1V$$

$$\Rightarrow V_T \approx \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\Phi_B|}}{C_{ox}}$$

Δ se ho p^+ : $V_{FB} \approx 0V$

$$2|\Phi_B| \approx 1V$$

$$\Rightarrow V_T \approx 1V + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\Phi_B|}}{C_{ox}}$$

nel caso del silicio policristallino drogato p^+ ho che la tensione di soglia è circa $1V$ maggiore del caso n^+ \Rightarrow questa seconda soluzione (con n^+) è migliore perché posso ridurre la tensione operativa del dispositivo

\Rightarrow nel caso del **p-MOS**, la migliore soluzione è usare un **n^+ poly-gate**

\Rightarrow nel caso del **n-MOS**, la migliore soluzione è usare un **p^+ poly-gate**

I dispositivi appartenenti alla prima famiglia sono detti **n-MOS**, mentre quelli appartenenti alla seconda sono detti **p-MOS**

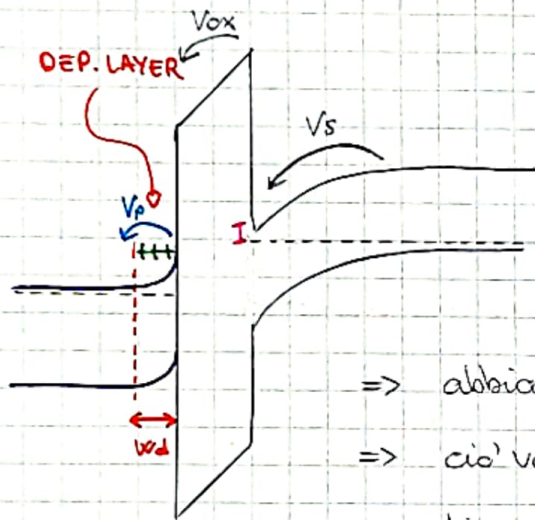
Il polysilicon non è un metallo e la concentrazione di ^{portatori di} cariche libere non è paragonabile a quella del metallo: essa è limitata dalla solubilità del drogaggio

↳ ho un **max** 10^{21} cm^{-3} nel silicio

→ nel metallo ho un massimo molto maggiore (ordini di grandezza)

⇒ non posso più approssimare e considerare le cariche solo sulla superficie dell'ossido (come con il metallo), ma devo considerarle per unità di volume

↳ devo avere un drop di tensione per schermare il campo elettrico proveniente dall'ossido



⇒ abbiamo un **voltage drop** nel gate

⇒ ciò va contro la possibilità di abbassare la tensione operativa della tecnologia

⇒ il polysilicon gate inizia ad essere rimpiazzato con materiali con **alto punto di fusione** simili ai metalli (anche se è ancora usato)

TiN **TaN**

anche perché cambia l'elettrostatica:

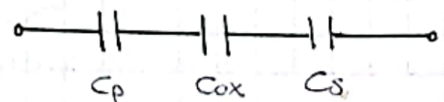
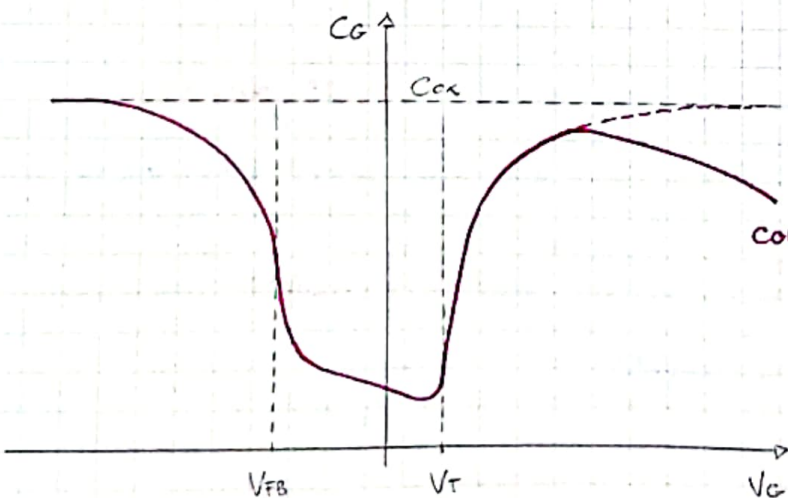
$$V_s + V_{ox} + V_p = V_G - V_{FB}$$

$$\frac{dV_s}{d(-Q_s)} + \frac{1}{C_{ox}} + \frac{dV_p}{d(-Q_s)} = \frac{dV_G}{d(-Q_s)}$$

$$\frac{1}{C_s} + \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_p} = \frac{1}{C_G}$$

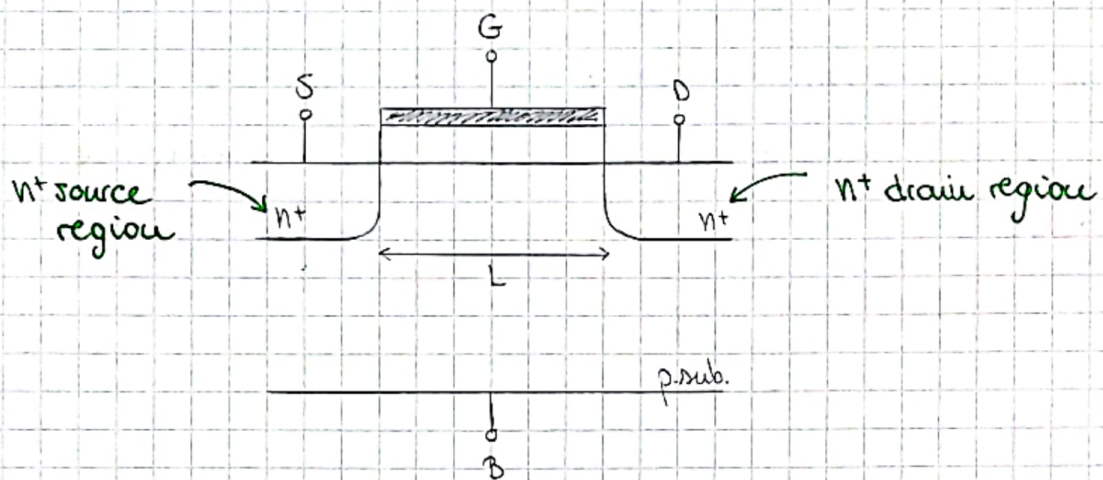
↳ contributo del polysi (non trascurabile in SI)

con polysi



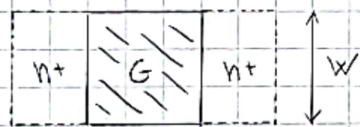
MOSFET TRANSISTOR

è un MOS device che presenta la seguente struttura:



nella nostra analisi considereremo un substrato p-doped con drogaggio uniforme (N_A costante), un dielettrico di SiO_2 perfetto (senza difetti e perfettamente isolante), un gate con una concentrazione di portatori liberi molto elevata (metallo ideale)

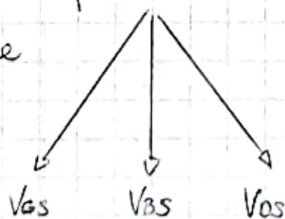
dall'alto:



il dispositivo è (almeno) **bidimensionale**, anche se nella realtà, per non trascurare effetti secondari adrebbe fatta un'analisi 3D

la parte + importante del dispositivo è la parte compresa fra le due regioni n+ del dispositivo detta **CANALE** e ha una lunghezza L e una larghezza W

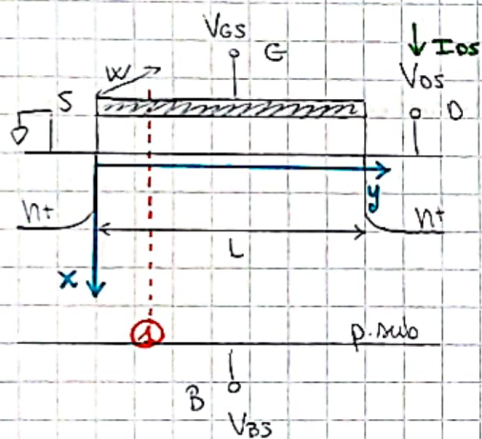
nell'analisi considereremo il **source a massa** perché siamo interessati nelle relazioni tra le differenze di potenziale e non tra i valori assoluti delle tensioni ad ogni terminale



tramite la tensione al gate e' possibile controllare il flusso di elettroni tra il source e il drain e quindi la corrente I_{os} ; questo perche' V_G controlla l'elettrostatica del canale (che e' il collo di bottiglia nel passaggio dei portatori di carica, $\propto I/DEP$) \rightarrow **field-effect transistor (FET)**

\Rightarrow poiche' in prima approssimazione e' possibile trascurare l'effetto dei portatori minoritari (lacune nel nmos ed elettroni nel pmos), tale transistor e' detto **unipolare**

Qualizziamo il dispositivo



\rightarrow partiamo dall'equazione di Poisson in due dimensioni (x e y)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -\frac{q}{\epsilon_{Si}} (p - n + N_A^+ - N_D^-)$$

dove questa volta $\Phi = \Phi(x, y)$

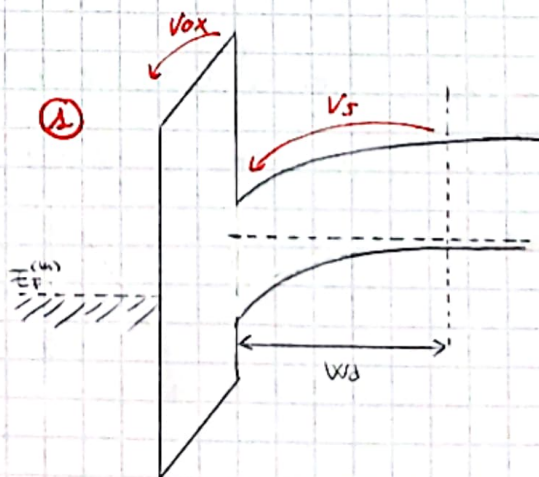
risolvere l'equazione e' difficile (II ordine in due variabili), ma possiamo semplificare facendo un'ipotesi: * **LONG-CHANNEL MOSFET**

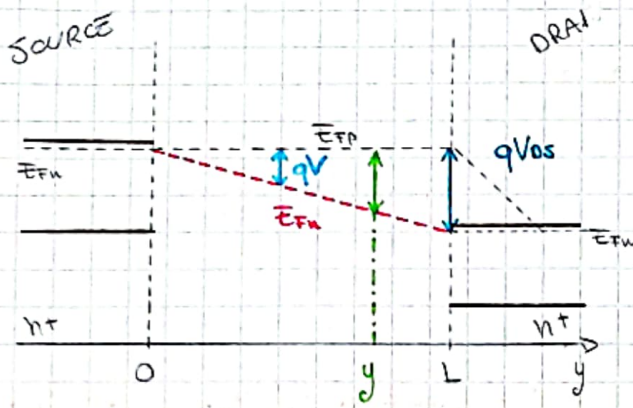
\rightarrow ancora non sappiamo "quanto lungo"

\Rightarrow introduco allora la **GRADUAL-CHANNEL APPROX.**

\Rightarrow in questo caso la variazione del campo lungo y e' molto forte rispetto a quella lungo x \Rightarrow **ho un'elettrostatica quasi-1D** (quella del MOS capacitor)

\Rightarrow ogni **CROSS-SECTION** e' uguale a quella del sistema MOS analizzato in precedenza





quello che varia dal source al drain e' la posizione di E_{Fn} a causa di V_{os}

=> spostandosi verso il drain E_{Fn} scende



poiche' nella SI la concentrazione di elettroni e' trascurabile il band

bending non varia

in SI invece il band bending varia perche' la concentrazione di elettroni non e' piu' trascurabile

=> posso introdurre il quasi-Fermi potenzial $V(y) = -\frac{E_{Fn}(y)}{q}$ $0 < y < L$

N.B.! V_{os} e' il potenziale elettrostatico, che invece e' ϕ

$$\Rightarrow \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{-q}{\epsilon_{si}} (p - n + N_d^{+} - N_a^{-})$$

trasc. comp. ioni.

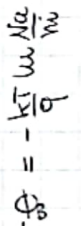
(LONG-CHANNEL MOSFET)

pongo $\Delta\phi = \phi - \phi_B$
 $(x,y) \quad (x,y) \quad (@ \text{BULK})$

$$\Rightarrow \rho = n_i e^{\frac{E_i - E_{FP}}{kT}} = n_i e^{\frac{-q\phi}{kT}}$$

$$\Rightarrow \rho_0 = n_i e^{\frac{-q\phi_B}{kT}}$$

pongo $E_{FP} = 0$ (vedi mos)



da cui ricavo che $\rho = \rho_0 e^{-\frac{q\Delta\phi}{kT}}$ (gia' visto...)

$$n = n_0 e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} = \frac{n_i^2}{p_0} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} e^{-\frac{qV}{kT}}$$

riduzione esponenziale concentrazione e' dovuta allo spostamento di E_{Fn} verso il basso

$$p_0 n_0 = n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{FP}}{kT}} = n_i^2 e^{-\frac{qV}{kT}}$$

che sintetizzo in $n = \frac{n_i^2}{p_0} e^{\frac{q\Delta\phi}{kT}} e^{-\frac{qV}{kT}}$

(troviamo $V_s | n = N_a$: elettroni alla superficie = N_a)

$$@ x=0 \Rightarrow n \downarrow N_a = \frac{n_i^2}{N_a} e^{\frac{qV_s}{kT}} e^{-\frac{qV}{kT}} \Rightarrow e^{\frac{q \cdot 2|\phi_B|}{kT}} = e^{\frac{qV_s}{kT}} \cdot e^{-\frac{qV}{kT}}$$

$$\frac{N_a^2}{n_i^2} = e^{\frac{qV_s}{kT}} e^{-\frac{qV}{kT}}$$

$$V_s = 2|\phi_B| + V$$

(all'inizio della S.I.)

(gia' visto nel rugg)

Come nel caso del MOS capacitor

@ equilibrio $\Rightarrow p_0 = n_0 + N_A \Rightarrow N_A = p_0 - n_0$

nella q.n.r. $n_0 \approx \frac{n_i^2}{p_0}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \Delta \phi}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_{si}} \left[N_A e^{-\frac{q \Delta \phi}{kT}} - \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{q \Delta \phi}{kT}} e^{-\frac{qV}{kT}} - N_A + \frac{n_i^2}{N_A} \right]$$

risolvendo in
maniera analoga
al MOS capacitor

termine correttivo rispetto al MOS capacitor
(tutto il resto e' identico)

$$Q_s = \pm \sqrt{2 \epsilon_{si} N_A kT} \left[e^{-\frac{qV_s}{kT}} + \frac{qV_s}{kT} - 1 + \frac{n_i^2}{N_A^2} \left(e^{-\frac{qV}{kT}} \left(e^{\frac{qV_s}{kT}} - 1 \right) - \frac{qV_s}{kT} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

la carica nella dep. reg. non
varia perche' dipende solo da V_s

questa e' la carica
data dagli e^- e viene
influenzata dal numero
di e^- di qV

facendo riferimento solo alla WI/SI posso semplificare ulteriormente:

$$Q_s = Q_s(V_s, V) = -\sqrt{2 \epsilon_{si} kT N_A} \left[\frac{qV_s}{kT} + \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{q}{kT}(V_s - V)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

carica totale nel substrato, funzione di V_s e V che cambiamo con y
che posso considerare come somma di due contributi:

$$Q_s(V_s, V) = Q_{dep}(V_s, V) + Q_{inv}(V_s, V) \quad * \text{ (sopra non si vedono i due contributi... c'e' la } \sqrt{\cdot} \text{)}$$

analizziamo i contributi nei regimi possibili

- DEPLETION / WEAK INVERSION REGIME
- STRONG-INVERSION

Δ DEP/W.I.

• n e' trascurabile per l'elettrostatica che e' data dalla carica sulla dep. layer

$$\Rightarrow \frac{qV_s}{kT} \gg \frac{n_i^2}{N_a^2} e^{\frac{q(V_s-V)}{kT}} \Rightarrow \text{posso usare Taylor per ricavare}$$

$$\Rightarrow Q_{dep} = -\sqrt{2\epsilon n_i q N_a V_s}$$

$$\Rightarrow Q_{inv} = -\sqrt{\frac{\epsilon n_i q N_a}{2V_s} \cdot \frac{kT}{q} \cdot \frac{n_i^2}{N_a^2}} e^{q \frac{V_s-V}{kT}}$$

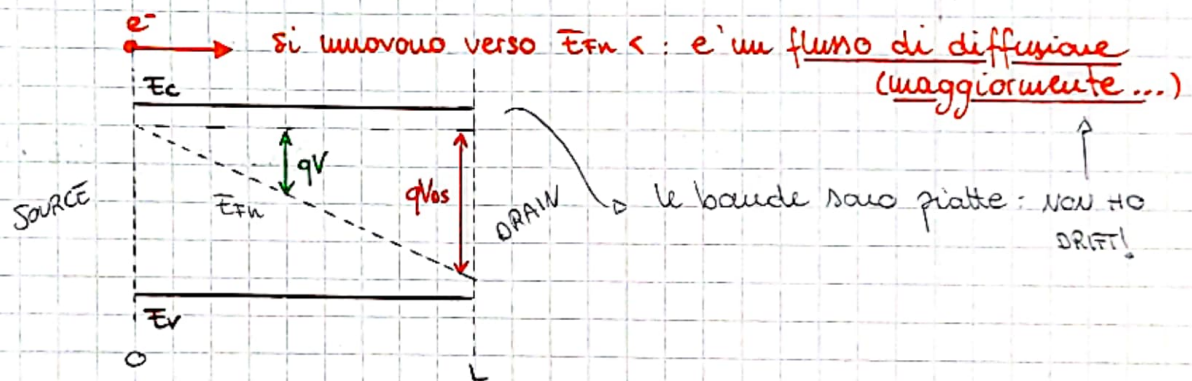
$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots$$

(dividendo per $\frac{2}{V_s}$...)

estremamente utile per calcolare la corrente nel regime sottoglia!

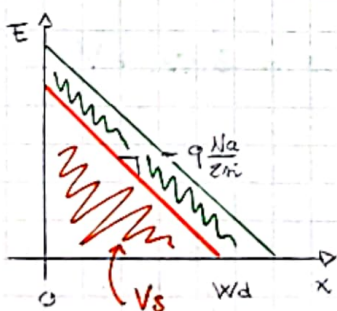
sulla WI $V_s \neq V_s(y)$ perche la concentrazione (y) di elettroni e' trascurabile (come detto nel caso del MOS il band-bending non varia, anche se E_{Fn} si)

\Rightarrow muovendosi dal SOURCE al DRAIN le bande sono quasi-piatte



Δ S.I.

in tale regime non vale piu' $Q_{dep} = -\sqrt{2\epsilon n_i q N_a V_s}$, infatti considerando $E(x)$:

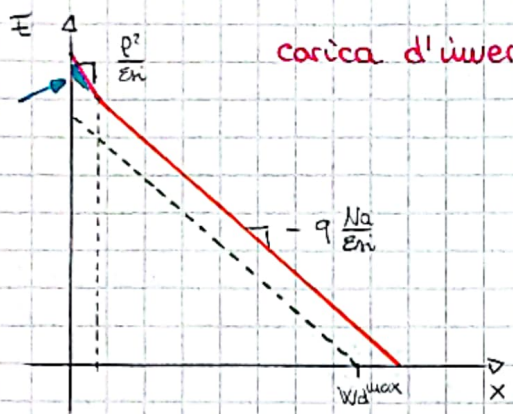


$$\Rightarrow w_d = \sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \frac{V_s}{N_a}} \Rightarrow Q_{dep} = -q N_a w_d = -\sqrt{2\epsilon n_i q N_a V_s}$$

\Rightarrow e' valida solo sulla WI/DEP, cioe' se E ha quella forma

se aumento l'area (ϕ) ad un certo punto arrivo a w_d^{max}

proseguendo, alla superficie del silicio si genera la carica di inversione



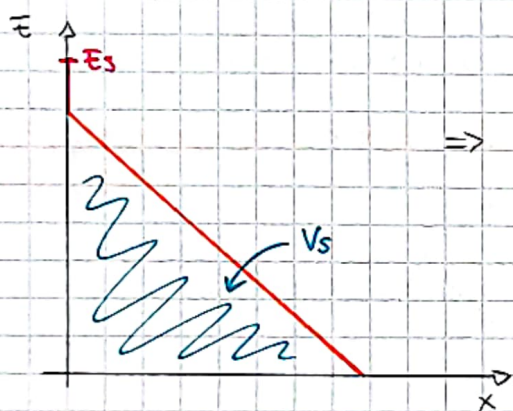
corica d'inversione → non ho + un triangolo

→ ho un contributo extra dato dall'area blu

⇒ la formula non è più valida se non faccio un'approssimazione

CHARGE - SHEET APPROX.

→ la lunghezza del layer d'inversione è molto piccola, solo qualche nm ⇒ posso considerare la corica sulla superficie del semi



⇒ sotto tale approx possiamo scrivere

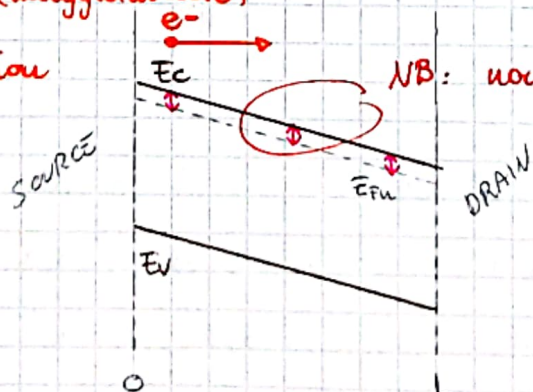
$$Q_{dep} = -\sqrt{2\epsilon n_i q N_A V_s} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ W_d \approx W_d^{max} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \rightarrow \\ \frac{2|\phi_b|}{1} \end{matrix}$$

(anche se in realtà è leggermente maggiore per la dipendenza log.)

⇒ posso calcolare $Q_{inv} = Q_s - Q_{dep} = Q_s + \sqrt{2\epsilon n_i q N_A V_s}$

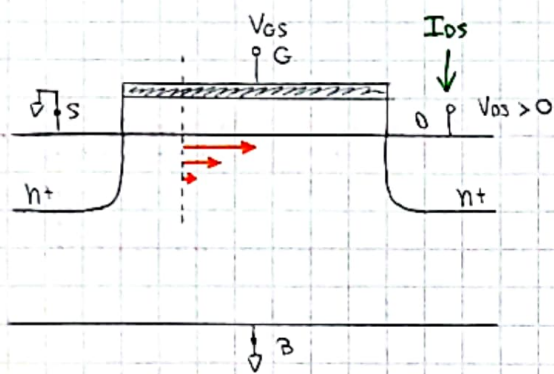
→ in questo caso le bande non sono + piatte: la n non è + trascurabile in SI e quindi $V_s = V_s(y)$ in STRONG-INVERSION ⇒ $V_s = 2|\phi_b| + V$

si muovono per < drift (maggiormente)
 diffusion



NB: non è lineare ... ancora non sappiamo com'è!

Considerando quindi il seguente sistema, l'elettrostatica è definita dalle



seguenti due equazioni

$$\begin{cases} Q_s = Q_s(V_s, V) \\ V_{GS} - V_{FB} = V_s + V_{ox} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}} \end{cases}$$

$\Rightarrow V_s = V_s(V_{GS}, V)$ e quindi

$$\begin{cases} Q_s = Q_s(V_s, V) \\ Q_{inv} = Q_{inv}(V_s, V) \end{cases}$$

Queste derivano dalla risoluzione dell'equazione di Poisson; questa volta, però, non solo Φ è incognita, ma anche \bar{E}_{Fn} nel canale e quindi tale equazione non è sufficiente \Rightarrow abbiamo bisogno di un'ulteriore equazione detta equazione di continuità per gli elettroni

DRIFT + DIFFUSION: $J_n = n\mu_n \frac{d\bar{E}_{Fn}}{dy} = -qn\mu_n \frac{dV}{dy} \rightarrow$ dipende solo da y (non ci interessa la q.n.r.)
 $= J_n(x, y)$ $n(x, y)$ perché varia procedendo nel substrato e da source a drain

\rightarrow nella realtà (in condizioni stazionarie e trascurando R/G processes) J_n è costante nella direzione di trasporto (lungo y): il numero di elettroni che scorre da sx a dx rimane costante

$$\Downarrow \\ J_n = J_n(x)$$

possiamo calcolare la corrente di elettroni come $I_{os} = W \int_0^{t_{inv}} -J_n(x) dx$ solo nel layer d'inversione

$$\Rightarrow I_{os} = -W\mu_n \int_0^{t_{inv}} qn \frac{dV}{dy} dx = -W\mu_n \frac{dV}{dy} \underbrace{\int_0^{t_{inv}} -qn dx}_{Q_{inv}}$$

la corrente è opposta al flusso di elettroni

$$= -\mu_n W Q_{inv} \frac{dV}{dy}$$

forma differenziale per la corrente I_{os}

$$I_{os} dy = -\mu_n Q_{inv} W dV \quad \text{che posso integrare } \int_0^L$$

$$\int_0^L I_{os} dy = -\mu_n W \int_0^{V_{os}} Q_{inv} dV$$

formula integrale per la corrente I_{os}

$$I_{os} \cdot L = -\mu_n W \int_0^{V_{os}} Q_{inv} dV \Rightarrow$$

$$I_{os} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} Q_{inv}(V) dV$$

\Rightarrow da questa equazione possiamo ricavare la corrente in funzione di V_{os} e V_{es} e quindi abbiamo completato l'analisi elettrostatica del dispositivo

infatti $Q_{inv}(V_{es}, V)$ e V diventa V_{os} nell'integrale

riassumendo, siamo giunti al seguente punto:

$$\begin{cases} Q_s = Q_s(V_s, V) \\ V_{gs} - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}} \\ I_{os} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} Q_{inv}(V) dV \end{cases}$$

facendo riferimento al caso ON-state regime

$$\Rightarrow V_s \approx 2|\Phi_{B1}| + V \quad \text{posso ricavarlo dalle prime due equazioni}$$

$$\Rightarrow Q_s = -C_{ox}(V_{gs} - V_{FB} - V_s)$$

e quindi in SI posso calcolarmi:

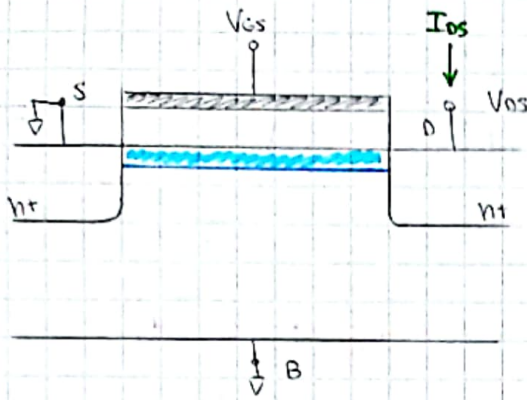
$$\begin{aligned} Q_{inv} &= Q_s - Q_{dep} = Q_s + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_A V_s} \quad \text{che posso sostituire in } I_{os} \\ &= -C_{ox}(V_{gs} - V_{FB} - V_s) + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_A V_s} \\ &= -C_{ox}(V_{gs} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - V) + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_A (2|\Phi_{B1}| + V)} \end{aligned}$$

assumiamo di avere $V_{os} \ll 2|\Phi_{B1}|$, allora V (che al max e' V_{os}) e' trascurabile

$$\begin{aligned} Q_{inv} &= -C_{ox}(V_{gs} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - \sqrt{2\epsilon_{si} q N_A \cdot 2|\Phi_{B1}|} \cdot \frac{1}{C_{ox}}) \\ &= -C_{ox}(V_{gs} - V_T) \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow \text{con } V_T = V_{FB} + 2|\Phi_{B1}| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A \cdot 2|\Phi_{B1}|}}{C_{ox}}$$

L'ipotesi $V_{os} \ll 2|\Phi_B|$ implica che il canale è circa costante $\approx y$



$$\Rightarrow I_{os} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} -C_{ox} (V_{gs} - V_T) dV$$

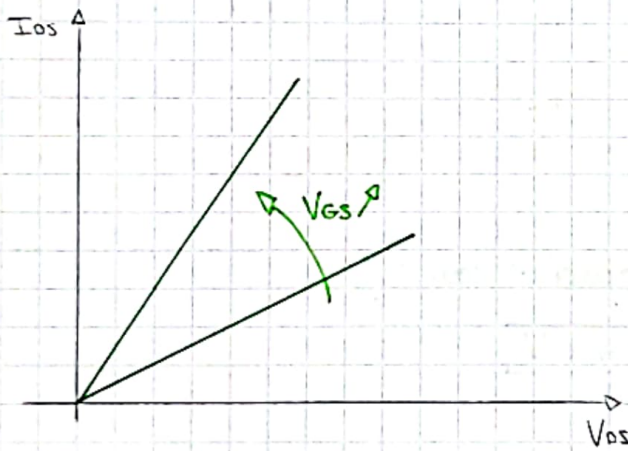
↓
ricavo $I_{os}(V_{gs}, V_{os})$

$$I_{os} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_T) V_{os}$$

\Rightarrow è un andamento lineare \Rightarrow posso ricavarci la **RESISTENZA DEL CANALE**

$$R_{ch} = \left(\frac{dI_{os}}{dV_{os}} \right)^{-1} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} (V_{gs} - V_T)} \cdot \frac{L}{W}$$

R_{ch}^{sh} : sheet resistivity (di superficie)



\rightarrow aumentando V_{gs} , non variano le cariche ^{superficiali} nel canale Q_{inv} , ma aumentiamo il campo \vec{E} \downarrow aumenta la velocità di drift

tale caratteristica è detta **OHMIC REGIME**

che vale nel caso in cui V_{os} è piccola e trascurabile rispetto a $2|\Phi_B|$

... supponiamo ora di aumentare V_{os} e vediamo come cambiano le cose

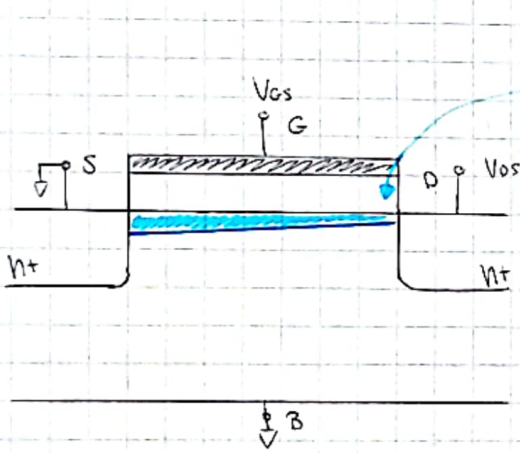
assumiamo ora di avere $V_{os} < 2|\Phi_{B1}|$, allora posso espandere con Taylor

$$\begin{aligned}
 Q_{inv} &= -C_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - V) + \sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A (2|\Phi_{B1}| + V)} \\
 &= -C_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - V) + \sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A 2|\Phi_{B1}|} \sqrt{1 + \frac{V}{2|\Phi_{B1}|}} \\
 &= -C_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - V) + \sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A 2|\Phi_{B1}|} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V}{2|\Phi_{B1}|}\right) \\
 &= -C_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - V) - \frac{V}{C_{ox}} \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si} q N_A 2|\Phi_{B1}|}{2 \cdot (2|\Phi_{B1}|)^2}} \\
 &= -C_{ox} \left[V_{GS} - V_{FB} - 2|\Phi_{B1}| - \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A 2|\Phi_{B1}|}}{C_{ox}} - V \left(1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}\right) \right] \\
 &= -C_{ox} (V_{GS} - V_T - mV)
 \end{aligned}$$

$$1,1 < m < 1,4$$

in questo caso $Q_{inv} = Q_{inv}(V_{GS}, V)$

↳ ho meno carica nel canale, lato drain



N.B.: il canale è sempre largo uguale, è la carica che diminuisce proseguendo lungo il drain (è un modo schematico di rappresentare tale effetto)

è lo stesso che succedeva nel MOS capacitor con ring:

in questo caso il vostro $V_T' = V_T + mV$

↳ tensione gate necessaria per raggiungere la SI quando ho equilibrio termodinamico nel substrato (quindi al source)

↳ la soglia elettrostatica reale varia da source a drain a causa della condizione di non equilibrio dovuta all'aumentare di V

⇒ è la stessa equazione del MOS con ring

$$\Rightarrow I_{OS} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{OS}} -C_{ox} (V_{GS} - V_T - mV) dV$$

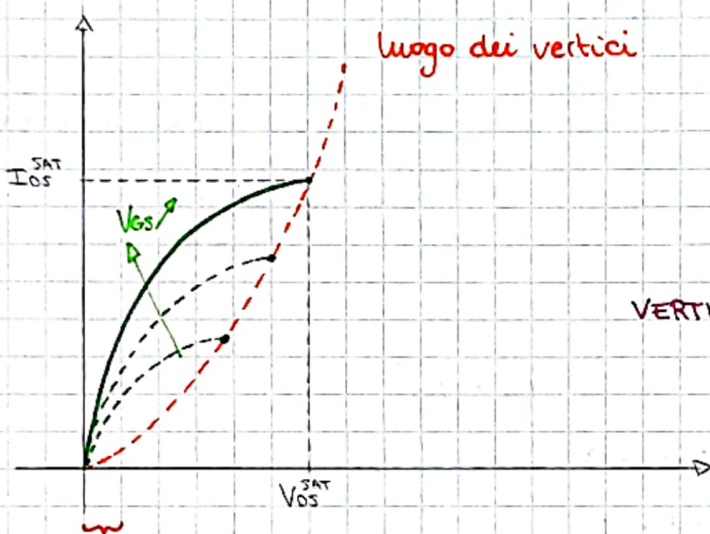
$$= -\mu_n \frac{W}{L} C_{ox} \left[(V_{GS} - V_T) V - \frac{m}{2} V^2 \right]_0^{V_{OS}}$$

e ottengo l'equazione

$$I_{OS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_T) V_{OS} - m \frac{V_{OS}^2}{2} \right]$$

in questo caso la dipendenza non e' piu' lineare, ma **quadratica**

↓
e' una parabola!



VERTICE

$$\begin{cases} V_{OS}^{SAT} = \frac{V_{GS} - V_T}{m} \\ I_{OS}^{SAT} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} m \frac{(V_{OS}^{SAT})^2}{2} \end{cases}$$

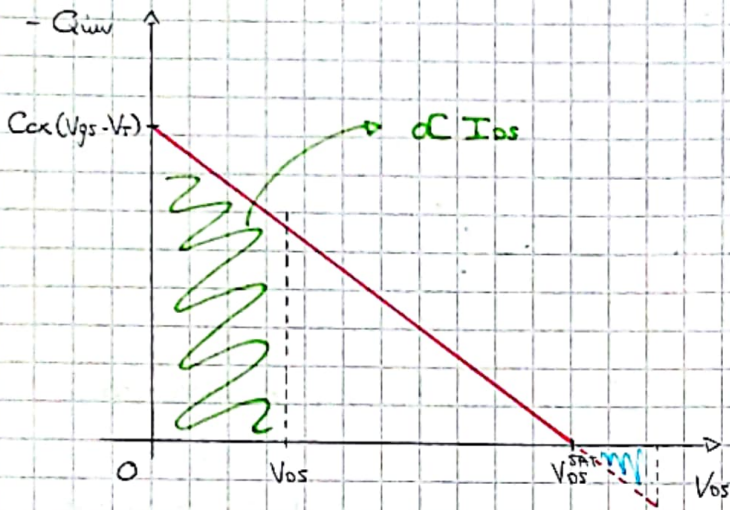
questo era il regime lineare, dopo la corrente aumenta **meno** che linearmente (al vertice la tangente e' orizzontale \Rightarrow non ho incremento di I)

\Rightarrow aumentando V_{OS} , aumento si' il campo \vec{E} nel canale, ma allo stesso tempo diminuisce Q_{inv} (la carica nell'inv. layer) e quindi il canale e' + resistivo: la corrente tende ad aumentare sempre di meno, ecco perche' e' meno che lineare

\rightarrow tale caratteristica e' detta **PARABOLIC REGIME**

\Rightarrow sicuramente oltre V_{OS}^{SAT} il modello non va bene perche' non ha senso fisico che aumentando V_{OS} , la corrente diminuisce

per capire come succede dopo $V_{DS} = V_{DS}^{SAT}$ grafichiamo Q_{inv}



- aumento V_{DS} fino a V_{DS}^{SAT} allora la corrente sarà proporzionale all'area
- aumentando ancora la corrente tenderebbe a diminuire (l'area diventa negativa \Rightarrow non ha senso)

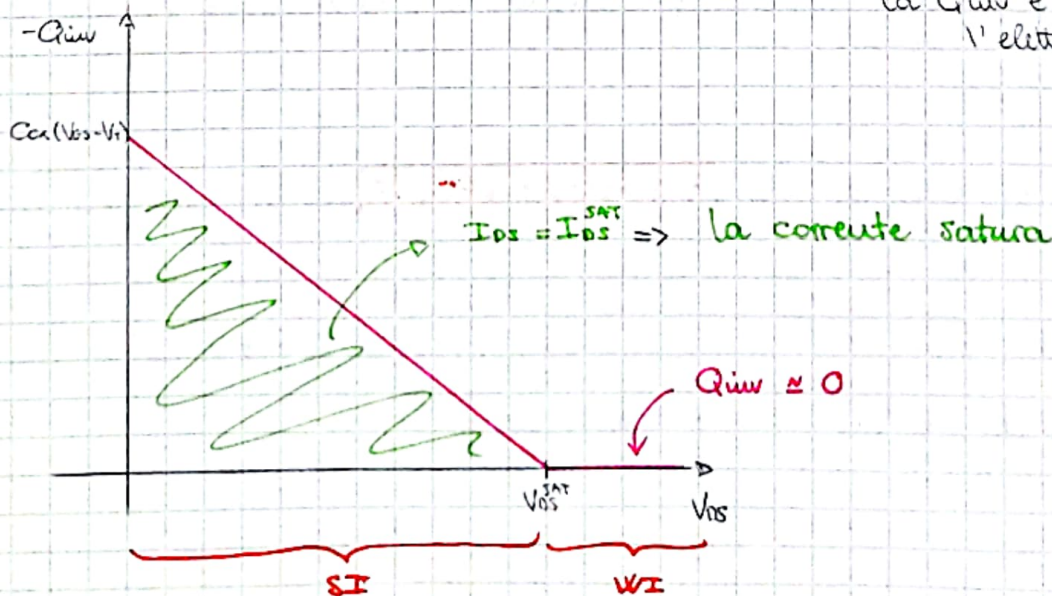
\Rightarrow questa relazione non è + valida per $V_{DS} > V_{DS}^{SAT}$ perché:

per $0 < V_{DS} < V_{DS}^{SAT}$ ho che $\begin{cases} Q_{inv} \neq 0 \\ V_T' < V_{DS} \Rightarrow \text{lavoro in SI regime} \end{cases}$

@ $V_{DS} = V_{DS}^{SAT}$ ho che $\begin{cases} Q_{inv} = 0 \\ V_T' = V_{DS} \end{cases}$

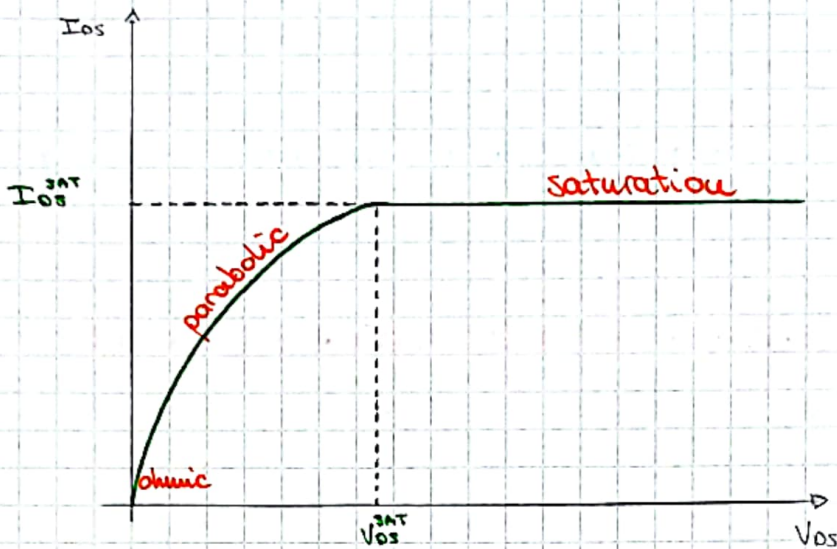
per $V_{DS} > V_{DS}^{SAT}$ ho che $V_T' > V_{DS} \Rightarrow$ dallo SI passo alla WI $\Rightarrow Q_{inv} \approx 0$

la Q_{inv} è trascurabile per l'elettrostatica



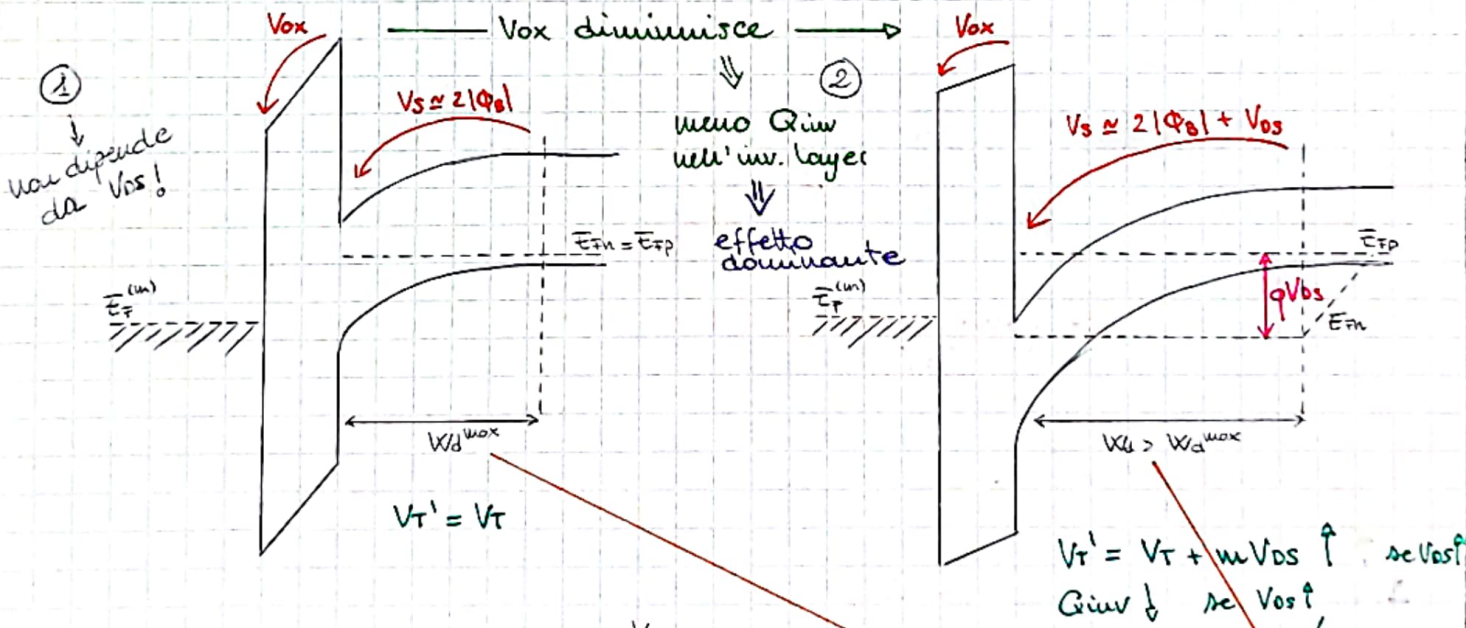
e ottengo l'andamento di I_{os} nella

SATURATION REGIME

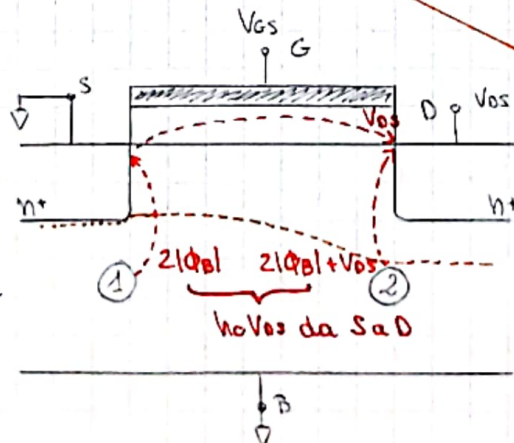


Vediamo fisicamente cosa succede considerando due sezioni trasversali

- ① @ SOURCE $y=0$
- ② @ DRAIN $y=L$



le coriche nell'inversion layer diminuiscono di più di quanto non aumentino quelle nella dep. region



la dep. reg. aumenta da S a D

a un certo punto V_T' diventa uguale a $V_{gs} \Rightarrow Q_{inv} = 0$

Pinch-off condition

→ passo dal SI al WI (lato DRAIN) ⇒ PINCH OFF

⇒ non varia più il band-bending perché gli e⁻ diventano trascurabili

⇒ il drop sul canale non varia più: ho lo stesso band-bending e rimane uguale a V_{os}^{SAT}

⇒ il drain perde il controllo dell'elettrostatica del canale

⇒ la corrente satura

procediamo con l'analisi recuperando l'equazione di I_{os} :

$$I_{os} = -\mu_n W Q_{inv} \frac{dV}{dy}$$

$$\int_0^y I_{os} dy = \int_0^y -\mu_n W Q_{inv} dV$$

$$I_{os} \cdot y = -\mu_n W \int_0^y -C_{ox} (V_{GS} - V_T - mV) dV$$

otteniamo lo stesso risultato a cui eravamo giunti:

$$I_{os} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{y} \left[(V_{GS} - V_T) V - \frac{mV^2}{2} \right] = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_T) V_{os} - \frac{mV_{os}^2}{2} \right]$$

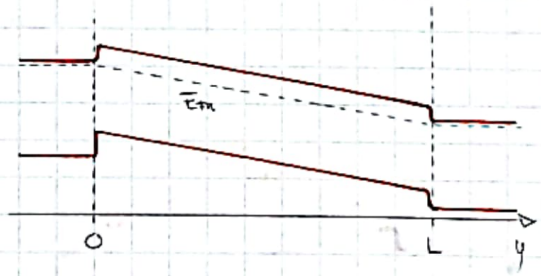
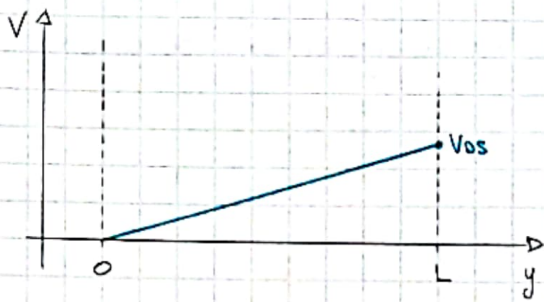
⇒ possiamo ricavarci
 $V = V(y)$ @ $y = L$

$$\Rightarrow V = \frac{V_{GS} - V_T}{m} - \sqrt{\left(\frac{V_{GS} - V_T}{m}\right)^2 - \frac{2y}{L} \left(\frac{V_{GS} - V_T}{m}\right) V_{os} + \frac{y}{L} V_{os}^2}$$

Δ se V_{os} è molto piccolo (chiuso): \leftarrow è trascurabile

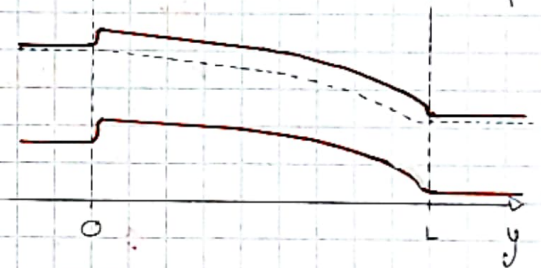
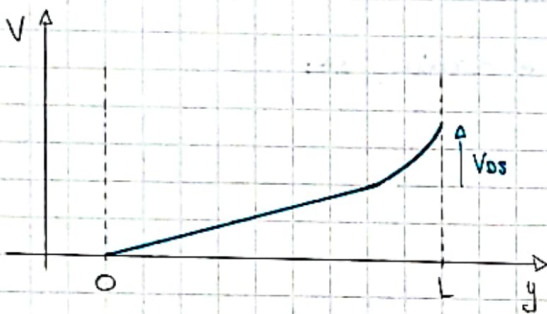
$$V \approx \frac{V_{GS} - V_T}{m} - \frac{V_{GS} - V_T}{m} \sqrt{1 - \frac{2y}{L} \frac{V_{os}}{V_{GS} - V_T}} = \frac{V_{GS} - V_T}{m} - \frac{V_{GS} - V_T}{m} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{2y}{L} \frac{V_{os}}{V_{GS} - V_T}\right)$$
$$= \frac{V_{os}}{L} y \quad \text{andamento lineare}$$

↑
raccordo e poi espando con Taylor

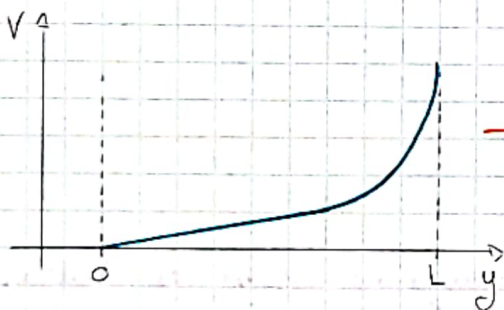


\Rightarrow il band-bending e' lineare \Leftrightarrow il potenziale elettrostatico e' lineare

Δ se V_{os} aumenta: $I_{os} = -\mu_n C_{ox} Q_{inv} \frac{dV}{dy}$ costante deve aumentare!
 Q_{inv} decresce aumenta la pendenza



Δ se V_{os} aumenta fino al pinch-off allora $Q_{inv} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dy} = \infty$
tangente verticale



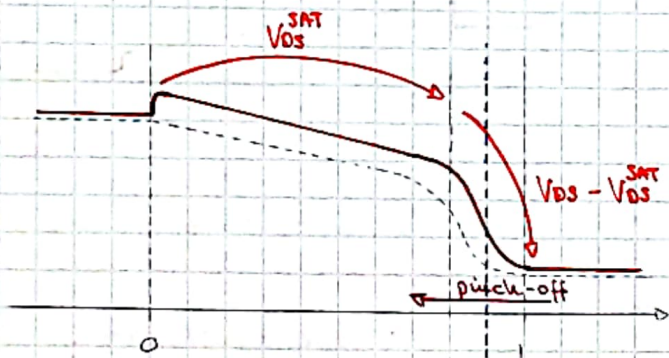
\rightarrow campo $\vec{E} \infty$
NON E' POSSIBILE!

\Rightarrow a questo punto l'approssimazione che avevamo fatto (gradual-channel) non e' piu' valida: il campo elettrico lungo y non e' piu' « del campo elettrico lungo x \Rightarrow non posso piu' usarla!

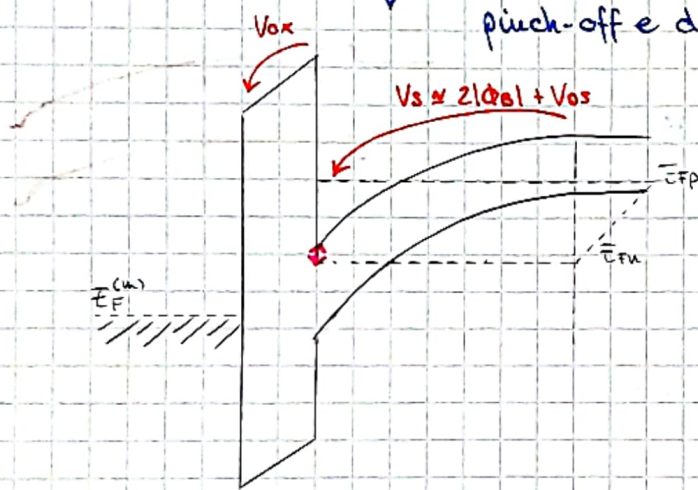
Quando approcio il regime di saturazione il campo elettrico lungo y e' molto piu' forte di quello lungo x

\Rightarrow dobbiamo risolvere l'equazione di Poisson bidimensionale

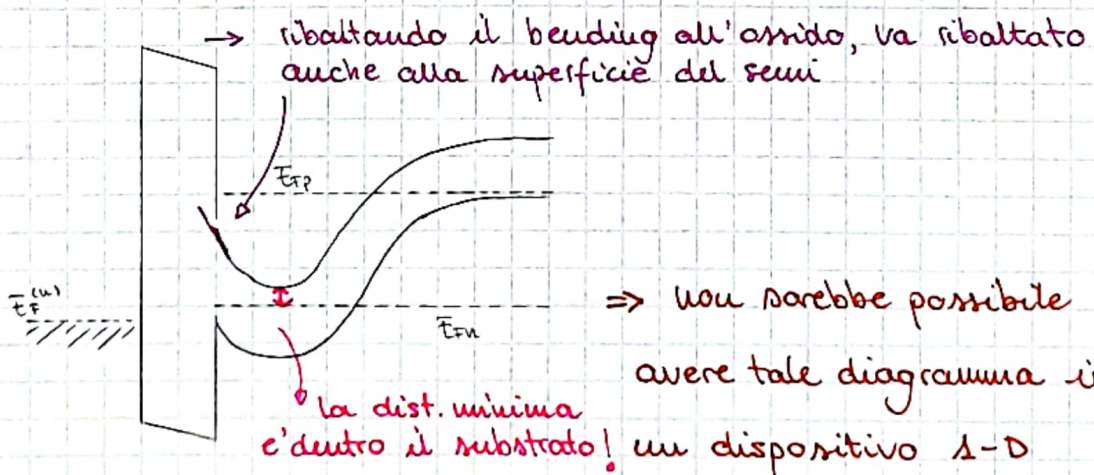
Risolvendo tale equazione vediamo che la corrente aumenta leggermente: quello che succede e' che il punto in cui ho la pinch-off si muove verso il source:



lungo questa sezione verticale (nel mezzo tra pinch-off e drain) ho:



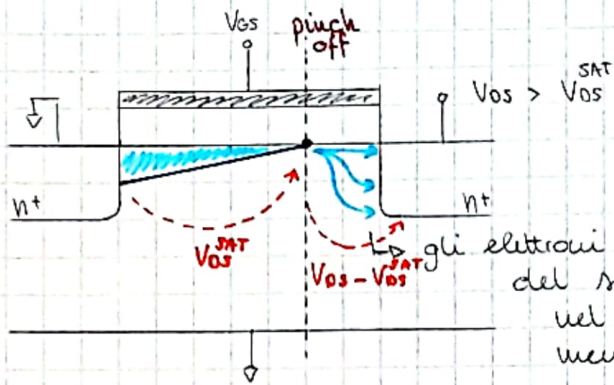
continuando ad abbassare il bending, arrivo ad un punto in cui V_{ox} cambia segno



⇒ non sarebbe possibile avere tale diagramma in un dispositivo 1-D

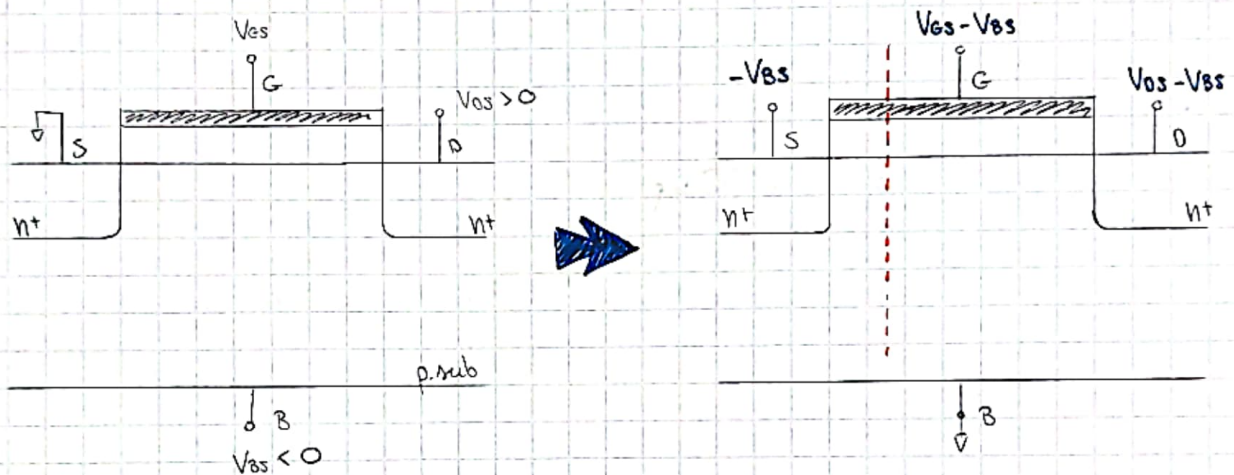
⇒ non e' il gate che aumenta il bending, ma e' l'azione del drain che modifica l'elettrostatica del dispositivo

quindi:



gli elettroni non sono più confinati alla superficie del semiconduttore, ma sono "spalmati" nel substrato (current spreading) verticalmente \Rightarrow 2D

VOLTAGE AL BULK



lungo la **sezione verticale** tutto rimane equivalente:

$$Q_s = -C_{ox} (V_{gs} - V_{bs} - V_{FB} - V_s)$$

$$Q_{inv} = Q_s - Q_{dep} = -C_{ox} (V_{gs} - V_{bs} - V_{FB} - V_s) + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_a V_s}$$

$$= -C_{ox} (V_{gs} - V_{bs} - V_{FB} - 2|\Phi_B| - V) + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_a (2|\Phi_B| + V)}$$

chiusic: $Q_{inv} \approx -C_{ox} (V_{gs} - V_{bs} - V_{FB} - 2|\Phi_B| + V_{bs}) + \sqrt{2\epsilon_{si} q N_a (2|\Phi_B| - V_{bs})}$

N.B.: $\left. \begin{array}{l} @ y=0 \Rightarrow V = -V_{bs} \\ @ y=L \Rightarrow V = V_{os} - V_{bs} \end{array} \right\}$

$$= -C_{ox} (V_{gs} - V_{FB} - 2|\Phi_B| - \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_a (2|\Phi_B| - V_{bs})}}{C_{ox}})$$

$$= -C_{ox} (V_{gs} - V_T) \Rightarrow V_T = V_{FB} + 2|\Phi_B| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_a (2|\Phi_B| + V_{bs})}}{C_{ox}}$$

\Rightarrow il risultato e' perfettamente equivalente

si può notare che applicando una tensione negativa al bulk la tensione di soglia V_T aumenta

=> per raggiungere la SI necessita di una tensione al gate maggiore

possiamo ricavarci la corrente I_{os} :

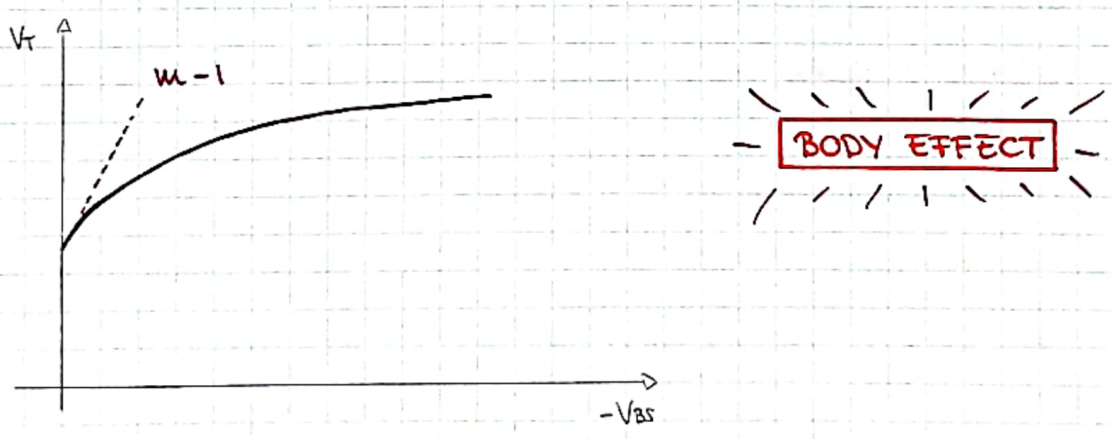
$$I_{os} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_{-V_{BS}}^{V_{GS}-V_{BS}} -C_{ox} (V_{GS} - V_T) dV$$

$$= \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} (V_{GS} - V_T) V_{GS} \rightarrow \text{la corrente non varia!}$$

facendo la stessa cosa anche per la saturation e la parabolic le espressioni della corrente non variano, ma quello che cambia è

- 1) V_T
- 2) $\mu \rightarrow$ perché cambia C_{dep}

=> devo stare attento ai parametri elettrostatici al source

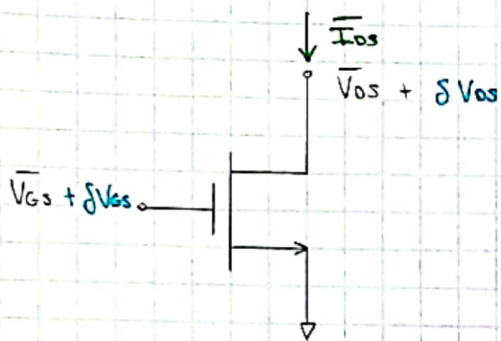


$$\left. \frac{dV_T}{d(-V_{BS})} \right|_{-V_{BS}=0} = \frac{\sqrt{2\epsilon n q N_A}}{C_{ox}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{1}{\sqrt{2|\phi_{B1}} - V_{BS}}} \right|_{-V_{BS}=0}$$

$$= \frac{\sqrt{2\epsilon n q N_A}}{C_{ox}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 2|\phi_{B1}}}} = \frac{C_{dep}}{C_{ox}} = \mu - 1$$

=> per un buon MOSFET voglio $\mu = 1$ per avere una variazione infinitesima di V_T rispetto al bias del body

Modello per piccolo segnale:

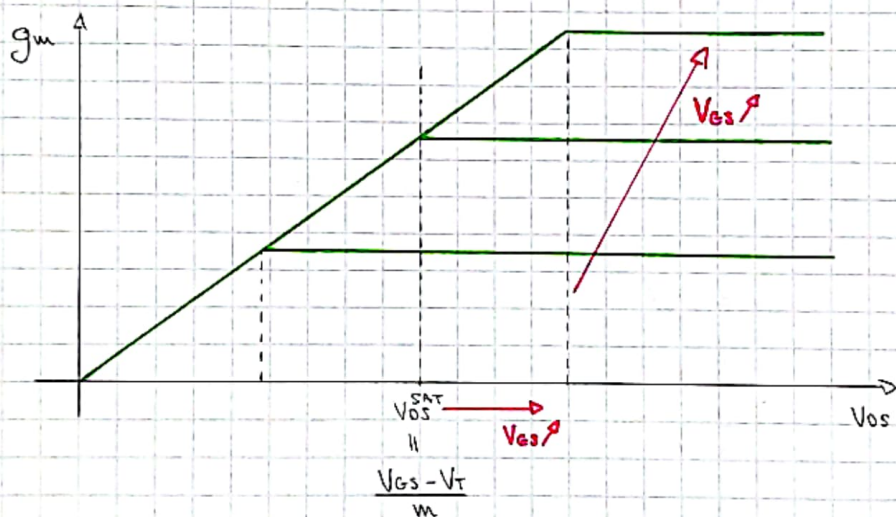


→ ogni variazione la facciamo mantenendo l'altra variazione costante

per analizzare tali variazioni introduciamo le **transconduttanze**

MUTUAL CONDUCTANCE

$$g_m = \left. \frac{\partial I_{OS}}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{OS} \text{ const}} = \begin{cases} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{OS} & \text{lineare/parab.} \\ \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{OS}^{SAT} & \text{saturazione} \end{cases}$$



di solito voglio una g_m elevata \Rightarrow voglio lavorare in saturazione con V_{OS}^SAT

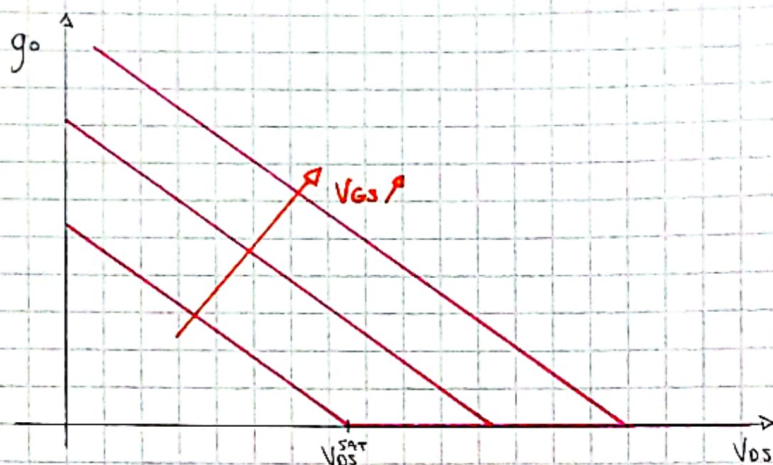
OUTPUT CONDUCTANCE

$$g_o = \frac{1}{r_o} = \left. \frac{\partial I_{OS}}{\partial V_{OS}} \right|_{V_{GS} \text{ const}} = \begin{cases} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} [(V_{GS} - V_T) - m V_{OS}] & \text{lineare/par.} \\ 0 & \text{saturaz.} \end{cases}$$



($r_o = \infty$) **idealmente**: in realtà la corrente non è perfettamente piatta ...

CAPACITA'



Quando variamo leggermente V_{GS} o V_{DS} , cambiamo le cariche interne e quindi abbiamo **una corrente transitoria** ai terminali

\Rightarrow consideriamo le cariche nell'inversion layer

total charge in inv. layer $\Rightarrow Q_c = W \int_0^L Q_{inv}(y) dy$ [C]

non abbiamo $Q_{inv}(y)$, ma abbiamo $Q_{inv}(V) \Rightarrow$ cambio variabile

$$= W \int_0^{V_{0s}} Q_{inv} \frac{dy}{dV} dV$$

poi se che $I_{0s} = -\mu_n W Q_{inv} \frac{d}{dV} \Rightarrow \frac{dy}{dV} = -\frac{\mu_n W Q_{inv}}{I_{0s}}$

$$= -\frac{\mu_n W^2}{I_{0s}} \int_0^{V_{0s}} [-C_{ox} (V_{GS} - V_T - mV)]^2 dV$$

$$= -\frac{\mu_n C_{ox}^2 W^2}{I_{0s}} \left[-\frac{(V_{GS} - V_T - mV)^3}{3m} \right]_0^{V_{0s}}$$

$$= -\frac{\mu_n C_{ox}^2 W^2}{I_{0s}} \left[\frac{(V_{GS} - V_T)^3}{3m} - \frac{(V_{GS} - V_T - mV_{0s})^3}{3m} \right]$$

$$\Rightarrow Q_c = -WLC_{ox} \cdot \frac{2}{3} \frac{\mu^2 V_{0s}^2 + 3(V_{GS} - V_T)^2 - 3mV_{0s}(V_{GS} - V_T)}{2(V_{GS} - V_T) - mV_{0s}}$$

\downarrow trascuro questi termini in numeratore

• ohmic: $Q_c \approx -WL C_{ox} (V_{gs} - V_T)$

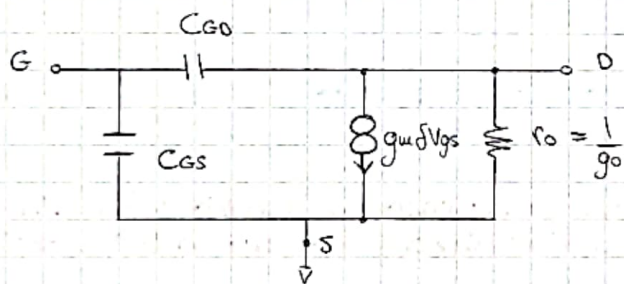
• satur: $Q_c \approx -WL C_{ox} \cdot \frac{2}{3} (V_{gs} - V_T) \rightarrow$ la carica totale nel canale in saturazione è $\frac{2}{3}$ che in ohmica!

da queste espressioni possiamo ricavarci le capacità di gate e drain per piccolo segnale [F]:

Δ GATE CAPACITANCE $C_G = - \left. \frac{\partial Q_c}{\partial V_{gs}} \right|_{V_{ds} \text{ cost}} = WL C_{ox} \left(1 - \frac{\mu^2 V_{ds}^2}{3[2(V_{gs} - V_T) - \mu V_{ds}]^2} \right)$

Δ DRAIN CAPACITANCE $C_D = \left. \frac{\partial Q_c}{\partial V_{ds}} \right|_{V_{gs} \text{ cost}} = \frac{2}{3} WL C_{ox} \left(1 - \frac{(V_{gs} - V_T)^2}{[2(V_{gs} - V_T) - \mu V_{ds}]^2} \right)$

in realtà nel modello equivalente non vengono mai usate C_G e C_D , quanto piuttosto C_{gs} e C_{gd} , proviamo a ricavarci le relazioni:



$\Rightarrow C_G = C_{gs} + C_{G0}$

$V_{ds} \text{ cost} \Rightarrow D \text{ e' a GND} \Rightarrow \text{nono in } \parallel$

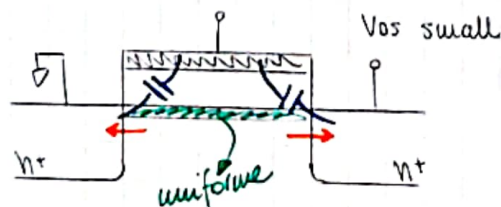
$\Rightarrow C_D = C_{G0}$

$V_{gs} \text{ cost} \Rightarrow G \text{ e' a GND} \Rightarrow \text{ndo } C_{G0}$

• ohmic: $\begin{cases} C_G = WL C_{ox} = C_{gs} + C_{G0} \\ C_D = \frac{1}{2} WL C_{ox} = C_{G0} \end{cases}$

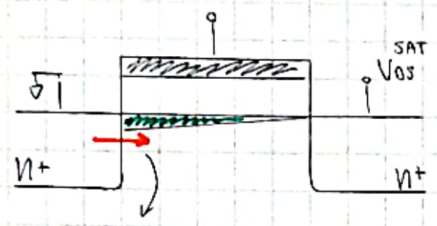
$\Rightarrow \boxed{C_{gs} = C_{G0} = \frac{1}{2} WL C_{ox}}$

poiche' l'inversione e' uniforme ho che la capacita' totale del gate e' splittata in due capacita' identiche tra gate e source e tra gate e drain



• saturation: $\begin{cases} C_G = WL C_{ox} \cdot \frac{2}{3} \\ C_D = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$C_{GD} = 0; C_{GS} = \frac{2}{3} WL C_{ox}$



→ al drain si perde il controllo dell'elettrostatica del canale

e' una corrente che viene solo dal source

TRANSIT TIME

definiamo come transit time il tempo impiegato dagli elettroni per percorrere il canale e si trova come

$t_{tr} = \int_0^L \frac{dy}{v_d}$ → ma non conosciamo la v_d

⇒ dobbiamo ricondurci all'analisi del narrow-base diode ...:

$= \frac{\partial Q_c}{\partial I_{os}}$ in questo caso la relazione fra I_{os} e Q_c non e' lineare ⇒ devo usare la derivata

$= \frac{\partial Q_c}{\partial V_{gs}} \cdot \frac{dV_{gs}}{dI_{os}} = C_G \cdot \frac{1}{g_m} = \frac{C_G}{g_m}$

consideriamo i vari regimi:

$t_{tr} = \begin{cases} \frac{C_{ox} WL}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{os}} = \frac{L^2}{\mu_n V_{os}} & \text{in regime ohmico} \\ \frac{\frac{2}{3} C_{ox} WL}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \frac{V_{gs} - V_t}{m}} = \frac{2L^2}{3\mu_n V_{os}^{SAT}} & \text{in regime di saturazione} \end{cases}$

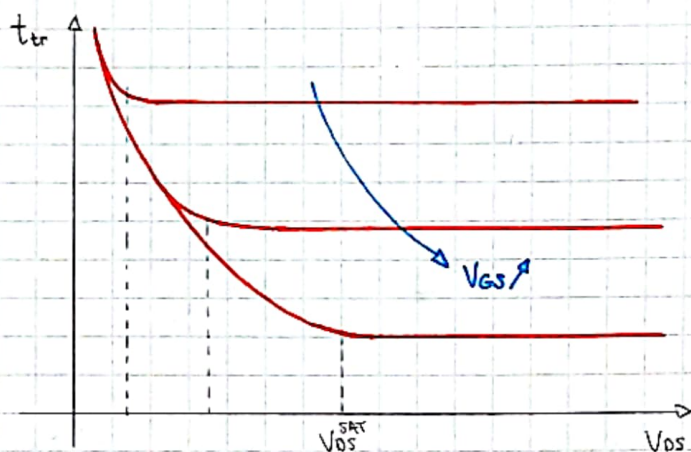
⇒ abbiamo una dipendenza quadratica con L

$\Rightarrow \frac{V_{DS}}{L}$ e' il campo elettrico lungo y

$\Rightarrow \mu n \bar{E}$ e' la velocita' di drift: v_d

quando riduciamo L abbiamo $\left\{ \begin{array}{l} \text{meno distanza da percorrere} \\ \text{velocita' maggiore} \end{array} \right.$

grafichiamo la dipendenza:



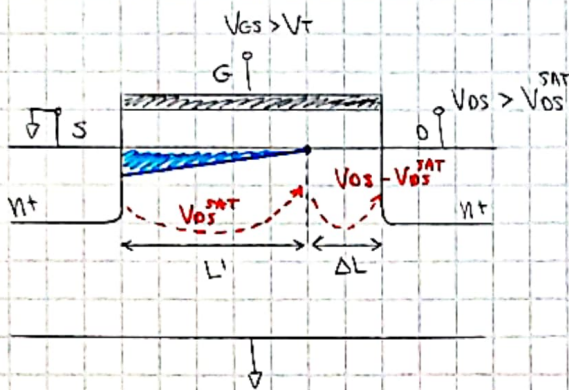
\rightarrow per avere un basso t_{tr} devo lavorare in saturazione con larga V_{GS}

Il transit time e' molto importante perche' e' direttamente collegato alla banda del dispositivo; infatti la formula nota

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{GS} + C_{GD})} = \frac{g_m}{2\pi C_G} = \frac{1}{2\pi t_{tr}}$$

e' la frequenza di taglio del dispositivo: un segnale che ha una frequenza maggiore non riesce a propagarsi perche' non riesce ad "uscire" dal dispositivo

Quando siamo in saturazione l'elettrostatica del dispositivo diventa fortemente bidimensionale



→ varia la lunghezza del canale

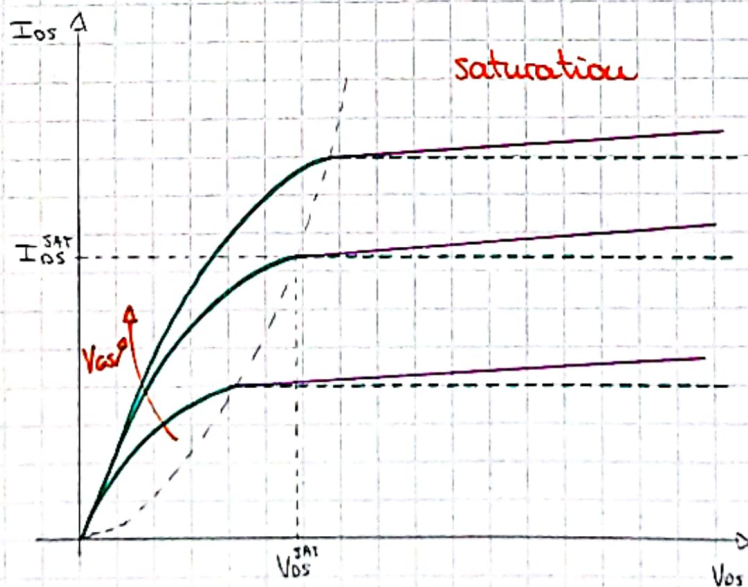
⇒ la corrente va scalata per considerare questa variazione di L

$$I_{os} = I_{os}^{SAT} \frac{L}{L - \Delta L} = I_{os}^{SAT} \frac{1}{1 - \frac{\Delta L}{L}} \stackrel{\Delta L \ll L}{\approx} I_{os}^{SAT} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)$$

possiamo assumere in prima analisi che $\Delta L = \frac{V_{os} - V_{os}^{SAT}}{E_p}$ e' proporzionale; la costante E_p e' il campo elettrico medio nella zona di ΔL

$$I_{os} = I_{os}^{SAT} \left(1 + \frac{V_{os} - V_{os}^{SAT}}{E_p L}\right)$$

aumenta **linearmente** con V_{os}

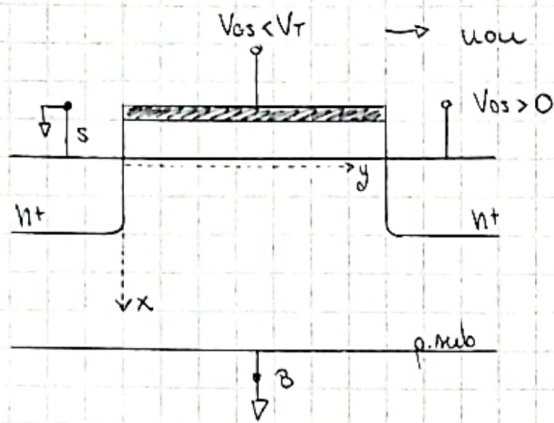


⇒ la **resistenza di output**

$$r_o = \left(\frac{\partial I_{os}}{\partial V_{os}}\right)^{-1} = \frac{E_p L}{I_{os}^{SAT}}$$

in cui $V_A = E_p L$ e' detto Early voltage

LAVORO SOTTO-SOGLIA



→ non abbiamo SI da nessuna parte nel canale



l'elettrostatica non varia da source a drain perché gli elettroni sono trascurabili (V_s è costante)

calcoliamo la corrente I_{os} : $I_{os} = -\mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} Q_{inv}(V) dV$
 ci serve $Q_{inv}(V)$ nel sub-threshold:

$$Q_{inv}(V) = -\sqrt{\frac{\epsilon_{Si} q N_A}{2V_s}} \cdot \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{q(V_s - V)}{kT}} \quad \text{che avevamo visto nel MOS}$$

$$\Rightarrow I_{os} = \mu_n \frac{W}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_{Si} q N_A}{2V_s}} \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}} \int_0^{V_{os}} e^{-\frac{qV}{kT}} dV \quad V_s \neq V_s(y) \neq V_s(V)!$$

$$= \mu_n \frac{W}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_{Si} q N_A}{2V_s}} \left(\frac{kT}{q}\right)^2 \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{qV_s}{kT}} \left[1 - e^{-\frac{qV_{os}}{kT}}\right]$$

ora dobbiamo passare dalla dipendenza da V_s a quella da V_{gs} , sapendo che:

$$V_{gs} - V_{FB} = V_s - \frac{Q_s}{C_{ox}} = V_s - \frac{Q_{dep}}{C_{ox}} = V_s + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A V_s}}{C_{ox}}$$

per semplificare i calcoli consideriamo il caso in cui V_{gs} è leggermente minore di V_t : $V_{gs} \lesssim V_t$

$$\Rightarrow \sqrt{V_s} \stackrel{\text{Taylor}}{\approx} \sqrt{2|\phi_B|} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2|\phi_B|}} (V_s - 2|\phi_B|) \quad \text{perché } V_s \approx 2|\phi_B|$$

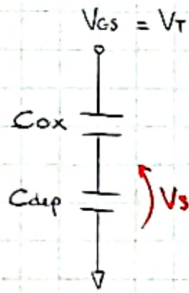
$$\Rightarrow V_{gs} = V_{FB} + V_s + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\phi_B|}}{C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A}}{C_{ox}} \frac{1}{2} \frac{(V_s - 2|\phi_B|)}{\sqrt{2|\phi_B|}}$$

$$\Rightarrow V_{gs} = V_{FB} + 2|\phi_B| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\phi_B|}}{C_{ox}} + (V_s - 2|\phi_B|) \left(1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}\right)$$

$$\Rightarrow V_{gs} = V_t + (V_s - 2|\phi_B|) \cdot m$$

esplicitando $V_s(V_{gs}) \Rightarrow V_s = 2|\phi_B| + \frac{V_{gs} - V_t}{m}$

per arrivare allo stesso risultato potevo usare un approccio più fisico:



se $V_{gs} = V_t + \delta V_{gs}$ cambia leggermente

$$\Rightarrow V_s = -2|\Phi_B| + \delta V_{gs} \frac{C_{ox}}{C_{ox} + C_{dep}} \frac{1}{m}$$

partitore di tensione

$$= -2|\Phi_B| + \frac{\delta V_{gs}}{1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}} = -2|\Phi_B| + \frac{V_{gs} - V_t}{m}$$

=> ottengo lo stesso risultato a partire dal circuito per piccolo segnale

=> voglio $m \rightarrow 1$ perché in questo caso ho che $\frac{1}{m} \rightarrow 1$ e quindi praticamente tutta la tensione applicata al gate cade sul dep. layer

↓
il gate ha il massimo controllo dell'elettrostatica del canale
e questo è quello che voglio per un dispositivo FET

ritornando alla corrente ...

$$I_{os} = \dots = \mu_n \frac{W}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_m q N_A^2}{2 [2|\Phi_B| + \frac{V_{gs} - V_t}{m}]}} \left(\frac{kT}{q} \right)^2 \frac{n_i^2}{N_A^2} e^{\frac{q}{kT} 2|\Phi_B|} e^{\frac{q}{kT} \frac{V_{gs} - V_t}{m}} [1 - e^{-\frac{qV_{os}}{kT}}]$$

trasc. $V_{gs} \delta V_t$

$$= \mu_n \frac{W}{L} C_{dep} \left(\frac{kT}{q} \right)^2 e^{\frac{q(V_{gs} - V_t)}{m kT}} [1 - e^{-\frac{qV_{os}}{kT}}] \cdot \frac{C_{ox}}{C_{ox}}$$

$$\Rightarrow I_{os} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (m-1) \left(\frac{kT}{q} \right)^2 e^{\frac{q(V_{gs} - V_t)}{m kT}} [1 - e^{-\frac{qV_{os}}{kT}}]$$

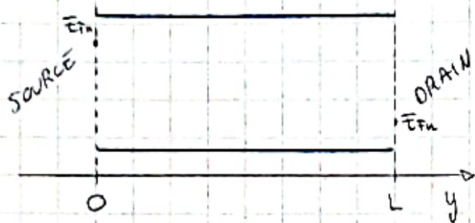
se $V_{os} \gg \frac{kT}{q}$ posso trascurare l'ultimo termine tra $[\dots]$

cerchiamo di capire il perché di questa dipendenza esponenziale da V_{gs} (che è più rilevante di quella da V_{os})

- muovendoci da source a drain le bande sono quasi piatte

$\Rightarrow E_y \approx 0$

\Rightarrow la corrente e' solo per diffusione



la corrente e' quindi $J_n = q D_n \frac{dn}{dy}$ e' puramente diffusiva

$$\Rightarrow I_{os} = -W \int_0^{t_{iw}} J_n(x) dx = -W \int_0^{t_{iw}} q D_n \frac{dn}{dy} dx = +W D_n \frac{d}{dy} \int_0^{t_{iw}} -q n dx$$

$\underbrace{\int_0^{t_{iw}} -q n dx}_{Q_{iw}}$

$$= W D_n \frac{dQ_{iw}}{dy}$$

I_{os} e' costante e non dipende da y e quindi $\frac{dQ_{iw}}{dy} = \text{costante}$

$\Rightarrow Q_{iw}$ deve essere lineare rispetto a y

$$\frac{dQ_{iw}}{dy} = - \frac{Q_{iw}(y=0) - Q_{iw}(y=L)}{L}$$

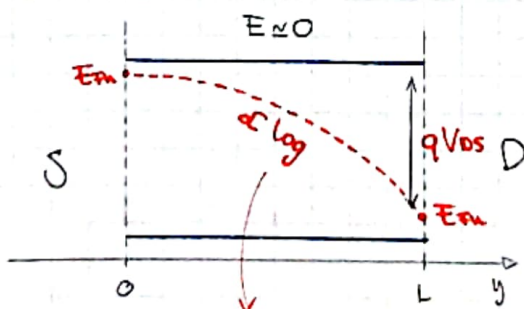
$(\dots \text{e' funzione di } V \text{ non di } y!)$

@ SOURCE $y=0 \Rightarrow V=0$: $Q_{iw}(0) = - \sqrt{\frac{2 \epsilon_i q N_a}{2 V_s}} \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{N_a^2} e^{\frac{qV_s}{kT}}$

@ DRAIN $y=L \Rightarrow V=V_{os}$: $Q_{iw}(V_{os}) = - \sqrt{\frac{2 \epsilon_i q N_a}{2 V_s}} \frac{kT}{q} \frac{n_i^2}{N_a^2} e^{\frac{q(V_s - V_{os})}{kT}}$

calcolando la differenza ottengo

$$\dots \left(e^{\frac{qV_s}{kT}} - e^{\frac{q(V_s - V_{os})}{kT}} \right) = e^{\frac{qV_s}{kT}} \left(1 - e^{-\frac{qV_{os}}{kT}} \right)$$



affinche' $\frac{dQ_{iw}}{dy}$ sia lin.

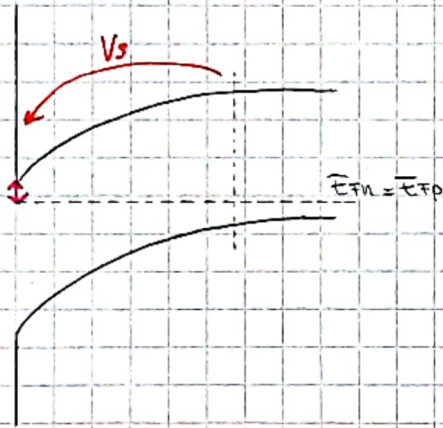
al drain la Q_{iw} e' minore che al source di un fattore $e^{-\frac{qV_{os}}{kT}}$

\Rightarrow se $V_{os} \gg \frac{kT}{q}$ vuol dire che E_{Fn} e' stato spostato tanto verso il basso da rendere trascurabile Q_{iw}

=> la corrente dipende solo dalla carica d'inversione al source

$$\Rightarrow I_{os} = -W_n D_n \frac{Q_{inv}(y=0)}{L}$$

... inoltre al source abbiamo che Q_{inv} dipende da V_s

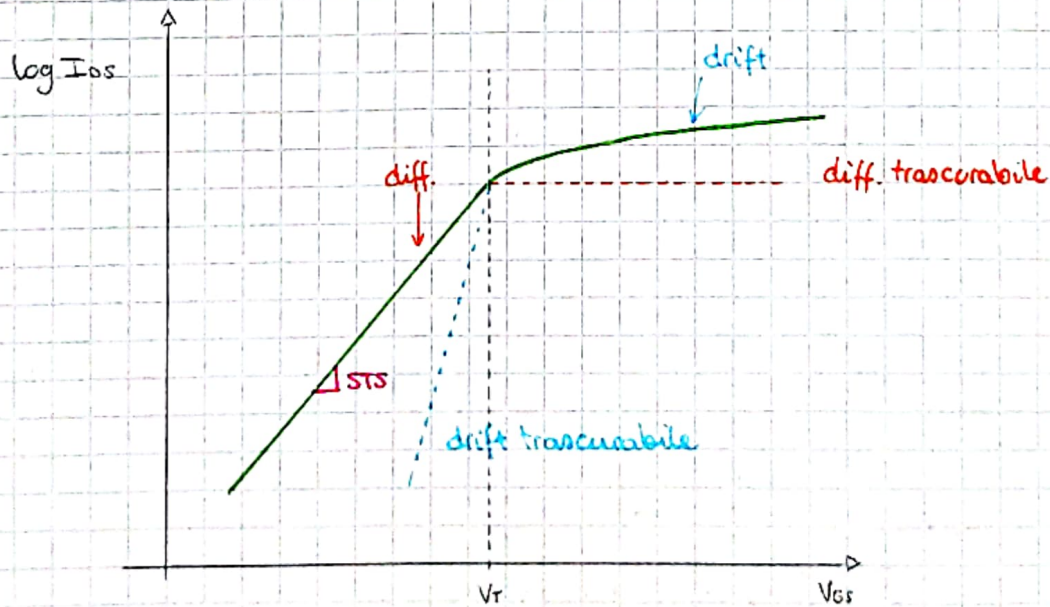


$$V_s \approx 2|\phi_B| + \frac{V_{GS} - V_T}{m}$$

↑
 aumentando V_{GS} , V_s aumenta linearmente, riducendo la distanza fra E_c e E_{Fn} linearmente

=> aumenta esponenzialmente la carica d'inversione al source per la statistica di Maxwell-Boltzmann

=> ecco spiegata la dipendenza esponenziale da V_{GS}



nella zona lineare posso definire una **SUB-THRESHOLD SLOPE (STS)** = $\left(\frac{\partial \log I_{os}}{\partial V_{GS}} \right)^{-1}$

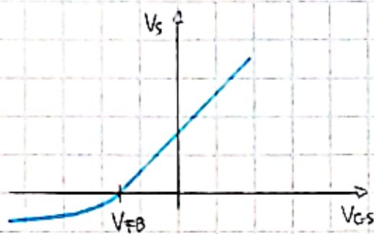
$$STS = \frac{kT}{q} \ln(10) \cdot m$$

[mV/dec]

quello che voglio e' un STS basso

@RT: $STS \approx 60 \text{ mV/dec}$

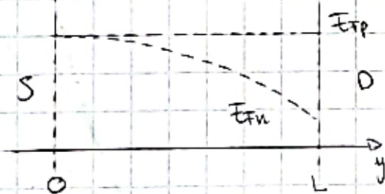
... abbiamo considerato la dipendenza di V_s lineare rispetto a V_{GS} ; questo e' vero solo se $V_{GS} > V_{FB}$



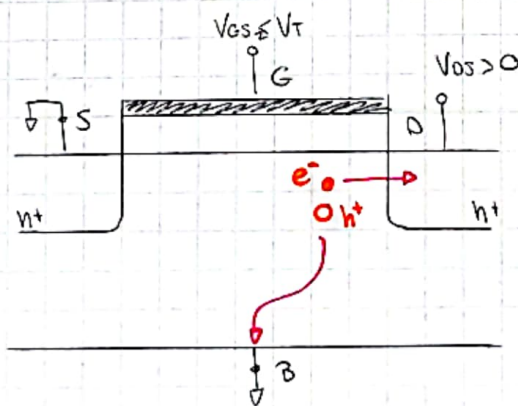
→ prima di V_{FB} non c'e' piu' dipendenza da V_{GS} e V_{GS} tende a rimanere costante e quindi anche la corrente I_{OS} → c'e' saturazione

inoltre, entrando nel regime a bassa corrente non sono piu' trascurabili gli effetti dei processi di G/R e vanno tenuti in conto

↳ sono processi secondari, ma se la corrente e' molto bassa non sono + trascurabili



$E_{FN} < E_{FP} \Rightarrow$ NET GENERATION @ D

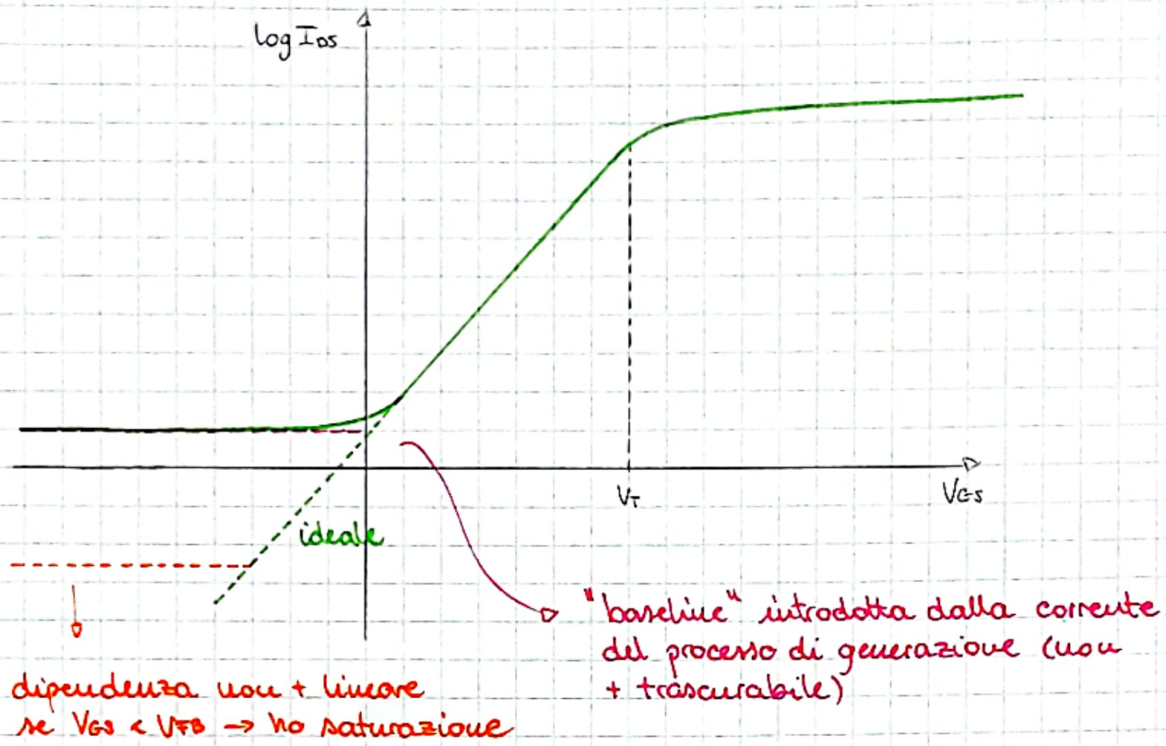


l'unico contatto che puo' rimuovere gli elettroni e' il DRAIN

l'unico che puo' rimuovere le lacune e' il BULK

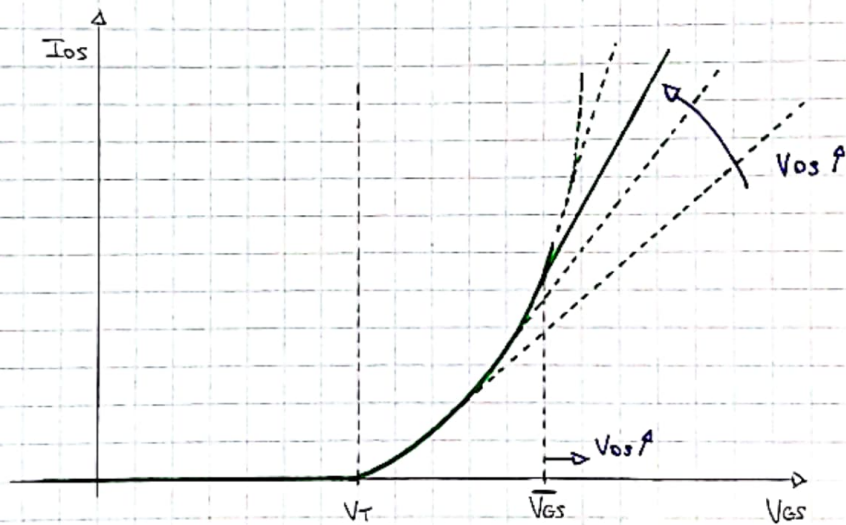
\Rightarrow tale effetto limita la corrente minima: e' una sorta di BASELINE

quindi:



consideriamo anche il grafico totalmente lineare:

↓
 V_{DS} e' un parametro che mi fa variare la tensione V_{GS} per cui passo da saturazione a ohmic

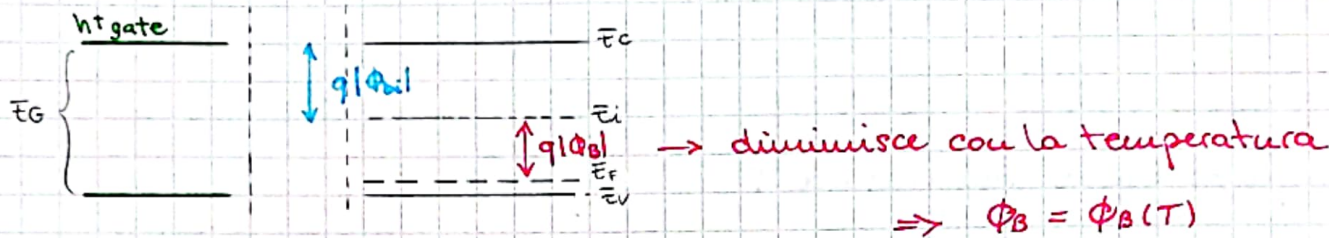


appena sopra V_T il MOSFET lavora in saturazione
quando $\bar{V}_{GS} = V_T' = V_T + \mu V_{DS}$ vado in ohmic
⇒ la dipendenza diventa lineare

Cerchiamo di capire come variano queste due curve al variare di altri parametri, come la temperatura

Vediamo la dipendenza di V_T dalla temperatura;

consideriamo il diagramma a bande senza contatto:



$$q\Phi_{bi} = \frac{E_g}{2} + q|\Phi_{bi}| = -V_{FB}q$$

$$\Rightarrow V_T = V_{FB} + 2|\Phi_{bi}| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_a} \cdot 2|\Phi_{bi}|}{C_{ox}} = \frac{-E_g}{2q} + |\Phi_{bi}| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_a} \cdot 2|\Phi_{bi}|}{C_{ox}}$$

la dipendenza dalla temperatura e':

$$\begin{aligned} \frac{dV_T}{dT} &= -\frac{1}{2q} \frac{dE_g}{dT} + \frac{d|\Phi_{bi}|}{dT} + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_a} \cdot 2|\Phi_{bi}|}{C_{ox}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{|\Phi_{bi}|} \cdot \frac{d|\Phi_{bi}|}{dT} \\ &= -\frac{1}{2q} \frac{dE_g}{dT} + \frac{d|\Phi_{bi}|}{dT} \left(1 + 2 \frac{C_{dep}}{C_{ox}}\right) \\ &= -\frac{1}{2q} \frac{dE_g}{dT} + \frac{d|\Phi_{bi}|}{dT} (2m-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dove } |\Phi_{bi}| &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a}{n_i} \Rightarrow \frac{d|\Phi_{bi}|}{dT} = \frac{k}{q} \ln \frac{N_a}{n_i} + \frac{kT}{q} \frac{1}{N_a} \cdot \frac{-N_a}{n_i^2} \frac{dn_i}{dT} \\ &= \frac{k}{q} \ln \frac{N_a}{n_i} - \frac{kT}{q} \frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dT} \end{aligned}$$

$$\text{dove } n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}} \propto T^{\frac{3}{2}} \dots$$

... alla fine ottengo la derivata rispetto alla temperatura

$$\frac{dV_T}{dT} = - \underbrace{(2m-1) \frac{k}{q} \left[\ln \frac{\sqrt{N_c N_v}}{N_a} + \frac{3}{2} \right]}_{\hat{0}} + \underbrace{\frac{m-1}{q} \frac{dE_g}{dT}}_{\hat{0}} < 0$$

V_T aumenta quando la temperatura diminuisce di circa 1 mV/K

esempio:

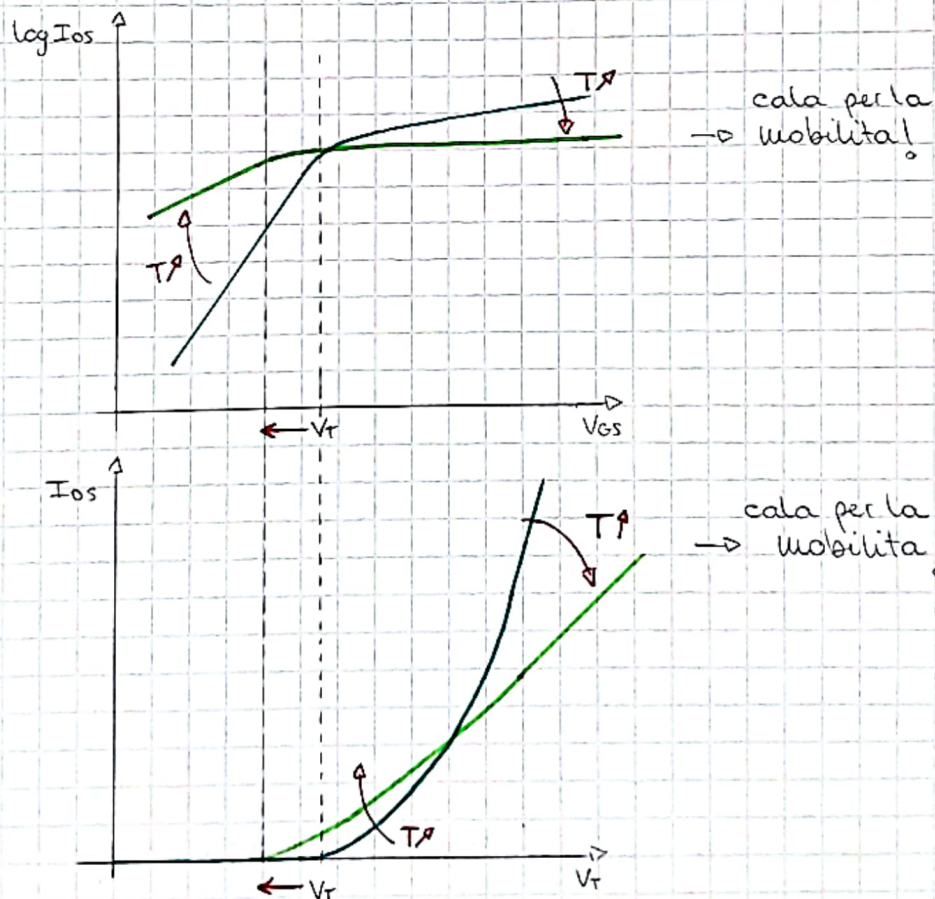
$$\Delta N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \quad \wedge \quad m = 1,1 \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_T}{dT} \approx -1 \text{ mV/K}^{-1}$$

$$\Delta N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \quad \wedge \quad m = 1,3 \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_T}{dT} \approx -0,7 \text{ mV/K}^{-1}$$

ma V_T non è l'unico parametro che varia con la temperatura; infatti, anche I_{DS} dipende dalla temperatura T

$$I_{DS} = \frac{kT}{q} \ln 10 \cdot m \quad [\text{mV/dec}^{-1}]$$

\Rightarrow se la temperatura T aumenta, I_{DS} aumenta e quindi la pendenza della curva diminuisce



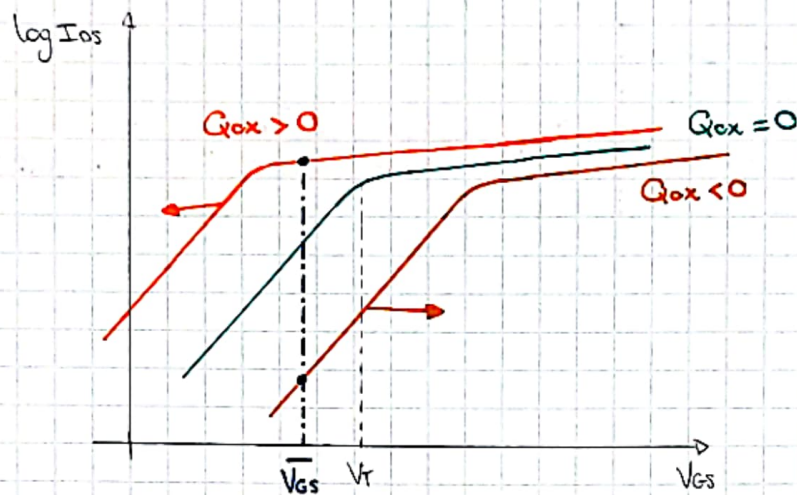
inoltre la corrente è proporzionale alla mobilità che dipende dalla temperatura T : diminuisce all'aumentare di T

possiamo analizzare anche la dipendenza dagli spurious states (o cariche)

come avevamo già fatto nel mos

↓
avevamo uno shift dell'elettrostatica che può essere recuperata variando la tensione al gate

nel caso delle cariche:



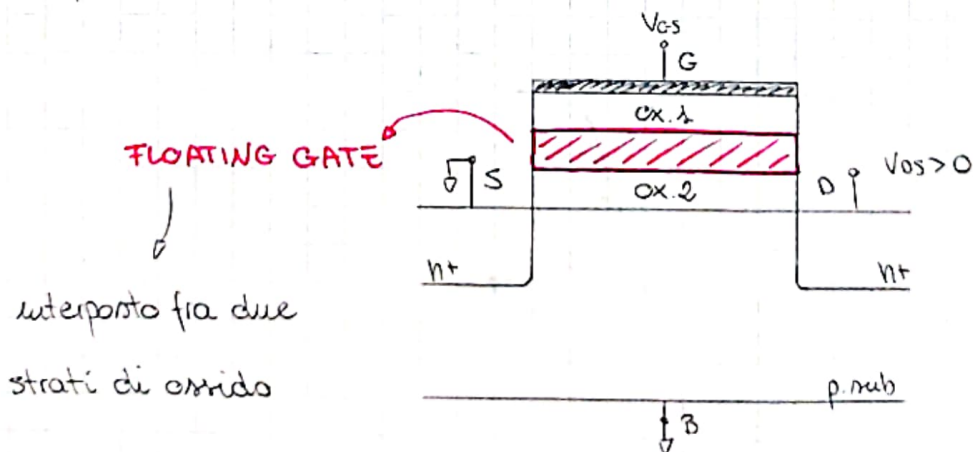
$$\Delta V_{gs} = -\frac{Q_{ox}}{C_{xg}} = \Delta V_t$$

assumiamo di riuscire a mettere una quantità ben definita di carica nell'ossido, allora per un valore di \bar{V}_{gs} di bias ho due casi:

- poca corrente
- molta corrente

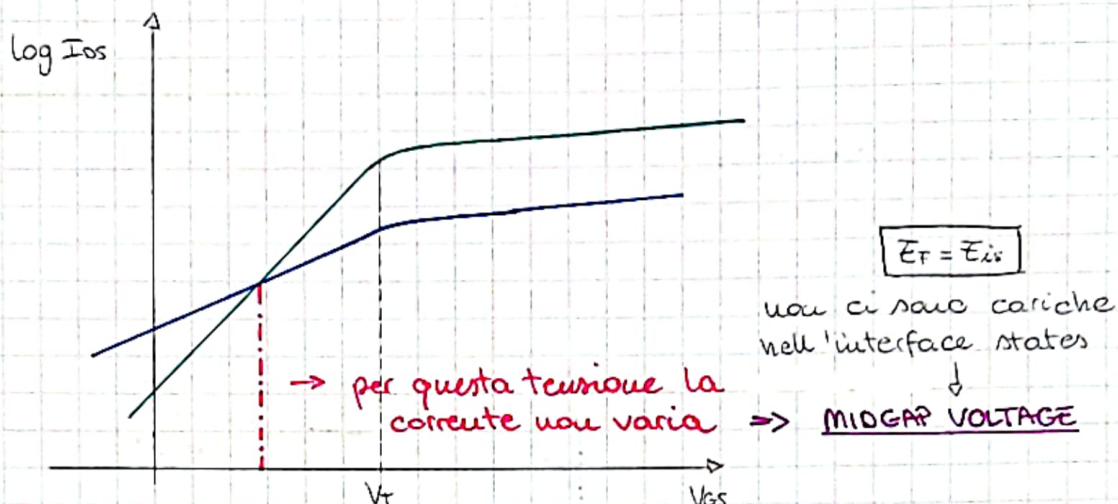
che posso settare (tramite le cariche)

⇒ questo è il principio alla base delle celle di memoria



⇒ ho due livelli di corrente a seconda della carica nel floating gate

nel caso degli interface states:



ho una traslazione verso sinistra per $V_{gs} < V_t$, verso destra per $V_{gs} > V_t$: la curva viene "deformata" come nel caso del mos capacitor

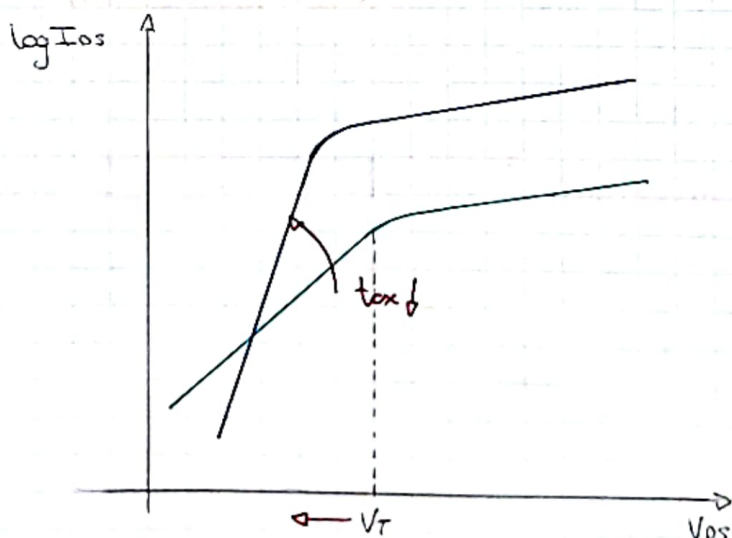
Cosa succede invece se riduciamo lo spessore dell'ossido ? ...

il gate sarà più vicino al canale e lo riuscirà a controllare meglio:

$$V_T = V_{FB} + 2|\phi_{s1}| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A} \cdot 2|\phi_{s1}|}{C_{ox}}$$

V_T diminuisce se t_{ox} aumenta perché C_{ox} aumenta

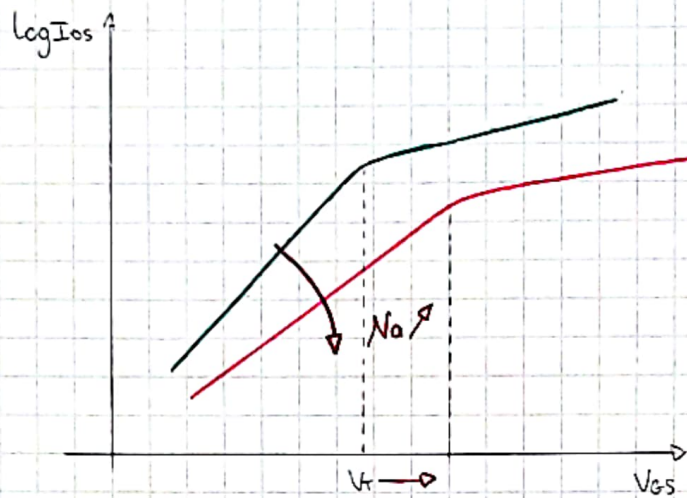
$$S_{TS} = \frac{kT}{q} \ln 10 \cdot \left(1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}\right) \Rightarrow \text{anche } S_{TS} \text{ diminuisce}$$



se aumentiamo la concentrazione di drogaggio N_a

$\Rightarrow V_t$ aumenta

$\Rightarrow W_d$ diminuisce $\Rightarrow C_{dep}$ aumenta \Rightarrow STS aumenta



\Rightarrow e' piu' difficile per il gate variare l'elettrostatica del canale se il substrato e' molto drogato \Rightarrow ho un MOSFET peggiore

SHORT CHANNEL MOSFET

ridurre le dimensioni aumenta notevolmente le performance

$$\Delta t_{tr} \propto L^2$$

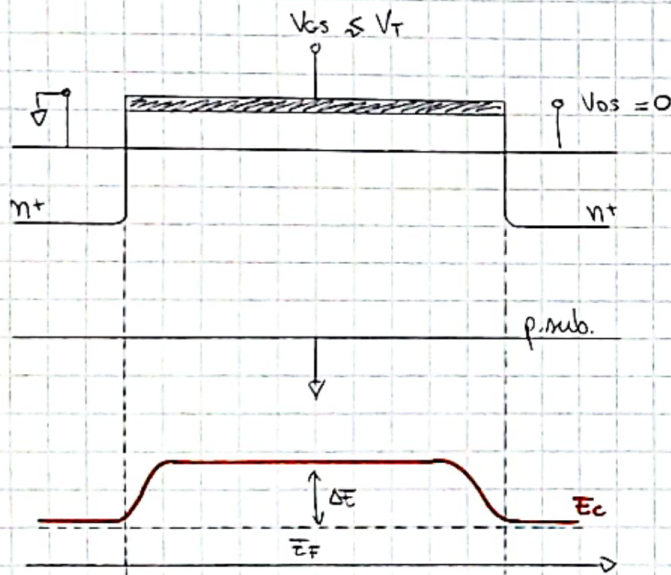
$$\Delta I_{os} \propto \frac{1}{L^2}$$

$$\Delta C_g \propto L$$

Δ smaller devices \rightarrow riduciamo il costo di produzione per dispositivo

Il primo e + importante effetto da considerare e' l' elettrostatica del canale a causa delle n^+ al source e al drain che sono molto piu' vicine

LONG CHANNEL



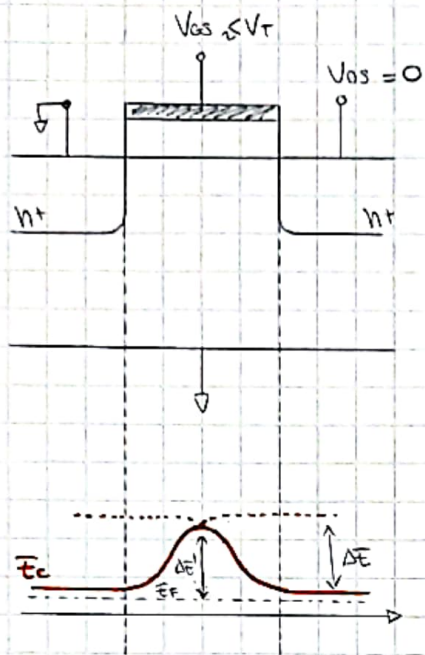
solo in saturazione e' 2D

e' praticamente (in prima approssimazione) un' elettrostatica unidimensionale

regioni di transizione \rightarrow le abbiamo sempre trascurate perche' erano molto piu' corte del canale stesso

quello che vogliamo fare e' ridurre L , mantenendo tutto il resto inalterato

SHORT CHANNEL



$\Delta E' < \Delta E \rightarrow$ il picco e' vicino a \bar{E}_f

\rightarrow abbiamo avvicinato così tanto le due regioni n^+ che le due zone di transizione sono in contatto fra loro

\Rightarrow abbiamo un **forte campo elettrico lungo y** e per questo il gate perde il controllo del canale

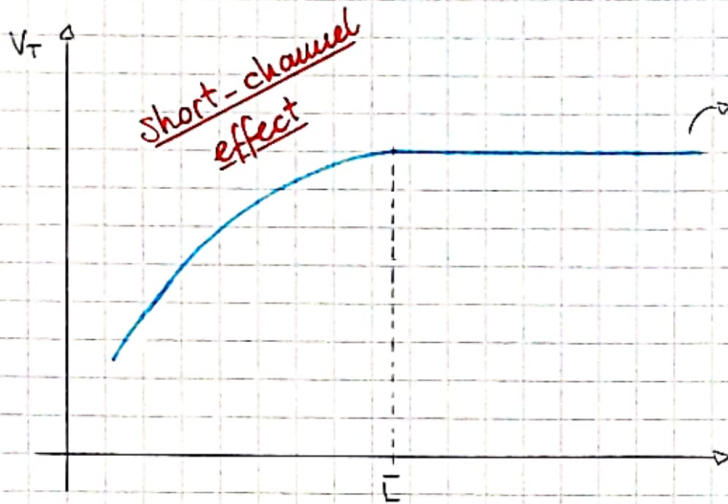
- e' presente anche sottosoglia!
- prima l'avevamo solo in saturazione

\Rightarrow non possiamo usare la GRADUAL-CHANNEL APPROX. e dobbiamo risolvere l'equazione di Poisson bidimensionale per analizzare l'elettrostatica del dispositivo

\Rightarrow poiché $\Delta E' < \Delta E$ ho una concentrazione maggiore di elettroni a parità di tensione al gate e quindi per avere la stessa n dobbiamo avere una tensione al gate minore

\hookrightarrow per raggiungere $n = N_a$ (SI condit.) dobbiamo avere una V_t minore rispetto al caso a canale lungo

quindi abbiamo che V_T e' funzione di L :



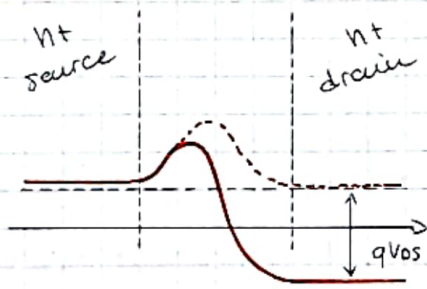
per un dispositivo a lungo canale ho che V_T e' indipendente da L

LONG. CH. $\Rightarrow V_T = V_{FB} + 2|\Phi_{s1}| + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si} q N_A \cdot 2|\Phi_{s1}|}}{C_{ox}}$ non dipende da L

\Rightarrow scalando V_T con L aumento la variabilita' di V_T che e' sempre piu' difficile fare uguale per dispositivi diversi

... aumentiamo V_{DS} ... ottengo un effetto detto **DIBL**:

DRAIN INDUCED BARRIER LOWERING

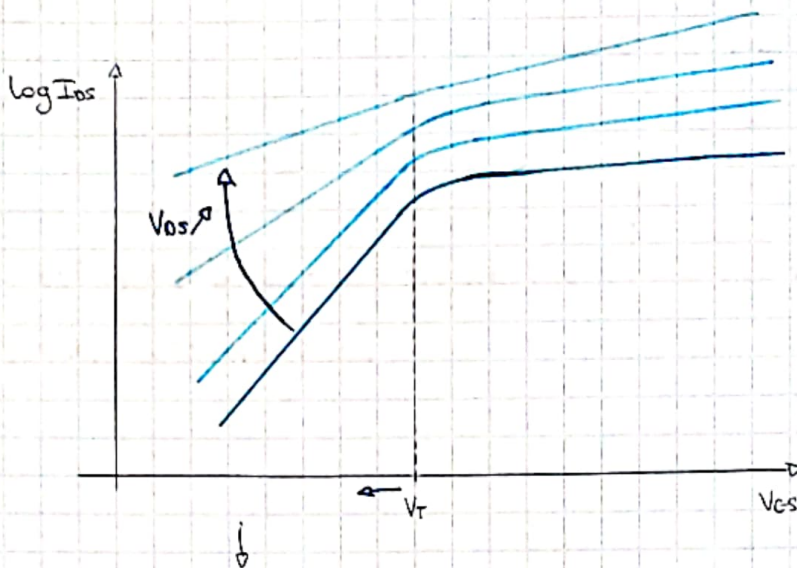


\Rightarrow se aumentiamo V_{DS} , il picco diminuisce e quindi ancora una volta abbiamo che la concentrazione n e' ancora maggiore a parita' di V_T

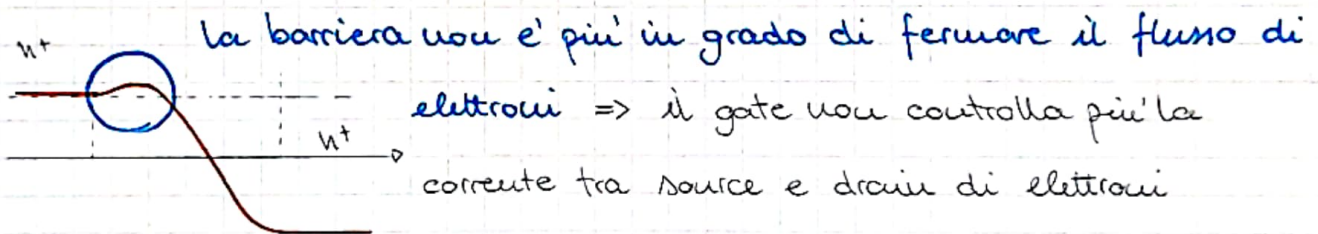
\Rightarrow nella progettazione va tenuto conto di questo effetto perche anche in saturazione la corrente aumenta molto

\Downarrow
aumenta la resistenza di output del transistor

consideriamo la corrente $I_{os}(V_{gs})$:



c'è un forte aumento della corrente nella zona sottosoglia aumentando V_{ds} , perché V_t si riduce e l'STS aumenta ... mi avvicino sempre di più al regime in cui il gate perde il totale controllo della barriera e quindi della corrente I_{os} , detto **PUNCH-THROUGH REGIME**.



\Rightarrow questa situazione è pessima e la devo evitare

\Rightarrow non posso variare solo la lunghezza del canale ma devo variare anche altri parametri per cercare di evitare questa situazione facendo un'analisi approfondita ... da cui ottengo una formula che descrive il **short-channel effect** e il **OIBL**:

$$\Delta V_t = \frac{2q t_{ox}}{w_d^{max}} \left[\sqrt{\Phi_{bi}(\Phi_{bi} + V_{ds})} - 0,4 \cdot 2|\Phi_{s1}| \right] e^{-\frac{\pi L}{2(\sqrt{w_d^{max}} + 3t_{ox})}}$$

\downarrow
dipendenza da w_d^{max} e t_{ox}

dipendenza exp da L !

esempio ... :

se fino un limite di $\Delta V_T < 100 \text{ mV}$ (Δ , non V_T !)

e poiché $m = 1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}} = 1 + \frac{\epsilon_{Si}}{W_d^{\text{max}}} \frac{t_{ox}}{\epsilon_{ox}} = 1,1 \approx 1,4$ ottengo che

$$\boxed{L > 2 (W_d^{\text{max}} + 3t_{ox})}$$

in questo caso il dispositivo è un buon

LONG-CHANNEL MOSFET

finito questo limite...!

- la dipendenza da t_{ox} è semplice: avvicinando il gate al substrato, esso avrà un controllo maggiore dell'elettrostatica

- la dipendenza da W_d^{max} è spiegata dal fatto che aumentando N_A , cioè la concentrazione di drogaggio del substrato, la zona di transizione alla pn-junc. è molto più veloce e ripida \Rightarrow l'elettrostatica tende a diventare "più 1D"

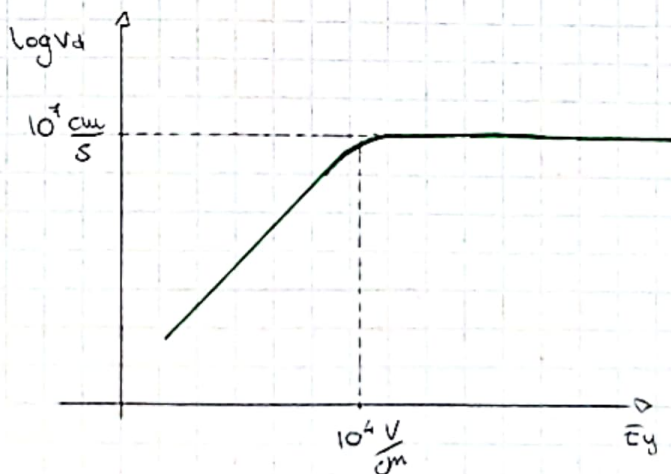
\rightarrow ma abbiamo anche un lato negativo: nel mos capacitor la volemmo ridurre per aumentare il controllo del gate

\Rightarrow è un trade-off!

Un altro importante effetto in un short-channel è la saturazione della velocità, che è dovuto al fatto che, a parità di V_{ds} , L si riduce e il campo aumenta velocizzando gli elettroni.

se ci ricordiamo la $v_d(E_y)$:

... (satura per l'effetto di scattering dei fononi) ...



questo lo ottengo da:

$$V_d = \frac{\mu_{eff} \bar{E}_y}{\left[1 + \left(\frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_{sat}}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}}$$

$n = 1$ se ho lacune (PMOS)
 $n = 2$ se ho elettroni (NMOS)

\Rightarrow se $\bar{E}_y \ll \bar{E}_{sat}$ allora $V_d \approx \mu_{eff} \bar{E}_y$

\Rightarrow se $\bar{E}_y \gg \bar{E}_{sat}$ allora $V_d \approx V_{sat} = \mu_{eff} \bar{E}_{sat}$

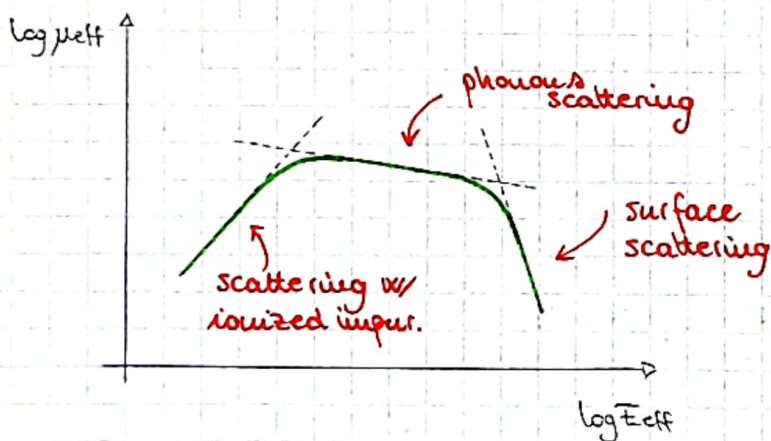
nel canale del transistor, gli elettroni sono confinati alla superficie del semiconduttore e quindi interagiscono con essa (visto in precedenza): questa interazione diminuisce la mobilità'

\rightarrow l'interazione aumenta se poi aumento il campo elettrico lungo x

\rightarrow posso definire un campo elettrico che tiene conto di ciò:

$$\bar{E}_{eff} = \frac{Q_{dep} + \frac{1}{2}Q_{inv}}{E_{si}}$$

ed esiste una dipendenza di $\mu_{eff}(\bar{E}_{eff})$



\rightarrow diamo per assurda e non dimostriamo...

riprendiamo V_d e consideriamo $n=1$ per semplificare i calcoli (anche se in un NMOS dovrei avere 2; le conclusioni sono valide lo stesso)

$$V_d = \frac{\mu_{eff} \bar{E}_y}{1 + \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_{sat}}}$$

e consideriamo $I_{os} = -\mu_n W Q_{inv} \frac{dV}{dy} = -V_d W Q_{inv}$

per tenere conto della saturazione sostituisco V_d in I_{os} :

$$I_{os} = \frac{-\mu_{eff} \frac{dV}{dy} W Q_{inv}}{1 + \frac{dV}{dy} \frac{1}{E_{sat}}} W Q_{inv}$$

$$I_{os} \left(1 + \frac{dV}{dy} \frac{1}{E_{sat}}\right) = -\mu_{eff} \frac{dV}{dy} W Q_{inv}$$

$$I_{os} = \left[-\frac{I_{os}}{E_{sat}} - \mu_{eff} W Q_{inv}\right] \frac{dV}{dy} \quad \text{che posso integrare}$$

$$\int_0^L I_{os} dy = \int_0^{V_{os}} \left[-\frac{I_{os}}{E_{sat}} - \mu_{eff} W Q_{inv}\right] dV$$

$$I_{os} \cdot L = -\frac{I_{os}}{E_{sat}} V_{os} - \int_0^{V_{os}} \mu_{eff} W Q_{inv} dV$$

$$I_{os} = \frac{-\mu_{eff} \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} Q_{inv} dV}{1 + \frac{V_{os}}{L} \frac{1}{E_{sat}}}$$

che è molto simile a quella del long-CH.

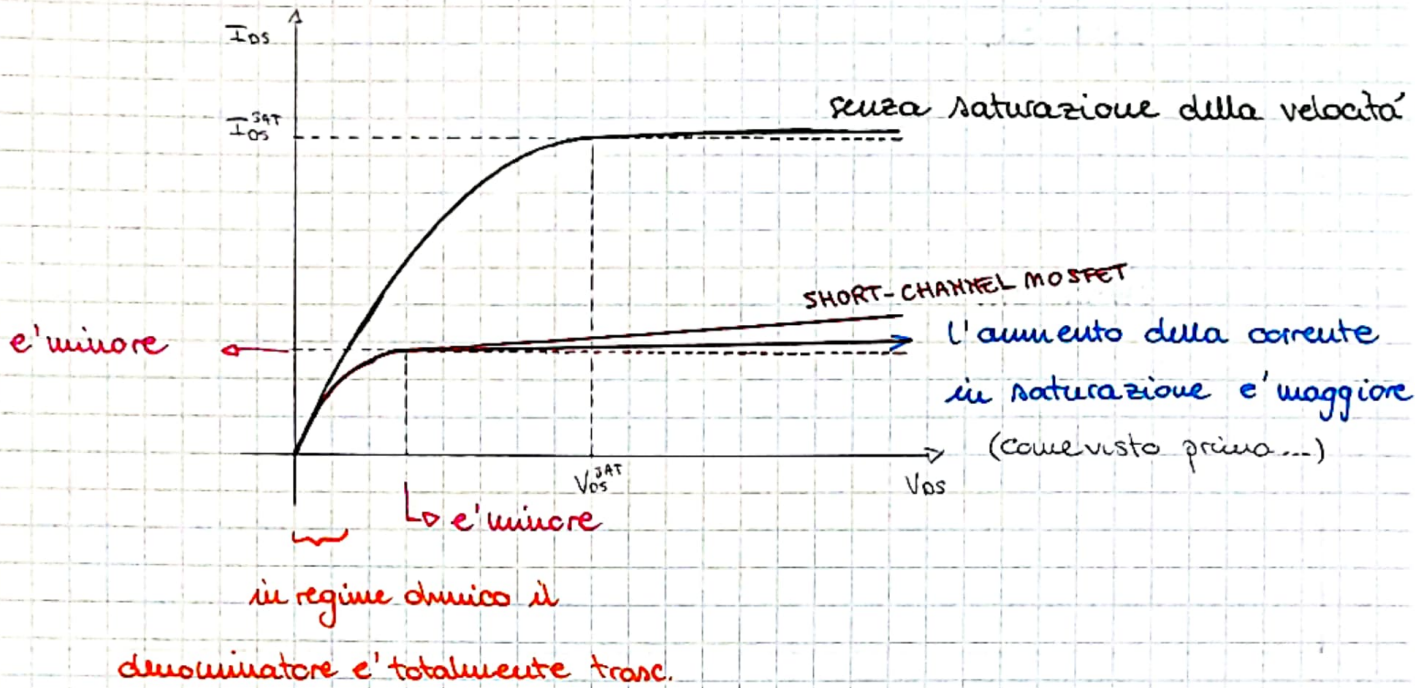
il numeratore è lo stesso, in forma integrale
 ho il denominatore

⇒ il denominatore diventa importante quando $\frac{V_{os}}{L}$ diventa comparabile a E_{sat} e la corrente inizia a diminuire

continuiamo ... $I_{os} = \frac{-\mu_{eff} \frac{W}{L} \int_0^{V_{os}} -C_{ox} (V_{gs} - V_t - uV) dV}{1 + \frac{V_{os}}{L} \cdot \frac{1}{E_{sat}}} = \dots$

otengo la stessa formula vista per il long-channel con la sola presenza del denominatore, che tiene conto della saturazione:

$$I_{os} = \frac{\mu_{eff} C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{gs} - V_t) V_{os} - \frac{u V_{os}^2}{2} \right]}{1 + \frac{V_{os}}{L} \cdot \frac{1}{E_{sat}}}$$



$$\frac{\partial I_{OS}}{\partial V_{OS}} = 0 \Rightarrow \text{otengo } V_{OS}^{SAT} \text{ e } I_{OS}^{SAT} \Rightarrow V_{OS}^{SAT} = \frac{\frac{2}{m} (V_{GS} - V_T)}{1 + \sqrt{1 + 2 \frac{V_{GS} - V_T}{m} \frac{1}{L} \frac{1}{E_{SAT}}}}$$

da cui posso ottenere la formula già vista:

$$\text{LONG-CH.: } V_{OS}^{SAT} \approx \frac{V_{GS} - V_T}{m}$$

$$I_{OS}^{SAT} \approx \mu_{eff} C_{ox} \frac{W}{L} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2m}$$

analogamente

$$\text{SHORT-CH.: } V_{OS}^{SAT} < \frac{V_{GS} - V_T}{m}$$

$$I_{OS}^{SAT} < \mu_{eff} C_{ox} \frac{W}{L} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2m}$$

fisicamente: consideriamo $I_{OS} = -v_d W Q_{inv}$

e riferiamoci al drain ($y=L$) $= -v_d(y=L) W Q_{inv}(y=L)$

otengo che (re calcolo I_{OS}^{SAT} da sopra) $I_{OS}^{SAT} = -v_{sat} W Q_{inv}(y=L)$

$$Q_{inv} = -C_{ox} (V_{GS} - V_T - mV_{OS}^{SAT})$$

! raggiungiamo I_{OS}^{SAT} (la saturazione) quando
! @ drain la velocità degli elettroni satura !

ATTENZIONE!

per un LONG-CH. quando raggiungo la saturazione ho che

$$V_{OS}^{SAT} = \frac{V_{GS} - V_T}{m} \Rightarrow Q_{inv} = -C_{ox} (V_{GS} - V_T - m V_{OS}^{SAT}) = 0$$

$$\Rightarrow @ \text{ DRAIN } Q_{inv} = 0$$

per un SHORT-CH. questa cosa non succede perché

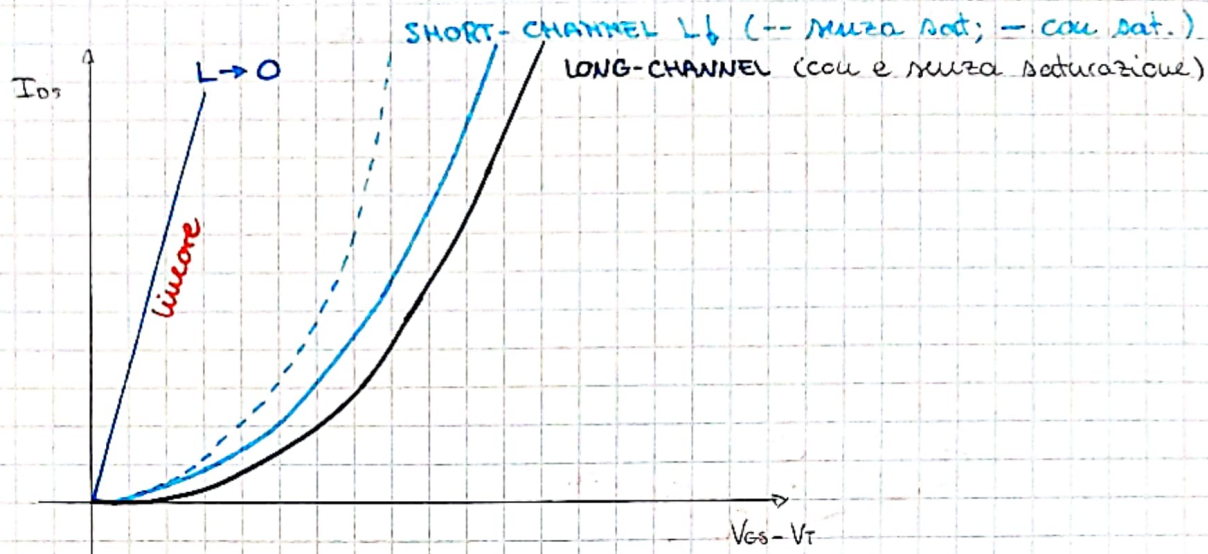
$$V_{OS}^{SAT} < \frac{V_{GS} - V_T}{m} \Rightarrow Q_{inv} \neq 0 \text{ e quindi ho ancora un regime}$$

di SI @ DRAIN

\Rightarrow la saturazione non è dovuta al raggiungimento della V_T ,
ma alla saturazione della velocità!

\Rightarrow in un MOS ci sono due effetti che concorrono alla saturazione della corrente: la pinch-off condition e la saturazione della velocità al drain. Aumentando V_{GS} , aumento il campo elettrico e quindi la velocità degli elettroni, ma allo stesso tempo riduco la carica di inversione al drain; in un long-channel raggiungo prima la condizione di pinch-off, mentre in un short-channel raggiungo prima la saturazione della velocità rispetto all'altra condizione

consideriamo ora la dipendenza di I_{os} da V_{os} nel caso LONG e SHORT e con e senza saturazione della velocità (che nel caso del LONG-CH non varia e le due curve sono uguali e sovrapposte)

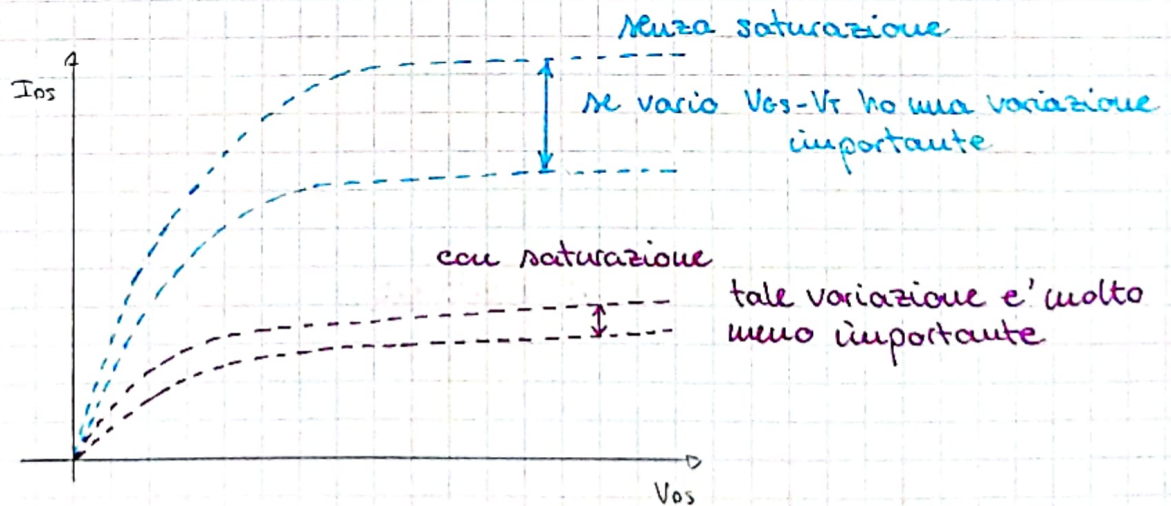


infatti se $L \rightarrow 0$:
$$I_{os}^{SAT} = v_{sat} W / C_{ox} (V_{os} - V_T)$$

$$Q_{inv}(y=0)$$

questo perché L è talmente corto che raggiungo la velocità di saturazione in ogni punto del canale e non solo al drain

→ perdo la dipendenza da L se L diventa infinitesimo appunto perché v_d satura ovunque nel canale

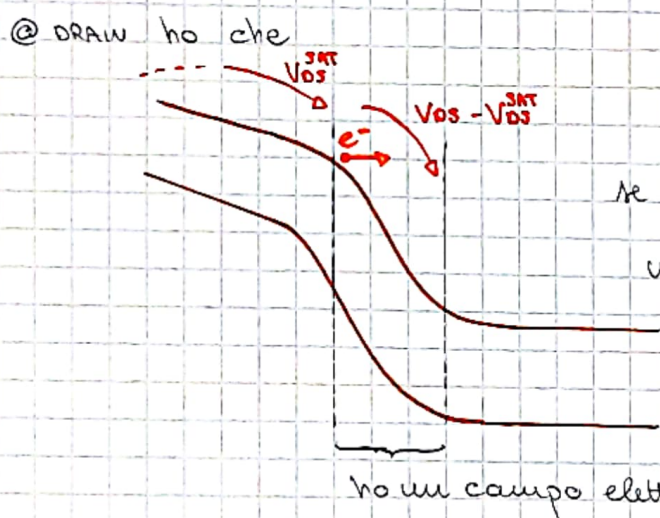


⇒ per risolvere questi problemi oltre a modificare t_{ox} e $v_{d,max}$ (v_a), se cambiamo L dobbiamo anche ridurre V_{os}

N.B.: v_{sat} e' la massima velocita' di drift degli elettroni (dei portatori + in generale) soggetta a eventi di scattering. Infatti possiamo usare il formalismo del drift solo in presenza di un forte scattering e quindi essa non e' la velocita' massima assoluta



in un transistor MOS puo' succedere che alcuni elettroni raggiungano una velocita' maggiore di v_{sat}



Se un elettrone arriva in questa regione con un campo elettrico elevato, tra un evento di scattering e l'altro puo' raggiungere una velocita' molto elevata

⇒ la velocita' istantanea puo' essere molto maggiore della velocita' di saturazione (specialmente fra due eventi di scattering)

⇒ ad esempio se per un qualche motivo statistico un elettrone salta uno o due eventi di scattering acquisisce un'energia cinetica estremamente elevata, tale da non raggiungere la parte bassa della fascia di conduzione

Tali elettroni sono detti hot-electrons (perche' avrebbero tale energia solo riscaldando il cristallo)



possono essere un problema perche possono

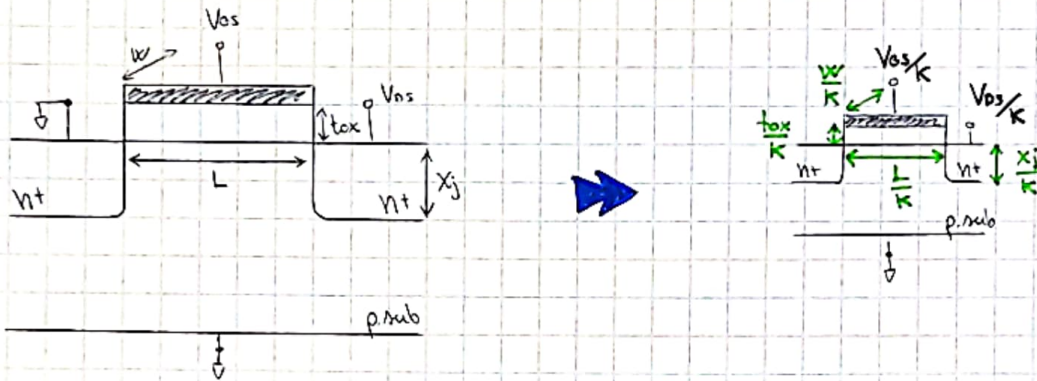
- superare l'ossido
- creare uno spurious state
- ionizzare un atomo del silicio (generando corrente)
- ...

⇒ e' una cosa da tenere in conto perche' degrada le performance

Dobbiamo seguire delle regole se vogliamo scalare il dispositivo che ci dicono come raggiungere il massimo beneficio nel ridurre L ; tali regole sono dette scaling rules

Δ CONSTANT FIELD SCALING (Demard)

L'idea principale è evitare che il campo elettrico aumenti solo lungo x



- **dimensioni** (L, W, x_j, tox, \dots) \rightarrow divido per k
- **tensioni** ($V_{gs}, V_{ds}, V_{bs}, \dots$) \rightarrow divido per k
- **concentrazioni drogaggio** (N_a, N_d) \rightarrow moltiplico per k , perché

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = + \frac{q}{\epsilon_{in}} N_a$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{q}{\epsilon_{in}} N_a \quad \text{che quando scaliamo} \quad -\frac{\partial \bar{E}_x}{\partial x} - \frac{\partial \bar{E}_y}{\partial y} = \frac{q}{\epsilon_{in}} N_a$$

$\Rightarrow N_a' = N_a \cdot k$ e vale sia per il substrato, che per le regioni n^+ che per un eventuale gate (tutte vanno aumentate di k)

in questo modo ottengo:

- **campo elettrico costante** ($\frac{V}{L}$) $\rightarrow \cdot 1$
- **velocità portatori costante** $\rightarrow \cdot 1$

- **capacità ridotte** \rightarrow divido per k , perché es.: $C_g = C_{ox} \cdot W \cdot L \sim \frac{1}{k}$
- **Ios nello stato ON** \rightarrow divido per k , : $I_{os} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_T) V_{ds} \sim \frac{1}{k}$

Come varia V_T ?

$$V_T = \frac{\approx -IV}{V_{FB}} + \frac{\approx IV}{2|\phi_{B1}|} + \frac{\sqrt{2 \epsilon_{Si} q N_A \cdot 2|\phi_{B1}|}}{C_{ox}} \rightarrow \frac{1}{k} \text{ non e' possibile}$$

peccato che $2|\phi_{B1}|$ e' relativo all' energy gap del silicio \Rightarrow non possiamo scarlo

$\Rightarrow V_T$ diminuisce di meno di un fattore $\frac{1}{k}$, infatti $V_T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$

\Rightarrow la scaling rule net non funziona bene

quello che possiamo fare e' **variare l'espressione di V_T** , considerando non piu' un drogaggio uniforme del substrato p, ma un profilo non uniforme lungo x della concentrazione di doping

\Rightarrow devo aumentare di un grado di liberta' in fase di progettazione andando a modificare la tecnologia

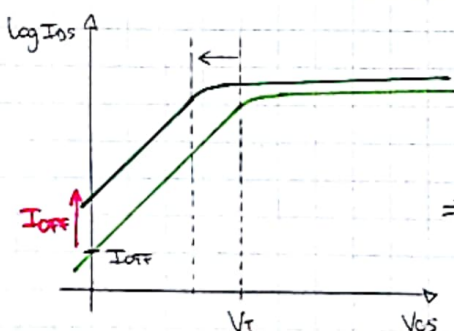
\Downarrow
nella tecnologia moderna infatti

la concentrazione lungo x (e y)

non e' uniforme

- **transit time ridotto** \rightarrow diviso per k, $t_{tr} = \frac{L^2}{\mu_n V_{os}} \sim \frac{1}{k^2}$
- **STS costante** $\rightarrow STS = \frac{kT}{q} \ln(10) m$

questo e' un **problema di static power dissipation nello stato OFF**



(ovviamente ho una $V_{os} > 0$)

\Rightarrow questa scaling rule net non considera questo aumento, o meglio esso e' un difetto

- $L > 2(W_d^{max} + 3t_{ox})$ t_{ox} scala di $\frac{1}{k}$, ma W_d^{max} ?

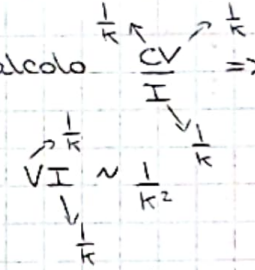
\downarrow
 $\frac{1}{k}$

$$W_d^{max} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_{Si}}{q} \frac{1}{N_A} 2|\phi_{B1}|} \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$$

\Rightarrow il secondo membro si riduce meno di L e quindi piano piano

ci muoviamo verso il regime elettrostatico bidimensionale

- ritardo dei gate logici che calcola $\frac{1}{k}$ \Rightarrow si riduce di $\frac{1}{k}$



- power dissipation ridotta:

- densita' di potenza dissipata: $\frac{VI}{WL} \sim 1$

- densita' d'integrazione aumentata: $\frac{1}{WL} \sim k^2$

\Rightarrow nonostante aumento il numero di componenti in una data area, la potenza dissipata da tale area rimane costante

GENERALIZED SCALING

in questo caso posso tollerare un aumento del campo elettrico se tale porta effetti positivi...

- dimensioni (L, W, tox, ...) \rightarrow divido per k

- tensioni (V_{GS}, V_{DS}, V_{BS}) \rightarrow multiplico per $\frac{\alpha}{k}$

$1 \leq \alpha \leq k$ $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 \Rightarrow \text{const. field scaling} \\ \alpha = k \Rightarrow \text{const. voltage scaling} \end{array} \right.$

- doping concentration \rightarrow multiplico per αk

otteniamo:

- campo elettrico $\rightarrow \cdot \alpha$

- velocita' portatori di carica $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \alpha, \text{ long-ch.} \\ \cdot 1, \text{ veloc. sat.} \end{array} \right.$

- capacita' $\rightarrow \frac{1}{k}$

- Ios nello stato ON $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha}{k^2}, \text{ long-ch} \\ \frac{\alpha}{k}, \text{ veloc. sat.} \end{array} \right.$

- transit time $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\alpha k} \\ \frac{1}{k} \end{array} \right.$

- ritardo dei gate logici $\begin{cases} \propto \frac{1}{\alpha k} \\ \propto \frac{1}{k} \end{cases}$
- power dissipation $\begin{cases} \propto \frac{\alpha^3}{k^2} \\ \propto \frac{\alpha^2}{k^2} \end{cases}$
- densità di power dissipation $\begin{cases} \propto \alpha^3 \\ \propto \alpha^2 \end{cases}$
- densità d'integrazione $\rightarrow k^2$

in questo caso $W_d^{max} = \sqrt{\frac{2\epsilon n_i}{q} \frac{1}{N_a} \frac{2|\phi_B|}{\alpha k}} \sim \frac{1}{\sqrt{\alpha k}}$ e' ridotto di più

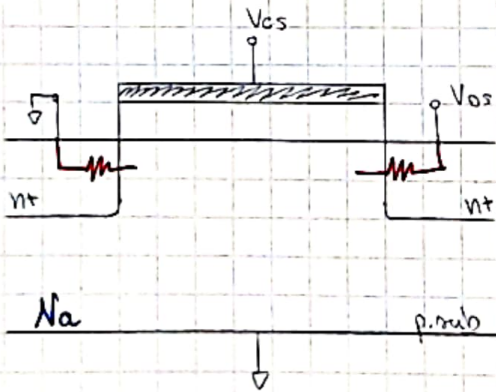
\Rightarrow ho meno problemi relativi all'elettrostatica bidimensionale

e se poi ho $\alpha = k$ (const. voltage scaling) ho che $L > 2(W_d^{max} + 3t_{ox}) \sim \frac{1}{k}$
(ovviamente avendo altri inconvenienti, drawbacks)

Questi due sets di scaling rules sono stati usati negli anni in varie tecnologie a seconda della più conveniente in una specifica applicazione ...

... non ce n'è una meglio dell'altra

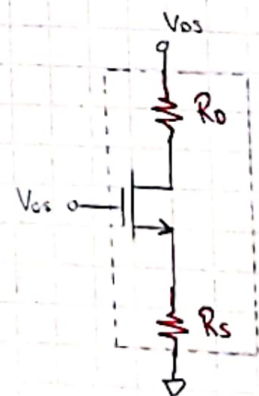
In entrambe le regole bisogna aumentare tutte le concentrazioni di drogaggio



se non aumento n^+ allora ho più problemi relativi alla resistenza parassita tra canale e contatti source e drain

$$R_{ch} = \rho_{sh} \frac{L}{W}$$

\Rightarrow devo considerarle



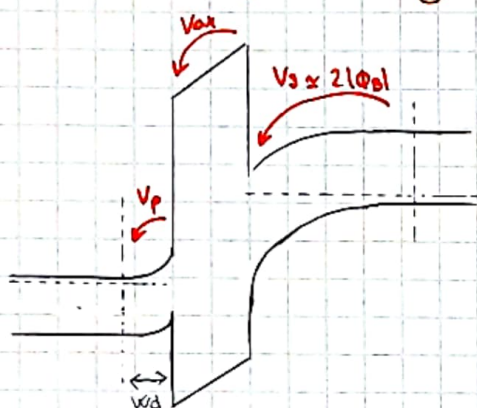
e quindi



la corrente satura

⇒ la concentrazione delle tasche h^+ va aumentata per evitare tale effetto

anche quella del **polysilicon gate**



$$Q_p = \sqrt{2\epsilon n_i q N_a \cdot V_p} \quad \text{sono le cariche nella dep. reg del gate}$$

se $N_a \rightarrow 1$ non varia

allora Q_p non varia

e quindi nemmeno V_p

⇒ ma $V_p \rightarrow \frac{1}{k} \Rightarrow$ anche $N_a \rightarrow k$ (const. field. scaling)

Queste regioni sono h^+ : non ho molto margine per aumentare la concentrazione perché siamo vicini al limite di solubilità

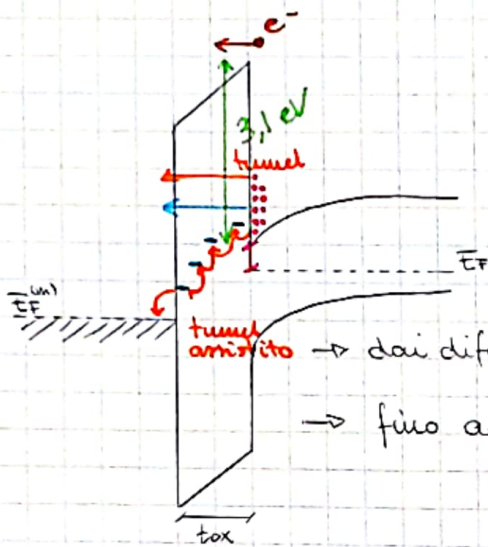
⇒ ecco uno dei motivi per passare da polysilicon a gate metallici (oltre al fatto che V_p non era più tollerabile)

Un'altra caratteristica comune è ridurre lo spessore dell'ossido

- ↓
diventa un isolante peggiore
- aumenta la conduttività
 - correnti di leakage

CORRENTE DI LEAKAGE

finò ad ora abbiamo considerato l'ossido di silicio SiO_2 un dielettrico perfetto, ma in realtà non è così



gli elettroni sulla superficie tendono a muoversi dall'inv. layer al gate

→ dai difetti dell'ossido (poco importante per dispositivi nuovi) (e.g.)
→ finò ad ora abbiamo considerato l'ossido una barriera perfetta

L'intero dispositivo è in non equilibrio $\bar{E}_F^{(n)} \neq \bar{E}_F$

⇒ ho dei net processes

⇒ in questo caso ho net flow of electrons

Una barriera non è ideale: ha un'altezza che è circa 3,1 eV

↓
• e^- se un e^- ha + energia riesce a passare
↓
@ RT è un numero estremamente basso e questo fenomeno posso trascurarlo

Nel caso del SiO_2 affinché la corrente di leakage non sia trascurabile per la temperatura, devo raggiungere valori di temperatura molto oltre il punto di lavoro

... problema ... e se un elettrone è un hot-electron?

allora il contributo non è trascurabile

↓
campo elettrico elevato e V_{os} elevata

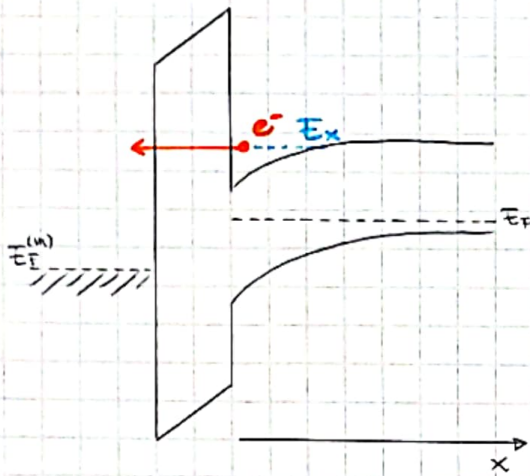
... e se ho il quantum tunneling perché t_{ox} è poco spesso?

se ho un ossido $< 10\text{nm}$ allora è un effetto molto importante

⇒ nel nostro caso è l' effetto dominante e considereremo solo quello

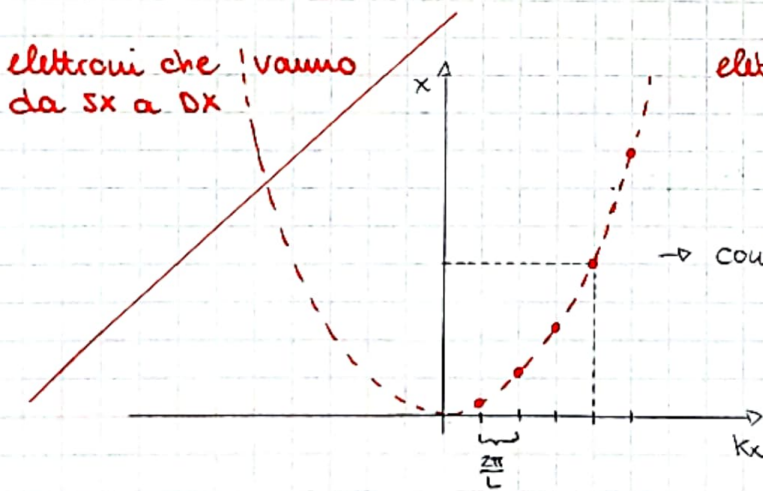
Δ QUANTUM MECHANICAL TUNNELING

che e' il meccanismo dominante in dispositivi non dotati, muoviti, a temperatura di lavoro e senza alte tensioni applicate



inoltre a quanto abbiamo fatto con la corrente di fermioni nella MS-junc, calcoliamo il flusso di elettroni attraverso la barriera

$$E = E_c + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z} \dots$$



→ consideriamo il contributo di uno stato

$$J_{tun,1} = \frac{q}{L^3} \underbrace{v_x(k_x)}_{\text{velocita'}} \cdot \underbrace{f(k_x, k_y, k_z)}_{\text{probabilita' che sia in quello stato}}$$

$$\Rightarrow \text{al gate avro' } J_{tun,1} \cdot \underbrace{T(E_x)}_{\text{probabilita' che arrivi al gate (transmission probability)}}$$

⇒ per tutti i contributi:

$$J_{tun} = \sum_{\substack{k_x, k_y, k_z \\ \neq 0}} \frac{q}{L^3} v_x(k_x) f(k_x, k_y, k_z) T(E_x)$$

in versione continua:

$$J_{\text{tun}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \frac{q}{L^3} V_x(k_x) f(k_x, k_y, k_z) T(E_x) dk_x dk_y dk_z =$$

normalization per l'elemento di volume

cambio variabile come già fatto precedentemente

$$= \frac{q}{(2\pi)^3} \frac{m_x m_y m_z}{\hbar^3} \int_0^{+\infty} \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} V_x T(E_x) f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z =$$

in questo caso $f = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}}$ non posso semplificarla, ma devo usarla tutta

$$= \dots = \frac{q \sqrt{m_y m_z} kT}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{+\infty} \underbrace{T(E_x)}_{\text{trasparenza del tunnel @ } E_x} \ln\left(1 + e^{-\frac{E_x - E_F}{kT}}\right) dE_x =$$

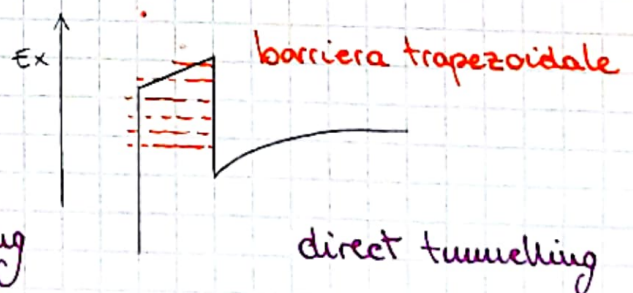
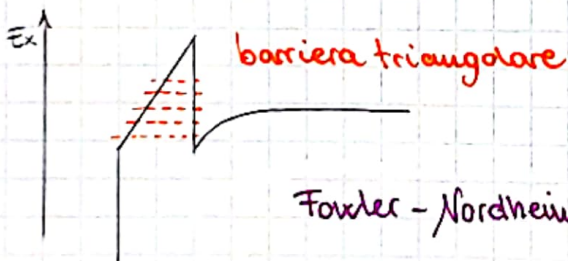
nel caso del Si: $\sqrt{m_y m_z} = 4\sqrt{m_t m_c} + 2m_t$ che sostituisco

$$J_{\text{tunnel}} = \frac{q [4\sqrt{m_t m_c} + 2m_t] \cdot kT}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{+\infty} T(E_x) \ln\left(1 + e^{-\frac{E_x - E_F}{kT}}\right) dE_x$$

oltre la tunnel transparency la possiamo calcolare con l'approx W.K.B.

$$T(E_x) = e^{-2 \int \sqrt{\frac{2m^* (E_c - E_x)}{\hbar^2}} dx}$$

e ho due possibili regimi:



@ F-N regime posso appross:

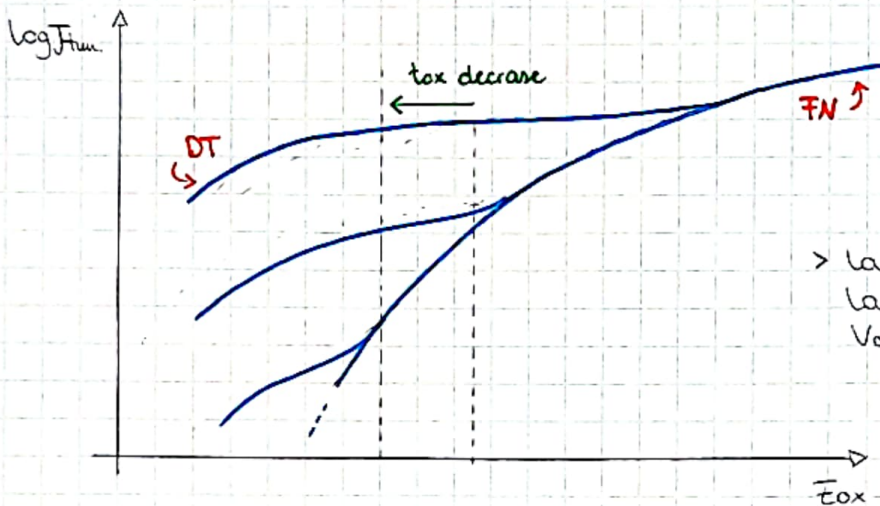
$$J_{\text{tunnel}} = A E_{\text{ox}}^2 e^{-\frac{B}{E_{\text{ox}}}}$$

dove i coefficienti A e B valgono:

$$A = \frac{q^2 [4\sqrt{m^*} + 2m^*]}{16\pi^2 \hbar (q\phi - E_F) m^*}$$

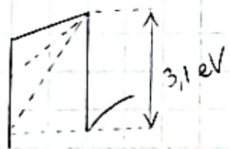
, ϕ altezza della barriera

$$B = \frac{4\sqrt{2m^*}}{3\hbar q} (q\phi - E_F)^{\frac{3}{2}}$$



> la maggior parte delle volte lavoro in DT, anche perché ho $V_{\text{DD}} < 3,1V$!!!

quando ho il regime F-N?



$$\text{se } E_{\text{ox}} \cdot t_{\text{ox}} = 3,1V \Rightarrow E_{\text{ox}} \approx \frac{3,1V}{t_{\text{ox}}}$$

altrimenti sono in direct-tunnelling → la dipendenza è minore

⇒ se riduco t_{ox} , la corrente aumenta esponenzialmente

$$\begin{cases} t_{\text{ox}} = 2\text{nm} \\ V_{\text{GS}} = 2V \end{cases} \Rightarrow 1 \text{ A cm}^{-2} \text{ una corrente molto elevata nell'ossido}$$

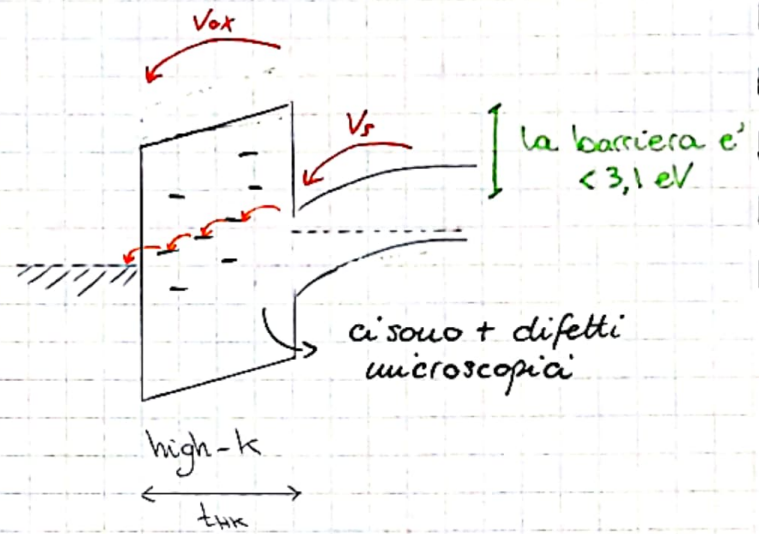
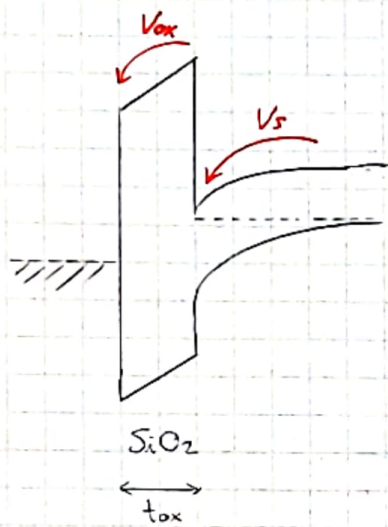
⇒ se voglio t_{ox} maggiore devo aumentare E_{ox} : $C_{\text{ox}} = \frac{\epsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}} = \frac{\epsilon_{\text{HK}}}{t_{\text{HK}}} = C_{\text{HK}}$

$\text{SiO}_2 \rightarrow \text{high-K}$

In questo modo $t_{HK} = \frac{\epsilon_{HK}}{\epsilon_{Ox}} t_{Ox}$

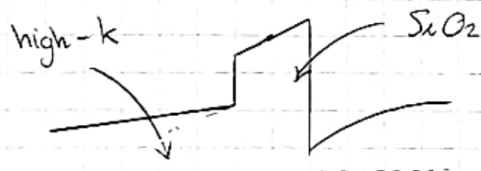
e se $\epsilon_{HK} > \epsilon_{Ox} \Rightarrow t_{HK} > t_{Ox}$ e quindi

DEFECTS ASSISTED TUNNELING



⇒ la qualità del nuovo isolante è inferiore rispetto all' SiO₂, ma comunque ci sono benefici, soprattutto riguardo alla corrente di leakage per effetto tunnel.

⇒ un'altra soluzione per migliorare il dielettrico è usare entrambi:



L'ossido di silicio è il miglior materiale possibile dal punto di vista della bassa conduttività e dell'alta barriera; ma in questo caso non stiamo comparando high-k e SiO₂ con lo stesso spessore, ma con la stessa capacità

⇒ a parità di spessore SiO₂ è il migliore!

⇒ con high-k posso avere uno spessore maggiore, mantenendo la stessa capacità

↳ ad esempio HfO₂, ...

design-space

imponiamo alcune specifiche:

$$\bullet \text{STS} = \frac{kT}{q} \ln 10 \cdot m \leq 85 \text{ mV/dec}^{-1} \Rightarrow m \leq 1,4$$

$$\Rightarrow m = 1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}} = 1 + \frac{\epsilon_{ri}}{W_d^{max}} \frac{t_{ox}}{\epsilon_{ox}} \approx 1 + \frac{3t_{ox}}{W_d^{max}} \leq 1,4 \Rightarrow t_{ox} \leq 0,13 W_d^{max}$$

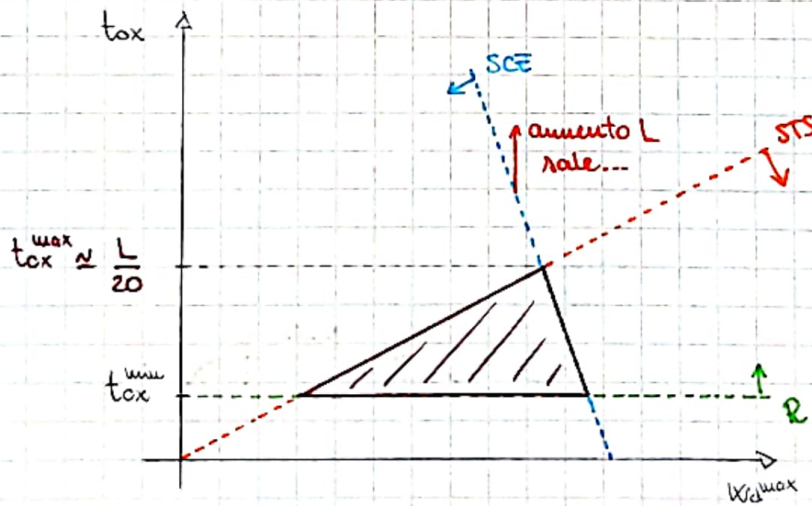
$$\bullet \Delta V_T^{SCE} \propto e^{-\frac{\pi L}{2(W_d^{max} + 3t_{ox})}} \leq 100 \text{ mV} \quad (\text{SCE: short-channel effect})$$

$$\Rightarrow L \geq 2(W_d^{max} + 3t_{ox}) \Rightarrow t_{ox} \leq \frac{L}{6} - \frac{W_d^{max}}{3}$$

$$\bullet \bar{E}_{ox} \approx \frac{V_{DD}}{t_{ox}} \leq \bar{E}_{ox}^{max} \quad (\text{reliability})$$

$$\Rightarrow t_{ox} \geq \frac{V_{DD}}{\bar{E}_{ox}^{max}}$$

queste tre specifiche vanno soddisfatte contemporaneamente

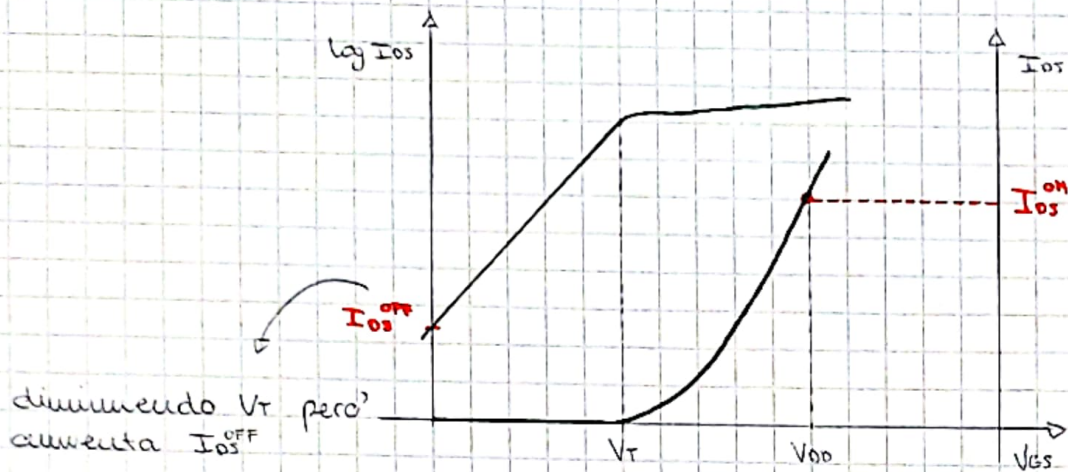


affinché l'intervallo di variabilità di t_{ox} sia significativo, devo avere

$$t_{ox}^{max} > t_{ox}^{min} \Rightarrow \frac{L}{20} > \frac{V_{DD}}{\bar{E}_{ox}^{max}} \Rightarrow V_{DD} < \frac{L}{20} \bar{E}_{ox}^{max}$$

\Rightarrow se scado L , devo ridurre pure V_{DD} , ma ciò comporta una necessaria riduzione anche della tensione di soglia V_T , perché:

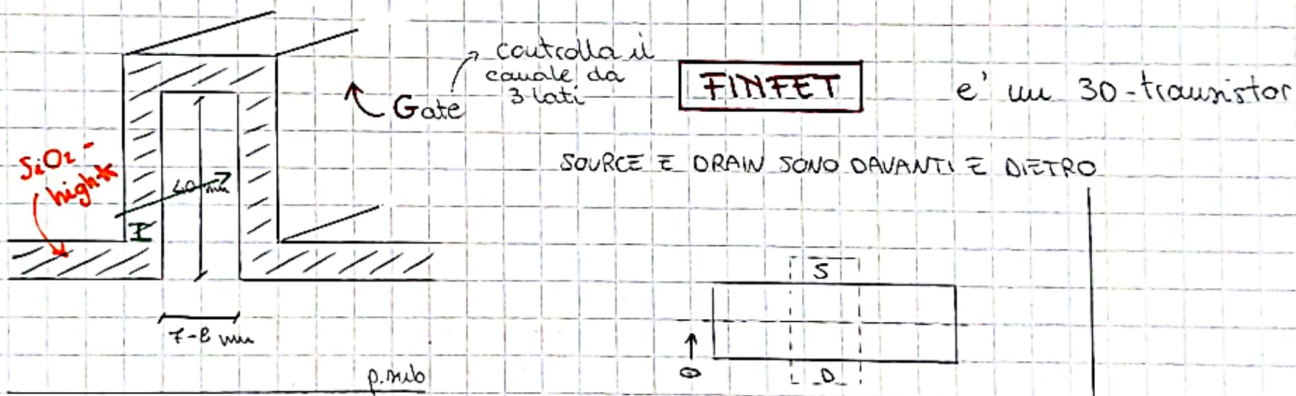
se non riduco V_T , I_{os}^{on} diminuirà e la logica è + lenta:



⇒ ho un intervallo possibile di V_T

ad esempio $V_T^{min} < V_T < \frac{1}{4} V_{DD}$, ... dipende dalla tecnologia

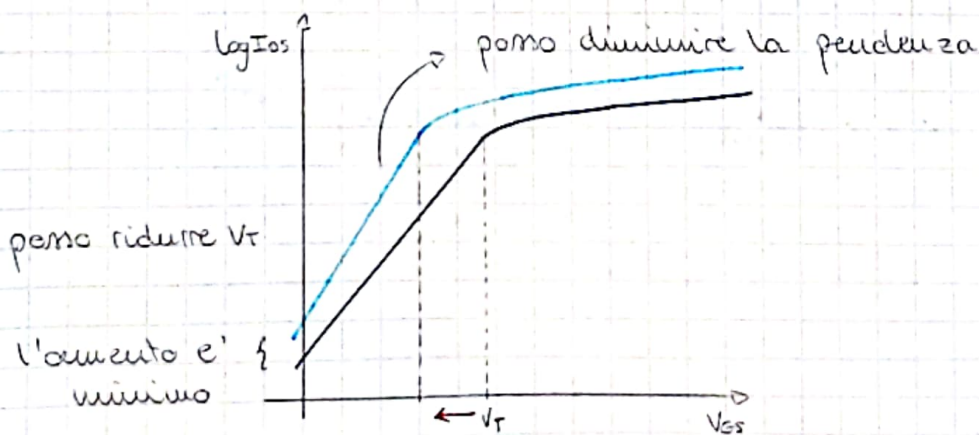
la soluzione è sempre aggiungere un grado di libertà nel design e cambiare struttura



può essere anche molto + larga:



inoltre:



non posso modificare
la struttura (es.
aumentando w), ma
può metterli in //

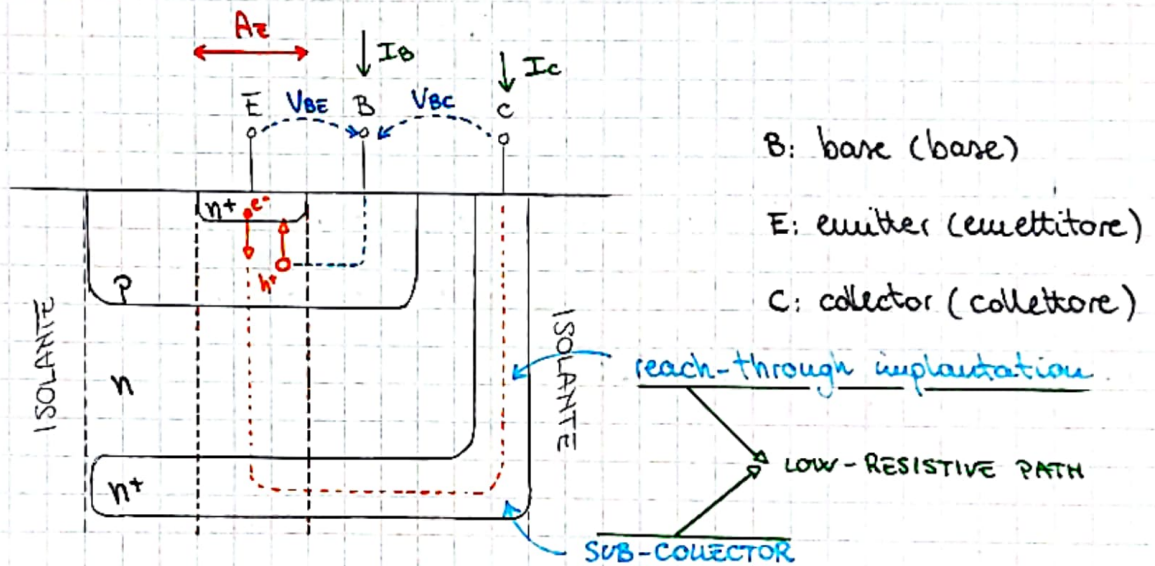
BIPOLAR JUNCTION TRANSISTOR

e' formato da due giunzioni pn a contatto fra loro "di schiena":

- pnp
- npn

ed entrambe le sequenze possono essere integrate verticalmente o orizzontalmente: noi analizzeremo solo il primo caso, il + diffuso

la struttura base e' la seguente:



⇒ la regione n e' gia' il collettore, ma non ho direttamente il contatto l' , perche' avendo a basso drogaggio avrei una resistenza parassita alta

l'area dell' emettitore divide il dispositivo in $\left\{ \begin{array}{l} \text{regione intrinseca} \\ \text{regione estrinseca} \end{array} \right.$

in la giunzione pn tra E e B e' in forward-bias e quella tra B e C e' in reverse bias, allora gli elettroni viaggiano da E a C attraverso B (-----)

⇒ abbiamo una corrente tra collettore ed emettitore che dipende dalla tensione applicata alla base

⇒ transistor action

e' un transistor bipolare perche considero sia elettroni, sia lacune:
infatti non posso trascurare la corrente di lacune tra base ed emettitore

→ tale effetto non e' molto gradito: voglio una bassa corrente di base

$$\beta = \frac{I_c}{I_b}$$

valori accettabili $\beta \approx 100$ o comunque grandi

un altro effetto non gradito e' la RICOMBINAZIONE e^-/h^+ nella regione p, altrimenti I_b aumenterebbe di conseguenza (rispetto a I_c) e β cala

⇒ riduco lo spessore della base: $W_b < 100 \mu m$ ad esempio

al contrario, se la base fosse molto grande, allora tutti gli elettroni provenienti dall'emettitore si ricombierebbero nella base e quindi non avremmo una corrente attraverso il collettore, ma solo una corrente tra base ed emettitore

⇒ non avremmo più un transistor

In tale dispositivo posso raggiungere correnti elevate perche gli elettroni non sono generati nella giunzione, ma sono iniettati dall'emettitore e tali elettroni sono poi "raccolti" dal collettore

⇒ e' l'interazione fra le due giunzioni che permette una corrente elevata

la concentrazione del drogaggio e'

la concentrazione nella base non e' costante



per ragioni tecnologiche
in fase di produzione

↓
di nuove tecniche
+ costose, migliori
che non consideriamo

dall'analisi della pn-junc.

Qual e' la zona "collo di bottiglia" del dispositivo?

E' la base, in particolare la quasi-neutral region della base, in cui la concentrazione di elettroni e' la minore

↓
limita il flusso di elettroni

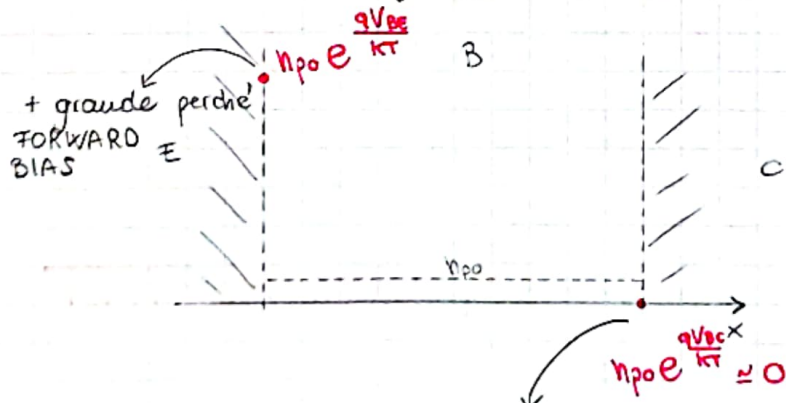
... analogamente, per le lacune il collo di bottiglia e' la quasi-neutral region dell'emettitore, dove la concentrazione delle lacune e' la minore

Calcoliamo la corrente, che ci aspettiamo sia funzione, I_c della base e I_o dell'emettitore (viste le precedenti considerazioni)

(in realtà e' quasi costante)

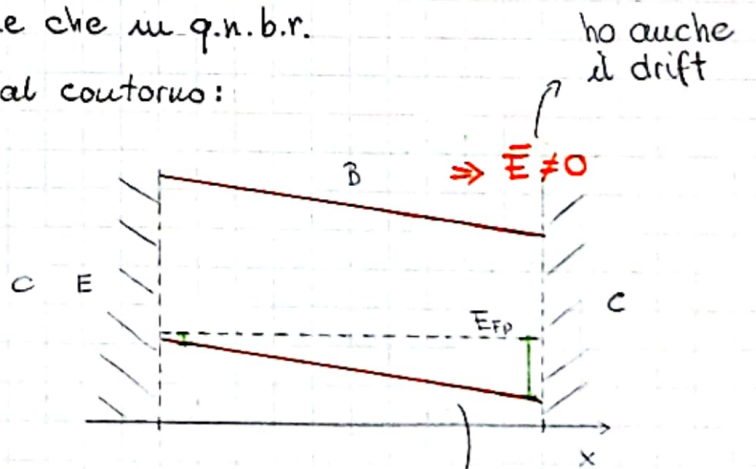
- approx: E_{Fn} costante ovunque, tranne che in q.n.b.r.

⇒ otteniamo le seguenti condizioni al contorno:



+ grande perché FORWARD BIAS

+ piccolo perché sotto REVERSE BIAS



ho anche il drift

bending dovuto al fatto che la concentrazione di doping non e' costante.

⇒ calcoliamo il campo \bar{E} nella q.n.b.r. ...

↓
viene messa una condizione di q.n.r.

$$p = n_i e^{\frac{E_i - E_{FP}}{kT}} \Rightarrow E_i - E_{FP} = kT \ln \frac{p}{n_i}$$

$$\Phi = -\frac{E_i}{q} \Rightarrow E = -\frac{d\Phi}{dx} = \frac{dE_i}{dx}$$

\Rightarrow abbiamo un campo E perché abbiamo una variazione di E_{FP} o perché abbiamo una variazione di p

$$E = \frac{1}{q} \frac{dE_{FP}}{dx} + \frac{kT}{q} \frac{n_i}{p} \frac{dp}{dx} \frac{n_i}{n_i^2} \Rightarrow$$

$$E = \frac{1}{q} \frac{dE_{FP}}{dx} + \frac{kT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx}$$

\Rightarrow ho un campo elettrico se ho \rightarrow gradiente di E_{FP} variazione della conc. di lacune

$$\Rightarrow J_p = p \mu_p \frac{dE_{FP}}{dx} \Rightarrow \frac{dE_{FP}}{dx} = \frac{J_p}{p \mu_p} = \frac{J_c}{\beta p \mu_p}$$

ne scelgo $J_p = 10^5 \text{ A cm}^{-2}$ \wedge $\beta = 100$ \wedge $\mu_p = 150 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ \wedge $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

$$\Rightarrow \text{ottergo un } \frac{dE_{FP}}{dx} = 40 \text{ V cm}^{-1}$$

e con $W_B = 100 \mu\text{m}$ $\Rightarrow \Delta V_{B,FP} = 0,4 \text{ mV}$ e' la tensione che perdiamo ed e' totalmente trascurabile rispetto a tensioni che sono qualche centinaio di millivolt

$$\Rightarrow E = \frac{1}{q} \frac{dE_{FP}}{dx} + \frac{kT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \approx \frac{kT}{q} \frac{dp}{dx}$$

trascurabile

e quindi posso calcolare $J_n = \text{drift} + \text{diffusion}$

$$J_n = q n \mu_n E + q D_n \frac{dn}{dx} = q n \mu_n \frac{kT}{q p} \frac{dp}{dx} + q D_n \frac{dn}{dx}$$

built-in electric field \uparrow
dovuto alla variazione di N_A

- se ho **LOW-INJECTION** ($p \approx N_A$) $\Rightarrow J_n \approx q n \mu_n \frac{kT}{q N_A} \frac{dN_A}{dx} + q D_n \frac{dn}{dx}$

- se ho **HIGH-INJECTION** ($p \approx n$) $\Rightarrow J_n \approx \dots = 2q D_n \frac{dn}{dx}$

\hookrightarrow ho un puro processo (posso descriverlo con ... in realta' ho anche drift) diffusivo con coefficiente di diffusione doppio **WEBSTER EFFECT**

\Downarrow
non e' pura diffusione !!!

partiamo da un semplice caso:

- drogaggio costante $\Rightarrow \frac{dV_{EP}}{dx} = 0 \Rightarrow$ campo elettrico nullo
- low-injection

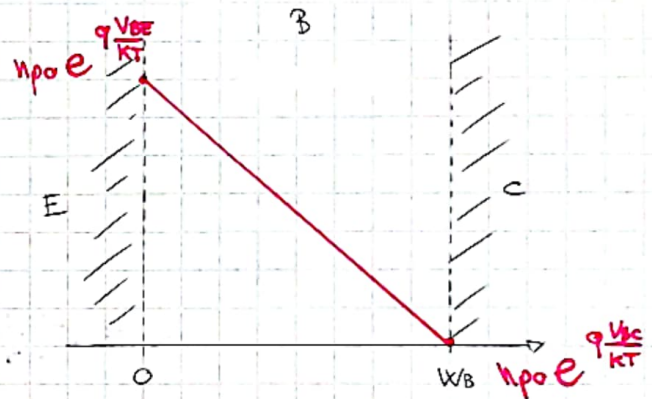
\Rightarrow in tal caso il dispositivo e' detto **prototype bipolar junction transistor**
trasporto solo diffusivo

$\Rightarrow J_n = q D_n \frac{dn}{dx} = \text{const.} \rightarrow$ condizione stazionaria senza G/R

$$\int_0^{W_B} J_n dx = \int_{n(0)}^{n(W_B)} q D_n dn$$

$$J_n W_B = q D_n [n(W_B) - n(0)]$$

$$J_n = -q D_n \frac{-n(W_B) + n(0)}{W_B}$$



area emettitore

$\Rightarrow I_c = -A_E J_n$

\hookrightarrow vogliamo la corrente positiva se entra nel contatto

$$= \frac{A_E q n_i^2}{G_B} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} = \frac{A_E q n_i^2}{G_B} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

G_B **Gummel number of the base**

\rightarrow la corrente varia esponenz. con V_{BE} perche' modulo exp la concentrazione

\Rightarrow la corrente di collettore dipende dai parametri della quasi-neutral base region, infatti essa e' il collo di bottiglia per la I_c
(dipende dalla larghezza della depletion region e non dalla larghezza della base in se' per se')

\rightarrow valida per il prototype bjt ...

consideriamo il caso in cui l'ipotesi di $N_A = \text{cost}$ non valga +, allora:

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} \rightarrow \text{ho drift + diffusion (e non solo diffusion)}$$

$$= qn\mu_n \frac{kT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$= \frac{qD_n}{p} \left[n \frac{dp}{dx} + p \frac{dn}{dx} \right]$$

$$= \frac{qD_n}{p} \frac{d}{dx} (pn) = \text{cost} \quad \text{: @ staz. nuza G/R}$$

$$\Rightarrow \int_0^{w_B} J_n \frac{p}{qD_n} dx = \int_{pn(0)}^{pn(w_B)} d(pn)$$

$$J_n \int_0^{w_B} \frac{p}{qD_n} dx = pn(w_B) - pn(0) = -ni^2 e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

\Rightarrow ottengo la J_n |

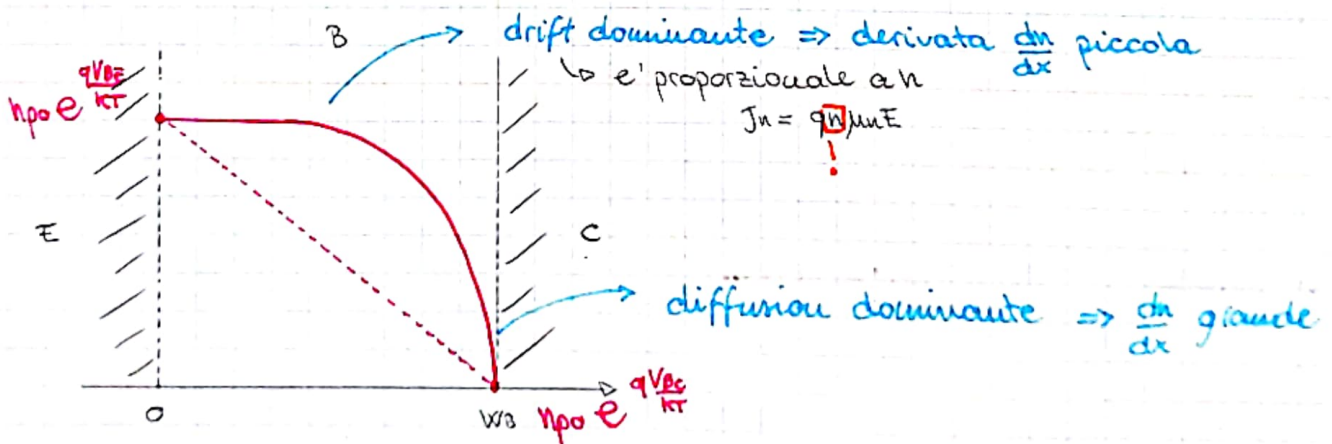
$$J_n = \frac{-ni^2 e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}}{\int_0^{w_B} \frac{p}{qD_n} dx}$$

e quindi, analogamente prima ricavo I_c :

$$I_c = \frac{A_E qni^2 e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}}{\int_0^{w_B} \frac{p}{qD_n} dx} = \frac{A_E qni^2 e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}}{G_B}$$

\rightarrow e' la stessa relazione di prima ma + generale

l'unica cosa che cambia e' la definizione del Gummel number, che anche in questo caso e' costante al punto di lavoro del dispositivo



C'e' qualcos'altro che devo considerare per avere il caso generale...

l'energy gap del semiconduttore, nella regione di base, puo' variare con la posizione

questo concetto non l'abbiamo mai considerato prima, ma in questo caso
 ci genera un'effetto non trascurabile

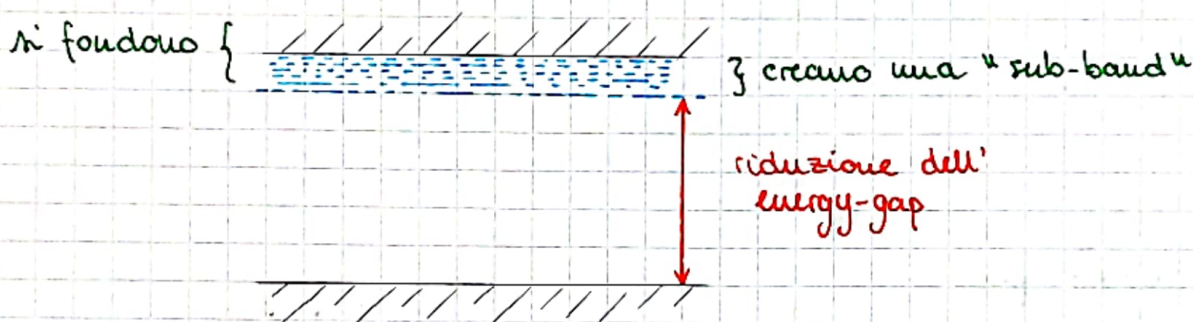
→ dipende dalla fisica del materiale:

BAND-GAP NARROWING EFFECT

riduzione dell'energy-gap del
 materiale quando questo e'
 molto drogato ($> 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)
 di qualche decina di meV

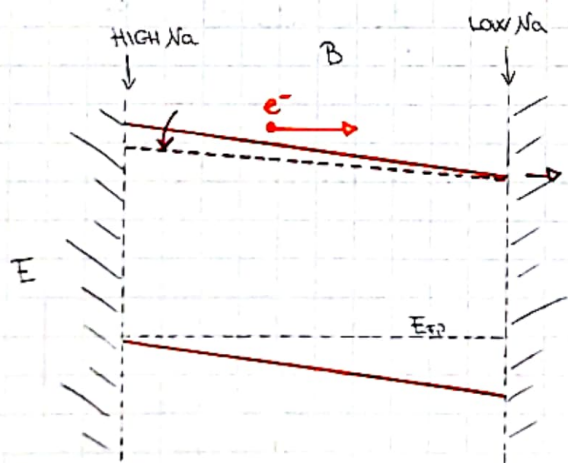
la distanza fra due atomi di
 drogante e' molto piccola: emi

iniziamo a **interagire e degenerano** la banda di conduzione



Questo non e' nemmeno l'effetto + importante, ce ne sono altri che non
 considereremo...

Nel caso della base:



il drogaggio non e' uniforme
 ↓
 l'effetto non e' uniforme

l'energy-gap si riduce maggiormente dove Na ↑

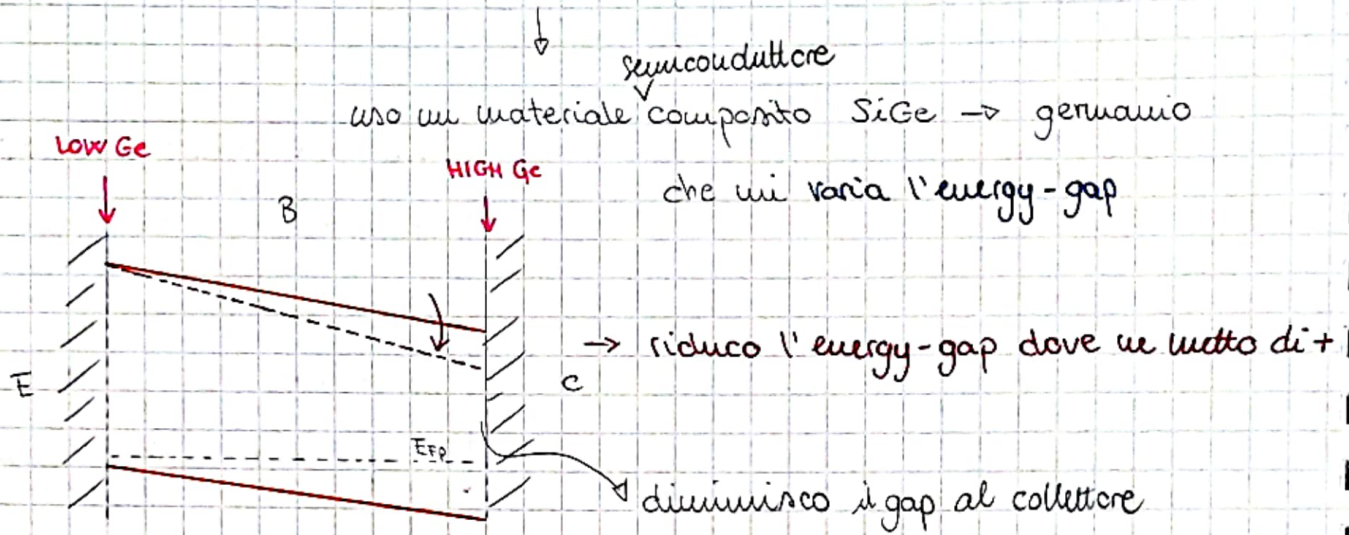
⇒ cerca di contrastare il beneficio
 portato dall'aver una concentrazione
 non uniforme di Na nella base, che
 spinge gli e⁻ verso il collettore...

⇒ questo effetto va considerato ... !

→ ho un altro effetto dovuto

ENGINEERING OF THE BASE

che va considerato



N.B.: il germanio non e' un dopante perche' appartiene al IV gruppo, ma ha un energy gap minore del silicio

Quando calcolo p-n:

$$pn = n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT}}$$

$$n_i^2 = N_c N_v e^{\frac{-(E_g - \Delta E_g)}{kT}}$$

$$= \underbrace{N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}}}_{n_i^2} e^{\frac{\Delta E_g}{kT}}$$

$n_i^2 = n_i^2 e^{\frac{\Delta E_g}{kT}}$
effective!

$\Delta E_g > 0 \Rightarrow n_i^2 > n_i^2 \Rightarrow pn$ aumenta: $pn = n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT}}$

e quindi, tornando alla corrente: $E_{Fn} = E_{Fp} + kT \ln \frac{pn}{n_i^2}$

$J_n = n \mu_n \frac{dE_{Fn}}{dx} = n \mu_n kT \frac{n_i^2}{pn} \frac{d}{dx} \left(\frac{pn}{n_i^2} \right) \cdot \frac{q}{q} D_n = \boxed{q D_n \frac{n_i^2}{p} \frac{d}{dx} \left(\frac{pn}{n_i^2} \right)} = \text{const}$
caso generale (vedi anche pag dopo)

esattamente come prima integro:

$$\int_0^{w_B} J_n \frac{p}{q D_n n_i^2} dx = \int_{\frac{pn}{n_i^2}(0)}^{\frac{pn}{n_i^2}(w_B)} d \left(\frac{pn}{n_i^2} \right)$$

$$J_n \int_0^{W_B} \frac{P}{q D_n n_i e^2} dx = \frac{P n_i}{n_i e^2} (W_B) - \frac{P n_i}{n_i e^2} (0) = -e \frac{q V_{BE}}{kT}$$

trans.

$e \frac{q V_{BC}}{kT} \ll e \frac{q V_{BE}}{kT}$

otengo così J_n | $J_n = - \frac{e \frac{q V_{BE}}{kT}}{\int_0^{W_B} \frac{P}{q D_n n_i e^2} dx}$ e quindi una I_c |

$$I_c = \frac{A E q n_i^2}{\int_0^{W_B} \frac{n_i^2 P}{n_i e^2 D_n} dx} e \frac{q V_{BE}}{kT} = \frac{A E q n_i^2}{G_B} e \frac{q V_{BE}}{kT}$$

la forma della corrente non varia, quello che **varia** è il **Gummel number**:

- se considero l'energy-gap costante, allora $n_i e^2 = n_i^2 \Rightarrow$ ottengo quello che avevo nel caso precedente
- se considero \ln - v_{ij} e N_A costante, allora $p \approx N_A \Rightarrow \int_0^{W_B} \frac{P}{D_n} dx = \frac{N_A W_B}{D_n}$, come avevo ottenuto nel caso iniziale

la corrente **cambia** in funzione di V_{BE} , V_{BC} e $\underline{W_B}$



il flusso è tra l'emettitore e il collettore (sub-collettore)

ma non è l'unica corrente presente: ho anche un flusso di lacune dalla base all'emettitore che genera una **CORRENTE DI BASE**

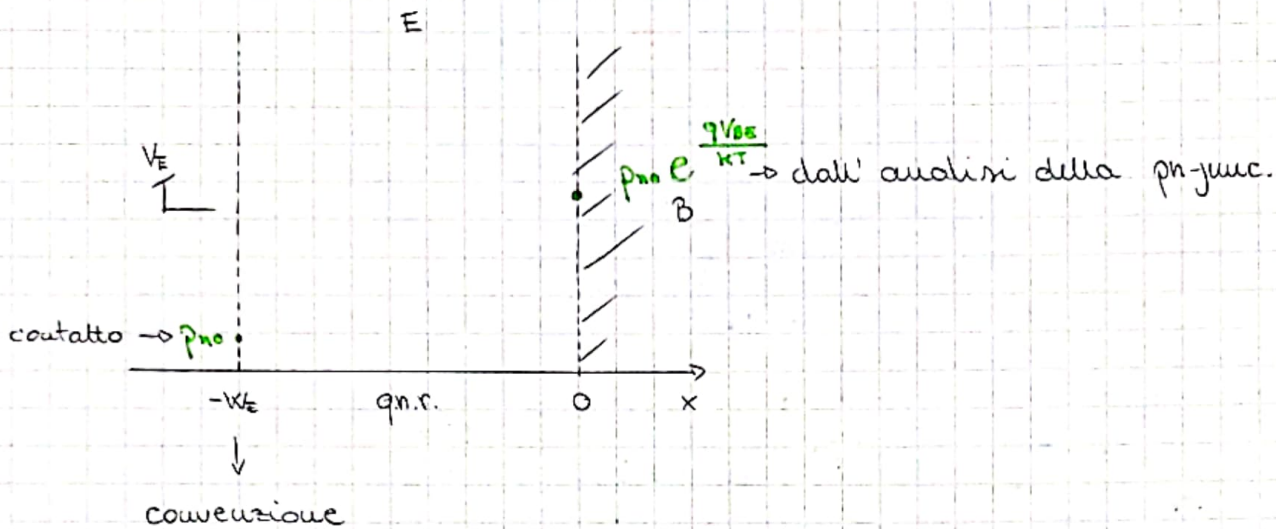
↙ vogliamo che sia piccola rispetto a I_c

↘ non posso trascurarla

dipenderà dalla quasi-neutral emitter region che è il collo di bottiglia per il flusso di lacune

↓
concentriamoci su questa regione

all' emettitore ho:



Vogliamo arrivare al caso generale, ripetendo quello che abbiamo fatto con la corrente del collettore, per ottenere lo stesso risultato:

$$J_p = -q D_p \frac{n_i e^2}{N} \frac{d}{dx} \left(\frac{p_n}{n_i e^2} \right) = \text{cost} \quad @ \text{ staz. (muza G/R)}$$

stessa di prima, al netto di un meno (-) e invertendo n con p e con l'ipotesi di **shallow-emitter**, cioè che $W_E \ll L_p$ e' molto minore della lunghezza di diffusione delle lacune (NARROW)

$$\Rightarrow \int_{-W_E}^0 J_p \frac{n}{q D_p n_i e^2} dx = - \int_{\frac{p_n}{n_i e^2}(-W_E)}^{\frac{p_n}{n_i e^2}(0)} d \left(\frac{p_n}{n_i e^2} \right)$$

$$= - \frac{p_n}{n_i e^2} (0) + \frac{p_n}{n_i e^2} (-W_E) = -e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} + \text{trasc.}$$

$$\Rightarrow J_p = \frac{-q e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}}{\int_{-W_E}^0 \frac{1}{n_i e^2} \frac{n}{D_p} dx}$$

e calcolo $I_B = -A_E J_p$ la voglio > 0

$$= \frac{A_E q n_i^2}{\int_{-W_E}^0 \frac{n_i^2}{n_i e^2} \frac{n}{D_p} dx} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

$$\Rightarrow I_B = A_E \frac{q n_i^2}{G_E} e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}$$

↳ **Current number dell' emettitore**

nel caso di high- i_{ij} \rightarrow altamente poco probabile perche' e' n^+ l'emittitore:

\Rightarrow ricavo al 99% nel caso di LOW- i_{ij} $\Rightarrow n \approx N_d$

$$\Rightarrow G_E \approx \int_{-w_E}^0 \frac{n_i^2}{n_i e^2} \frac{N_d^E}{D_p} dx$$

\Rightarrow se poi ho anche drogaggio costante $N_d^E = \text{const}$

$$\Rightarrow G_E \approx \frac{n_i^2}{n_i e^2} \frac{N_d^E}{D_p} w_E$$

l'altra possibilita' e' avere un largo emittitore, quindi non shallow, detto **deep-emitter** \rightarrow ho processi G/R rilevanti

\hookrightarrow ricombination nel caso di forward-bias

nel caso di low- i_{ij} e $N_d^E = \text{const}$ e $\Delta E_G = 0$, allora:

$$J_p = \frac{q D_p p_{n0} e^{\frac{qV_{BE}}{KT}}}{L_p \tanh\left(\frac{w_E}{L_p}\right)}$$

e la corrente vale

$$I_B = A_E \frac{q n_i^2}{G_E} e^{\frac{qV_{BE}}{KT}}$$

dove in questo caso ho un

Gummel number $G_E = \frac{N_d^E L_p \tanh\left(\frac{w_E}{L_p}\right)}{D_p}$

\Rightarrow in tutti i casi la corrente e' funzione di w_E !

calcoliamo il "current gain" $\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{A_E q n_i^2 e^{\frac{qV_{BE}}{KT}}}{G_B} \cdot \frac{G_E}{A_E q n_i^2 e^{\frac{qV_{BE}}{KT}}} = \frac{G_E}{G_B}$

ottergo la dipendenza di β da solo G_E e G_B :

$$\beta = \frac{G_E}{G_B}$$

\rightarrow espressione piu' generale

per avere β grande devo avere $G_E \gg G_B$

N.B.:

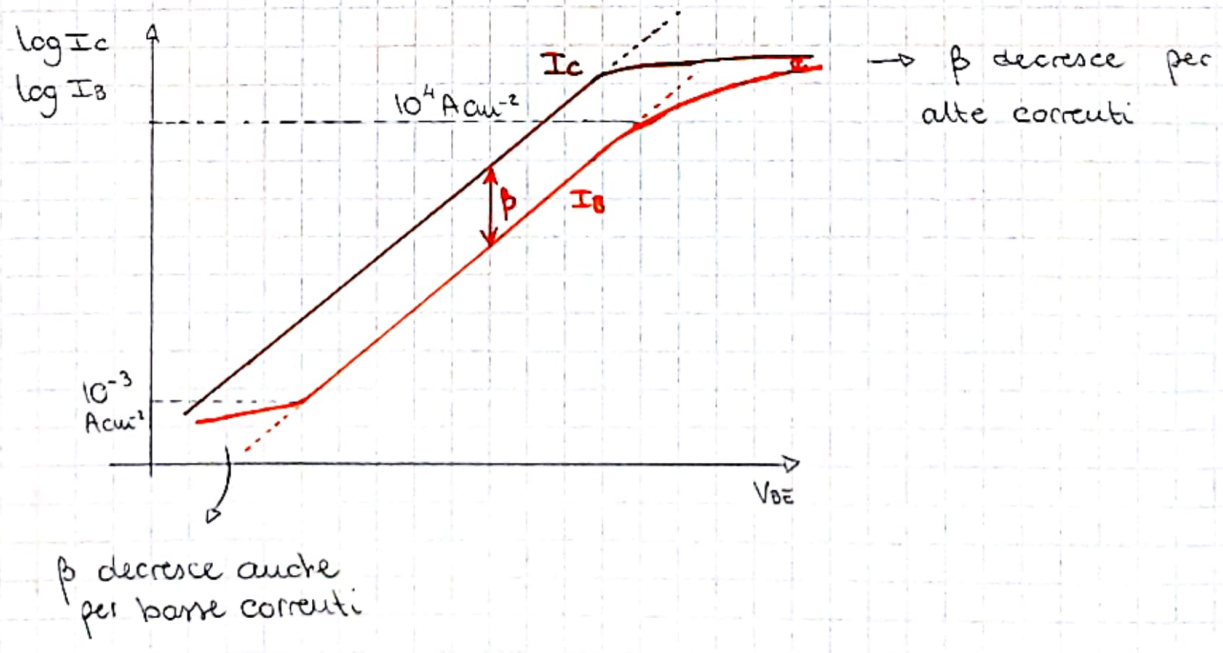
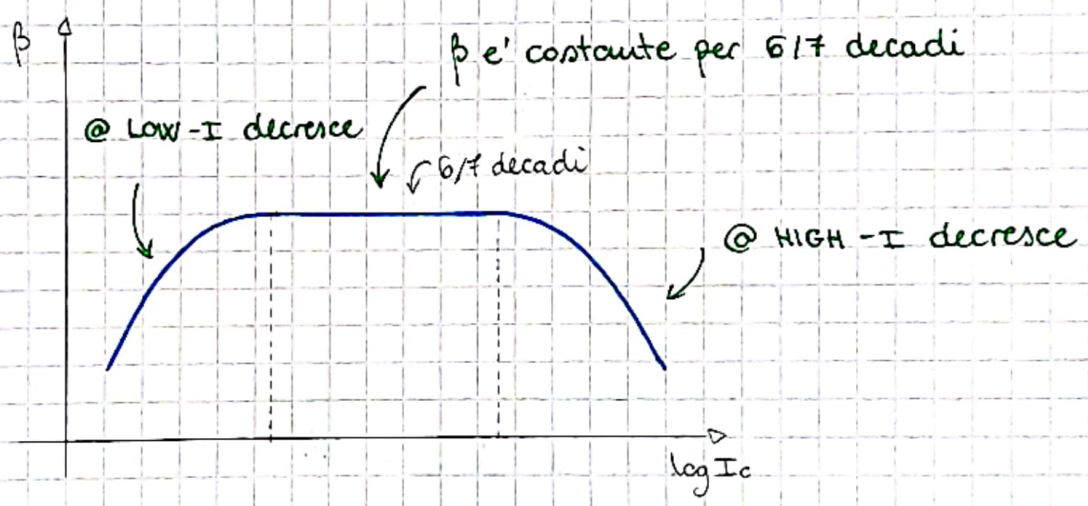
$$G_E = \int_{-W_E}^0 \frac{n_i^2}{(n_{ie})_E^2} \frac{n}{D_p} dx$$

$\Rightarrow n_{ie} @ E \neq n_{ie} @ B !$

$$G_B = \int_0^{W_B} \frac{n_i^2}{(n_{ie})_B^2} \frac{p}{D_n} dx$$

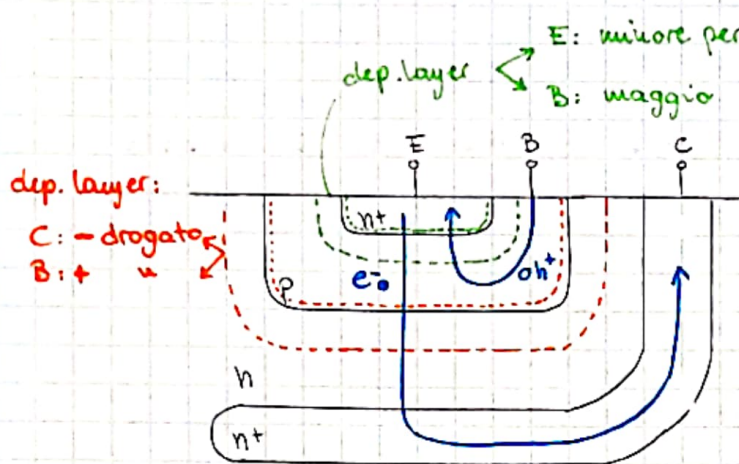
se abbiamo un buon band-gap narrowing effect, e di solito lo abbiamo, allora $n_{ie}^2 > n_i^2$ allora abbiamo un numero di gummel che decresce; ma la variazione di $(n_{ie})_E$ e' maggiore di $(n_{ie})_B$

\Rightarrow ho un β che decresce nel caso di BAND-GAP NARROWING



cerchiamo di capire il motivo delle deviazioni

Δ LOW-CURRENT REGIME



pn-jun BE: forward-bias

⇒ NET-RECOMBINATION PROCESSES

> l'effetto è che ho una corrente maggiore di quella che mi aspetto

dovuta alle lacune che si ricombinano

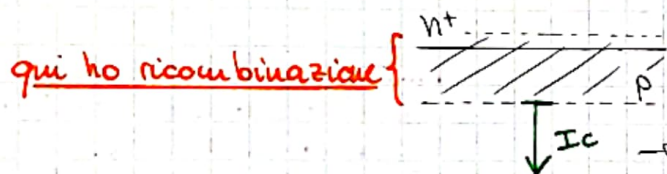
> la corrente di collettore non è

affetta da questo effetto

pn-jun BC: reverse-bias

⇒ NET GENERATION PROCESSES

ma è trascurabile sia per I_B che I_C



non mi interessa quello che succede

l'emettitore può provvedere tutti gli elettroni necessari

prima: la I_C è data dal flusso di elettroni che entrano nella quasi-neutra base region

(di più di quanti possono andare oltre la qn-base region)

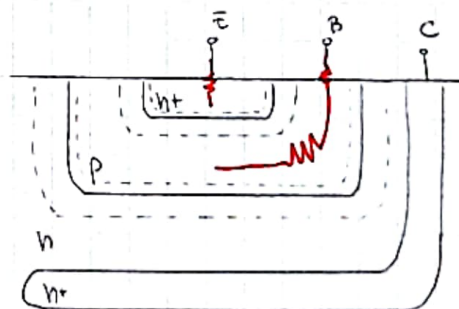
Δ HIGH-CURRENT REGIME

- ho gli effetti delle resistenze parassite

↓
causa una piccola variazione di V_{BE}

⇒ la corrente varia molto

dal caso ideale (come già visto)



- HIGH-WS in qn.b.r.: la n diventa comparabile o maggiore di N_A

⇒ la corrente I_C aumenta + lentamente del previsto

dalla nostra analisi $G_B = \int_0^{W_B} \frac{n_i^2}{n_{ie}^2} \frac{P}{D_n} dx$

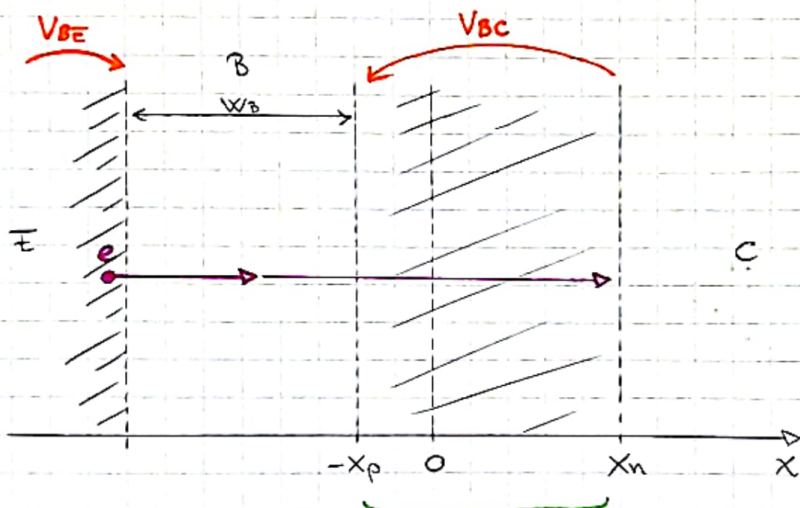
e quindi aumentando p (HIGH-WS.), aumenta G_B , $I_c \propto \frac{1}{G_B}$ **diminuisce** del previsto

--- HIGH-WS nella base e' detta **MODULAZIONE DELLA CONDUITIVITA' DELLA BASE**

- ho un terzo effetto da considerare, specifico del BJT, chiamato

KIRK EFFECT o anche **base-widening effect**

consideriamo la struttura:



DRIFT:
inietto molti elettroni che passano nella dep. reg

↓
non ho ϕ , altrimenti non avrei quel flusso

trascuro completamente le cariche libere (dep. reg) rispetto alla concentrazione di drogaggio

infatti: $J_n \propto n$ e devo avere un certo valore di n per sostenere la corrente

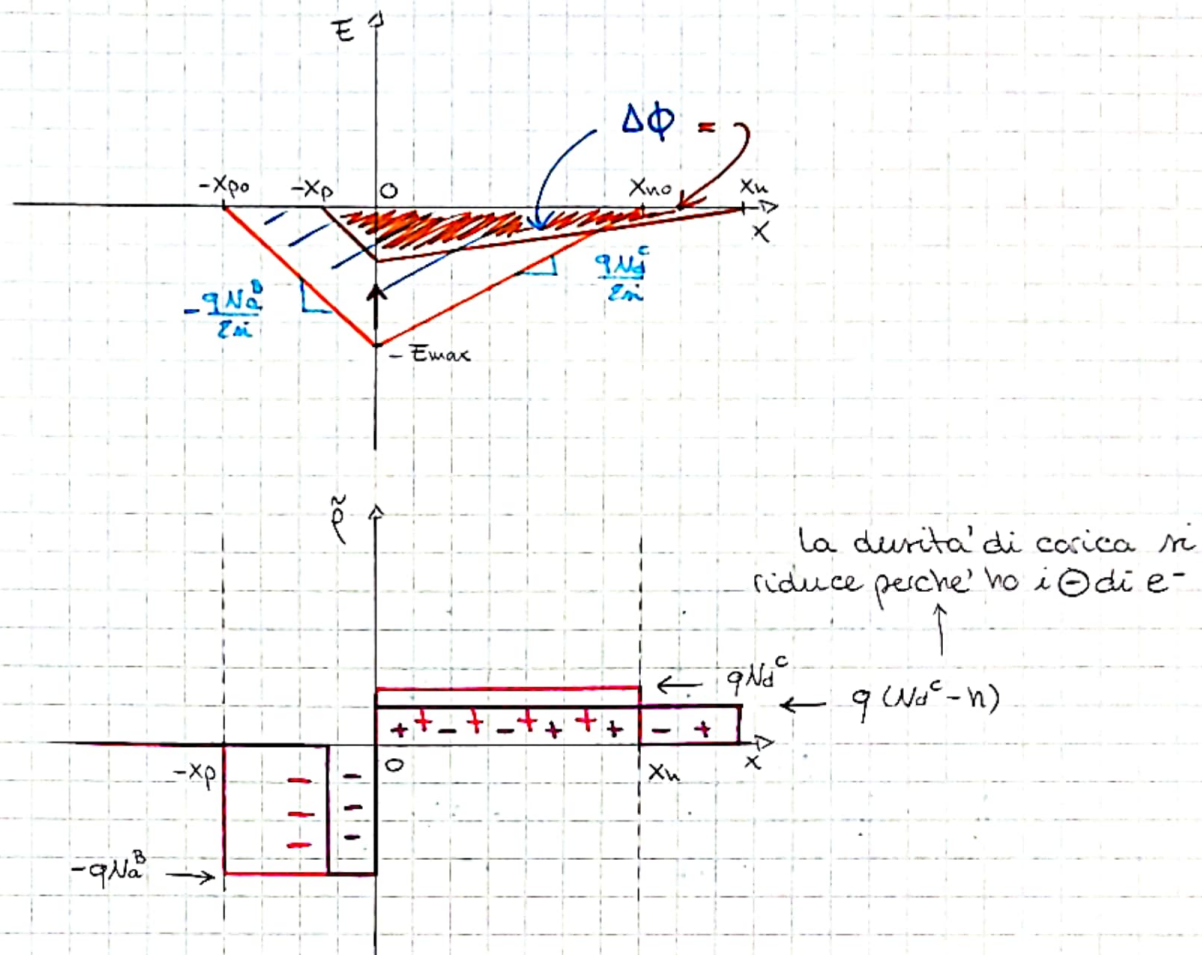
assumiamo anche che il flusso J_n sia dato da un campo elettrico tale da avere $V_d = V_{sat}$

$$\Rightarrow J_n = qn v_{sat} = J_c \Rightarrow n = \frac{J_c}{q v_{sat}}$$

@ HIGH-CURRENT REGIME: J_c aumenta tanto da rendere n comparabile alla concentrazione di drogante nella dep. reg.

\Rightarrow non posso piu' usare l'approssimazione di "svuotamento"

facciamo riferimento al profilo di \bar{E} e di $\tilde{\rho}$ prima di arrivare @ HIGH-I e dopo ...



quando J_c aumenta, n diventa rilevante per l'elettrostatica e prima di tutto diventa paragonabile alla concentrazione di doping nel collettore (perche' e' minore di quella della base) $N_d^C \rightarrow N_d^C - n$ e poi della base ($N_a^B \gg N_d^C$)
 $N_a^B \rightarrow N_a^B + n$ e quindi: **trascurabile**
 non ho bisogno di arrivare a quel punto e mi basta il caso che sto analizzando

\Rightarrow lasciando V_{bc} inalterato ottengo un nuovo profilo di \bar{E} che pero mantiene la stessa area \blacksquare

\Rightarrow la carica rimane costante tra $-x_p$ e 0 perche' n e' trascurabile a N_a^B , mentre cala tra 0 e x_n perche' alle cariche positive si aggiungono quelle negative degli elettroni

ho che $n \approx N_d = \frac{J_c}{q v_{sat}}$ se $J_c \approx 10^5 \text{ A cm}^{-2}$

10^{17} cm^{-3} $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ 10^7 cm s^{-1}

quantitativamente, riconduciamoci a quello che sappiamo già:

$$\begin{cases} N_a^B X_p = N_d^C X_n & \text{lo zero al pedice sta per banda corrente} \\ \Delta\phi = \frac{q N_d^C}{2 \epsilon n} X_n^2 + \frac{q N_a^B}{2 \epsilon n} X_p^2 \end{cases}$$

e le mettiamo a sistema con:

$$(N_a^B + n) X_p = (N_d^C - n) X_n$$

$$\Delta\phi = \frac{q (N_d^C - n)}{2 \epsilon n} X_n^2 + \frac{q (N_a^B + n)}{2 \epsilon n} X_p^2$$

risolvendo ottengo

$$\begin{cases} X_n = X_{n0} \sqrt{\frac{1 + \frac{n}{N_a^B}}{1 - \frac{n}{N_d^C}}} \approx \frac{X_{n0}}{\sqrt{1 - \frac{n}{N_d^C}}} > X_{n0} \\ X_p = X_{p0} \sqrt{\frac{1 - \frac{n}{N_d^C}}{1 + \frac{n}{N_a^B}}} \approx X_{p0} \sqrt{1 - \frac{n}{N_d^C}} < X_{p0} \end{cases}$$

(abbiamo considerato anche la variazione di carica nella parte di dep. regione della base, che possiamo semplificare trascurandola)

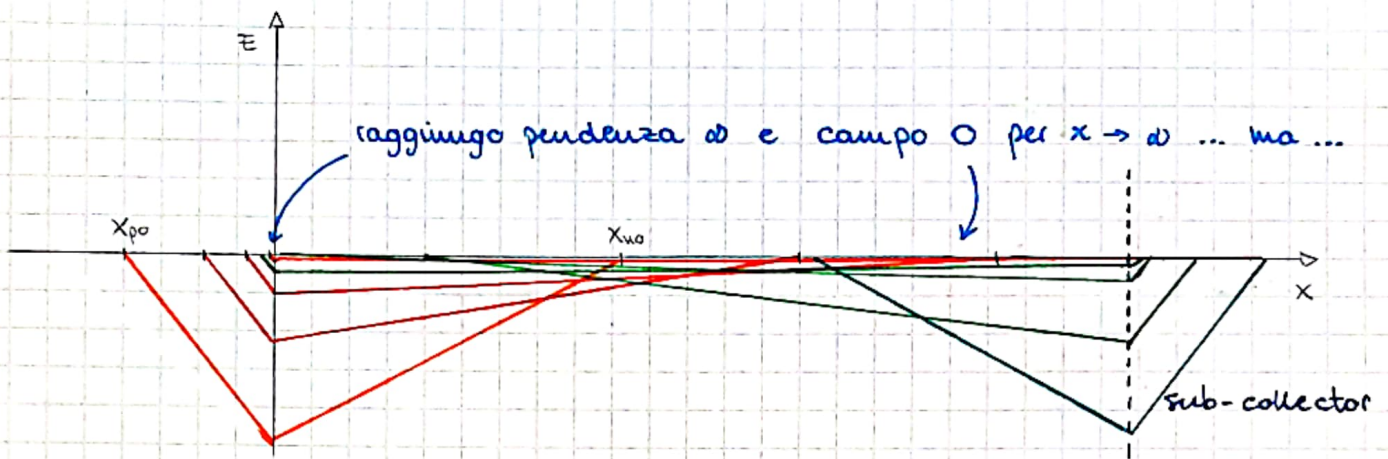
Semberebbe che J_c può continuare ad aumentare fino a che $-x_p \rightarrow 0$ e non ho più dep. reg. nella base ... in realtà questo non è il limite, ma si può andare oltre ... 😊



al limite arrivo al collettore:

la base si allarga moltissimo ...

ecco perché:

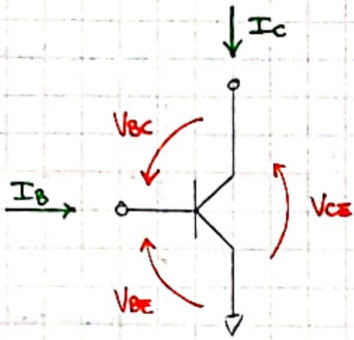


infatti ... continuando ad aumentare n , avrò $n > N_d^c \Rightarrow \frac{q(N_d^c - n)}{\epsilon_i} < 0$
avrò delle cariche negative

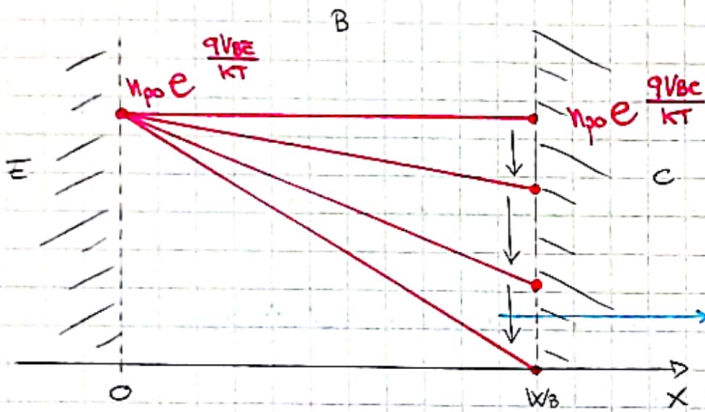
\Rightarrow cambia la pendenza del campo elettrico

\Rightarrow estendo la quasi-neutral base region dentro al collettore fino ad arrivare vicino alla giunzione con il collettore

Consideriamo ora la seguente situazione:

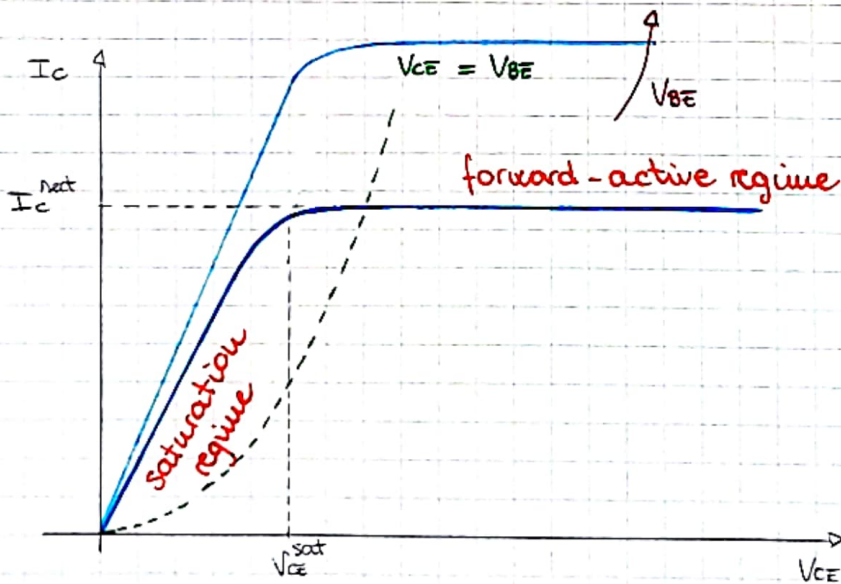


$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$$



quando $V_{BC} \ll V_{BE}$ (almeno di qualche $\frac{kT}{q}$) allora e' trascurabile rispetto a $x=0$ (la n)

otteniamo $I_C(V_{CE})$:

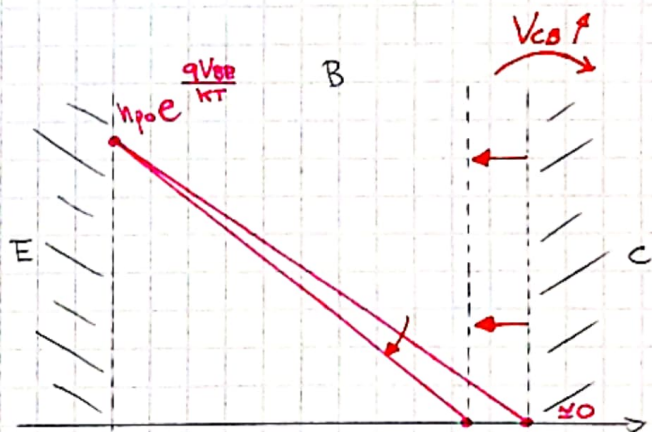


la base e' saturata dai portatori liberi
 e' un regime molto stretto dove non voglio lavorare:
 ho molte coriche e il dispositivo e' lento (a modulo la carica)

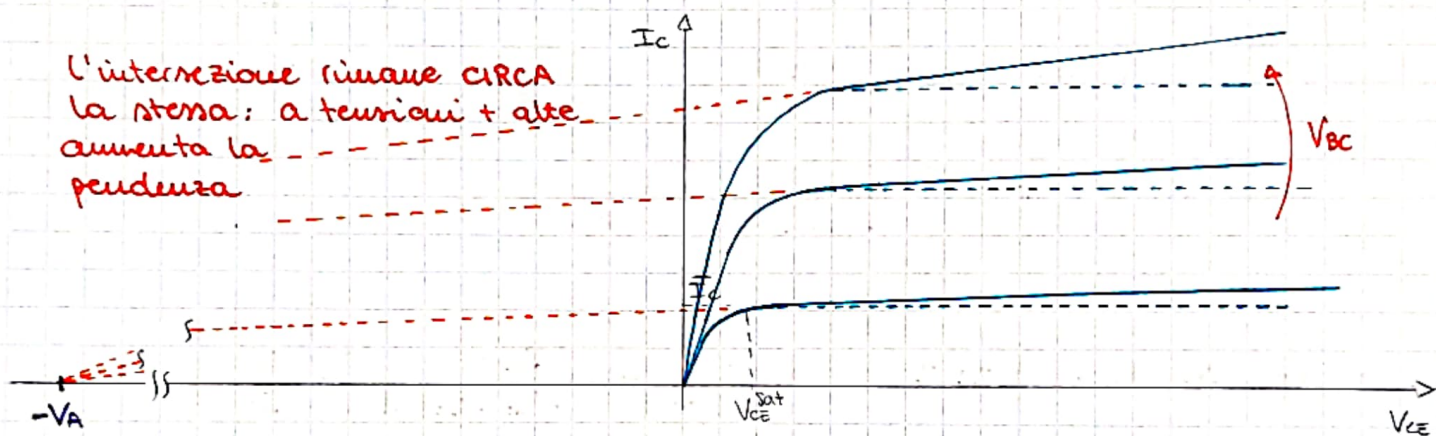
in realtà non è proprio così: ho un effetto che fa sì che la corrente aumenti leggermente in forward-active mode

EARLY EFFECT

aumentando V_{CB} ho che la dep. region della giunzione base-collettore aumenta, quindi la quasi-neutral base region viene rimpicciolita



e quindi l'andamento reale della corrente è il seguente:



l'interazione rimane CIRCA la stessa: a tensioni + alte aumenta la pendenza

↳ tensione di Early: è un parametro che quantifica questo effetto

calcoliamola: $V_A + V_{CE}^{sat} = \frac{I_C}{\frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}}}$ (trasc.)

$$I_C = A_E \frac{q n_i^2 D_n}{N_A^B W_B} e^{\frac{q V_{BE}}{K T}} \Rightarrow \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} = \dots = -\frac{I_C}{W_B} \frac{\partial W_B}{\partial V_{CB}}$$

mi serve la derivata $\frac{\partial W_B}{\partial V_{CB}} = \frac{\partial W_B}{\partial V_{CB}} = \frac{-\partial x_p}{\partial V_{CB}} \frac{q N_A^B Q_{dep}}{q N_A^B} = -\frac{C_{dep}^{BC}}{q N_A^B}$

$$\Rightarrow V_A \approx \frac{I_C}{\frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}}} = \frac{q N_A^B W_B}{C_{dep}^{BC}} \text{ e NO:}$$

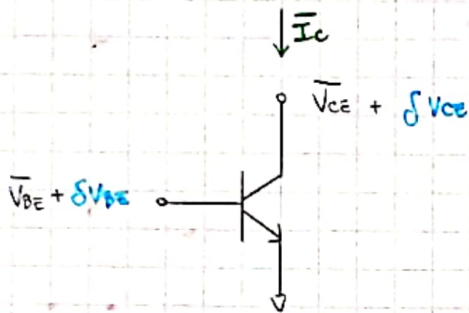
$$V_A = \frac{C_p^B}{C_{dep}^{BC}}$$

esempio: $\begin{cases} W_B = 100 \mu\text{m} \\ N_A^B = 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\ N_D^B = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \end{cases} \Rightarrow V_A \approx 40 \text{ V}$

SMALL SIGNAL MODEL DEL BJT

linearizziamo questo schifoso dispositivo non lineare, variando leggermente le tensioni attorno al punto di lavoro

↓
una per volta



definiamo la cond g_m MUTUAL CONDUCTANCE:

$$g_m = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE} \text{ const}}$$
$$= \frac{I_C}{\frac{kT}{q}}$$

definiamo la **RESISTENZA DI INPUT**

$$r_\pi = \left(\left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{BC} \text{ const}} \right)^{-1} = \frac{\beta}{g_m}$$

e la **RESISTENZA DI OUTPUT**

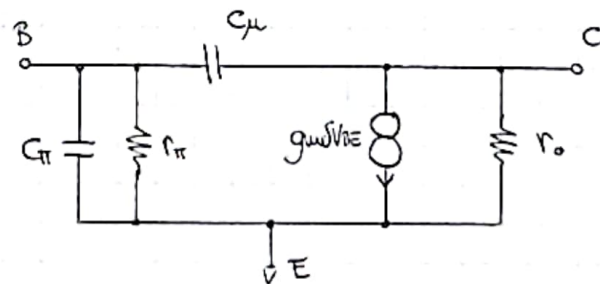
$$r_o = \frac{1}{g_o} = \left(\left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE} \text{ const}} \right)^{-1} = \frac{V_A}{I_C}$$

abbiamo una modulazione delle coriche e cio' richiede una corrente ai contatti che dipende dalla variazione nel tempo della tensione e quindi un effetto capacitivo:

$$C_\pi = C_{dep}^{BE} + C_{diff}$$

$$C_\mu = C_{dep}^{BC}$$

otteniamo un modello:



C_{diff} e' la capacita' che modula le cariche libere (free-charge)

$$Q_{diff} = Q_B + Q_E + Q_{BC} + Q_{BE}$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 qnr-B qnr-E dep.layer-BC dep.layer-BE

• $Q_B = I_c t_b$ extra-charge dei portatori minoritari
 \downarrow \hookrightarrow tempo di transito
 e' la corrente dei portatori minoritari

prototype bjt

$$t_b = \frac{W_B^2}{2D_n}$$

• $Q_E = I_B \tau_p = \frac{I_c}{\beta} \tau_p = I_c t_e$
 \downarrow τ_p
 "durata" delle lacune nella qnr dell'emettitore

• $Q_{BC} = q_n W_d^{BC} A_E = q_n W_d^{BC} \frac{I_c}{q V_{sat}} = I_c \frac{W_d^{BC}}{V_{sat}} = I_c t_{bc}$

• $Q_{BE} = I_c t_{BE}$

\uparrow
 la BE-junc. e' in FORWARD-BIAS \Rightarrow trasporto diffusivo e non di drift.
 non posso dire che $t_{BE} = \frac{W_d^{BE}}{V_{sat}}$!

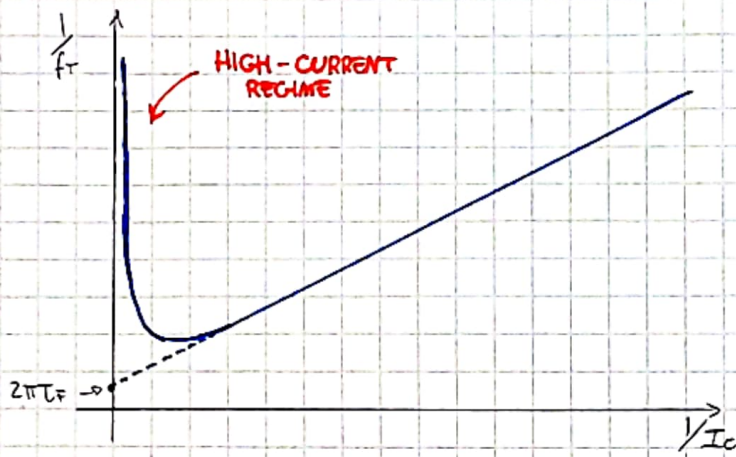
$\Rightarrow Q_{diff} = I_c (t_b + t_e + t_{bc} + t_{BE}) \Rightarrow \boxed{Q_{diff} = I_c T_F}$

T_F : forward transit time

e quindi ottengo: $C_{diff} = \frac{dQ_{diff}}{dV_{BE}} \Big|_{V_{CE} const} = g_m \cdot T_F$

posso ricavare poi la frequenza di taglio $f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{\pi} + C_{\mu})}$

$$\frac{1}{f_T} = \dots = \frac{2\pi (C_{dep}^{BE} + C_{dep}^{BC})}{I_c} \cdot \frac{kT}{q} + 2\pi T_F$$

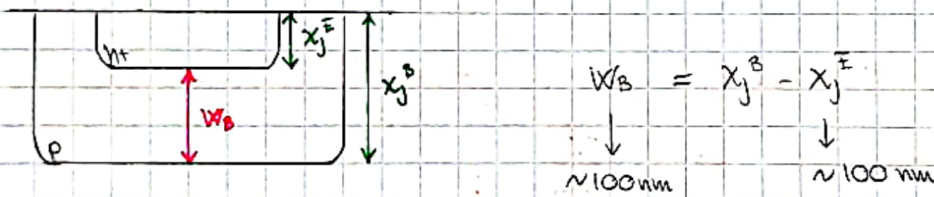


per migliorare la risposta in frequenza devo lavorare ad alte correnti I_C

→ se lavoro ad alte I_C entra in gioco il **Kirk effect** ⇒ W_B aumenta e quindi la f_T diminuisce

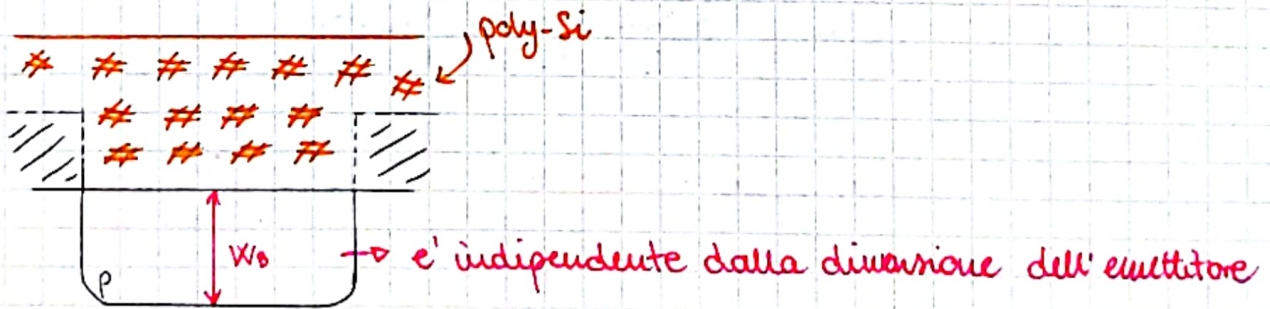
ADVANCED BJTs

se provo a scalare le dimensioni arrivo ad un limite dovuto alla tecnologia



non posso scendere sotto 100 nm perché non riesco a controllare il drogaggio e quindi non riesco a scalare la dimensione verticale

⇒ uso un n^+ poly-Si emitter



⇒ inoltre posso modificare anche altri parametri, come usare SiGe nella base e tanto altro...