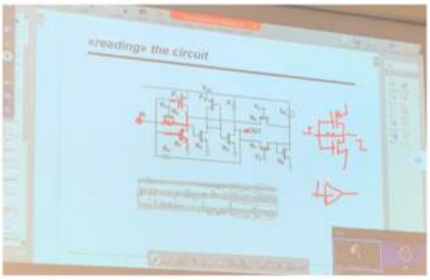
ANALOG DESIGN (Presenza) 13 Settembre 2021

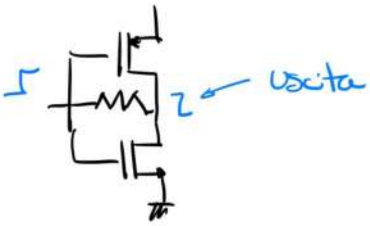
Vogliamo portare il mondo analogico in quello digitale. Filtrare e amplificare il segnale

Facciamo amplificatori ad alto guadagno perché nel feedback ne perdiamo un po'. Usiamo le strutture differenziali per amplificare segnali che non per forza sono lockati a terra (e così togliamo il common mode)

La base dei filtri in pratica è un integratore.



Vediamo che il primo stage è un inverter



NS fa da resistore

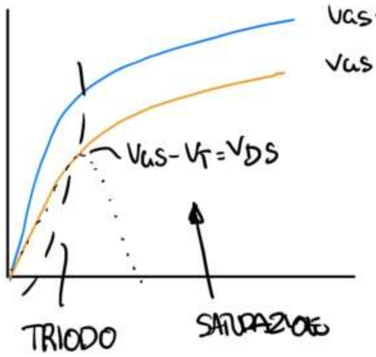
notiamo che P2 è sempre in saturazione (P2 fa da generatore di corrente) abbiamo quindi un common source che inverte il circuito (poi abbiamo uno stage uguale)

Capiamo che la retroazione è negativa (all'input abbiamo una terra virtuale) quindi tutta la corrente va sul ramo di feedback e quindi io so già la tensione d'uscita

$$V_{OUT} = -R_F\, i_{in}$$

Lezione 1: MOSFET OPERATION

Ricordarsi le curve tensione corrente



- IN SAT $I_{DS} = K(V_{GS}-V_T)^2$

  CON $K = \frac{1}{2}\mu C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right) = K'\left(\frac{W}{L}\right)$

- IN TRIODO

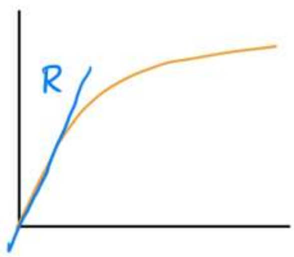
  $$I_{DS} = K[2\underbrace{(V_{GS}-V_T)}_{V_{OV}}V_{DS} - V_{DS}^2]$$

  Quando siamo molto vicini all'origine approssimiamo con una resistenza di valore finito.

Visto che abbiamo il pinch off abbiamo che conseguentemente abbiamo la conduttanza d'uscita g_o e quindi la resistenza d'uscita r_o

La resistenza vicino all'origine (in triodo) è calcolabile come l'opposto della conduttanza

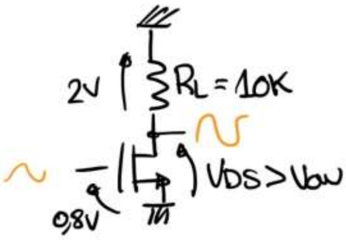
$$\frac{I_{DS}}{V_{DS}} = \frac{1}{R} = K2(V_{GS}-V_T) \quad \text{e quindi} \quad R = \frac{1}{2K(V_{GS}-V_T)}$$



MOS IN SAT

Lo vedo come un generatore di corrente con ai capi la resistenza r_o

Common Source



$V_T = 0{,}6$

$V_{GS} - V_T = 0{,}2$

avere $V_{DS} > V_{ov}$ dipende dalla corrente e della resistenza in pratica io impongo V_{DS} e calcolo la corrente per avere questa caduta

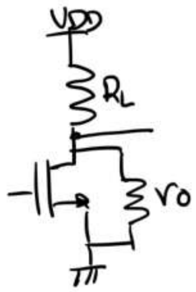
Sappiamo poi che la conduttanza è

$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = 2K'\left(\frac{W}{L}\right)(V_{GS} - V_T) = g_m = 2\sqrt{K I_{DS}} = \frac{2 I_{DS\,SAT}}{V_{ov}}$$

Questo perchè il segnale AC varia il bias del transistor.
Lo swing d'uscita è $\Delta I \cdot R_L$ e noi sappiamo che $i_{ds} = g_m v_{gs}$
quindi

$$V_{OUT} = R_L \cdot g_m v_{gs}$$ (con il meno dato che è un common source ed è invertente)

se abbiamo r_o la faccenda cambia marginalmente



Consideriamo $R_L // r_o$ che è la resistenza d'uscita, che poi usiamo nel guadagno.

Visto che accade questo abbiamo che il transistor in sé da un limite massimo al guadagno.
Se aumento R_L a stecca non mi cresce il guadagno più.

FUN FACT: più faccio i mos piccoli più il guadagno cala

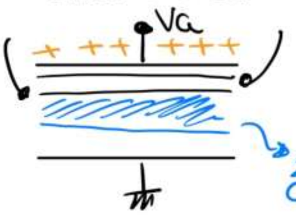
FIGURE DI MERITO DEL TRANSISTOR

- Transconduttanza g_m
- Massimo guadagno $\mu = g_m r_o$
- Banda BW

CHARGE SHEET MODEL

Ci serve per sapere come migliorare il maximum gain

- STRUTTURA DEL MOS

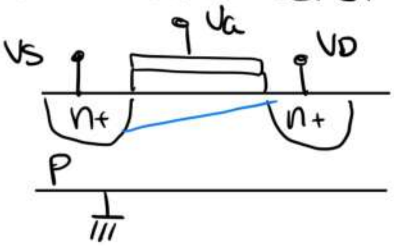


zona svuotata
con layer conduttivo fatto da elettroni

La carica che abbiamo all'interfaccia segue le leggi degli elettroni
sotto V_T la carica è praticamente ∅, dopo abbiamo

$$Q_n = C'_{ox}(V_G - V_T)$$

• STRUTTURA DEL MOSFET



$$dV_C = I_{DS} \cdot dR = I_{DS} \cdot \frac{dx}{q \mu n \Delta W}$$

abbiamo dR perché è un resistore controllato.

14.09.2021 Lezione 2

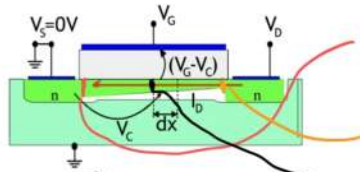
Prossimo lunedì pomeriggio lezione aggiuntiva su analogica triennale.
Venerdì pomeriggio dalle 14 è in ufficio.

Quando superiamo la tensione di threshold noi aggiungiamo abbastanza elettroni nel condensatore mos tale che abbiamo la zona conduttiva.
Quindi noi approssimiamo con ∅ carica prima della threshold e poi con una retta (ricordiamo $Q \simeq C_{ox}(V_G - V_T)$)

La conduttività del canale non è uguale ovunque ma al contrario varia e dipende da $V_{GS}-V_T$ e $V_{DG}-V_T$ (+ alta è la tensione maggiore è il canale)
Dato che la resistenza non è costante noi facciamo la legge di Ohm differenziale

$$dV_C = I_{DS} \cdot dR = I_{DS} \cdot \frac{dx}{q \mu n \Delta W}$$

dove n è la carica sul volume, ΔW è la profondità del canale e dx la lunghezza.
Unendo questi valori (q, n, ΔW) otteniamo la Q_n' = carica per unit area



$Q_n'(0) = C_{ox}'(V_G - V_T)$

$Q_n'(L) = C_{ox}'(V_G - V_D - V_T)$

$$I_{DS} \cdot dR = I_{DS} \cdot \frac{dx}{\mu Q_n' W}$$

$Q_n'(x) = C_{ox}'(V_G - V_C(x) - V_T)$

$$Q_n' \approx C_{ox}' \cdot [V_G - V_C(x) - V_T]$$

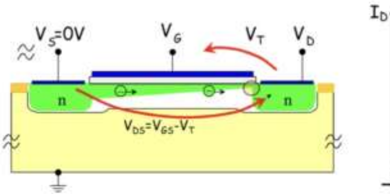
mettiamo la formula calcolata della carica al posto di Q_n' nella legge di Ohm
Otteniamo un equazione differenziale

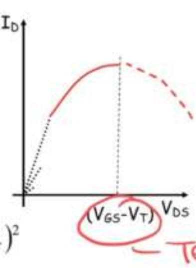
$$dV_C = I_{DS} \cdot dR = I_{DS} \cdot \frac{dx}{\mu W C_{ox}' [V_G - V_C - V_T]} \quad \text{OTTENIAMO} \rightarrow \quad \mu C_{ox}' \int_0^{V_{DS}} [V_G - V_T - V_C]\, dV_C = \frac{I_{DS}}{W} \cdot \int_0^L dx$$

L'integrale viene

$$\mu C_{ox}' \left[(V_G - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] = I_{DS} \frac{L}{W} \quad \text{ecc...}$$

Questa formula arriva dalla approssimazione che sotto soglia non abbiamo elettroni liberi. (nella realtà non è così, più nello specifico nel caso del pinch off)



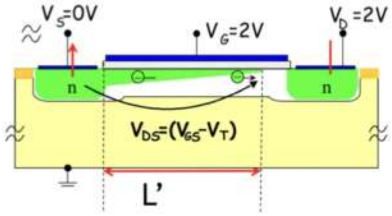


$$I_{DS,max} = k(V_{GS} - V_T)^2$$

Usando solo questa espressione diremmo che dopo la tensione di pinch off la corrente calerebbe (cosa non vera)

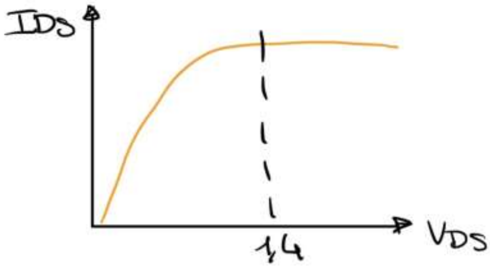
(Questo perché non ho carica sull'interfaccia lato drain)

Dobbiamo dunque studiare questa nuova zona:



← Bias dopo il pinch off

Per un motivo fisico sicuro scorre corrente. Perché il drain è tensione maggiore del source



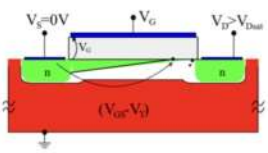
$$\mu C_{ox} \int_0^{V_{GS}-V_T} (V_{GS}-V_C-V_T)dV_C = \frac{I_{DS}}{W}\int_0^{L'} dx$$

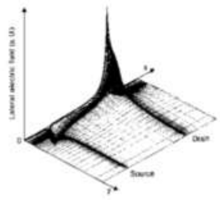
$$I_{DS} = \frac{1}{2}\mu C_{ox}\frac{W}{L'}(V_{GS}-V_T)^2$$

Per le nostre assunzioni sappiamo che

$Q_n' = C_{ox}' [V_G - V_C(x) - V_T]$ e dopo il pinch off questa non funziona

Allora dividiamo in 2 zone, prima e dopo il pinch off
In realtà a noi non ci interessa sapere cosa succede dopo il pinch off perché sappiamo che la caduta nel canale è $V_{GS}-V_T$ e allora ricavo la corrente
Integriamo l'equazione di prima tra ∅ e $V_{GS}-V_T$.
Ma attenzione dall'altra parte dell'uguale non sappiamo la lunghezza del canale (per colpa del pinch off, allora mettiamo la lunghezza $L'<L$)
ma detto che nella formula della corrente so che L è al denominatore allora se L' diminuisce allora la corrente aumenta.





$I_D \approx n \downarrow \cdot v \uparrow$ $\quad F \approx (V_{DS} - V_{DS}^{sat})/d \quad$ $\boxed{L' \approx L}$

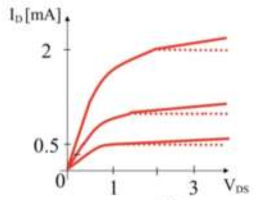
noi sappiamo che la corrente è proporzionale al prodotto densità di carica e velocità.
Sappiamo che la densità cala e allora la velocità deve aumentare.
Se la velocità aumenta allora il campo elettrico aumenta a sua volta.

Se consideriamo la zona del pinch off abbiamo densità di elettroni molto bassa e allora il campo elettrico aumenta a stecca. Questo campo elettrico si può calcolare come

$$\frac{\Delta V}{d} = \frac{V_{DS} - V_{DS}^{SAT}}{L - L'}$$

capiamo che la r_o dipende dalla lunghezza del canale

Ora possiamo scrivere che L' dipende da VDS allora possiamo fare un espansione di taylor



$$L' \approx L + \left.\frac{dL'}{dV_{DS}}\right|_{V_{DS}^{sat}} (V_{DS} - V_{DS}^{sat}) = L[1 - \lambda(V_{DS} - V_{DS}^{sat})]$$

possiamo scrivere

$$L'(V_{DS}) = L'(V_{DS}^{SAT}) + \left.\frac{\partial L'}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{DS}=V_{DS}^{SAT}} (V_{DS} - V_{DS}^{SAT}) + \dots$$

$$I_{DS} = k'\frac{W}{L'}(V_{GS}-V_T)^2 = k'\frac{W}{L[1-\lambda(V_{DS}-V_{DS}^{sat})]}(V_{GS}-V_T)^2 =$$

$$\boxed{= k'\frac{W}{L}(V_{GS}-V_T)^2[1+\lambda(V_{DS}-V_{DS}^{sat})]}$$

consideriamo solo il primo ordine

visto che la lunghezza cala allora noi chiamiamo $\frac{\partial L'}{\partial V_{DS}} = \lambda$ e ci mettiamo il meno.

otteniamo che

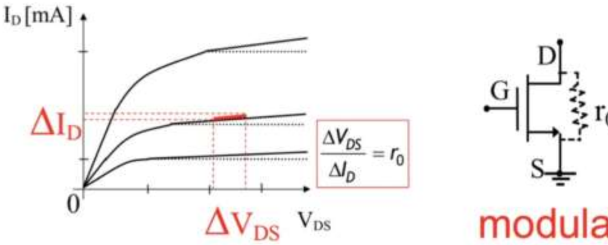
$$L' = L[1 - \lambda(V_{DS} - V_{DS}^{SAT})]$$

quando λ è ∅ ottengo solo L

e rimetto questa formula in quella della corrente

Dato che abbiamo una forma del tipo $\frac{1}{1-x}$ se x piccola possiamo fare taylor e espanderla a $1+x$
e otteniamo l'equazione finale

Ricordare che $\lambda = \frac{1}{L}\left|\frac{\partial L'}{\partial V_{DS}}\right|_{V_{DS}=V_{DS}^{SAT}} = \frac{1}{V_A} = \frac{1}{\alpha L}$ ← Tensione di modulazione del mos.



modulation voltage

Dato che la curva non è piatta abbiamo una resistenza (o conduttanza)

$$g_o = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \lambda I_{DS}^{SAT} = \frac{I_{DS}^{SAT}}{V_A} = \frac{I_{DS}^{SAT}}{\alpha L}$$

Dipende dalla lunghezza del canale

$$I_{DS} = I_{DS,sat}[1 + \lambda(V_{DS} - V_{DS,sat})]$$

$$r_0 = \frac{dV_{DS}}{dI_{DS}} = \frac{1}{\frac{dI_{DS}}{dV_{DS}}} = \frac{1}{\lambda I_{DS,sat}} = \frac{1}{\left|\frac{dL'}{dV_{DS}}\right|}\frac{L}{I_{DS,sat}} = \frac{\alpha L}{I_{DS,sat}}$$

$$\boxed{r_o = \frac{1}{g_o}}$$

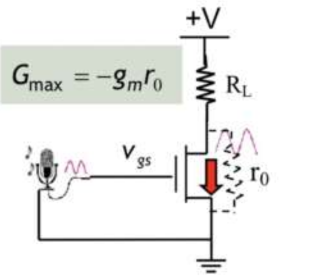
noi usiamo MOS a 0,35µm e la tensione di modulazione è 7V
Questa ro limita il guadagno.

Sappiamo che (il max gain è:)

$$\mu = \frac{2 I_{DS}}{V_{ov}} \cdot \frac{V_A}{I_{DS}} = \frac{2 V_A}{V_{ov}}$$

Se usiamo $L_o = 0{,}35\,\mu m \rightarrow V_A = 0{,}7$ e $V_{ov} = 0{,}1$, allora $\mu = 140$

IMPORTANTE: Notiamo che il gain della formula μ non dipende dalla corrente e anzi se V_{ov} va a ∅ il gain va a $+\infty$. C'è un problema!



Tecnologia	Gmax
0,5µm	150
0.35µm	110
0.25µm	80
0,18µm	60
0.13µm	40
90nm	30
65nm	20

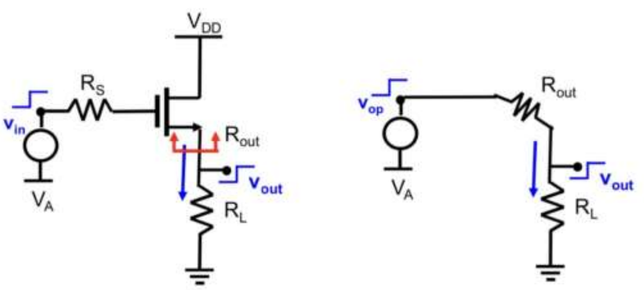
← notiamo che a parità di $V_{GS}-V_T$ la Gmax cala al calare delle dimensioni.

$$G \rightarrow g_m r_0 = \frac{2 I_{DS,sat}}{(V_{GS} - V_T)} \cdot \frac{\alpha L}{I_{DS,sat}} = \frac{\alpha L}{(V_{GS} - V_T)}$$

Independent of current

Calcolare il guadagno nelle configurazioni mos

Follower – Thevenin equivalent



Prima calcoliamo la resistenza vista dall'out
Poi calcoliamo l'uscita con il carico ∞
$i = g_m v_{GS}$
ma S è flottante allora $i = ∅$ e quindi non passa corrente allora in uscita ho esattamente VS

$$V_{OUT} = V_{IN}$$

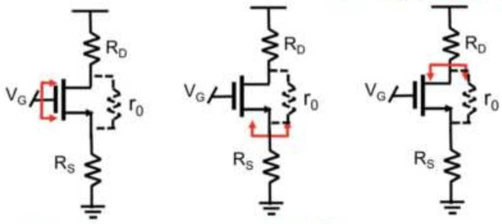
Se abbiamo un ro la formula cambia

Resistance values – real case

Queste sono le resistenze viste da source gate e drain.

$R = r_0 + R_S(1 + g_m r_0)$

se $R_S \gg r_0 \Rightarrow R_S \cdot \mu$ ← max gain



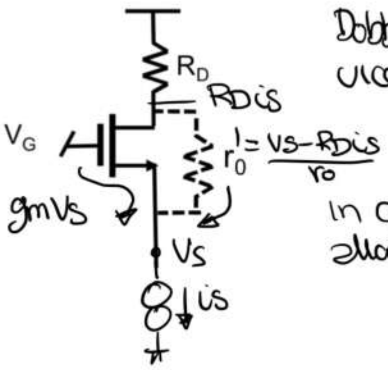
$R = \infty$

$R = \dfrac{r_0 + R_D}{1 + g_m r_0}$

se $r_0 \to \infty \Rightarrow \dfrac{1}{g_m}$

Se $R_D \gg r_0 \Rightarrow \dfrac{R_D}{\mu}$ ← Max gain

resistenza vista dal source



Dobbiamo attaccare un gen di corrente e calcolare la tensione o viceversa.

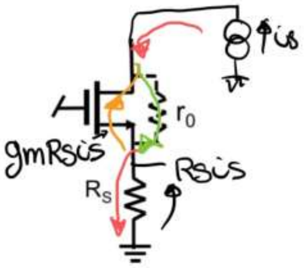
$$\frac{V_S}{i_S} = R$$

In questo caso conviene usare il gen di corrente allora

$$i_S = g_m v_S + \frac{v_S - R_D i_S}{r_0}$$

$$\Rightarrow \frac{v_S}{i_S} = \frac{g_m + \frac{1}{r_0}}{1 + \frac{R_D}{r_0}} = \frac{r_0 + R_D}{1 + g_m r_0}$$

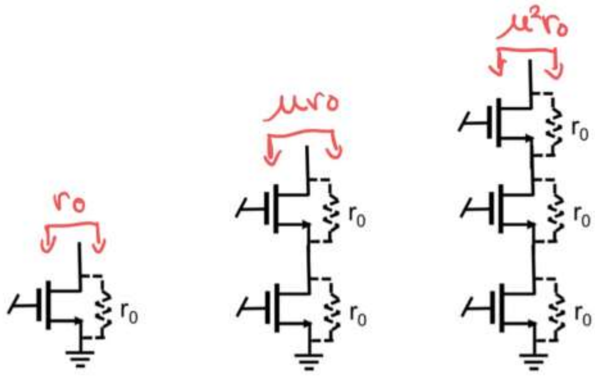
Resistenza vista dal Drain



$$i_S + g_m R_S i_S = \frac{V_S - R_S i_S}{r_0}$$

$$\frac{V_S}{i_S} = r_0(1 + g_m R_S) + R_S$$

Cascoded Mirror



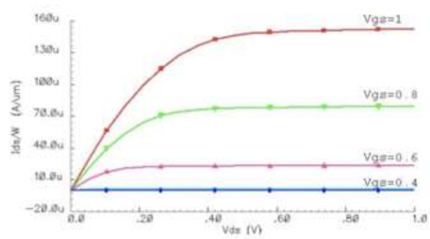
impilare mos è un modo per aumentare la resistenza d'uscita

Svantaggi:

numero di transistor e maggiore tensione per tenerli tutti in sat

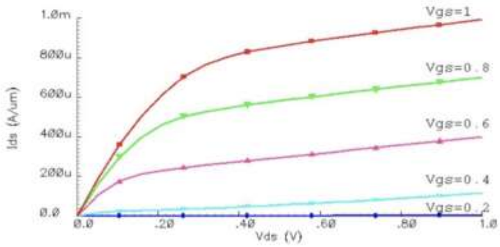
20/09/2021 2h

$\lambda = \frac{1}{V_A}$ dipende dalla channel lenght quindi in base all'L che scegliamo abbiamo un valore diverso.
quindi anche r_o dipende dalla channel lenght.



L=0.5µm

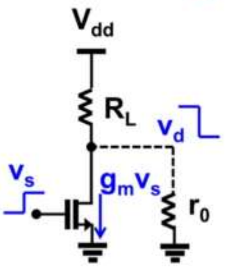
(praticamente ideale)



L=65nm

(si vede bene che I non è costante)

Maximum gain



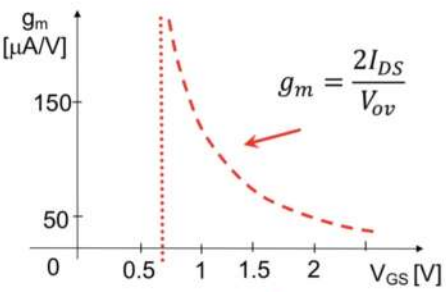
$$G = -g_m R_{out}$$

$$R_{out} = R_L \| r_0 \rightarrow r_0 \qquad g_m = \frac{2I_{DS}}{V_{ov}}$$

Notiamo che per G_{MAX} possiamo cancellare la dipendenza della corrente. Potremmo usare correnti piccolissime allora (MHH!?) in più se V_{ov} tende a ∅ allora G_{MAX} tende a $+\infty$

$$G_{MAX} = -g_m r_0 = -\frac{2I_{DS}}{V_{ov}} \cdot \frac{V_A}{I_{DS}} = -\frac{2V_A}{V_{ov}}$$

Questi fatti impossibili derivano da approssimazioni



$$g_m = \frac{2I_{DS}}{V_{ov}}$$

Settiamo la corrente e il bias point del nostro MOS e poi penso di ridurre V_{ov} (mantenendo la corrente costante)

$$I_{DS} = K\left(\frac{W}{L}\right)(V_{ov})^2$$

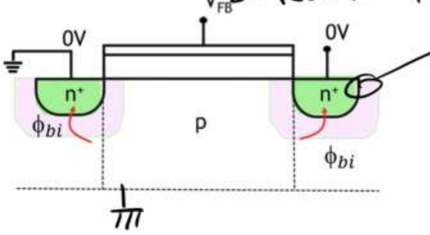
allora se V_{ov} si riduce W/L deve aumentare

$V_{ov}\downarrow \quad W/L\uparrow$

Analizziamo cosa succede al transistor vicino alla threashold

Supponiamo di essere sotto V_T. Studiamo la zona di flat band (Gate a una tensione e Source e Drain a massa)

V_{FB} ← forse qui è ∅



Potenziale di built-in $\phi_{Bi} = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$

gli elettroni che sono nelle sacche n+ devono superare il potenziale di built-in per entrare nella zona p.
Quindi ci aspettiamo che gli elettroni vedano una barriera di potenziale prima di entrare in zona p (la zona p ha energia maggiore rispetto a quella della sacca n+)

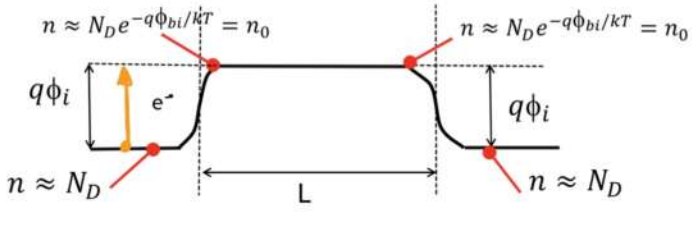


Grafico che evidenzia l'andamento del potenziale

Quanti sono gli elettroni che possono passare la barriera di potenziale (calcolo di boltzmann)

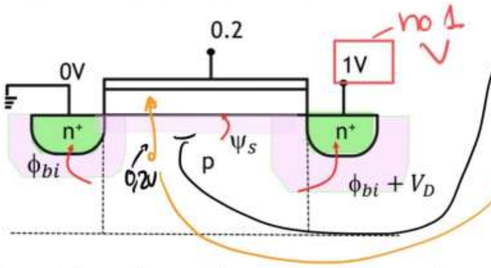
$$N_D e^{-\frac{q\phi_{bi}}{kT}} = n° \text{ elettroni che passano}$$

ricordiamo che $\phi_{bi} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$, allora posso scrivere

$$n° \text{ elettroni} = N_D e^{-\frac{q}{kT}\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_A N_B}{n_i^2}\right)}$$

$$= N_D e^{-\ln\left(\frac{N_A N_B}{n_i^2}\right)} = \frac{N_D n_i^2}{N_D N_A} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

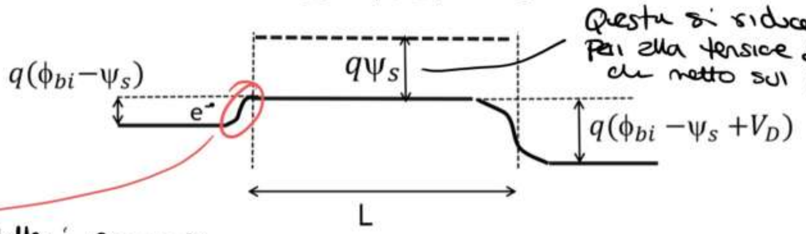
Cosa succede se aumento ancora la tensione di gate (sempre sotto V_t)



ho della carica negativa qua attorno

Abbiamo una caduta di potenziale qui

Perciò l'andamento di tensione è



Questa si riduce di eV pari alla tensione di gate che metto sul mos

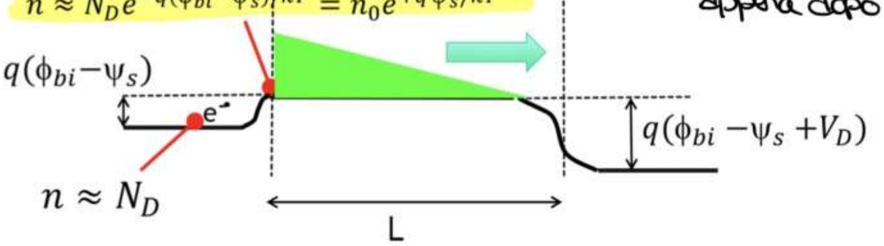
La ddp tra drain e zona p viene ridotta perché ho cambiato la tensione di source

La barriera si riduce così molti più elettroni possono riuscire a passare

Quale sarà la densità di elettroni dopo la barriera di potenziale?

$$n \approx N_D e^{-q(\phi_{bi}-\psi_s)/kT} = n_0 e^{+q\psi_s/kT}$$

Formula molto importante, numero di elettroni appena dopo la barriera di potenziale.



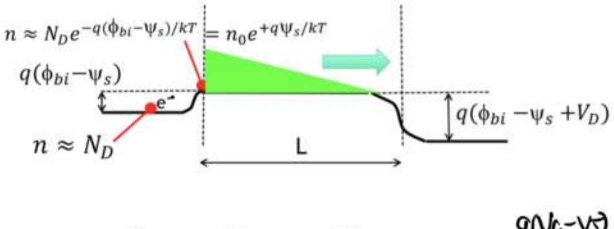
Il potenziale di barriera del drain è maggiore rispetto a quello del source perché ho 1 volt ai capi quindi il potenziale di barriera sarà >1eV rispetto a quello del source

Noi diremmo che il transistor è off ma abbiamo comunque molti elettroni nel canale e abbiamo anche una densità triangolare di elettroni, allora dovuti all'agitazione termica abbiamo una corrente che dal source va verso il drain (per diffusione) (dato che sono messi in modo triangolare)

Abbiamo dunque una corrente di diffusione

$$J = q D_n \frac{n(0)}{L}$$

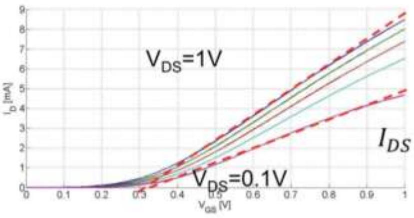
e dato che $n(0)$ n° elettroni in $x=0$ dipende esponenzialmente dalla tensione di superficie.



Io è la corrente che scorre nel device quando l'esponenziale è elevato alla ø

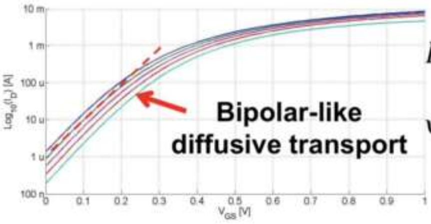
per come l'abbiamo definita Io è la corrente che scorre nel mos sulla threashold

$$I_{DS} \approx \frac{qD_n}{L} n_0 e^{+\frac{q\psi_s}{kT}} = I_0 e^{+\frac{q\psi_s}{kT}} \sim I_0 e^{\frac{q(V_G-V_T)}{kTn}}$$



$$I_{DS} \approx k(V_{GS}-V_T)V_{DS}$$

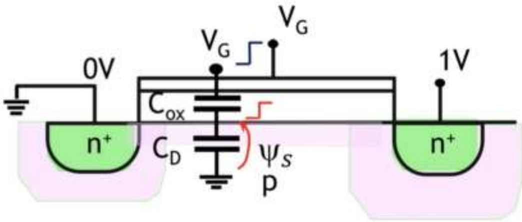
Noi ci aspetteremmo un comportamento esponenziale ma notiamo che sotto V_T la corrente ha comportamento esponenziale

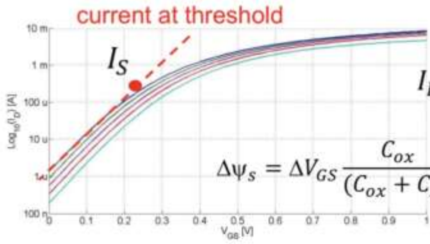


$$I_{DS} = I_0 e^{+\frac{q\psi_s}{kT}}$$

$$\psi_s \doteq (V_G - V_T)$$

Se variamo la tensione V_G quanto varia ψ_S? In realtà è facile perché posso vedere il gate come 2 condensatori, perciò trovo ψ_S facendo un partitore capacitivo.



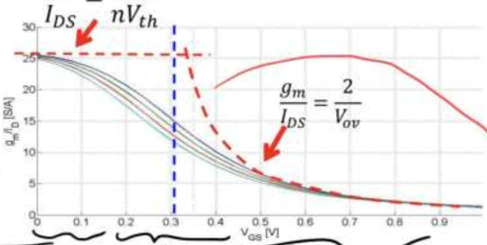


$$I_{DS} = I_S e^{+\frac{q(V_G-V_T)}{nkT}}$$

$$\Delta\psi_s = \Delta V_{GS}\frac{C_{ox}}{(C_{ox}+C_D)} = \frac{\Delta V_{GS}}{(1+C_D/C_{ox})} = \frac{\Delta V_{GS}}{n}$$

Con questa nuova formula reale della corrente potremo ricalcolare gm

$$\frac{g_m}{I_{DS}} = \frac{1}{nV_{th}}$$



$$I_{DS} = I_S e^{\frac{q(V_G-V_T)}{nkT}}$$

Capiamo che dopo V_T $g_m = \frac{2I_{DS}}{V_{ov}}$

Artefatto della nostra approssimazione

$$g_m = \frac{dI_{DS}}{dV_{GS}} = \frac{q}{mkT}I_S e^{\frac{q(V_G-V_T)}{nkT}} = \frac{I_{DS}}{nV_{th}}$$

Weak inversion regime

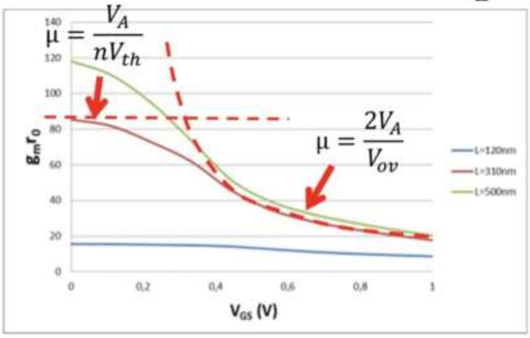
Moderate inversion regime (noi lavoriamo circa qui)

strong inversion

A bassissime V_{GS} gm è praticamente una retta. Per V_{GS} vicine a V_T allora gm è nel mezzo.

Noi lavoriamo in Moderate inversion regime ma qui non possiamo usare la gm solita perché siamo nel mezzo.

Asintoticamente i maximum gain nelle 2 regioni di funzionamento opposte sono



Dove vediamo che il massimo guadagno è dato da quello della weak inversion regime cioè:

$$\mu = g_m r_0 = \frac{I_{DS}}{nV_{th}} \cdot \frac{V_A}{I_{DS}} = \frac{V_A}{nV_{th}}$$

does not diverge anymore

Nella zona di Moderate inversion regime dobbiamo calcolare la giusta gm.

$$g_m = \frac{I_{DS}}{nV_{th}} \cdot \frac{2}{1+\sqrt{1+4\,IC}}$$ ← gm in zona di Moderate inversion con fattore correttivo.

$$IC = \frac{I_{DS}}{I_S} = \frac{I_{DS}}{4nk'(W/L)V_{th}^2}$$ ← è il rapporto tra corrente a cui uso il mos fratto la corrente che ho sulla threshold.

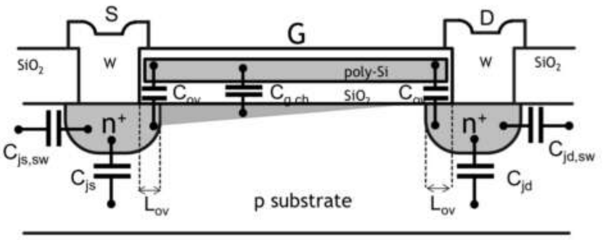
Taxonomy	Bias range
Weak inversion	$V_{GS} \leq V_T - 0.1V$
Moderate inversion	$V_T - 0.1V < V_{GS} < V_T + 0.1V$
Strong inversion	$V_{GS} \geq V_T + 0.1V$

Moderate inversion ← Usiamo quelle leggermente modificate

Strong inversion ← Usiamo le formule classiche

Banda dei transistor MOS

Per calcolare la banda del mos dobbiamo considerare tutte le capacità



Per noi valori tipici sono

$C'_{ox} \approx 5\ fF/\mu m$

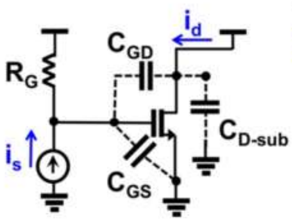
$C_{ov} \approx 0.01\ fF/\mu m$

$C_{js} + C_{js,sw} \approx 0.1\ fF/\mu m$

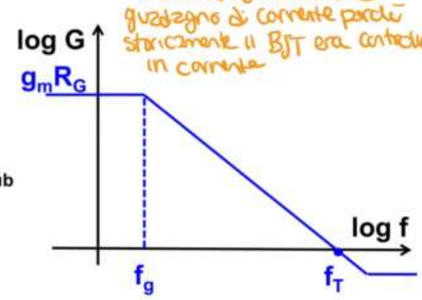
Capacitance	Ohmic	Saturation
C_{gs}	$C_{ov} + (1/2)C'_{ox}WL$	$C_{ov} + (2/3)C'_{ox}WL$
C_{gd}	$C_{ov} + (1/2)C'_{ox}WL$	C_{ov}
C_{sb}	$C_{js} + C_{js,sw}$	$C_{js} + C_{js,sw}$
C_{db}	$C_{jd} + C_{jd,sw}$	$C_{jd} + C_{jd,sw}$

Capacitance	Ohmic	Saturation
C_{gs}	$C_{ov} + (1/2)C'_{ox}WL$	$C_{ov} + (2/3)C'_{ox}WL$
C_{gd}	$C_{ov} + (1/2)C'_{ox}WL$	C_{ov}
C_{sb}	$C_{js} + C_{js,sw}$	$C_{js} + C_{js,sw}$
C_{db}	$C_{jd} + C_{jd,sw}$	$C_{jd} + C_{jd,sw}$

Banda



Lo scriviamo in forma di guadagno di corrente perché storicamente il BJT era controllato in corrente



Noi siamo interessati al guadagno di corrente.
Quanti poli abbiamo in questo circuito?
Abbiamo 3 condensatori ma sono interagenti quindi solo un polo.
C_{GD} e C_{GS} sono praticamente in parallelo e moltiplico la capacità per la resistenza vista ai terminali

$$f_g = \frac{1}{2\pi R_G (C_{GS} + C_{GD})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{GS} + C_{GD})}}$$

Frequenza di cut-off (frequenza fin dove abbiamo G=1) la troviamo con il prodotto guadagno banda

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{GS} + C_{GD})} \approx \frac{g_m}{2\pi C_{ox}} = \frac{2K' \frac{W}{L} V_{ov}}{2\pi C_{ox}' \frac{W}{L}}$$

$2K' = \frac{1}{2} 2 \mu C_{ox}'$

$$= \frac{\mu C'_{ox} \cdot W/L \cdot V_{ov}}{2\pi C'_{ox} W L} = \frac{\mu \cdot V_{ov}}{2\pi L^2} = \frac{\mu \cdot \overline{F}}{2\pi L} = \frac{1}{2\pi t_{TR}}$$

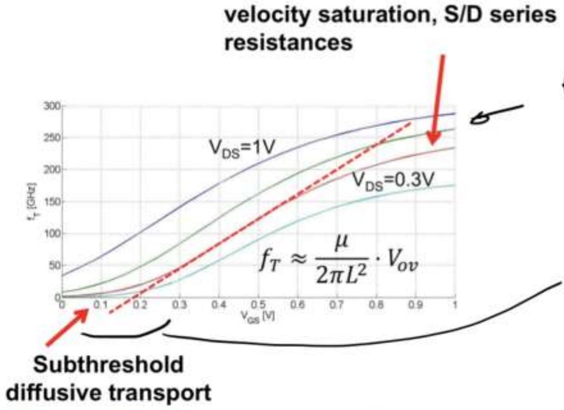
Campo elettrico medio

il campo elettrico medio per la mobilità mi da la velocità media la quale divisa per L mi da il tempo di attraversamento

Capiamo che la cutoff frequency migliora + riduciamo la lunghezza del transistor (tipo in pinch off).

21/09/2021 2h

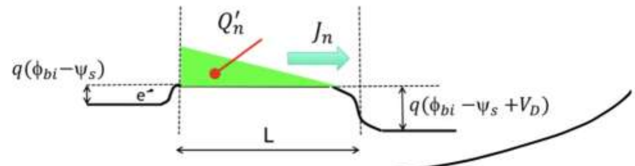
Dipendenza di f_T da VDS - VGS



Ad alte frequenze ho una saturazione della velocità

Qui si riduce perchè in pratica il canale va rimpicciolendosi

Transient time in weak inversion



è l'area del triangolo verde che mi dà la carica

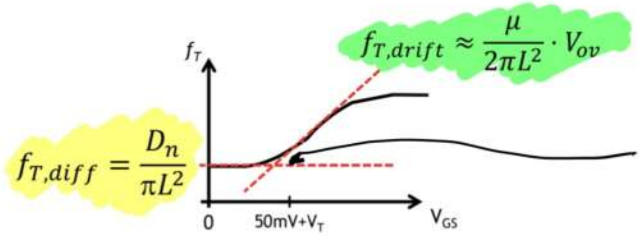
$$t_{TR} = \frac{Q'_n}{J_n} = \frac{q\,n(0)\,L}{2}\,\frac{1}{qD_n n(0)/L} = \frac{L^2}{2D_n}$$

Questa è la densità di corrente? [Dn, costante di diffusione]

$$f_{Tdiff} = \frac{1}{2\pi t_{TR}} = \frac{D_n}{\pi L^2}$$ **Independent of V_{DS}**

in weak inversion non vale più la formula vista ieri ma questa (che è indipendente da VDS)

Se plottiamo l'andamento di f_T in funzione di VGS otteniamo



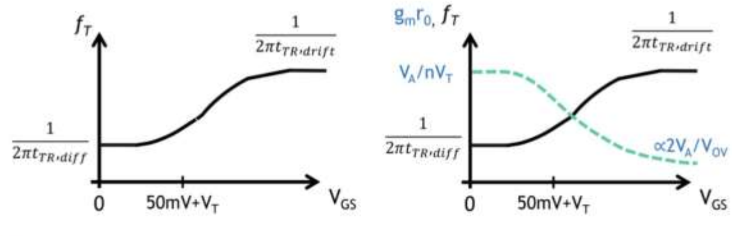
Cerchiamo ora di capire a che valore di VGS ottengo il cross over tra gli andamenti asintotici dei 2 valori di f_T

Questi sono i conti e otteniamo

$$f_{T,diff} = \frac{1}{2\pi t_{TR}} = \frac{D_n}{\pi L^2} = \frac{\mu V_{ov}}{2\pi L^2} = f_{T,drift}$$

$$V_{ov} = \frac{2D_n}{\mu} = 2V_{th}$$

Capiamo dunque che abbiamo un tradeoff tra il guadagno e la banda



Se vogliamo un gain grande dobbiamo andare in weak inversion ma così perdiamo in banda

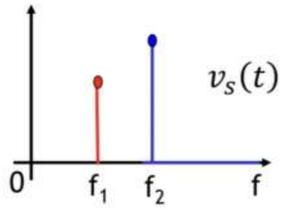
RUMORE

è dovuto all'agitazione termica degli elettroni nei device
Non possiamo sapere la giusta ampiezza del rumore perchè è un processo statistico, ne possiamo considerare solo la varianza. Allora l'SNR è ampiezza su σ

il rumore setta il numero di "quanti" massimi che ha senso prendere come informazione

Molte volte il rumore può avere distribuzione gaussiana

IN FREQUENZA SI HA CHE



$$v_s(t) = A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t + \phi)$$

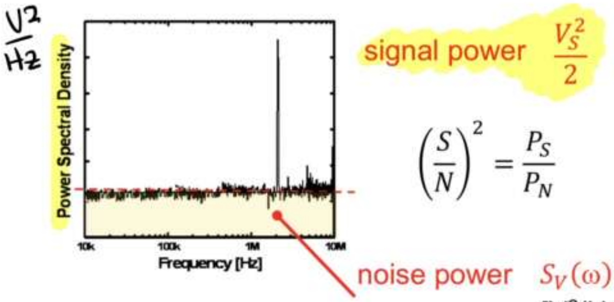
$v_s^2 = A^2\sin^2(\omega_1 t) + B^2\sin^2(\omega_2 t + \varphi) + 2AB\sin(\omega_1 t)\sin(\omega_2 t + \varphi_1)$

$$< v_s^2\,(t) > = [A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t + \phi)]^2$$

$$< v_s^2\,(t) > = \frac{A^2}{2} + \frac{B^2}{2}$$

Power is additive

Vediamo che la potenza del quadrato è data dalla somma del quadrato delle 2 armoniche diviso 2.



$\frac{V_S^2}{2}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{P_S}{P_N}$$

$S_V(\omega)\cdot BW$ [V²/Hz]

$$< n^2(t) > = \int_0^{BW} S_V(\omega)\,df = \sigma^2$$

In pratica questo ci dice che la potenza del rumore è data dalla somma di tutte le componenti delle armoniche, perciò per calcolare la potenza del rumore possiamo calcolare l'integrale l'integrale dello spettro sulla banda.

Capiamo che a noi ci interessa principalmente la varianza σ del rumore

e quindi anche

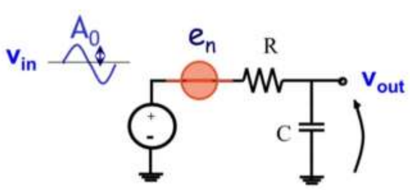
$$\sigma = \sqrt{\int S_V(\omega)\,df}$$

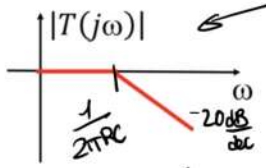
Come consideriamo il rumore nei circuiti? Come un piccolo segnale. Tipicamente usiamo generatori con valori di tensione o corrente al quadrato.
In particolare

$$e_n^2 = S_V(\omega)\,\Delta f$$ è il range di tensioni (banda) in cui siamo interessati

il rumore termico può essere calcolato mettendo in serie questo generatore e una resistenza

Esempio di rumore su una resistenza





Dato che la rete RC fa da passabasso

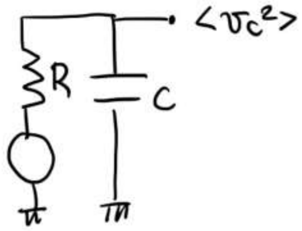
$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{A_0^2/2}{\int_0^{+\infty} S_V(\omega)|T(j\omega)|^2 df}$$

Questo è ovvio è la potenza del segnale

Rumore nei resistori

Boltzmann si è accorto che il circuito è un circuito termodinamico dove il resistore può fare storage di energia



in questo circuito l'energia è legata unicamente alla tensione ai capi del condensatore.
Boltzmann dice che

$$\frac{1}{2} C \langle v_c^2 \rangle = \frac{KT}{2} \qquad \text{perciò} \quad \langle v_c^2 \rangle = \frac{KT}{C}$$

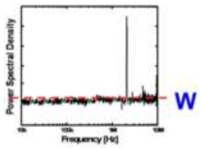
Perciò velocemente possiamo dire che il segnale rumore è

$$SNR = \frac{A_0^2/2}{KT/C}$$

← non abbiamo avuto bisogno di calcolare l'integrale

Thermal noise PSD

$$\int_0^{+\infty} S_V(\omega) |T(j\omega)|^2 df = \frac{kT}{C}$$



Da come è fatto il rumore molti picchi allora possiamo considerare lo spettro costante (bianco) [Fourier di tanti delta = costante], allora lo chiamo W e lo tiro fuori dall'integrale

$$= W \int_0^{+\infty} |T(j\omega)|^2 df = W \int_0^{+\infty} \frac{df}{1+\omega^2 R^2 C^2} = W \cdot \frac{1}{4RC}$$

$$W = 4kTR$$

voltage noise PSD
[V^2/Hz]

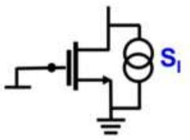
Se vogliamo lo spettro di corrente:

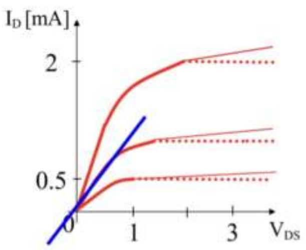
$$i = \frac{V}{R} \rightarrow S_I = \frac{S_V}{R^2} = \frac{4KT}{R}$$

← xè potenza

Rumore termico nei MOSFET (in triodo)

ohmic





Vediamo il mos come una resistenza, in particolare studiamo la resistenza di channel.

Noi conosciamo la curva ID/VDS e sappiamo che

$$I_{DS} = K[2(V_{GS}-V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

← VICINO ALL'ORIGINE QUESTO È ∅

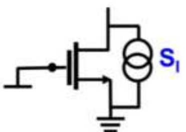
$$I_{DL} = 2K(V_{GS}-V_T)V_{DS}$$

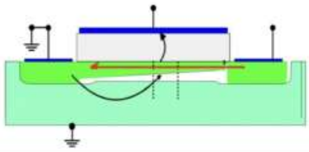
$$S_I = \frac{4kT}{R_{ch}} \qquad R_{ch} = \frac{1}{2k(V_{GS}-V_T)} = \frac{1}{g_m}$$

$$S_I = 4kT g_m$$

Perciò

E per quanto riguarda la saturazione?





Non cambia niente, mettiamo solo un fattore correttivo γ

$$S_I = 4kT\gamma g_m$$

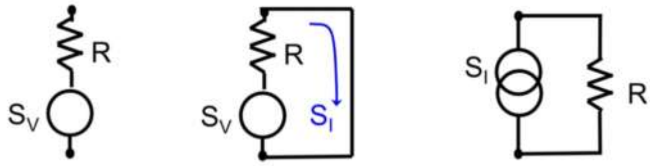
$$\gamma = \begin{cases} 1 & ohmic \\ \frac{2}{3} & saturation\ long\ ch. \\ \approx 2 & saturation\ short\ ch. \end{cases}$$

The higher the transconductance the higher the current noise

Il rumore è una fluttuazione ed è un piccolo segnale. Del rumore siamo interessati al valore RMS $\sigma=\sqrt{\langle v_m^2(t)\rangle}$ perché la media del rumore è ∅ dato che è un processo statistico.

$$\langle V_{out}^2\rangle = \int_0^{+\infty} S_V(f)\,|T(j\omega)|^2\,df$$

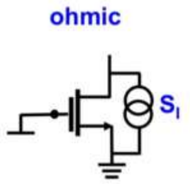
Anche con il rumore possiamo fare le trasformazioni di Thevenin e Norton.

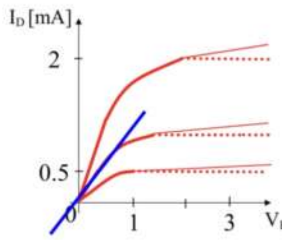


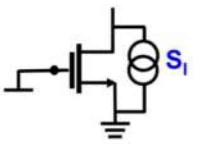
Calcoliamo la corrente di cortocircuito (deve essere il valore al quadrato dato che sto lavorando con un rumore)

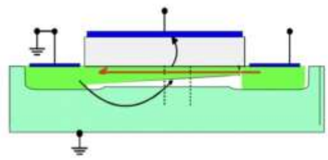
$$S_I = \frac{S_V}{R^2} = \frac{4kTR}{R^2} = \frac{4kT}{R}$$

Rumore termico nei MOSFET









$$S_I = \frac{4kT}{R_{ch}} \qquad R_{ch} = \frac{1}{2k(V_{GS}-V_T)} = g_m$$

$$S_I = 4kTg_m$$

$$S_I = 4kT\gamma g_m \qquad \gamma = \begin{cases} 1 \ \ ohmic \\ \frac{2}{3} \ \ saturation\ long\ ch. \\ \approx 2\ saturation\ short\ ch. \end{cases}$$

The higher the transconductance the higher the current noise

Aumentando la corrente che passa nel transistor (e quindi aumentando gm) allora anche il rumore di corrente aumenta.
Ma conviene per l'SNR aumentare o no la corrente?
L'importante è il Signal to Noise ratio

Spegniamo il generatore d'ingresso

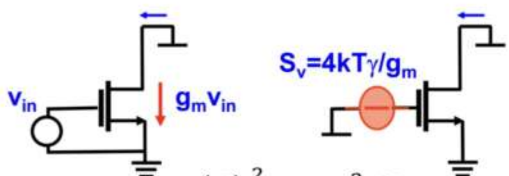
AMPIEZZA DEL SEGNALE $A^2/2$

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{g_m^2 v_{in}^2/2}{4kT\gamma g_m BW} = g_m\frac{v_{in}^2/2}{4kT\gamma BW}$$

L'SNR è proporzionale a gm, allora più grande è gm maggiore sarà l'SNR perché l'ampiezza dipende dal quadrato

The higher the transconductance the better the (S/N) since
The signal power increases more than the current noise power

Possiamo fare gli stessi conti riferiti all'ingresso facciamo quindi l'SNR riferito all'input.



$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{v_{in}^2/2}{\frac{4kT\gamma}{g_m}BW}$$

Notiamo che

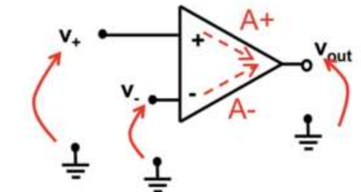
$$\frac{4KT\gamma gm}{gm^2}\cdot gm^2 = 4KT\gamma gm$$

Quello calcolato precedentemente

The higher the transconductance the lower the INPUT referred noise.
Noise requirements set the minimum transconductance and the minimum current needed.

Bipolo: è un doppio bipolo dove la caratteristica corrente tensione dipende solo dalla tensione differenziale tra le 2 porte d'ingresso e uscita.

L'OP-AMP è una rete a 3 porte



$$v_{out} = A^+ v^+ - A^- v^-$$

Possiamo riscrivere queste equazioni usando la tensione differenziale dagli ingressi e la tensione v_{OUT} riferita a terra, allora

$$v_{cm} - \frac{v_d}{2} = v^-$$

v_{cm} media delle tensioni

v_d: tensione differenziale

$$v^+ = v_{cm} + \frac{v_d}{2}$$

$$v^- = v_{cm} - \frac{v_d}{2}$$

$$v_{out} = A^+\left(v_{cm} + \frac{v_d}{2}\right) - A^-\left(v_{cm} - \frac{v_d}{2}\right)$$

Allora si ricava che

$$v_{OUT} = (A^+ - A^-)v_{cm} + \left(\frac{A^+ + A^-}{2}\right)v_d$$

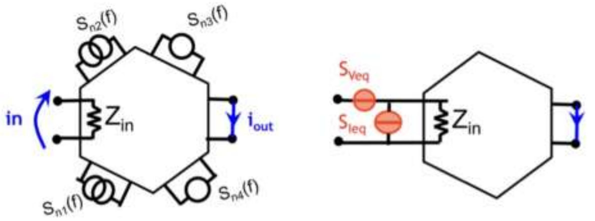
ho un link ingresso uscita sotto riferito al common mode e alla tensione differenziale.

Sotto la approssimazione che l'amplificazione di modo comune sia trascurabile allora possiamo far diventare l'OP-AMP come un bipolo

$$v_{OUT} = \left(\frac{A^+ + A^-}{2}\right)v_d$$

(l'output dipende solo dalla tensione differenziale)

Sotto l'ipotesi che una rete è un bipolo possiamo scrivere la corrente in modo input referred



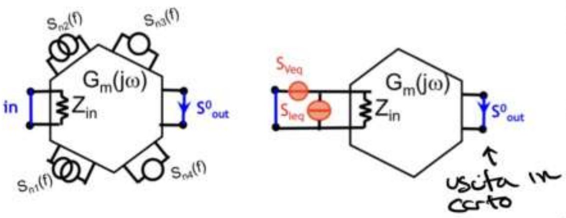
COSA IMPORTANTISSIMA

i generatori di rumore all'input non dipendono dall'impedenza d'ingresso

Cosa estremamente importante per semplificare il modello.

For a two-port network the noise can be represented by input-referred noise sources independent of the source resistance

Definiamo ora un modo per ricavare queste input referred current.



$$S_{OUT}^0 = S_{Veq}|G_m(j\omega)|^2$$

Dobbiamo ricavare il valore dell'uscita

1) Mettiamo in corto l'uscita (facciamo tipo l'equivalente di Norton) e misuriamo il rumore d'uscita

Consideriamo dei casi specifici

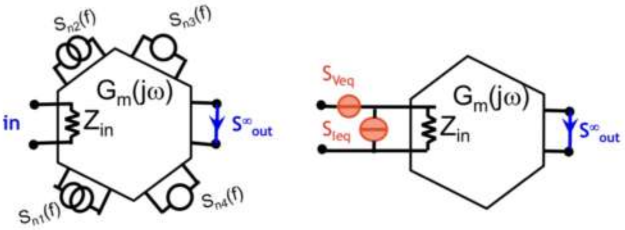
$Z_{in} = \emptyset$ ho un cortocircuito in ingresso e quindi quando ho questo caso in uscita ho solo il rumore di tensione

$$S^0_{OUT} = S_{Veq}\,|G_m(j\omega)|^2$$

Guadagno della rete al quadrato

PERCIÒ $$S_{Veq} = \frac{S_{OUT}^0}{|G_m(jm)|^2}$$

Facciendo esattamente l'opposto ricaviamo il trasferimento di corrente



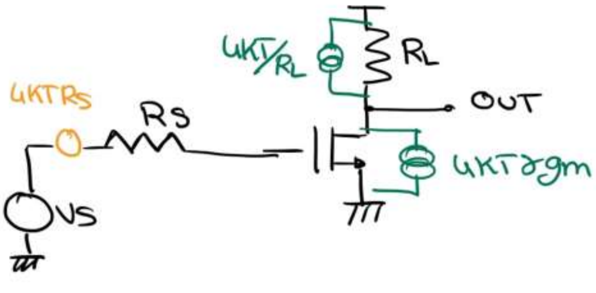
tengo aperto l'ingresso e computo l'uscita.

l'uscita è in corto

$$S_{OUT}^{\infty} = S_{Ieq}|Z_{in}(j\omega)G_m(j\omega)|^2 \rightarrow S_{Ieq} = \frac{S_{OUT}^{\infty}}{|Z_{IN}(j\omega)G_m(j\omega)|^2}$$

Adesso quando avremo una resistenza in input saremo in grado di calcolare l'uscita. Tutti e 2 i generatori aiutano in questa componente d'uscita.

ESEMPIO Common source structure



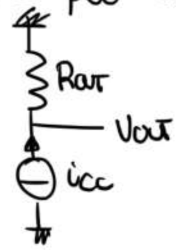
Calcoliamo Sout nel modo classico considerando i vari trasferimenti per ogni rumore

Componente di Rs: $4KTg_m^2R_L^2$

componente del MOS: $4KT\gamma g_m R_L^2$

componente da RL: $4KTR_L$

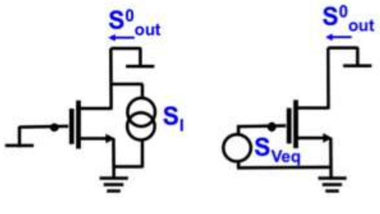
Al posto di fare questo si può anche fare un'altra procedura, rappresentare la rete con l'equivalente di Norton.

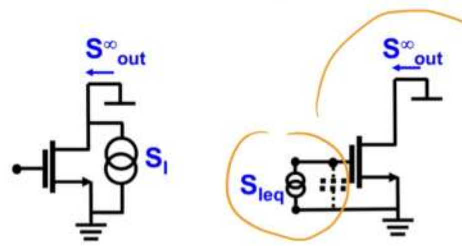


Posso poi calcolare gli input referred noise sources come facciamo?
Togliamo il source con la sua RS (visto che i generatori devono essere indipendenti)

Caso A: cortocircuito dell'input (l'unico componente che farà rumore sarà il gen di tensione)

• Caso B: facciamo l'opposto per la corrente





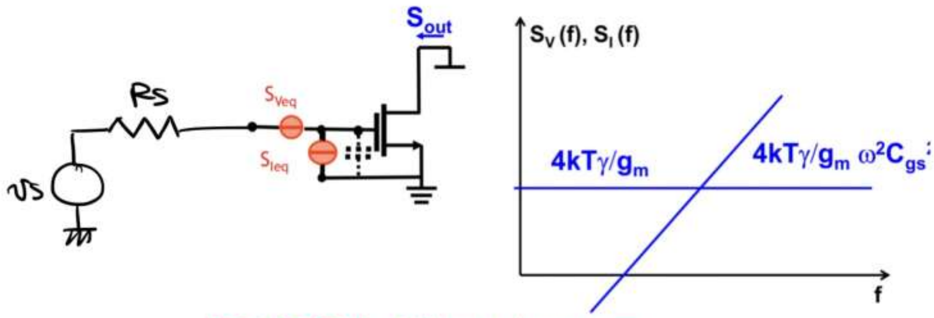
Dobbiamo tenere in considerazione che nella realtà ho almeno un condensatore di input e non è ∞

$$S^0_{OUT} = 4kT\gamma g_m = S_{Veq}g_m^2$$

$$S_{Veq} = 4kT\gamma/g_m$$

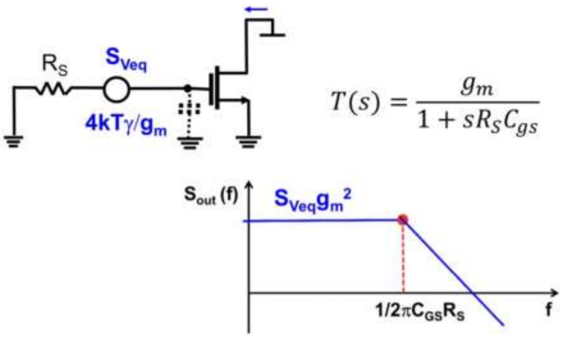
$$4kT\gamma g_m = S_{Ieq}\frac{g_m^2}{\omega^2 C_{gs}^2} \qquad S_{Ieq} = \frac{4kT\gamma}{g_m}\omega^2 C_{gs}^2$$

Abbiamo ricavato i generatori input referred di rumore (siamo felici)

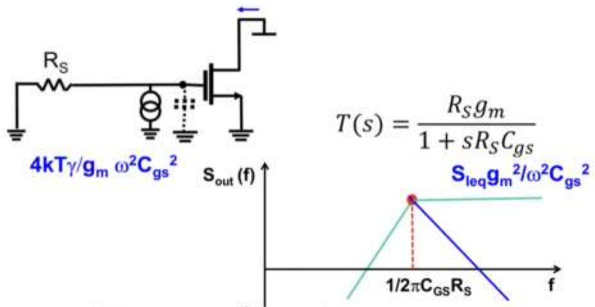


BE CAREFUL: Different dimensions.
Not immediately comparable !!

Andiamo a controllare se il circuito funziona veramente con tutti i valori di Rs.

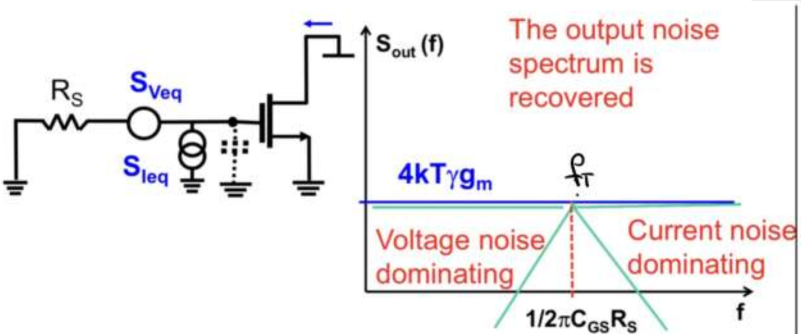


$$T(s) = \frac{g_m}{1 + sR_S C_{gs}}$$



$$T(s) = \frac{R_S g_m}{1 + sR_S C_{gs}}$$

$$S_{ou\ I} \rightarrow \frac{4kT\gamma}{g_m}\omega^2 C_{gs}^2 \frac{g_m^2}{\omega^2 C_{gs}^2} = \frac{4kT\gamma}{g_m}$$



Come risultato finale torniamo esattamente al valore di rumore cui ci aspettavamo

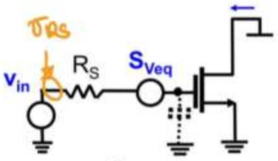
$$f^* = \frac{1}{2\pi C_{GS}R_S} = \frac{g_m}{2\pi C_{GS} g_m R_S} = \frac{f_T}{g_m R_S}$$

Moltiplichiamo e dividiamo per gm

Frequenza di Cut-off del transistor (tipicamente 100 GHz)

Questa formula ci fa capire a cui frequenza entra in conto il rumore di corrente.
Dato che fT è molto alta allora noi tipicamente trascuriamo sempre la input current noise (perchè tanto non dovrebbe essere rilevante)

Se vogliamo calcolare l'SNR



$$BW \le \frac{f_T}{g_m R_S}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{v_{in}^2/2}{\left[4kTR_S + \frac{4kT\gamma}{g_m}\right]BW} = \frac{v_{in}^2/2}{4kTR_S\left[1 + \frac{\gamma}{g_m R_S}\right]BW}$$

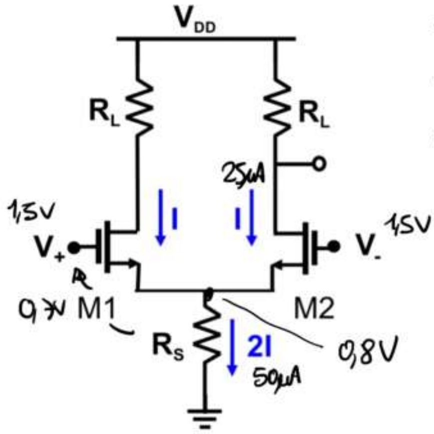
Sommiamo le 2 componenti del rumore e le andiamo a integrare sulla banda.

Per non ammettere troppo la input noise dobbiamo cercare di avere sempre questa condizione

$$g_m > \frac{1}{R_S}$$

Differential stage

• Con carico resistivo



Topologia fondamentale, iniziamo studiando il bias. Se V+ e V- sono identici allora avrò una corrente uguale sui 2 rami che si andrà a raddoppiare su Rs.

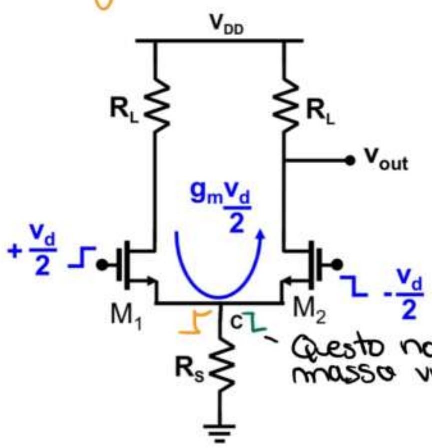
Supponiamo di avere $V_{ov} = 0,1$ per avere la massima gm

Una volta che sappiamo I, saputo le tensioni del transistor ricaviamo il valore di R_L. Il valore minimo che posso avere sul drain per tenere il MOS in sat è 0,9V (dobbiamo tenerci un margine per il piccolo segnale, noi prendiamo la caduta su R_L di 1,5V per avere $V_D=1,5V$)

Però $R_L = 30K\Omega$. Per la resistenza di source vale la stessa identica cosa, calcoliamo Rs per avere $V_x = 0,8V$ (valori a caso scelti da noi)
Con questi valori otteniamo

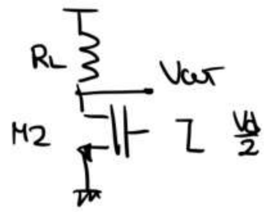
$$g_m = \frac{2 \cdot I}{V_{oV}} = \frac{2 \cdot 25\mu A}{0,1}$$

Guadagno differenziale



$$G_d = \frac{g_m R_L}{2}$$

Dato che Vx è una terra virtuale posso vedere il circuito come



$$G_d = \frac{g_m R_L}{2}$$

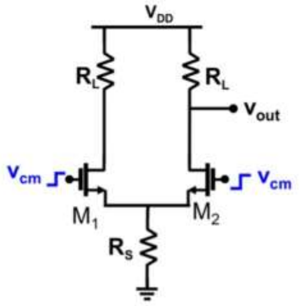
quanto può essere grande il gain

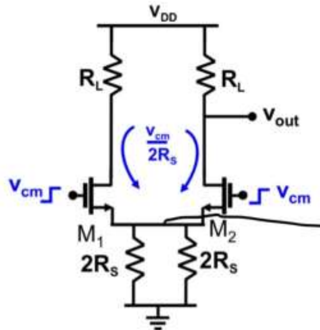
$$G_d = \frac{g_m R_L}{2} = \frac{2\,\boxed{I R_L}}{2 V_{ov}}$$

Limite dato dalla ddp ai capi di R che non può essere troppo alta sennò mando in triodo il mos

il massimo assoluto nel nostro caso è 21 troppo basso!!!

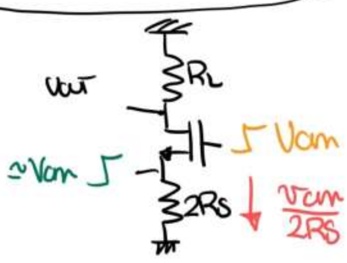
COMMON MODE GAIN





Uniamo tutti e 2 gli input alla stessa tensione

Per semplicità dividiamo i circuiti in 2 dato che per simmetria qui non può passare tensione.



in pratica anche qui ho Vcm

allora $v_{out} = R_L \cdot i_s$

$$v_{out} = R_L \frac{v_{cm}}{2R_S}$$

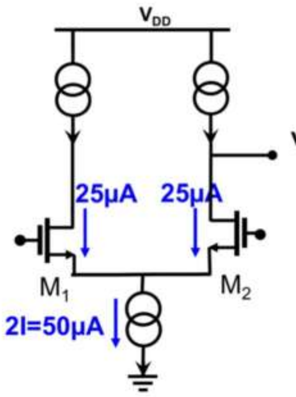
allora il guadagno di common mode è: $G_m = \frac{R_L I}{2 R_S I} = \frac{\Delta V_L}{\Delta V_S} \simeq 2$

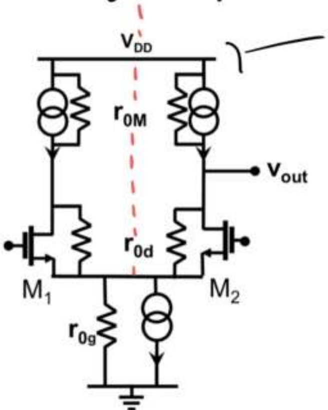
che è tantissimo per un common mode.

Common mode rejection ratio: $CMRR = \frac{G_d}{G_{cm}} \simeq 8$ ← che è piccolissimo.

è indipendente dal valore della corrente

Usare questa struttura base è decisamente troppo limitante
Possiamo sostituire le resistenze con un generatore di corrente che ha altissima resistenza e bassissimo voltage drop ai suoi capi





scritto così perché nella realtà questi sono dei transistor

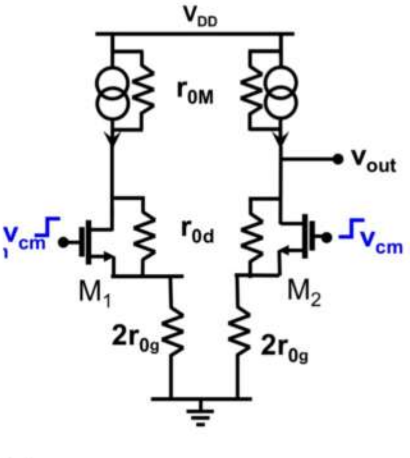
il Guadagno differenziale è

$$G_d = \frac{g_m}{2}(r_{0M} \| r_{0d}) \simeq \frac{\mu}{4}$$

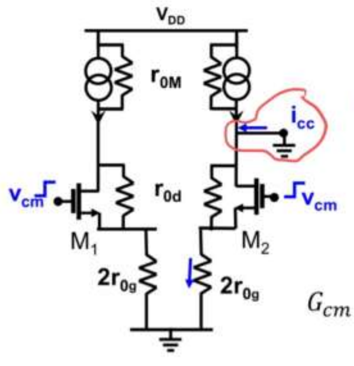
(Si ricava dividendo in 2 il circuito come prima)

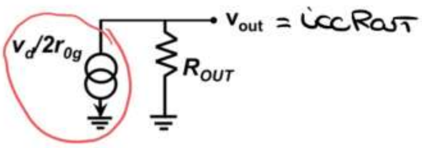
Ma sappiamo che $g_m r_0 = \mu$ (max gain) allora supposte le 2 r_0 uguali ricaviamo che il guadagno differenziale è $\mu/4$. Tipicamente μ vale 100/200 quindi siamo molto meglio di prima

Common Mode gain



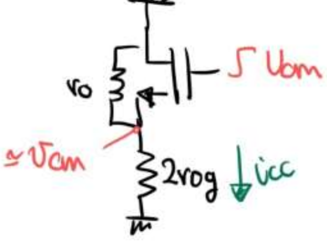
anche qua dividiamo il circuito in 2. Ma è più difficile calcolare il trasferimento. Usiamo l'equivalente Norton





$$G_{cm} \approx \frac{r_{0M}}{2r_{0g}} \approx \frac{1}{2\mu}$$

Calcoliamo icc



se $1/g_m \ll (2r_{og} \| r_0)$, allora sotto questa ipotesi possiamo dire che la tensione sul source è $\simeq V_{cm}$
Allora la corrente sarà

$$i_{cc} = \frac{V_{cm}}{2r_{og}}$$

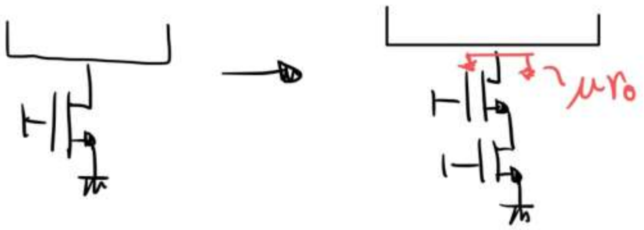
La resistenza di output è $R_{OUT} = r_{od}(1 + g_m 2r_{og}) \| r_{0M} \simeq \mu 2r_{og} \| r_{0M} \simeq r_{0M}$

Perciò il guadagno di common mode è:

$$G_{cm} = \frac{r_{0M}}{2r_{og}} \simeq \frac{1}{2}$$

ancora altino!

un modo per migliorare la common mode (cioè abbassarla) è usare al posto di un singolo mos alla base usare una struttura cascode per migliorare (alzare) il valore della resistenza

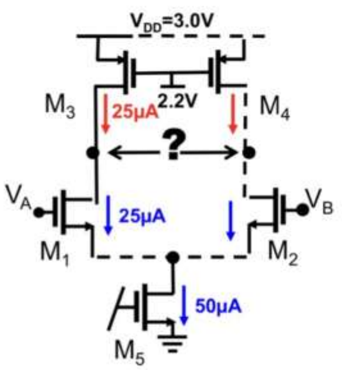


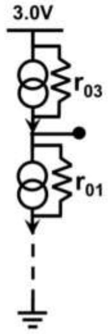
Paghiamo più in tensione però perché ci serve il bias giusto per i MOS.

Con la struttura cascode abbiamo che la

$CMRR \simeq \mu^2$ (Molto bene!)

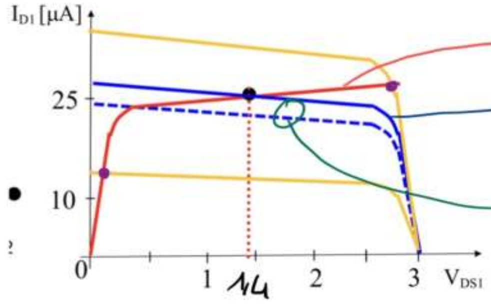
Ma il problema principale della struttura è il bias





il problema è che abbiamo 2 generatori di correnti indipendenti (sopra e sotto) che hanno valori complementari.
Se il gen superiore da 26µA al posto di 25µ non sono più matchati ed è un bordello.
Se abbiamo fluttuazioni è un bordello
e quello che succede è che i transistor sopra o sotto vanno in triodo.

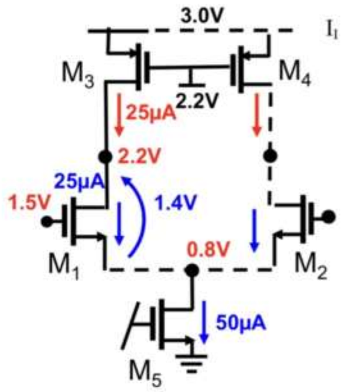
Plottiamo la corrente I_{M1} in dipendenza della V_{DS1} (la Vgs è settata e costante).



Corrente che scorre su M1

Corrente che ho su M3 sempre relativamente a Vds.
in pratica se V_{DS1} è 3 allora non può passare corrente su M3

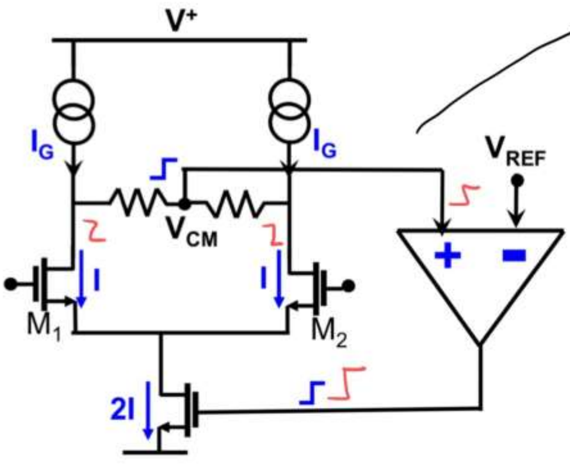
Muovendo la W/L di M3 cerco di far incrociare le 2 curve alla giusta tensione, in questo caso 1,4V.



Però noi abbiamo variabilità e quindi il punto di funzionamento si sposta. (variabilità punti) e quindi potremo trovare uno dei 2 mos in triodo

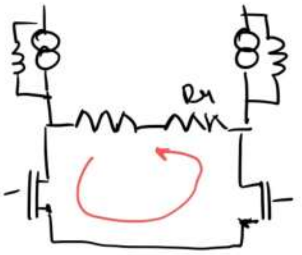
Cosa facciamo?
Facciamo un sensing e applichiamo un feedback.

Facciamo il circuito per il feedback



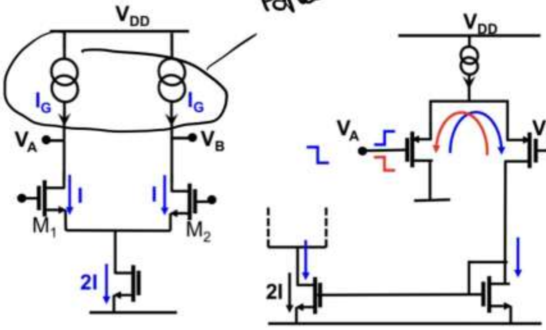
Prendiamo la tensione media tra i 2 punti e la confrontiamo con una Vref.
Se Vcm è > di Vref dato che entra dal polo positivo allora l'out è + positivo e il mos porta più corrente che fa muovere la tensione di common mode giù.
Ho un feedback negativo

Quando abbiamo un segnale differenziale abbiamo che la corrente fa sto giro



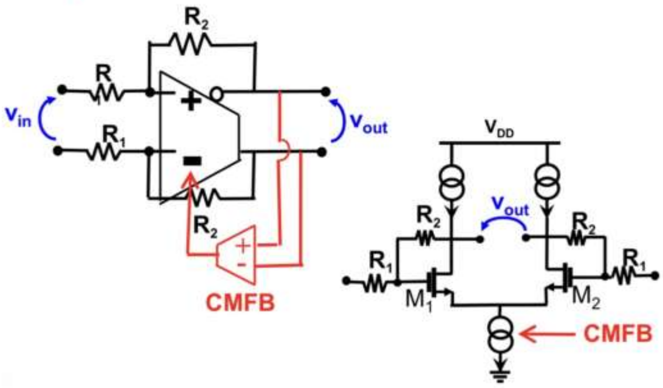
Quindi il guadagno dipenderà dalle resistenze R1 e non più da ro.

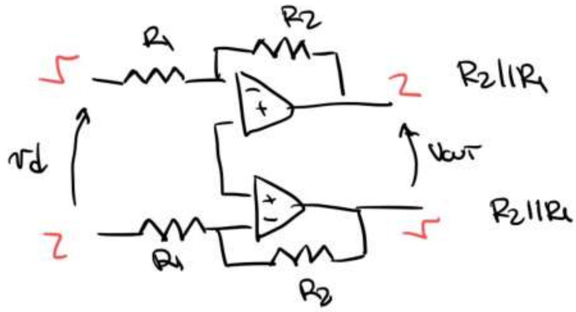
Potrei avere sempre il problema di prima



← Esempio di implementazione pratica che il prof ha detto che non funziona

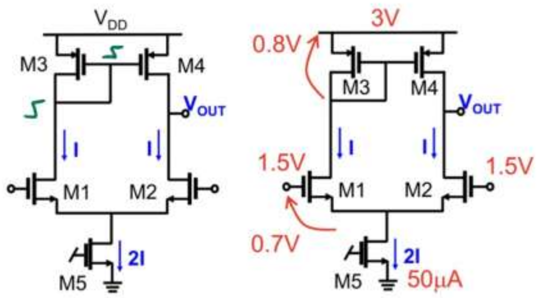
Fully differential structure





Non ci ho capito molto

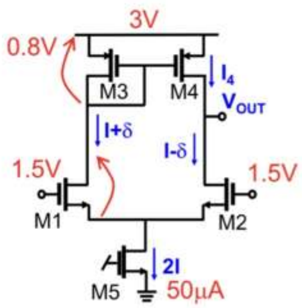
Single ended structure usiamo uno specchio.



Attenzione!!! il circuito non è più simmetrico, da un lato ho un transdiodo dall'altro un gen. di corrente.
Infatti

ho un impedenza di 1/gm.

Anche qui dobbiamo settare correttamente il bias. Decido la corrente so M5 e so che la corrente si divide a metà precisa. Setto M3 in modo che porti 25µA.
In questo modo risolviamo il problema dei generatori di tensione.
(Questo è vero quando abbiamo M3 = M4 e M1 = M2 perfettamente)



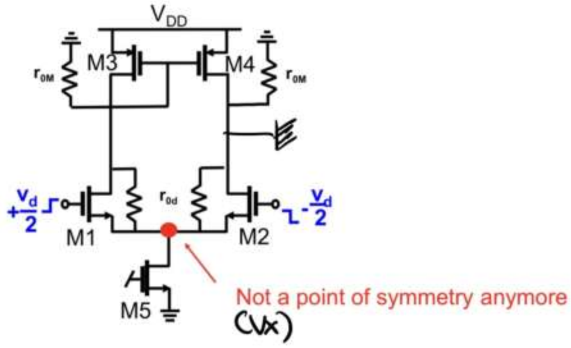
$I-\delta \Rightarrow$ $V_{DS2}<V_{DS1}$, $V_{DS4}<V_{DS3}$

$I \Rightarrow$ $V_{DS2}=V_{DS1}$, $V_{DS4}=V_{DS3}$

$V_{OUT}=2.2V$

Se sul ramo di M1 passa una corrente I+δ e su M2 ho una corrente I−δ allora dovendo avere che data la stessa VGS tra M2 e M4 allora ho che V_{DS2} deve essere minore di V_{DS1}.
Poi dato che ho lo specchio ho che l'unico modo che per avere questo è che $V_{DS4} < V_{DS3}$ ma attenzione se andiamo avanti così non si trova il punto di

equilibrio. Perciò l'unico modo in cui il circuito possa funzionare è che la corrente nei 2 rami sia uguale

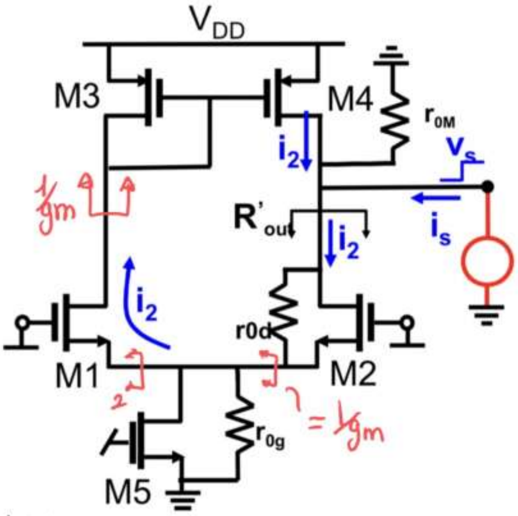


Non possiamo più dire che su M5 non passa più corrente perchè non c'è più simmetria.

Facciamo Norton

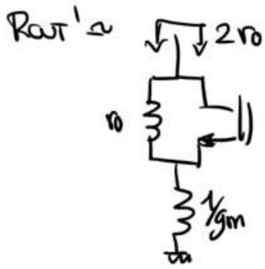
$i_{cc} = g_m v_d$ questo perchè arriva corrente dallo specchio $\frac{g_m v_d}{2}$ e altri $\frac{g_m v_d}{2}$ che arrivano da M_2

Facendo il trasformato notiamo che Vx è un punto di terra virtuale)
e per quanto riguarda R_{OUT}?



$$2) = \frac{r_0 + \frac{1}{g_m}}{1 + g_m r_0} \sim \frac{1}{g_m}$$

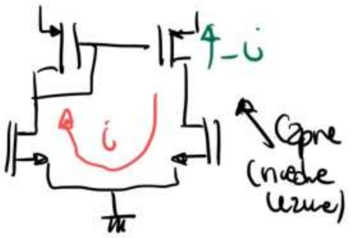
R_{OUT}' a



$$r_0\left(1 + g_m \cdot \frac{1}{g_m}\right) = 2r_0$$

Perciò $R_{OUT}^{x} = r_{0M} \parallel 2r_{0d}$ NO!!

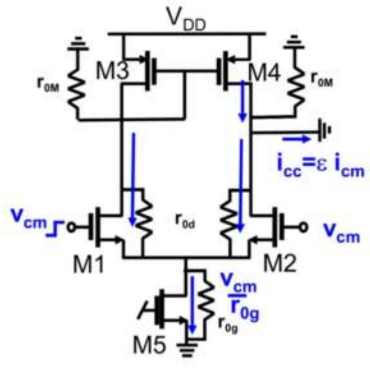
Abbiamo un feedback dato dallo specchio di corrente e dove il Gloop vale −1 perchè

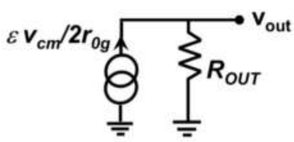


Perciò la vera R_{OUT} è

$$R_{OUT} = \frac{R_{OUT}^{x}}{1+1}$$ controllare!!!

Common Mode gain.





a vederlo ci viene che la corrente di cortocircuito è idealmente ∅ perchè le 2 correnti nei rami sono identiche.
Tuttavia abbiamo degli errori, infatti se abbiamo uno specchio con una resistenza di output, queste resistenze rubano della corrente che non verrà specchiata dai mos

la corrente che sarà specchiata è: $i \cdot \frac{r_{0M}}{r_{0M} + \frac{1}{g_m}} = i_{specchio}$

quindi abbiamo un errore quindi M_4 non butta la esatta corrente ma butta $i_{specchio}$. Quindi la corrente di cortocircuito è data da questo errore di corrente

Perciò il guadagno di Common Mode è $G_{cm} = i_{cc} R_{OUT} = \frac{\varepsilon}{r_{0g}} \cdot \frac{r_0}{2} \simeq \frac{1}{4\mu}$

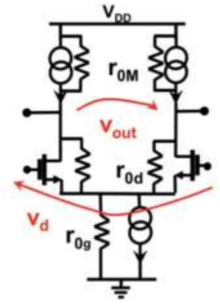
dato che ε è tipicamente $\frac{1}{\mu}$.

Se al posto di M5 uso 2 MOS cascode allora posso portare Gcm a $1/4\mu^2$

CONFRONTO TRA LE VARIE CONFIGURAZIONI

	G_d	G_{cm}	CMRR
Prototypical	$\Delta V_{RL}/V_{ov}$	$\Delta V_{RL}/\Delta V_{RS}$	$\Delta V_{RS}/V_{OV}$
Active loads	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{1}{2\mu}$	μ^2
w /mirror	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{1}{2\mu^2}$	μ^3

04.10.2021 2h

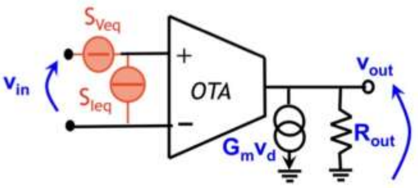


$$G_d = 2\frac{g_m}{2}(r_{0M}\|r_{0d}) \approx \frac{g_m r_0}{2}$$

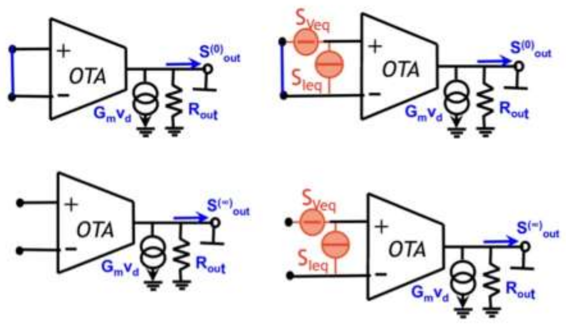
Conviene prendere l'output differenziale perché abbiamo un guadagno migliore.
Inoltre abbiamo anche un vantaggio assurdo sul common mode gain, perché per l'appunto è un modo comune.

Vogliamo progettare un OP-AMP

Gd = 80-90dB CMRR = 90dB $S_v = 5nV/\sqrt{Hz}$

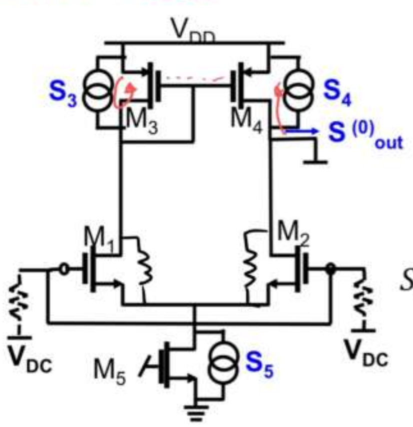


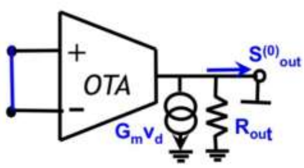
Come ricaviamo i valori del rumore?



Facciamo lo stesso lavoro che avevamo fatto la scorsa volta

OUTPUT NOISE

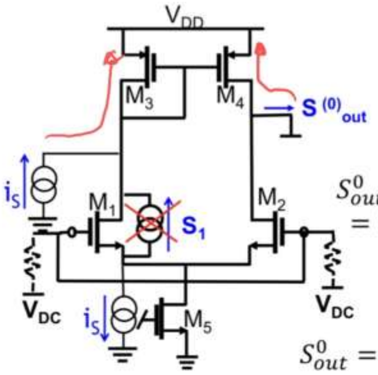




In generale la corrente di S3 ricade sull'$1/g_m$ del mosfet (dato che è << r_{01}) e poi grazie allo specchio su M4 la corrente va sull'uscita, (stessa roba circa per S_4)

$$S^0_{out} = S_3 + S_4 + ..$$

Per S1 e S2 è molto più difficile



$$S^0_{out} = S_3 + S_4 + S_1 + S_2 = \\ = 8kT\gamma g_{mM} + 8kT\gamma g_{md}$$

$$S^0_{out} = 8kT\gamma g_{md}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$

Splittiamo in 2 il generatore

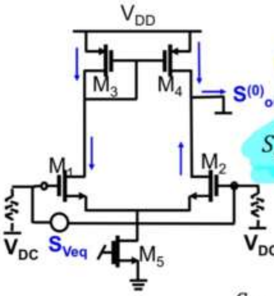
is sopra va su M3 e specchiata poi su M4 e out

is sopra possiamo approssimarla come divisa a metà tra M1 e M2 allora M2 va all'out e anche M3 viene specchiato su M4 tale che le 2 compon. della corrente si annullano.

Perciò ho che M1 da in uscita tutto il rumore (visto il primo trasferimento di is)
Tutti i MOS danno rumore tranne M5.
il rumore totale è

$$S_{OUT} = 8kT\gamma g_{md}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$

Adesso dobbiamo modelizzare il circuito all'ingresso



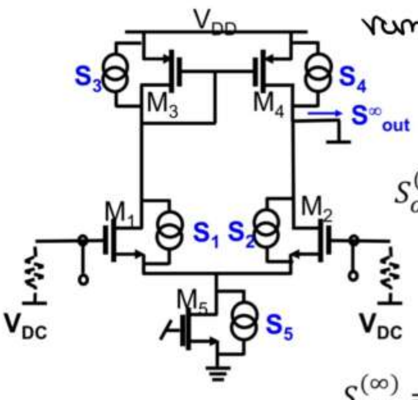
$$S^{(0)}_{out} = S_{Veq}\, g^2_{md}$$ ← Uscita dato generatore input referred

$$S^0_{out} = 8kT\gamma g_{md}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$ ← Valore ricavato

$$S_{Veq} = \frac{8kT\gamma}{g_{md}}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$ ← Perciò si ottiene.

OUTPUT NOISE INPUT OPEN

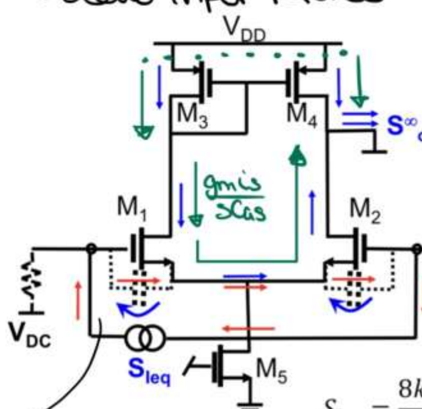
rumore d'uscita.



$$S^{(\infty)}_{out} = S_3 + S_4 + S_1 + S_2$$

$$S^{(\infty)}_{out} = 8kT\gamma g_{md}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$

Modello input referred



$$S^{(\infty)}_{out} = S_{I_{eq}}\frac{4g^2_{md}}{\omega^2 C^2_{gs}}$$

$$S^{(\infty)}_{out} = 8kT\gamma g_{md}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$

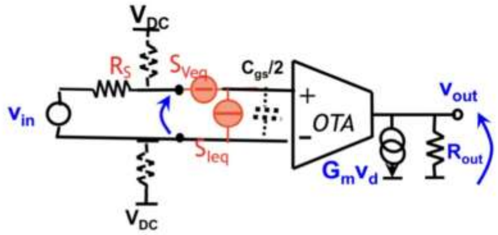
$$S_{I_{eq}} = \frac{8kT\gamma}{g_{md}}\left(1 + \frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)\frac{\omega^2 C^2_{gs}}{4}$$

Noi supponiamo che ci sia il condensatore in ingresso e quindi la tensione Vgs è calcolabile come

$$V_{gm} = i_s \frac{1}{sC_{gs}}$$

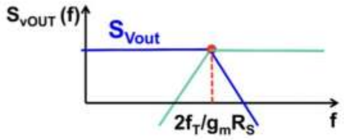
Poi la corrente va a dividersi, il "problema è che le 2 componenti all'output si vanno a sommare diventando il doppio. Una volta calcolato questo si può ricavare il valore esatto del generatore di rumore di corrente all'input.

il generatore di corrente di input di corrente deve essere dipendente dalla frequenza, in particolare proporzionale al quadrato di ω così da bilanciare il fatto che il condensatore vada come $1/\omega^2$



Se noi sappiamo che il sistema funziona a freq << di questo polo (f^*) allora possiamo considerare nullo il contributo del generatore di rumore di corrente.

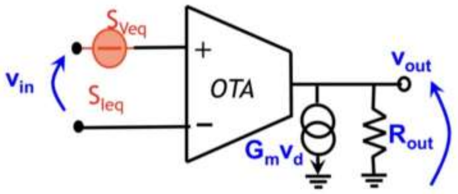
$$f^* = \frac{1}{2\pi R_S C_{gs}/2} = \frac{2f_T}{g_{md} R_S}$$



Supponiamo di trovarci in questa situazione e ricavare che

- G_d 80-90 dB
- CMRR 90dB
- S_V=(5nV/√Hz)

For BW<$2f_T/g_mR_S$



$$S_{Veq} = \frac{8kT\gamma}{g_{md}}\left(1+\frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right)$$

ricordiamo che $g_m = \frac{2I}{V_{ov}}$

se vogliamo migliorare l'SNR aumentiamo il gm.

Se noi vogliamo Sv=5nV quanta corrente serve? (Dato che nella formula abbiamo sia gm che Vov)

$$S_{Veq} = \frac{8kT\gamma}{g_{md}}\left(1+\frac{V_{ovd}}{V_{ovM}}\right) = (5\ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}})^2$$

1.5 ← Calcolato

Impongo

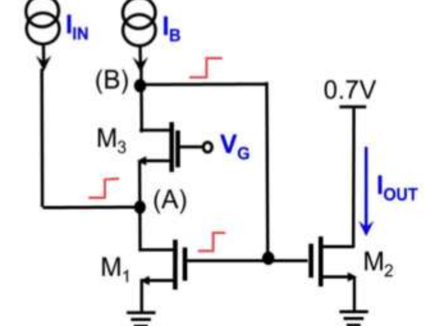
→ (4.7 nV/ √Hz)^2 @ 1mA/V ← Numero da Ricordare è sempre questo

$g_{md} \approx 1.5$ mA/V ← Si ottiene

$2I = g_{md} V_{OV} = 150\mu A$ ← perciò

2I perché considera il Mosfet sulla coda dello stadio differenziale.

Tutoring



Ideal i_{out}/i_{in} = 1

Ideal R_{in} = ∅

Ideal R_{out} = r_{o2}

$G_{loop}(0)$

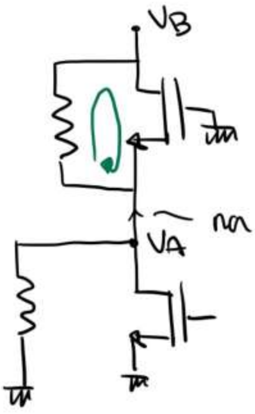
Real R_{in}

Real R_{out}

Dato che ai capi di M1 ho molto più ddp che su M3 allora tutta la corrente va su M1 mentre l'errore scorre su M3

$i_{out}/i_{in} = 1$

Gloop: apro sul gate di M1



$V_A = g_{m1} r_{o1} V_T$

$V_B = g_{m1} r_{o1} V_T + g_{m3} r_{o1} v_i$

Rivedere sta roba

non passa corrente ma la corrente di M2 ricircola su ro e quindi ho comunque variazione di tensione tra V_A e V_B

$$R_{IN} = \frac{r_{o1}}{1 - G_{loop}}$$

05-10-2021 2h

Noi poi sappiamo che

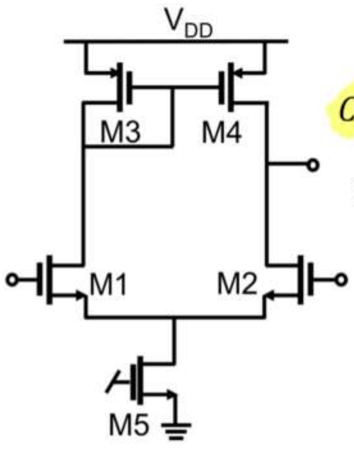
$$G_d = g_{m1}(r_{om} \| r_{od}) = \frac{2I}{V_{ovd}} \cdot \frac{V_A}{2I} = \frac{V_A}{V_{ovd}}$$

← questa l'avevamo imposta prima perciò adesso possiamo calcolare V_A dato un guadagno.

per $G_d = 45dB \rightarrow 178$ allora $V_A > 17{,}8 \rightarrow L > 0{,}89\,\mu m$

questa la ricavo sapendo che $L_o = 7$ per $L = 0{,}35\,\mu m$

Passiamo poi alla common mode rejection ratio



$$CMRR = \frac{2 g_{m1} r_{0g}}{\varepsilon}$$

200

$$2 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \frac{2I}{V_{ovd}} \frac{V_{Ag}}{2I} = \mu_M \frac{V_{Ag}}{V_{ovd}} \times 2$$

si era dimenticato un 2

equazione semplificata

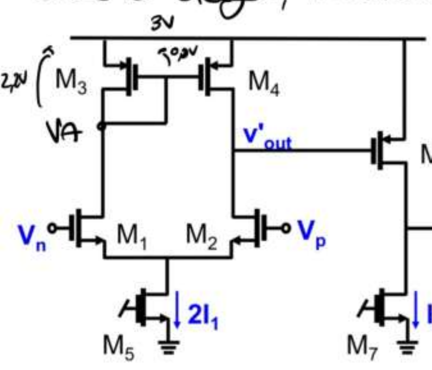
Noi abbiamo già settato il mirror gain $\mu_M = 200$

CMRR=90dB → 3.17 10^4

$V_{Ag} > \frac{15.8}{2} \rightarrow L_g > \frac{0.79\,\mu m}{2}$

ricaviamo la modulation voltage

Second stage, mettiamo in serie al differential stage un secondo amplificatore



$$G_2 = g_{m6}(r_{06} \| r_{07})$$

$$\frac{2I_2}{V_{ov6}} \cdot \frac{V_{A6-7}}{2I_2} = \boxed{\frac{V_{A6-7}}{V_{ov6}}}$$

45dB perché noi volevamo 90dB e il primo stage ne faceva circa 45dB.

Conosco V_{ov6}? Sì perché io conosco V_A che è a $V_{DD} - V_{SD}$, allora anche V_B è allo stesso valore

G_2=45dB → 178

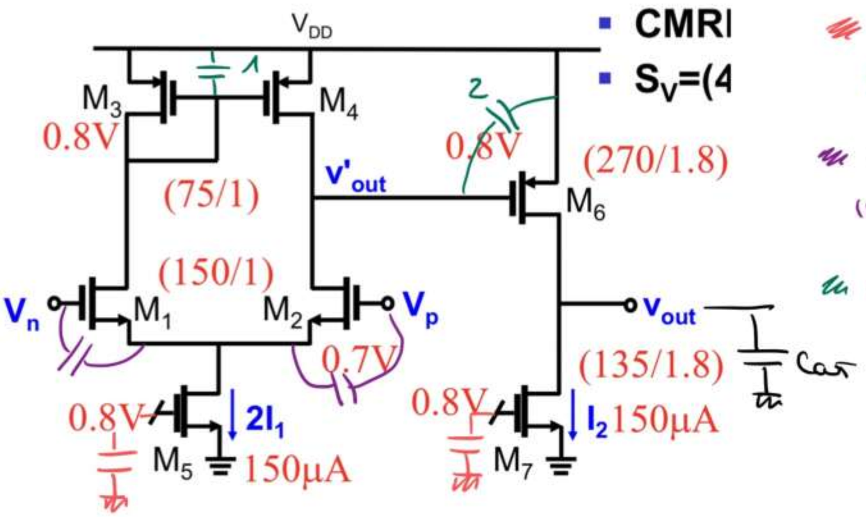
$V_{A6-7} > 35.6 \rightarrow L > 1.78\,\mu m$

Da lì poi dice che $V_{OV6} = 0{,}2V$ conteggi vari e ricava che $L > 1{,}78\,\mu m$.
Dopo aver dimensionato l'architettura dobbiamo dare un occhiata alla frequency response.
Computiamo i valori della capacità parassite

$$C_{GS} = \frac{2}{3} C_{ox}' \cdot WL \rightarrow \text{per noi } 5\,fF/\mu m^2$$

	I [µA]	V_{OV} [V]	g_m [µA/V]	(W/L)	L [µm]	W [µm]	r_0 [kΩ]	µ	C_{gs} [pF]	f_T [MHz]
M1-M2	75	0.1	1500	150	1	150	267	400	0.50	478
M3-M4	75	0.2	750	75	1	75	267	200	0.25	478
M5	150	0.2	1500	75	1	75	133	200	0.25	955
M6	150	0.2	1500	150	1.8	270	240	360	1.62	147
M7	150	0.2	1500	75	1.8	135	240	360	1,62	147

Allora ho le capacità



Queste capacità non hanno effetti, non passa il segnale

Queste 2 capacità sono legate all'input, vanno considerate

Capacità che ci interessano

La capacità 1 sappiamo che da un polo ad alta freq visto che ci vede ai suoi capi $1/g_m$

$$f_1 = \frac{g_m}{2 \cdot 2\pi C_{gs}}$$

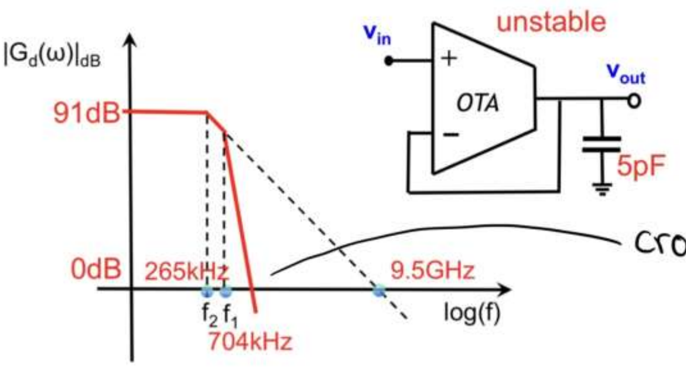
quindi questo polo è ad altissima freq quindi ci interessa poco.

f_2 vede la resistenza $r_{o4} // r_{o2}$ che è un valore abbastanza alto.

$$f_2 = 704\,kHz$$

Poi possiamo aspettarci un C_{OT} d'uscita allora dobbiamo calcolare anche quella capacità.
Supponiamo $C_{OT} = 5pF$ e $r_{o6} // r_{o7}$ è la resistenza che vede, allora $f_2 = 265\,kHz$

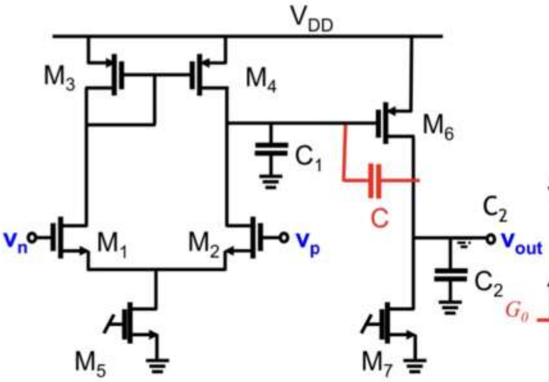
Tutte le capacità sono isolate e non interagenti



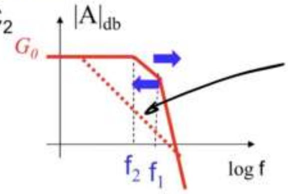
Problema non ho la giusta risposta in frequenza.

crossing a −40dB → instabilità!.

Come risolviamo il problema della banda? Usiamo il condensatore di Miller



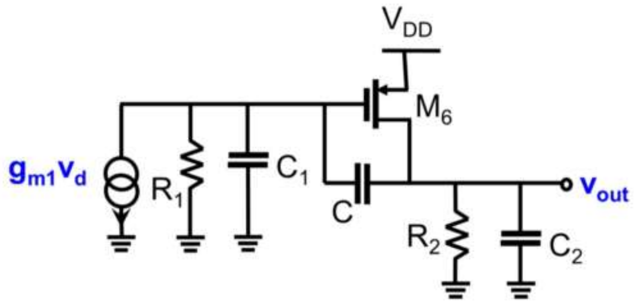
John Milton Miller
(1882 – 1962)



il condensatore di Miller splitta i 2 poli uno lontano dall'altro.

noi vogliamo questa forma, attraversando l'asse a -20dB.

Circuito equivalente dell'amplificatore precedente.



Gli stage precedenti e successivi sono stati considerati con l'equivalente di Norton.

ho 3 condensatori ma non sono indipendenti infatti dopo che ho settato la tensione su 2 di loro l'altro ha la tensione ai suoi capi settata.

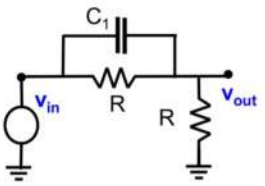
$$T(s) = T(0)\,\frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_1 s^2 + b_2 s + 1}$$

Quanti zero ho? Setto l'output a Ø e quindi C2 ha Ø ad entrambi i suoi capi quindi non può fare zeri.

Allora idealmente potrei avere 2 zeri dati uno da C e C_1.

Possiamo trovare questi coefficienti? Sì, c'è una tecnica apposita.

Metodo delle costanti di tempo



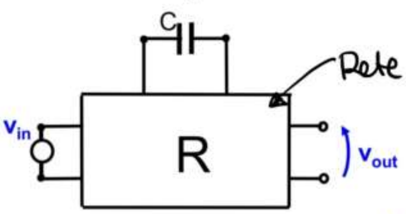
$$T(s) = \frac{1}{2}\cdot\frac{sRC+1}{sRC/2+1}$$

Brute force approach.

Per calcolare il polo vedo la resistenza vista dal condensatore spegnendo i generatori.

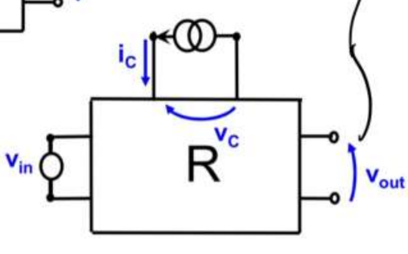
Per avere lo zero devo avere che l'impedenza sia infinita tra Vin e Vout allora questo succede quando $s = \frac{1}{RC}$

Ma noi vogliamo una formula generale.



Rete resistiva

Rimpiazziamo il condensatore con un gen di corrente. Ci aspettiamo che dato che è una rete di resistori allora Vout deve essere dipendente dal valore dei generatori vin, ic.

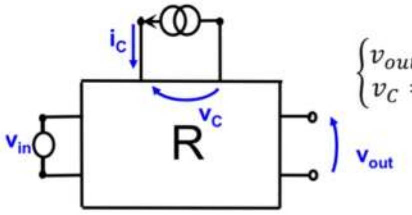


Possiamo dire che $v_{out} = A v_{in} + R i_c$

Ma posso fare la stessa cosa anche con v_c

$v_C = \beta v_{in} + R_C i_C$

Allora:



$$\begin{cases} v_{out} = Av_{in} + R_m i_C \\ v_C = Bv_{in} + R_1 i_C \end{cases}$$

$$i_C = -sCv_C$$

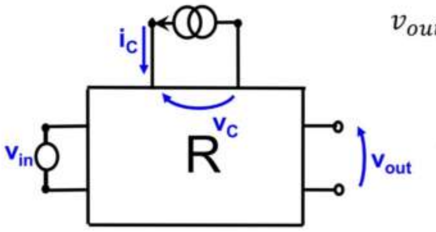
ricordiamo che la corrente di un condensatore è:

$i_C = -sCv_C$

cioè lega la corrente i_n a v_C

Allora possiamo calcolare v_C in funzione di v_{in}

$$v_C = Bv_{in} - sCR_1 v_C \qquad v_C = \frac{Bv_{in}}{(1+sCR_1)}$$



$$v_{out} = Av_{in} + R_m i_C$$

$$i_C = -sCv_C$$

$$v_C = \frac{Bv_{in}}{(1+sCR_1)}$$

$$v_{out} = Av_{in} - sCR_m v_C = v_{in}\left(A - \frac{sCR_mB}{1+sCR_1}\right)$$

Sapendo questo ora possiamo calcolare che: ed espandiamo il valore di Vout/Vin

$$v_{out} = v_{in}\frac{A + sCR_1A - sCR_mB}{1+sCR_1} =$$

$$= \underbrace{Av_{in}}_{\text{DC gain da in a out.}}\frac{1+sC\left(R_1 - \frac{R_mB}{A}\right)}{\underbrace{1+sCR_1}_{\text{1ª capacità quindi 1 polo}}}$$

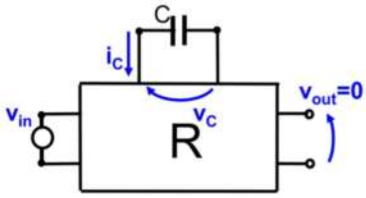
DC gain da in a out.

1ª capacità quindi 1 polo

R_1 è la ratio tra v_C e i_C quando v_{in} è $=\emptyset$

è una resistenza ma è complicata. cosa significa questa resistenza?

Sappiamo che questo è uno zero quindi proviamo a mettere l'out a ∅ e vediamo cosa succede alle eq.



$$\begin{cases} v_{out} = Av_{in} + R_m i_C \\ v_C = Bv_{in} + R_1 i_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = Av_{in0} + R_m i_{C0} \\ v_{C0} = Bv_{in0} + R_1 i_{C0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{in0} = -\frac{R_m}{A} i_{C0} \\ v_{C0} = \underbrace{\left(R_1 - \frac{BR_m}{A}\right)}_{=\frac{v_{C0}}{i_{C0}}} i_{C0} \end{cases}$$

è la propria v_{in} che da l'output a ∅.
anche i_{C0} è la giusta i_C per avere output a ∅.

Resistance across C when v_{out}=0

$= \frac{v_{C0}}{i_{C0}}$ quando l'output è ∅ cioè vediamo la resistenza ai capi di C quando l'output è a zero.

$$v_{out} = Av_{in}\frac{1+sCR_{0C}}{1+sCR_C}$$

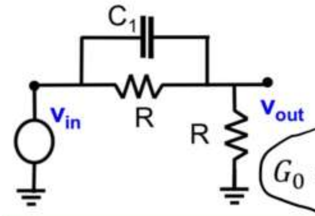
Resistance across C when v_{out}=0 ← Attenzione che l'input è attivo!!

DC gain

Resistance across C with v_{in}=0

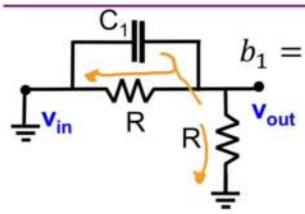
Per calcolare il DC gain noi apriamo i condensatori e calcoliamo il guadagno.

Esempio: DC gain

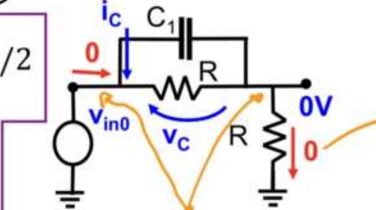


$$v_{out} = v_{in} G_0 \frac{a_1 s + 1}{b_1 s + 1}$$

$G_0 = \frac{1}{2}$



$b_1 = C_1 R/2$

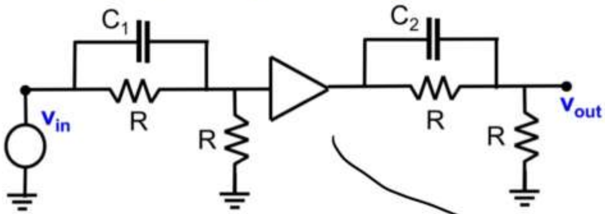


Non può scorrere corrente perchè out è zero e dato che qui non scorre corrente non ne scorre nemmeno qua

$a_1 = C_1 R$ $v_{in0} = i_C R$

dobbiamo anche trovare il valore esatto di V_{in0} per avere $V_{out} = \emptyset$. dobbiamo calcolarcelo.

Cosa succede quando passiamo al secondo ordine?



Buffer che separa i 2 circuiti.

$$T(s) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + sC_1R}{1 + sC_1\,R/2} \cdot \frac{1 + sC_2R}{1 + sC_2\,R/2}$$

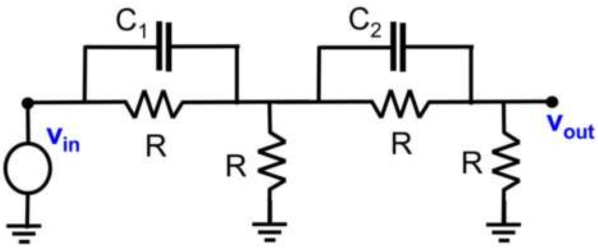
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ moltiplicazione tra i 2 DC gain

possiamo espandere T(s), allora:

$$T(s) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + sC_1R}{1 + sC_1\,R/2} \cdot \frac{1 + sC_2R}{1 + sC_2\,R/2}$$

$$T(s) = \frac{1}{4} \cdot \frac{s^2 C_1 C_2 R^2 + s(C_1R + C_2R) + 1}{sC_1\,C_2R^2/4 + s(C_1\,R/2 + C_2\,R/2) + 1}$$

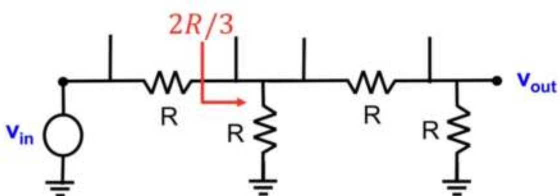
E se togliessimo il buffer? Disastro!



Quello che cambia sono i coefficienti resistivi.

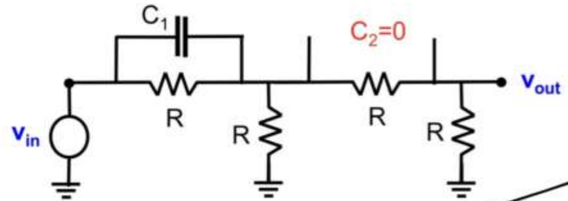
Partiamo dal DC gain

$$T(s) = G_0 \cdot \frac{s^2 C_1 C_2 \alpha_{12} + s(C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2) + 1}{s^2 C_1 C_2 \beta_{12} + s(C_1\beta_1 + C_2\beta_2) + 1}$$



$$G_0 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

Passiamo poi a calcolare la FDT della rete di primo ordine che abbiamo togliendo C_2

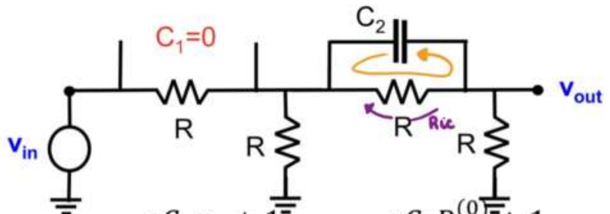


Resistenza con $V_{OUT}=\emptyset$ e $C_2=\emptyset$ (nel senso tolta)

$$T(s) = G_0 \cdot \frac{sC_1\alpha_1 + 1}{sC_1\beta_1 + 1} = G_0 \cdot \frac{sC_1 R_{10}^{(0)} + 1}{sC_1 R_1^{(0)} + 1}$$

$$\alpha_1 = R_{01}^{(0)} \qquad \beta_1 = R_1^{(0)}$$

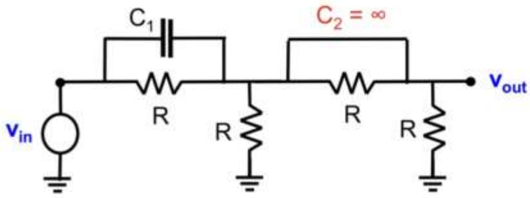
e facciamo uguale con C_1



$$T(s) = G_0 \cdot \frac{sC_2\alpha_2 + 1}{sC_2\beta_2 + 1} = G_0 \cdot \frac{sC_2 R_{20}^{(0)} + 1}{sC_2 R_2^{(0)} + 1}$$

$$\alpha_2 = R_{02}^{(0)} \qquad \beta_2 = R_2^{(0)}$$

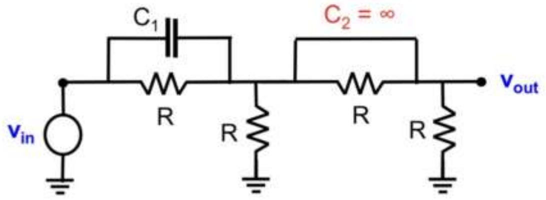
Assumiamo ora un ulteriore caso di limitazione, calcoliamo i coefficienti



$$T(s) = G_0 \frac{s^2C_1C_2\alpha_{12} + s(C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2) + 1}{sC_1C_2\beta_{12} + s(C_1\beta_1 + C_2\beta_2) + 1} \rightarrow G_0 \frac{s^2C_1C_2\alpha_{12} + sC_2\alpha_2}{sC_1C_2\beta_{12} + sC_2\beta_2 + 1}$$

$$\rightarrow G_0 \frac{sC_1\alpha_{12}/\alpha_2 + 1}{sC_1\beta_{12}/\beta_2 + 1} \qquad \frac{\alpha_{12}}{\alpha_2} = R_{01}^{(2)} \qquad \alpha_{12} = R_{01}^{(2)} R_{02}^{(0)}$$

Con questa discussione abbiamo trovato solo i coefficienti al numeratore, ci mancano i beta al denominatore

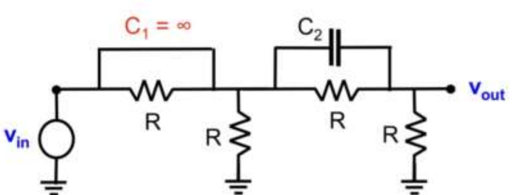


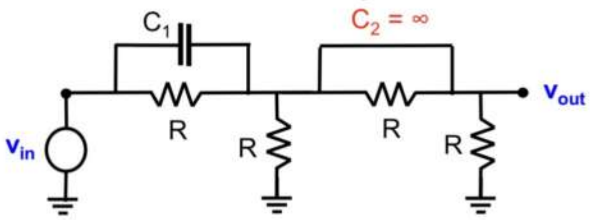
$$T(s) = G_0 \frac{s^2C_1C_2\alpha_{12} + s(C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2) + 1}{sC_1C_2\beta_{12} + s(C_1\beta_1 + C_2\beta_2) + 1} \rightarrow G_0 \frac{s^2C_1C_2\alpha_{12} + sC_2\alpha_2}{sC_1C_2\beta_{12} + sC_2\beta_2 + 1}$$

$$\rightarrow G_0 \frac{sC_1\alpha_{12}/\alpha_2 + 1}{sC_1\beta_{12}/\beta_2 + 1} \qquad \frac{\beta_{12}}{\beta_2} = R_1^{(2)} \qquad \beta_{12} = R_1^{(2)} R_2^{(0)}$$

Così ricaviamo anche i coefficienti del denominatore

Esempio delle resistenze viste dai vari condensatori con gli altri in corto.





$$R_2^{(1)} = \frac{R}{2} \qquad R_{20}^{(1)} = R \qquad R_1^{(2)} = \frac{R}{3} \qquad R_{10}^{(2)} = R$$

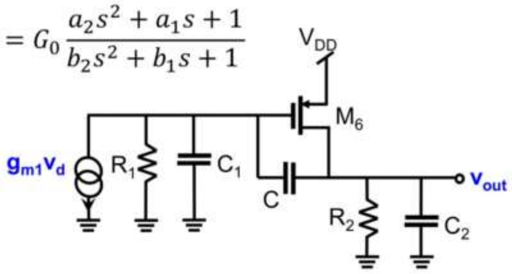
Quando abbiamo il coefficiente di s^2

$$T(s) = G_0 \frac{s^2 C_1 C_2 R_{02}^{(0)} R_{01}^{(2)} + s\left(C_1 R_{01}^{(0)} + C_2 R_{02}^{(0)}\right) + 1}{s C_1 C_2 R_2^{(0)} R_{10}^{(2)} + s\left(C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)}\right) + 1}$$

abbiamo una sequenza $C_1C_2R_{02}^{(0)}R_{01}^{(2)}$ tuttavia questa può cambiare se invertiamo C_2C_1... perché devo vedere la resistenza di C_1 quando potrebbe cambiare, in realtà non cambia niente perché se ho fatto i conti giusti questo deve venire sempre 1.

Dobbiamo usare un 2° stage per avere + guadagno. Ma facendo così mettiamo 2 poli → ergo sistema instabile. Allora dobbiamo compensare con miller.

$$G(s) = G_0 \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$



$$G_0 = g_{m1} R_1 g_{m6} R_2$$

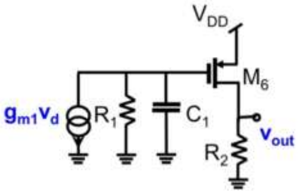
Possiamo vedere il circuito così: il primo stage lo semplifichiamo con norton.

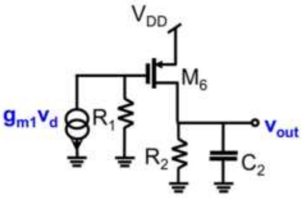
il DC gain è abbastanza ovvio ed è

$$G(0) = g_{m1} R_1 g_{m6} R_2$$

in AC ci aspettiamo 2 poli perchè le capacità sono interagenti.

Calcoliamo ora i coefficienti della FDT.
Partiamo dal denominatore e in particolare da b_1





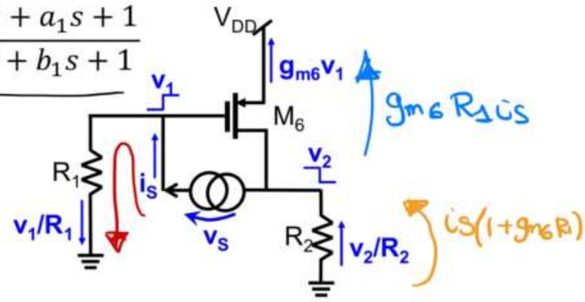
$$b_1 = C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C R_C^{(0)} = C_1 R_1 + C_2 R_2 + \cdots$$

Dove $R_x^{(0)}$ sono le resistenze viste dal condensatore quando tutte le altre capacità sono aperte

Ma qual'è la resistenza vista da C?

$$G(s) = G_0 \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$

Allora
$V_1 = i_S R_1$



$$b_1 = C_1 R_1 + C_2 R_2 + C(R_1 + R_2 + g_{m6} R_1 R_2)$$

Devo perciò calcolare lo swing di tensione ai capi di i_S

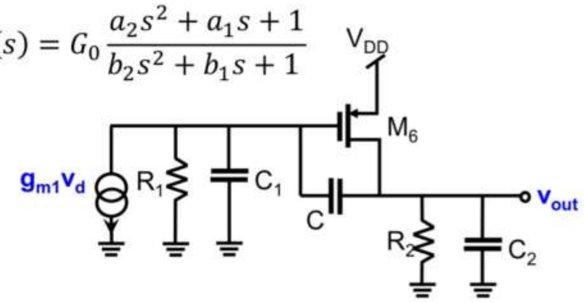
$$v_S = i_S R_1 + i_S R_2 (1 + g_{m6} R_1)$$

perciò

$$\frac{v_S}{i_S} = R_1 + R_2 (1 + g_{m6} R_1)$$

- Calcoliamo b_2)

$$G(s) = G_0 \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$

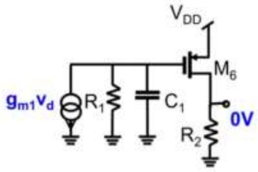


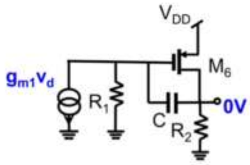
$R_1^{(0)}$ resistenza da C_1 con tutte le capacità aperte
$R_2^{(1)}$ resistenza vista da C_2 quando la capacità precedente (C_1) è un corto e le altre aperte
$R_C^{(2)}$ Resistenza vista da C quando C_2 è un corto e C_1 è un aperto

$$b_2 = C_1 C_2 R_1^{(0)} R_2^{(1)} + C_1 C R_1^{(0)} R_C^{(1)} + C_2 C R_2^{(0)} R_C^{(2)} =$$
$$= C_1 C_2 R_1 R_2 + C_1 C R_1 R_2 + C_2 C R_2 R_1 =$$
$$= R_1 R_2 [C_1 C_2 + C(C_1 + C_2)]$$

- Se per errore avessimo considerato 3 capacità non interagenti allora b_3 ci sarebbe venuto ∅ quindi nessun problema.

• Passiamo a calcolare a_1





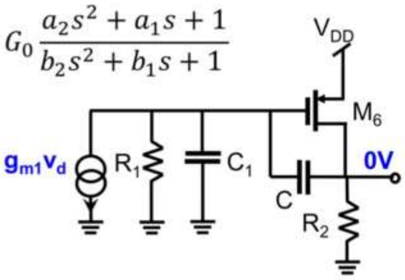
Dato che Vout è ∅ allora la corrente su R2 è ∅ e quindi anche la corrente di M6 è ∅ e allora anche la tensione di gate di M6 è ∅ perciò la resistenza vista da C1 è ∅

$$a_1 = C_1R_{01}^{(0)} + CR_{0C}^{(0)} = -C_2/g_{m6}$$

Per la resistenza ai capi di C mettiamo un gen di tensione ai capi di C e calcoliamo la corrente M6 crea una corrente $g_{m6}v_s$ che non può scorrere su R2 ma scorre attraverso il generatore su R1.

• Calcoliamo poi a2

$$G(s) = G_0\frac{a_2s^2 + a_1s + 1}{b_2s^2 + b_1s + 1}$$



Abbiamo già visto che $R_{01}^{(0)}$ è ∅ ma ATTENZIONE! DOBBIAMO SEMPRE CALCOLARE TUTTO PERCHÈ CI POTREBBE VENIRE ∅·∞ CHE È INDEFINITA. IN QUEI CASI DOBBIAMO CAMBIARE L'ORDINE E PRENDERE QUELLO CHE NON DA INFINITO

$$a_2 = C_1CR_{01}^{(0)}R_{0C}^{(1)} = 0$$

Perciò otteniamo che l'intera FDT è:

$$G_0\frac{1 - s\,C/g_{m6}}{s^2R_1R_2[C_1C_2 + C(C_1 + C_2)] + s[C_1R_1 + C_2R_2 + C(R_1 + R_2 + g_{m6}R_1R_2)] + 1}$$

Iniziamo calcolando i poli
Supponiamo f piccola perciò s è piccolo e quindi s^2 è trascurabile e così calcoliamo f_L

$$2\pi f = -\frac{1}{b_1}$$ zero sinistro!

$$b_1s^2 + b_1s + 1 = 0$$

$$s^2R_1R_2[C_1C_2 + C(C_1 + C_2)] + s[C_1R_1 + C_2R_2 + C(R_1 + R_2 + g_{m6}R_1R_2)] + 1$$

$$f_L \approx \frac{1}{2\pi b_1} = \frac{1}{2\pi[C_1R_1 + C_2R_2 + C(R_1 + R_2 + \underline{g_{m6}R_1R_2})]} \rightarrow \boxed{\frac{1}{2\pi[g_{m6}R_1R_2C]}}$$

Ci aspettiamo questo termine dominante perché $g_{m6}R_2$ è il gain dello stage che è molto alto

$$f_H \approx \frac{b_1}{2\pi b_2} = \frac{[C_1R_1 + C_2R_2 + C(R_1 + R_2 + \overline{g_{m6}R_1R_2})]}{2\pi R_1R_2[C_1C_2 + \underline{C(C_1 + C_2)}]}$$

Anche qui ci aspettiamo questo termine dominante

$$\rightarrow \frac{g_{m6}R_1R_2C}{2\pi R_1R_2C(C_1 + C_2)} = \boxed{\frac{g_{m6}}{2\pi(C_1 + C_2)}}$$

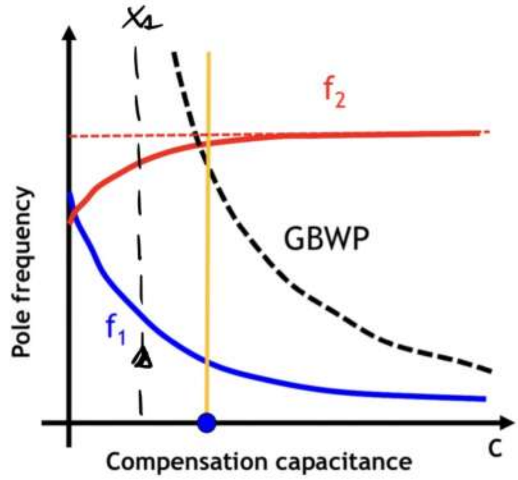
Supponiamo C>>C1,C2 allora questo secondo termine diventa dominante.

Per f_H noi sappiamo che s è grande, s^2 è ancora più grande e quindi 1 è trascurabile.
Rispetto al caso senza C notiamo che abbiamo il pole splitting, noi vogliamo mettere f_H dopo il GBWP. Perciò prima di calcolare C dobbiamo sapere il GBWP.
Noi sappiamo G(0) e il polo a f_L, se facciamo il prodotto tra i 2 ci viene che

$$GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C}$$

Va iperbolicamente in funzione di C.

Perciò che C dobbiamo scegliere?



Dobbiamo considerare questo grafico.
Notiamo che X_1 non va bene perchè prendo f_1, poi f_2 e dopo il GBWP quindi sono instabile.
la situazione top è quella della linea gialla dove ho il max GBWP con un margine di fase di 45°.
Perciò possiamo porre che

$$f_H = GBWP$$

quindi

$$C = \frac{g_{m1}}{g_{m6}}(C_1 + C_2)$$

MA ATTENZIONE, C'È ANCHE UNO ZERO!
Sappiamo che

$$f_Z = \frac{g_{m6}}{2\pi C}$$

Potremmo pensare di porre f_Z alla GBWP perciò $f_Z = GBWP$

$$\frac{g_{m6}}{2\pi C} = \frac{g_{m1}}{2\pi C} \quad \text{allora } g_{m6} = g_{m1}$$

(nel nostro caso per culo è così)

Ma occhio questo è uno zero sinistro!
e uno zero sinistro non dà un margine di $+90°$ NOT at all, dà invece uno calo di fase fino a $-90°$

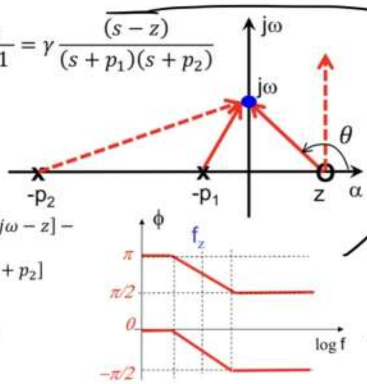
$$G(s) = G_0 \frac{1 - s\,C/g_{m6}}{b_2 s^2 + b_1 s + 1} = \gamma \frac{(s-z)}{(s+p_1)(s+p_2)}$$

Ricorda Bode

$$\gamma = -G_0 \frac{p_1 p_2}{z}$$

$$arg[G(j\omega)] = arg[\gamma] + arg[j\omega - z] -$$
$$-arg[j\omega + p_1] - arg[j\omega + p_2]$$

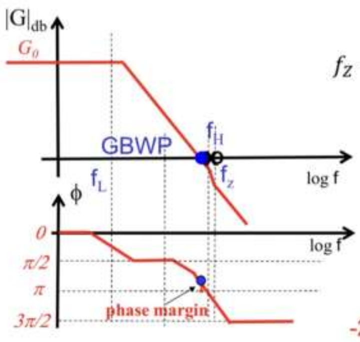
$$arg[j\omega - z] = -\mathrm{tg}^{-1}(\omega/z)$$



Caso zero destro (capiamo perchè il +90°)

Caso zero sinistro (capiamo perchè il -90°)

Quindi questo zero ci fa solo peggio, infatti ho 0° di margine di fase con lo zero sul GBWP. Non è accettabile.
Dobbiamo spostare in alto in frequenza il polo e lo zero.
Sappiamo che lo zero dipende da g_{m6}. Allora possiamo alzare la corrente del secondo stage allora gm alzare a f_Z va in su in frequenza.
Proviamo a usare il triplo della corrente nel secondo stage.
Anche il 2° polo dipende da g_{m6} ma il 2° polo dipende anche da C_1 che è la Cgs di M_6, allora anche la capacità alza un po'.
Perciò il 2° polo non cresce di un fattore 3 ma un po' meno.
Come possiamo vedere alzando la corrente del 2° stage per 3 abbiamo guadagnato un margine di fase di 46°, buono ma non abbastanza.



$$f_Z = \frac{g_{m6}}{g_{m1}} GBWP$$

X3 = 107MHz

I_6=3x0.15mA=0.45mA

$$f_H = \frac{g_{m6}}{2\pi(C_{gs6} + C_2)}$$

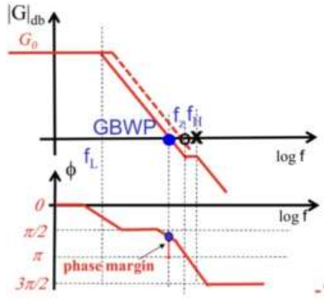
73MHz

-26° -18°

$$\Delta\phi = 180^o - 90^o - \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{GBWP}{f_H}\right) - \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{GBWP}{f_z}\right)$$

46°

Dovremo avere più Φm, potremo alzare di + la corrente o variare la capacità C (aumentarla)



$$f_H = \frac{g_{m6}}{2\pi(C_{gs6} + C_2)}$$ 73MHz

C = 16pF

GBWP=15MHz

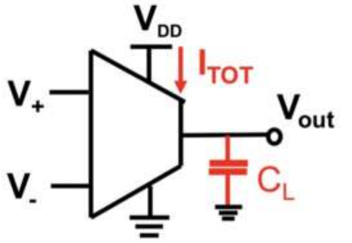
$$f_Z = \frac{g_{m6}}{g_{m1}} GBWP$$ X3 = 45MHz

-12° -18°

$$\Delta\phi = 180^o - 90^o - \text{tg}^{-1}\left(\frac{GBWP}{f_H}\right) - \text{tg}^{-1}\left(\frac{GBWP}{f_z}\right)$$

60°

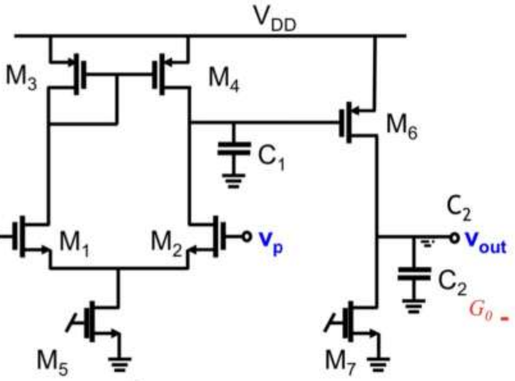
Possiamo definire il coefficiente fattore di merito come:



$$FoM = \frac{GBWP \cdot C_L}{I_{TOT}}$$

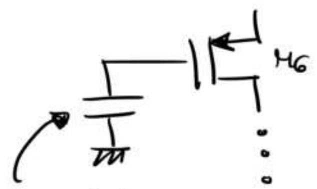
Maggiore è FoM migliore è il circuito.

12.10.2021 2h



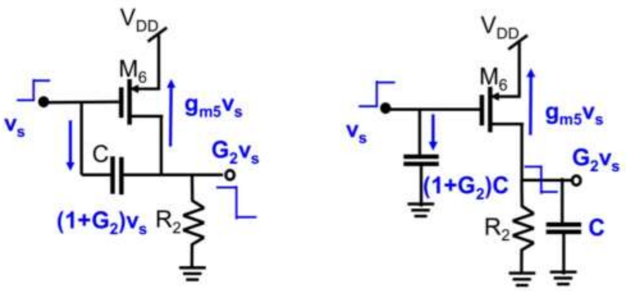
Miller aveva capito che doveva spostare in basso uno dei 2 poli per avere stabilità
C2 è praticamente dipendente dal load e quindi non posso farci tanto.
Al contrario per abbassare l'altro polo posso alzare T1 e quindi C1.
Ma C1 sarebbe troppo grande da mettere lì
ma noi possiamo mettere un C tra gate e drain che ai suoi capi avrà

allora posso vedere la capacità come



$(1+G)C$

quindi è come se avessi amplificato la capacità.



← Teorema di Miller

carica che scorre su C

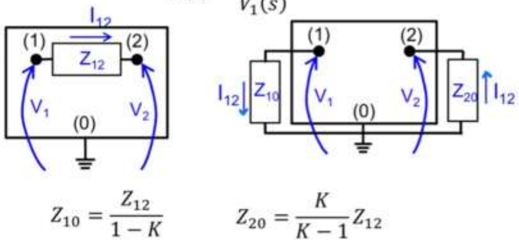
$$C_{eq} = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{G_2 V_s} = \frac{C(1+G_2)V_s}{G_2 V_s}$$

Dato che $G_2 \gg 1$ allora

$$C_{eq} \simeq C$$

IN GENERALE

$$K(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$



$$Z_{10} = \frac{Z_{12}}{1-K} \qquad Z_{20} = \frac{K}{K-1} Z_{12}$$

Allora devo avere che

$$\frac{V_1}{Z_{10}} = \frac{V_1 - V_2}{Z_{12}}$$ quindi

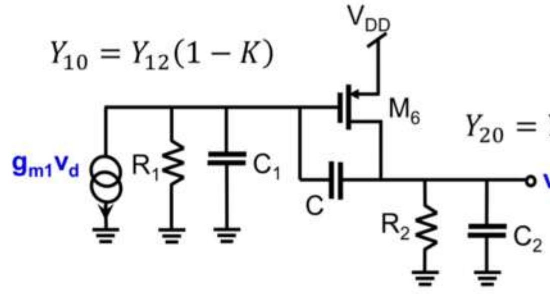
$$Z_{10} = Z_{12} \frac{V_1}{V_1 - V_2} = Z_{12} \cdot \frac{1}{1 - \frac{V_2}{V_1}}$$

e la stessa cosa può essere scritta per Z_{20}

dividiamo per V_2

$$\frac{V_1-V_2}{Z_{12}} = -\frac{V_2}{Z_{20}} \rightarrow Z_{20} = -Z_{12}\,\frac{V_1-V_2}{V_2} = -Z_{12}\left(\frac{1-G}{G}\right)$$

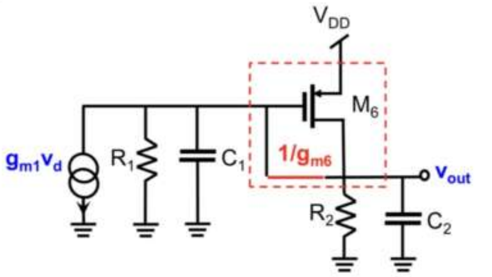
$$Y_{10} = Y_{12}(1-K) \qquad Y_{20} = Y_{12}\frac{(K-1)}{K}$$



Possiamo quindi splittare il condensatore

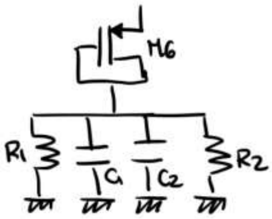
Posso calcolare facilmente il polo ad alta frequenza?
Noi sappiamo che per $\omega \gg \frac{1}{RC}$ allora il condensatore è un corto

Perciò noi sappiamo che dopo il primo polo C è in corto perciò ho questo circuito



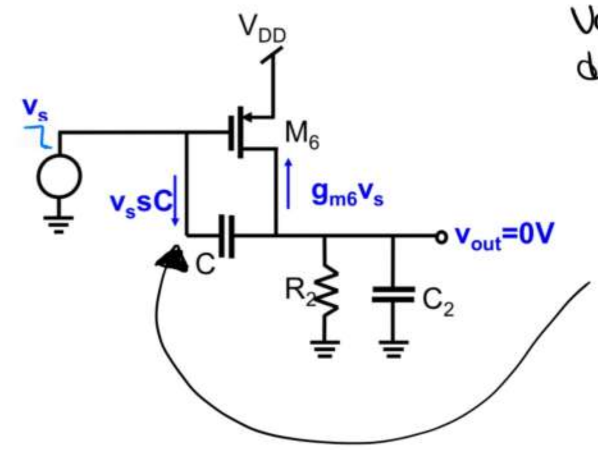
$$f_H \approx \frac{g_{m6}}{2\pi(C_1+C_2)}$$

ho un solo polo perché le 2 capacità sono in parallelo



Abbiamo trovato in modo intuitivo i valori dei poli ecc...

Comunque con questa tecnica riduciamo molto il GBWP, dobbiamo trovare un modo per levare dalle palle lo zero sinistro.
Ricordiamo che la condizione di zero è



Vout è imposto a Ø, perciò tutta la corrente deve andare su M6

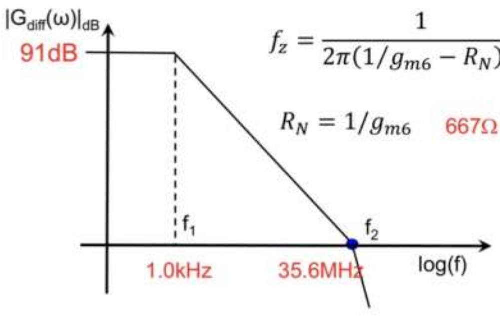
$$z = \frac{g_{m6}}{C}$$

Potrei mettere qui in serie un resistore R_N

$$g_{m6}v_s = \frac{v_s}{R_N+\frac{1}{sC}} \rightarrow R_N + \frac{1}{sC} = \frac{1}{g_{m6}}$$

Perciò $z = \dfrac{1}{(\frac{1}{g_{m6}}-R_N)C}$

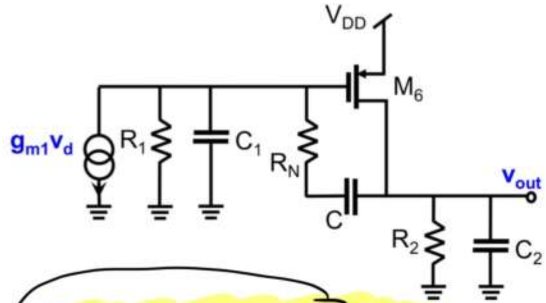
mettendo la resistenza lo zero si sposta a $\rightarrow \infty$
Inoltre se $R_N > \frac{1}{g_{m6}}$ cambio il segno dello Ø in modo che dia un contributo positivo al phase margin.



$$f_z = \frac{1}{2\pi(1/g_{m6}-R_N)C}$$

$$R_N = 1/g_{m6} \quad 667\Omega$$

Abbiamo cambiato il GBWP a un valore + alto e guadagnato in margine di fase



Addesso abbiamo 3 poli visto che le 3 capacità non sono più dipendenti

Calcoliamo il polo dominante

$$\frac{}{s^3 b_3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$

Questo è il polo dominante perchè per s piccoli s^2 e s^3 saranno ancora + piccoli

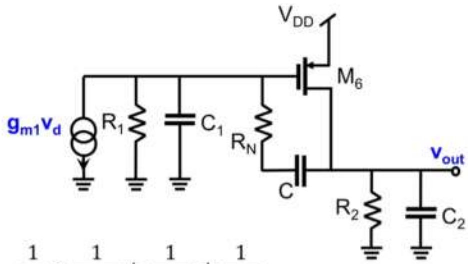
$$b_1 = R_1C_1 + R_2C_2 + \left(R_C^{(0)} + R_N\right)$$

$$\left(R_1 + R_2 + g_{m6}R_1R_2 + R_N\right)$$

resistenza vista da C senza R_N

Vediamo che questo termine manda una variazione grande del valore rispetto a prima, visto che $g_{m6}R_1R_2$ è decisamente dominante.

- Calcoliamo adesso b_3



$$\frac{1}{\tau_H} \approx \frac{1}{R_NC_1} + \frac{1}{R_NC_2} + \frac{1}{R_NC}$$

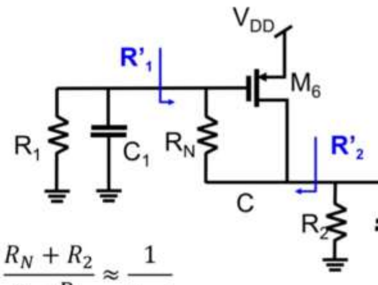
$$f_3 = \frac{1}{2\pi\tau_H} \approx \frac{1}{2\pi R_N(C_1 \| C \| C_2)}$$

il polo ad alta frequenza è $p_H = -\frac{b_2}{b_3}$

perchè consideriamo solo $b_3s^3 + b_2s^2$ del polinomio

Per calcolare il polo ad alta frequenza sommiamo l' $1/\tau$ di ogni condensatore quando gli altri sono in corto.

- Calcoliamo ora il polo all'intermedio



$$R_1' \approx \frac{R_N + R_2}{g_{m6}R_2} \approx \frac{1}{g_{m6}}$$

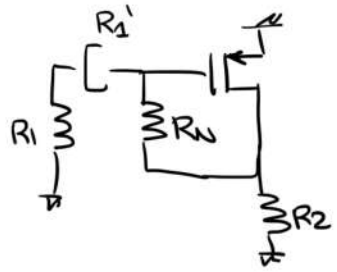
$$R_2' \approx \frac{R_N + R_1}{g_{m6}R_1} \approx \frac{1}{g_{m6}}$$

$$f_2 \approx \frac{g_{m6}}{2\pi(C_1 + C_2)}$$

intuizione fisica, cioè consideriamo che C sia in corto perchè stiamo lavorando a una freq maggiore del primo polo che è dato da C

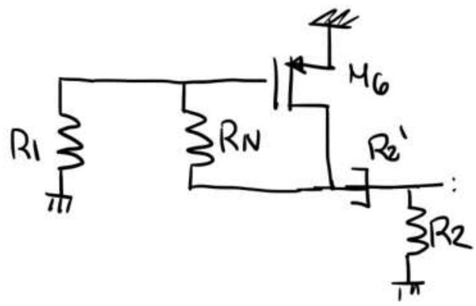
Per calcolare il polo usiamo il metodo delle costanti di tempo

> Resistenza vista da C_1 con C_2 aperto



$$R_1' = \frac{R_N + R_2}{1 + G_{loop}} \simeq \frac{R_N + R_2}{g_m R_2} \simeq \frac{1}{g_{m6}}$$

> Resistenza vista da C_2 quando C_1 è aperto



ho sempre un loop perciò R_2' è

$$R_2' = \frac{R_N + R_1}{1 + G_{loop}} \leftarrow \text{Cold resistance}$$

$$\simeq \frac{R_N + R_1}{g_{m6}R_1} \simeq \frac{1}{g_{m6}}$$

Perciò $f = \dfrac{1}{2\pi\left(C_1 \frac{1}{g_{m6}} + C_2 \frac{1}{g_{m6}}\right)}$ perciò posso supporre che anche il 2° polo non cambi molto rispetto al caso standard.

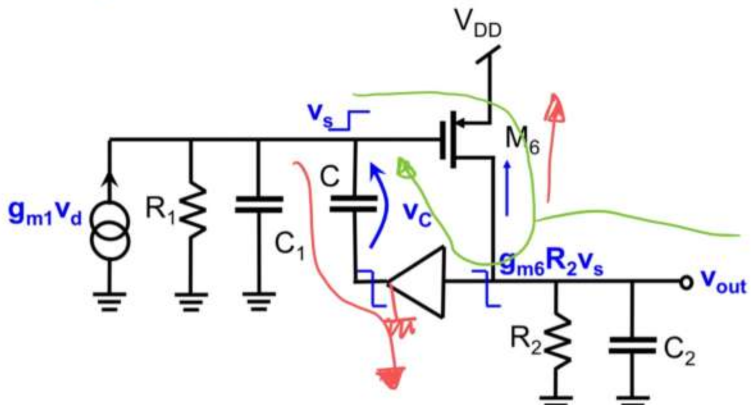
Quindi solo mettendo questo resistore abbiamo risolto il problema di φ_m e non abbiamo nemmeno dovuto aumentare la corrente del secondo stadio.

Altre metodologie di compensazione:

Dobbiamo killare lo zero e lo zero è dato dal bilanciamento tra la corrente che passa per C e M6.

Possiamo killare questa balance?

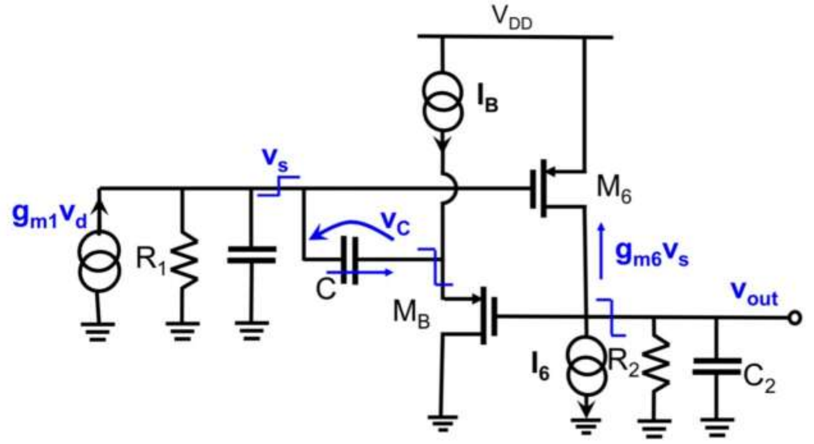
Voltage buffer



il buffer serve per tenere lì l'effetto di Miller buono, cioè far vedere la capacità C più grande, se mettiamo il buffer abbiamo che questa cosa è realizzata correttamente.

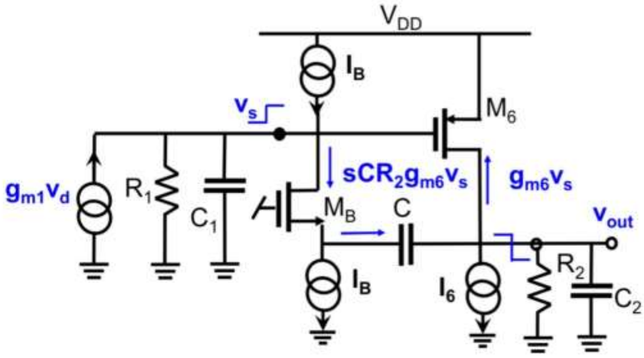
Giro della tensione per l'effetto di Miller per farsi di vedere C più grande.

Un buffer non è altro che un follower, perciò:



Possiamo killare lo zero in un altro modo?

Possiamo usare un current buffer cioè un common gate



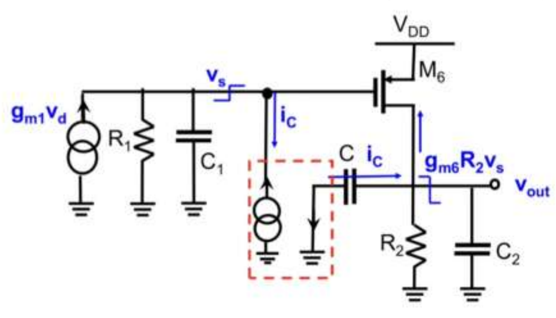
aumento Vs quindi la tensione sul drain di M6 diminuisce se diminuisce deve scorrere corrente su C e quindi scorre corrente su MB

Abbiamo ancora l'effetto di Miller perché la corrente assorbita all'input è

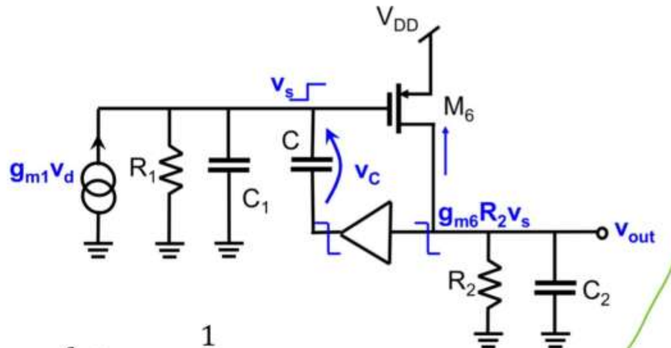
$sCR_2g_{m6}V_s$ ho un guadagno rispetto ad avere solo il condensatore

Killiamo però la current balance perché la corrente che arriva da M6 non può tornare all'ingresso perché se voglio $V_{out} = \emptyset$ allora dovrei avere che l'impedenza è zero, impossibile (quindi non ho lo zero)

Qui si vede bene che se $V_{out} = \emptyset$ su C non può passare corrente



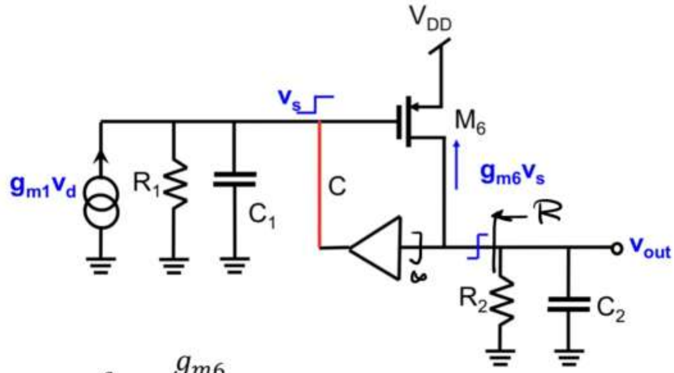
Studiamo adesso bene il Voltage buffer supponendo il buffer ideale



$$f_L \approx \frac{1}{2\pi R_1 \underline{g_{m6} R_2 C}}$$

Non è altro che la capacità equivalente vista all'input, e poi questa capacità vede solo R1.

Se il buffer è ideale abbiamo solo 2 poli



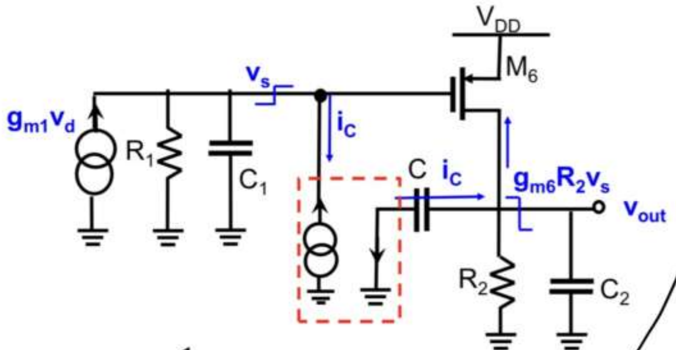
$$f_H \approx \frac{g_{m6}}{2\pi C_2}$$

Per stimare il 2° polo cortocircuitiamo C che sappiamo essere il polo dominante a bassa freq.
Usiamo poi il metodo delle costanti di tempo. Resistenza vista da un condensatore con l'altro aperto.

$$\frac{1}{2\pi\left[C_1 \cdot \emptyset + C_2 \cdot \underbrace{\frac{1}{g_{m6}}}_{\text{Resistenza vista da } C_2 \text{, con approssimazione}}\right]} = \frac{g_{m6}}{2\pi C_2}$$

il 2° polo dipende dalla capacità di load

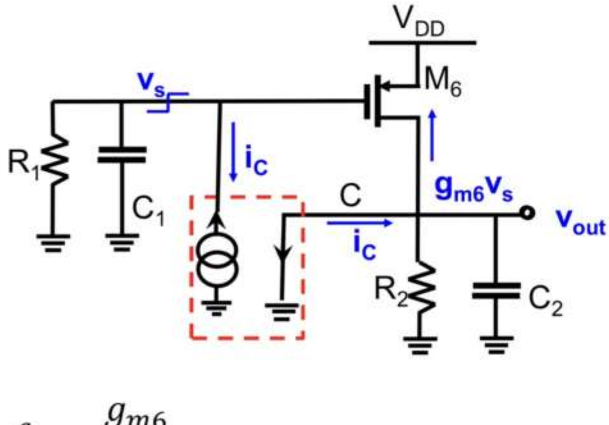
Current buffer



$$f_L \approx \frac{1}{2\pi R_1 \underline{g_{m6} R_2 C}}$$

è sempre la capacità C vista all'input, poi questa capacità vede solo la resistenza R1.

Per il polo ad alta frequenza invece come al solito consideriamo C in corto



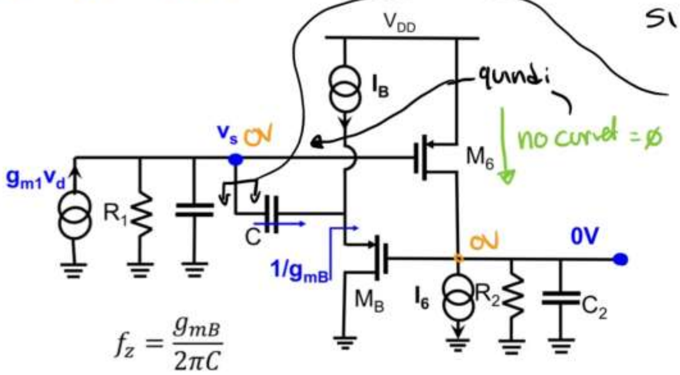
$$f_H \approx \frac{g_{m6}}{2\pi C_1}$$

resistenza vista da C2 è $\emptyset$ mentre quella da C1 è $\frac{1}{g_m}$.

Abbiamo un vantaggio rispetto a prima infatti il polo non dipende più dalla capacità del load ma solo da C1.

Rispetto al caso del nulling resistor negli altri casi mettiamo + transistor e quindi aumentiamo la potenza dissipata.
Consideriamo poli e zeri nella reale implementazione

Voltage buffer



$$f_z = \frac{g_{mB}}{2\pi C}$$

si potrebbe usare il metodo delle costanti di tempo

Quando ho l'out a ∅ e quindi anche l'in è a ∅ ho che vedo un impedenza data da C e $1/g_{mB}$ allora ho uno zero a

$$\omega_z = \frac{1}{C \frac{1}{g_{mB}}}$$

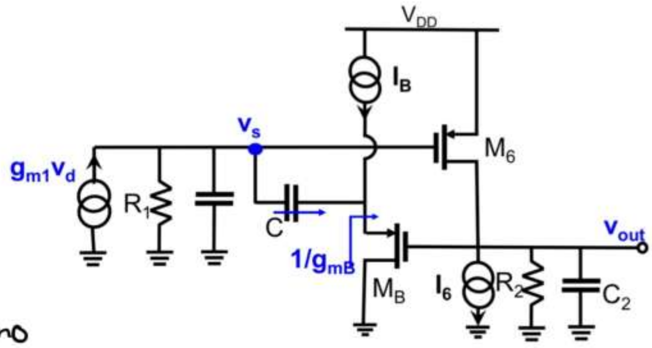
è uno zero negativo che aiuta il margine di fase

$$f_z = \frac{g_{mB}}{2\pi C}$$

e per il resto della FDT?

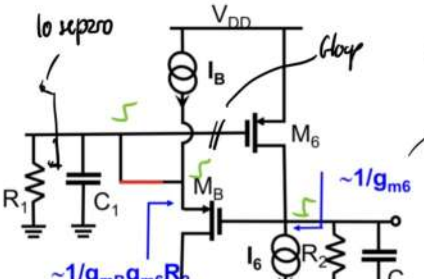
Raccogliamo il polo dominante che è quello dato da C

$$p_1 = -\frac{1}{R_1 C g_{m6} R_2}$$



$$G = G_0 \frac{sC/g_{mB} + 1}{(s/p_1 + 1)(b_2 s^2 + b_1 s + 1)}$$

Visto che andiamo a f > di f_{p1} allora consideriamo C come un corto, mi aspetto 2 poli e usiamo il metodo delle costanti di tempo.



$$(b_2 s^2 + b_1 s + 1)$$

$$f_2 \approx \frac{g_{m6}}{2\pi b_1 C_2}$$

$$b_1 \approx \frac{C_1}{g_{mB} g_{m6} R_2} + \frac{C_2}{g_{m6}} \approx \frac{C_2}{g_{m6}}$$

La resistenza vista da qui sarà $1/g_{m6}$ perché ho

$$\frac{v}{v g_{m6}} = \frac{1}{g_{m6}}$$

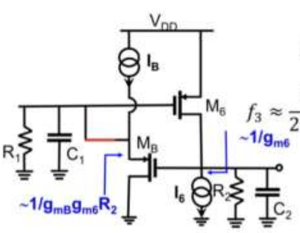
La resistenza vista da C_1 è invece R_1 in parallelo con la resistenza del loop.
La cold resistance è $1/g_{mB}$ mentre il Gloop è

il Gloop è $g_{m6}R_2$, perciò la resistenza vista da C_1 è

$$R_1 // \frac{1/g_{mB}}{g_{m6} R_2}$$

Possiamo poi approssimare dicendo che $b_1 \simeq \frac{C_2}{g_{m6}}$ perché questo termine è il dominante

Calcoliamo adesso il valore di b_2

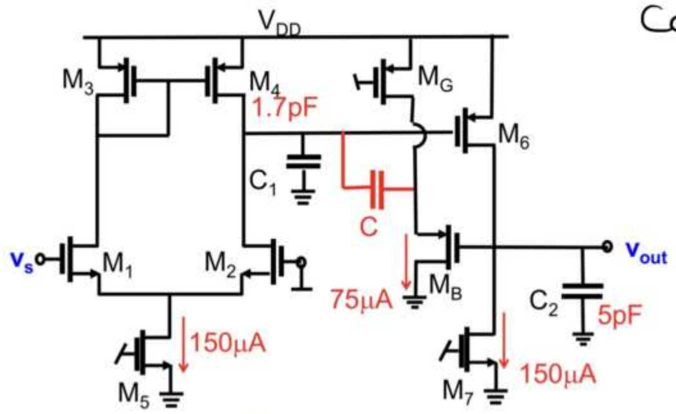


$$(b_2 s^2 + b_1 s + 1)$$

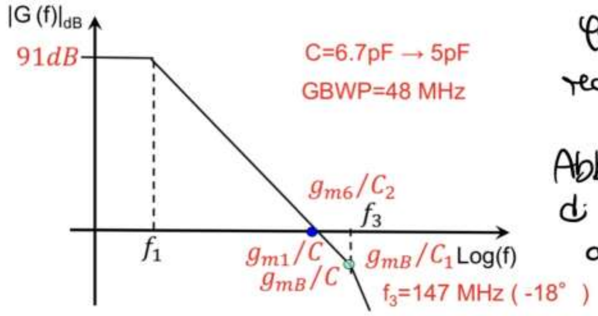
$$f_3 \approx \frac{b_1}{2\pi b_2} = \frac{C_2}{2\pi g_{m6}} \frac{g_{mB} g_{m6}}{C_1 C_2} = \frac{g_{mB}}{2\pi C_1}$$

$$b_2 \approx C_1 C_2 \frac{1}{g_{mB} g_{m6} R_2} R_2 = \frac{C_1 C_2}{g_{mB} g_{m6}}$$

Qui abbiamo gli altri condensatori in corto. e calcoliamo le costanti di tempo.



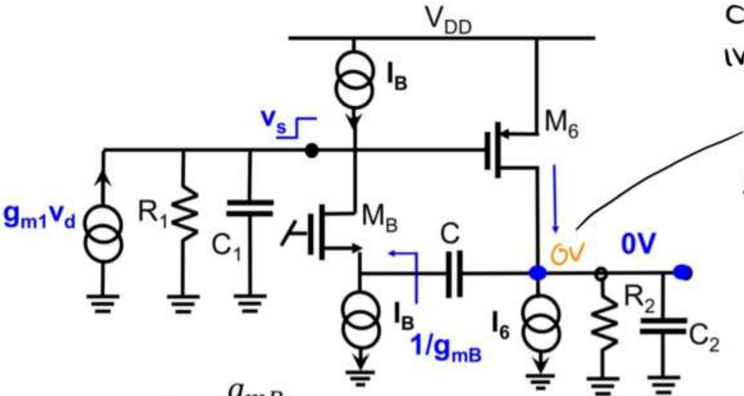
Con questa configurazione e bias $g_{mb} = g_{m1}$



$\varphi_m \simeq 75°$ molto buono

Abbiamo un po' più di consumo rispetto a prima.

• Current Buffer



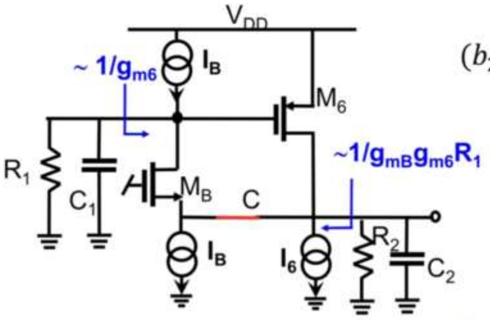
Abbiamo 3 poli perché ci sono 3 capacità indipendenti e C non vede più impedenza infinita.

Perché questo sia $\emptyset$ e perché ci sia corrente su M6 allora devo fare sì che l'impedenza sotto Vout abbia uno zero.

lo zero è $f_Z = \dfrac{g_{mB}}{2\pi C}$ zero negativo OK per φ_m

$$f_z = \frac{g_{mB}}{2\pi C}$$

Per i poli è la stessa storia di prima



$$(b_2s^2 + b_1s + 1)$$

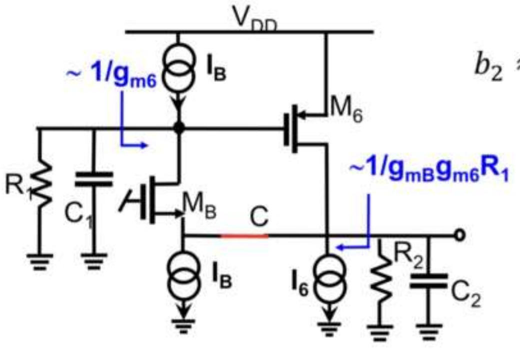
$$f_2 \approx \frac{g_{m6}}{2\pi C_1}$$

$R_2 \gg \dfrac{1}{g_m}$

In questo caso come sempre i condensatori sono degli aperti

$$b_1 \approx \frac{C_1}{g_{m6}} + \frac{C_2}{g_{mB}g_{m6}R_1} \approx \frac{C_1}{g_{m6}}$$

Per il polo ad alta frequenza abbiamo invece



$$b_2 \approx C_1C_2\frac{1}{g_{m6}g_{mB}}$$

Ma f2 che è supposto essere quello a bassa freq è a

$$f_2 = \frac{g_{m6}}{2\pi C_1} \leftarrow 1{,}7pF$$

mentre f3 che dovrebbe essere quello ad alta freq è a

$$f_3 = \frac{g_{mb}}{2\pi C_2} \leftarrow 5pF$$

Dovrebbe essere $= g_{m6}$

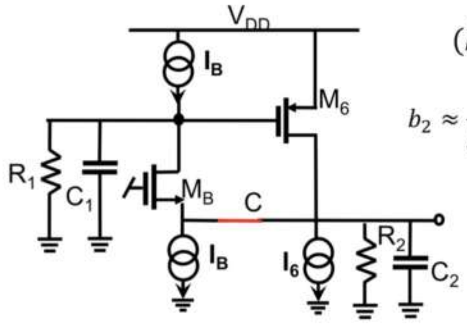
$$f_3 \approx \frac{b_1}{2\pi b_2} = \frac{C_1}{2\pi g_{mB}}\frac{g_{mB}g_{m6}}{C_1C_2} = \frac{g_{mB}}{2\pi C_2} \quad ?$$

e quindi mi viene più piccolo! Come è possibile? Significa che c'è qualcosa che non va, la teoria non va bene.

L'approssimazione che facevamo per dire che $b_2s^2 + b_1s + 1$ per dire che

$f_1 = -\dfrac{1}{b_1}$ e $f_2 = -\dfrac{b_1}{b_2}$ (credo) Questa non vale più perché f_1 e f_2 non sono molto lontane (almeno una decade)

Perciò dobbiamo risolvere l'intera eq di 2° grado



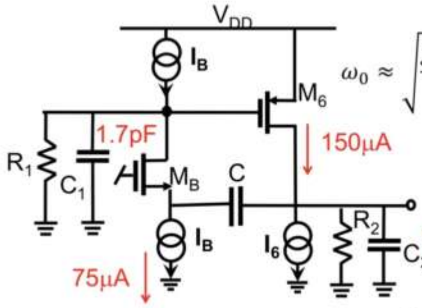
sono quelli calcolati prima

$(b_2 s^2 + b_1 s + 1) = \emptyset$

$b_2 \approx \frac{C_1 C_2}{g_{m6} g_{mB}}$ $\quad b_1 \approx \frac{C_1}{g_{m6}}$

Avremo poli complessi e coniugati. Calcoliamo la frequenza e il fattore di merito che ci da il valore dell'overshoot

$(s^2/\omega_0^2 + s/\omega_0 Q + 1) = \emptyset \quad \omega_0 \approx \sqrt{\frac{g_{m6} g_{mB}}{C_1 C_2}} \quad Q = \sqrt{\frac{g_{m6} C_2}{g_{mB} C_1}}$



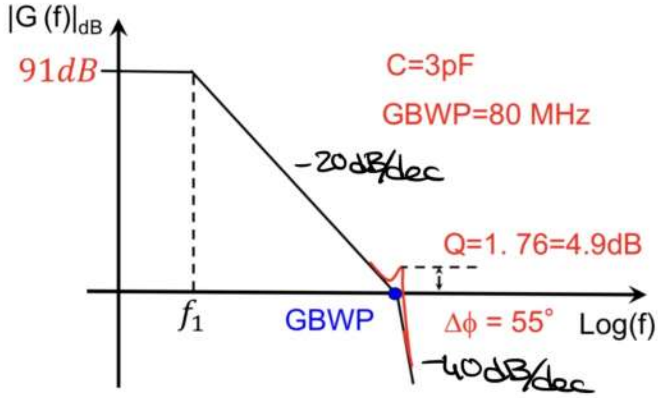
$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{g_{m6} g_{mB}}{C_1 C_2}}$ $\quad Q = \sqrt{\frac{g_{m6} C_2}{g_{mB} C_1}}$

84MHz $\quad$ 1.76

$g_{mB} = g_{m6} = 1.5$mA/V

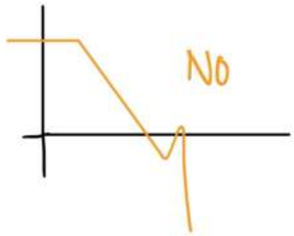
$f_z = \frac{g_{mB}}{2\pi C} \quad GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C}$

GBWP=84MHz $\quad$ C=3pF

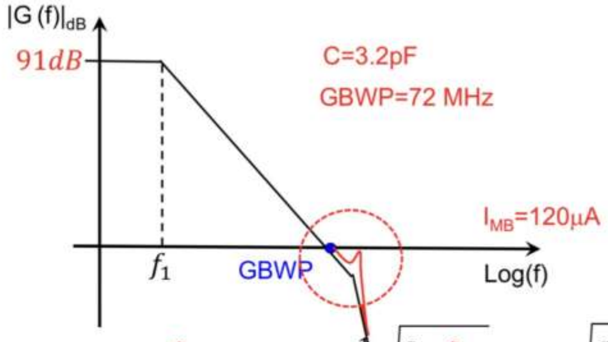


impostiamo che il GBWP sia alla stessa frequenza dei 2 poli, in più sopra questi 2 poli ci metto alla stessa frequenza anche lo zero.

Calcoliamo il margine di fase $\varphi_m = 55°$ non è abbastanza, noi tipicamente vogliamo di + per avere di + spostiamo il picco a + alte frequenze e attenzione!! il picco in questo caso non deve superare l'asse senò il margine di fase va calcolato lì



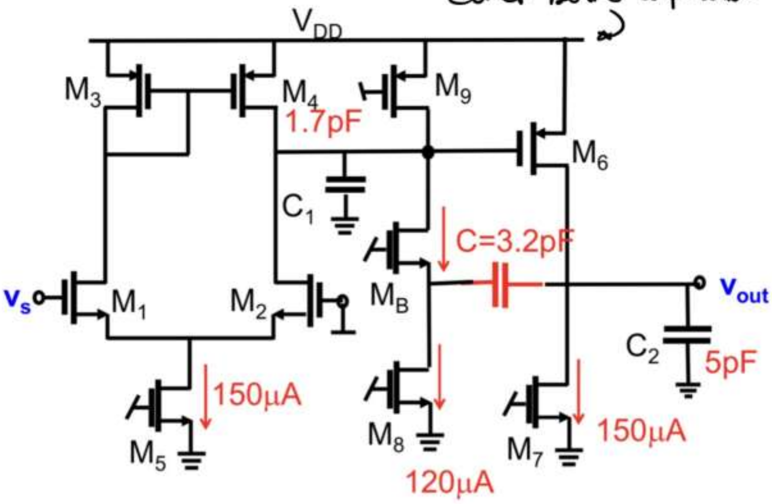
Per spostare il picco + ad alta freq dobbiamo alzare la potenza sul buffer per ridurre gmb in questo caso otteniamo che:



$f_z = \frac{g_{mB}}{2\pi C} \quad f_0 \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g_{m6} g_{mB}}{C_1 C_2}} \quad Q = \sqrt{\frac{g_{m6} C_2}{g_{mB} C_1}}$

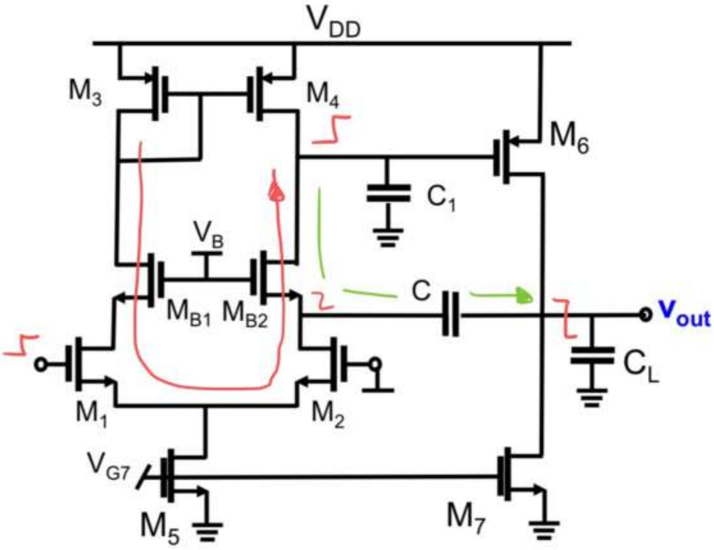
AHUJIA COMPENSATION

Questo è un current buffer compensation



il lato negativo del current buffer è che consumiamo corrente solo per un buffer, possiamo riusare la corrente che scorre già nel circuito?

Se io muovessi M_8 dentro la struttura differenziale non consumerei + corrente. Ottengo così un Cascoded Ahujia



$$G(s) = G_0 \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$

$$G(s) = G_0 \frac{-|a_2| s^2 + |a_1| s + 1}{(1 + s/p_1)(s^2/\omega_0^2 + s/\omega_0 Q + 1)}$$

ho uno zero positivo e uno negativo

Abbiamo perso un grado di libertà perché non posso mettere il bias di M_{B2} come voglio

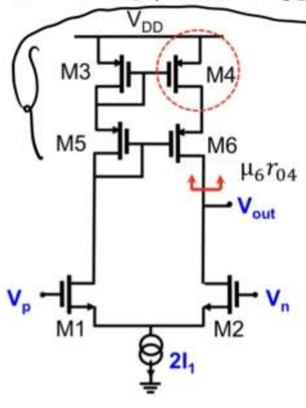
18.10.2021 2h

Possiamo usare un solo stage e avere un gain di μ^2? Noi sappiamo che il gain di uno stage è:

$$G_{d0} \simeq \frac{V_A}{V_{ov}} = V_{A,0} \cdot \frac{L}{L_0} \cdot \frac{1}{V_{ov}}$$

Potremmo semplicemente aumentare L

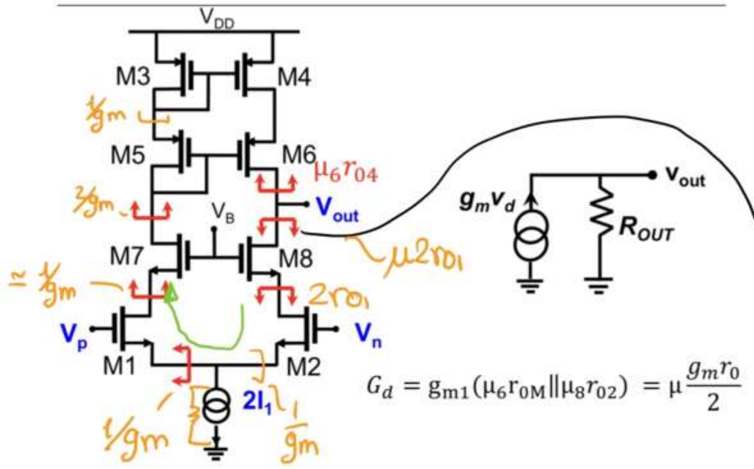
Ma dobbiamo aumentare la L di tutti i transistor perché c'è lo specchio ecc... ma se scalo L devo anche scalare W.
Ma noi sappiamo che la frequenza di taglio di questo sistema va come $1/L^2$ e quindi se aumentiamo L allora f_T cala di molto. Non va bene.
Tuttavia abbiamo alternative, possiamo usare la configurazione cascode che aumenta la resistenza d'uscita senza toccare f_T.



Funziona ancora come specchio perché qui vedo ancora bassa impedenza.

Ma non è abbastanza, dobbiamo anche migliorare la resistenza nella parte bassa perché sono abbiamo $\mu_6 r_{o4} // r_{o2}$ ed è troppo bassa

Allora aggiungiamo un altro cascode



$$G_d = g_{m1}(\mu_6 r_{0M} \| \mu_8 r_{02}) = \mu \frac{g_m r_0}{2}$$

La corrente che fa così scorre attraverso M7 perché è un common gate, poi va su M5, M3 che sono uno specchio, allora la corrente viene specchiata su M4 che scorre attraverso M6 perché è un common gate

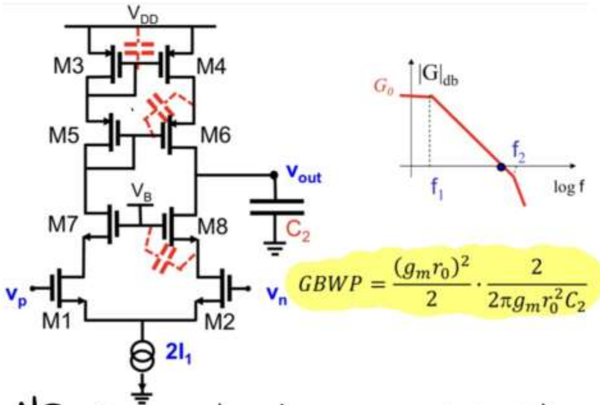
è difficile da calcolare dobbiamo considerare tutte le resistenze. Facendo tutto il giro antiorario partendo da M3 ottengo che la resistenza è $\mu_8 2 r_{01}$. MA È SBAGLIATO!!! infatti la corrente che va in M3 e M5 viene riportata su M5 e M6 perciò la vera resistenza vista al drain di M8 è

$$\frac{\mu_8 \cdot 2 \cdot r_{01}}{2} = \mu_8 \cdot r_{01}$$

La resistenza d'uscita è: $\mu_6 r_{0M} // \mu_8 r_{02}$

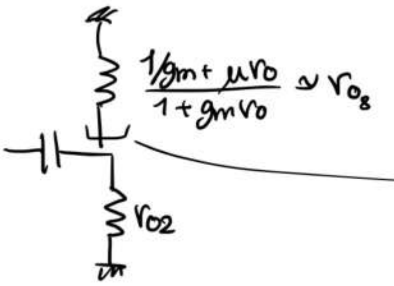
Noi sappiamo che la risposta in freq è OK

$$f_L = \frac{1}{2\pi C_2 \mu \frac{r_0}{2}}$$



$$GBWP = \frac{(g_m r_0)^2}{2} \cdot \frac{2}{2\pi g_m r_0^2 C_2}$$

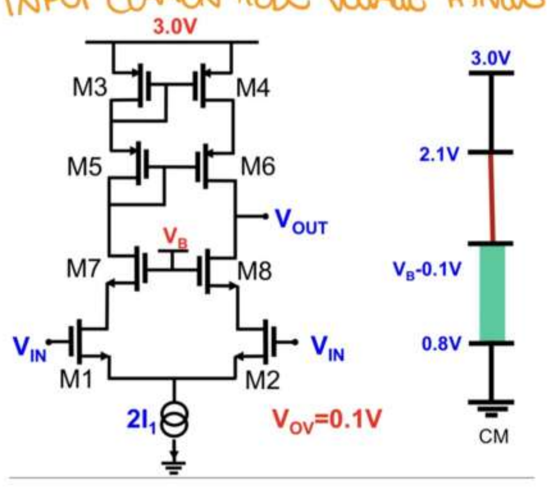
Ma dobbiamo controllare che le capacità di M6 M8 non introducano poli ad alta frequenza. Quali resistenze vede la capacità di M8



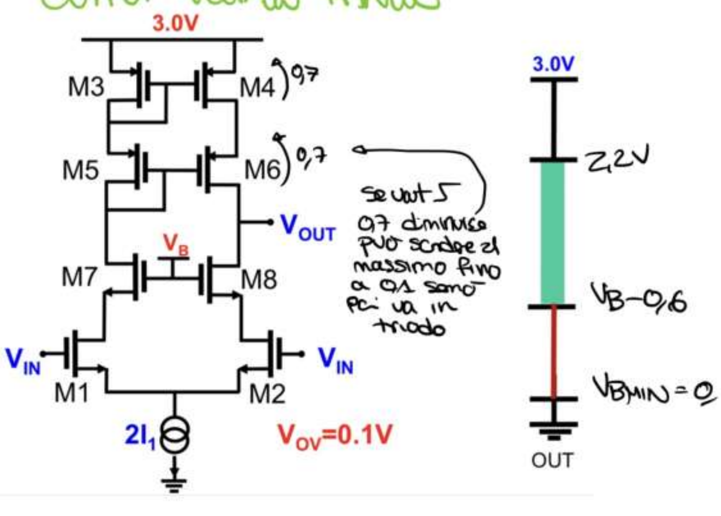
MA ATTENZIONE! QUI STIAMO PARLANDO DI POLI AD ALTA FREQ QUINDI C_2 RISULTA IN UN CORTO PERCIÒ NELLA REALTÀ QUI VEDO 1/gm.

Non abbiamo problemi di banda perciò possiamo avere grandi gain senza usare Miller. Il problema di questa struttura è che ho transistor uno sopra l'altro perciò devo avere almeno 1 Vov

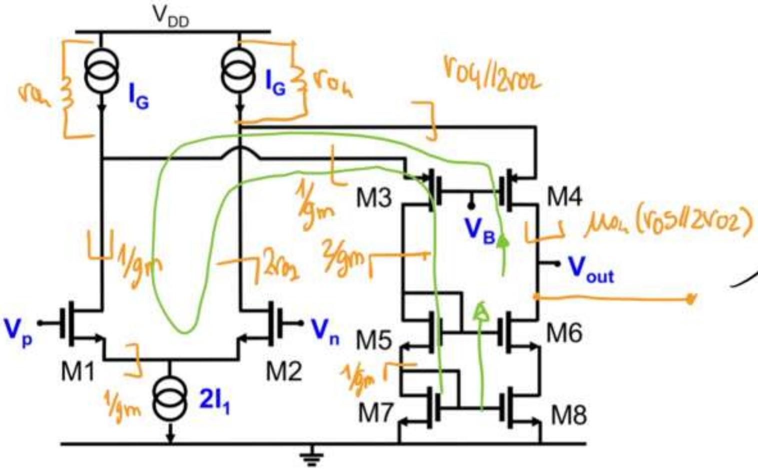
INPUT COMMON MODE VOLTAGE RANGE



OUTPUT VOLTAGE RANGE



C'è un trade off se alzo V_B per avere più input voltage range riduco la dinamica d'uscita
Per evitare questa limitazione possiamo usare la struttura folded cascode



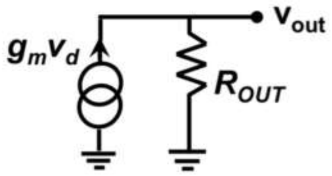
Perciò la r_{out} è ridotta di un fattore, ma in questo caso non è esattamente un fattore 2.

In particolare ci viene che

$$R_{OUT} = \frac{\mu\, r_{o4} // 2r_{o2}}{1 + \frac{r_{o4}}{r_{o4} + 2r_{o2}}}$$

$= \mu(r_{o4} // r_{o2})$ ← che otteniamo lo stesso risultato dell'esempio prima.

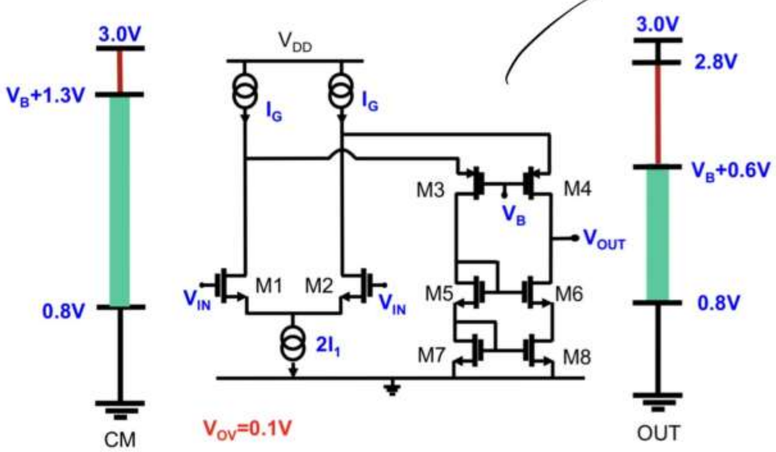
Perciò il gain totale è:



$$G_d \approx \frac{\mu^2}{3}$$

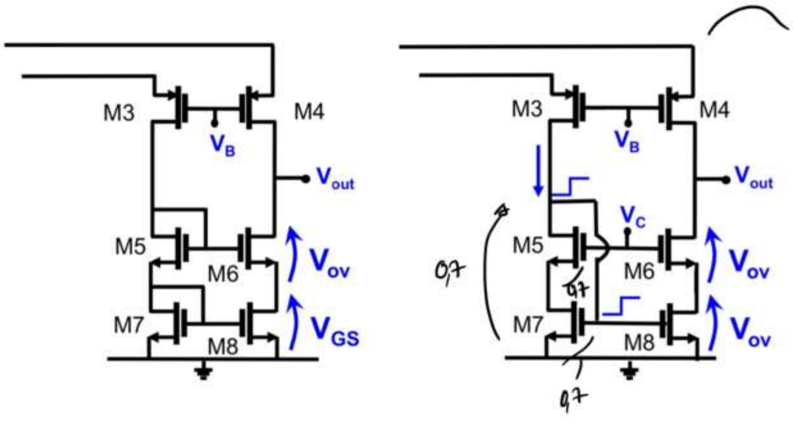
$$R_{out} = (g_m r_0^2 \| g_m r_0^2/2) \approx \frac{g_m r_0^2}{3}$$

Con la folded cascode possiamo avere più dinamica di tensione



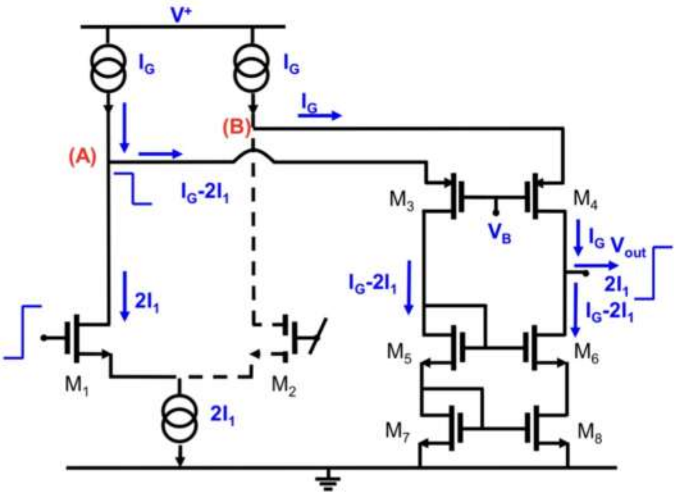
Con questa configurazione abbiamo più potenza dissipata perché devo fare il bias di 2 rami.

ENANCED MIRROR STRUCTURE



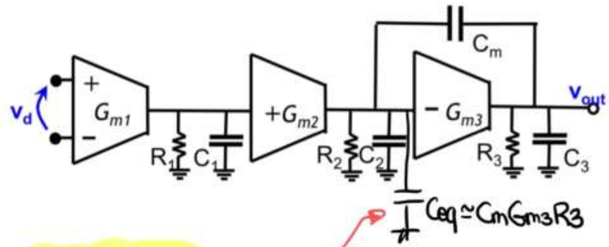
In questa struttura M5 è usato come common gate
visto che M5 non può essere in ambo due avere 0,7 V tra source e gate se piazzo V_C = 0,8/0,9 allora V_{DS} M7 = 0,1/0,2 e avrò che la caduta tra il drain di M5 e il suo gate è 0,1/0,2 che è comunque ok

Noi vogliamo guadagni grandi perché vogliamo il feedback con loop gain grande.



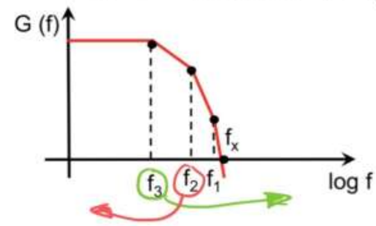
Nel caso estremo di differential voltage vogliamo che ci sia sempre della corrente che corre nella seconda parte del circuito cioè vogliamo che ci sia corrente che scorra in M_3 e M_4 quando siamo al limite.
Perciò la corrente deve essere doppia rispetto a quella del primo stage perciò ho che consuma più potenza rispetto al cascode normale.

Nel mondo reale noi abbassiamo la tensione di alimentazione e diminuiamo le dimensioni dei MOS. Perciò nella realtà è difficile usare un folded cascode come circuito reale perché sono anche piccoli voltage range.
Il problema è che scaliamo i MOS μ diventa più piccolo e quindi se mettiamo in serie 2 stage otteniamo un guadagno di μ^2 che però non è più abbastanza.
Allora usiamo 3 stage. Ma abbiamo 3 poli nella stessa frequenza (basse/medie) dobbiamo quindi compensare. Iniziamo provando con miller.

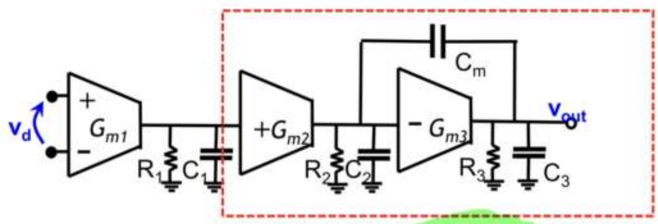


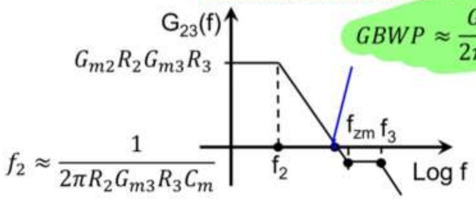
$$f_2 \approx \frac{1}{2\pi R_2 G_{m3} R_3 C_m} \qquad f_3 \approx \frac{G_{m3}}{2\pi(C_2 + C_3)}$$

Prima compensazione di miller
Perciò con Cm noi ci aspettiamo f3 portato ad alte freq e f2 a basse frequenze



Perciò noi ci aspettiamo che



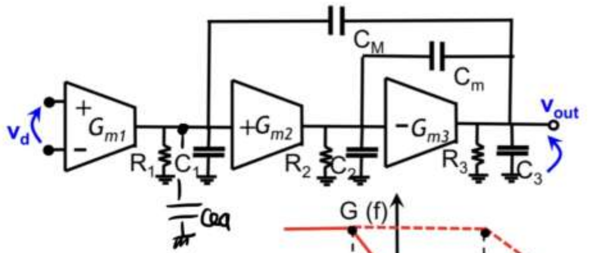


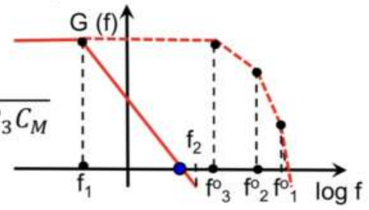
Dobbiamo ricordare che abbiamo uno zero positivo a $= \frac{G_{m3}}{2\pi C_m}$

ma noi sappiamo che $GBWP = \frac{G_{m2}}{2\pi C_m}$

se noi prendiamo che $G_{m3} \gg G_{m2}$ posso ottenere il giusto margine di fase.

Abbiamo compensato la 2° parte della struttura ma abbiamo ancora il polo del primo stadio, Non va bene non siamo stabili, dobbiamo compensarla ancora





$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi R_1 G_{m2} R_2 G_{m3} R_3 C_M}$$

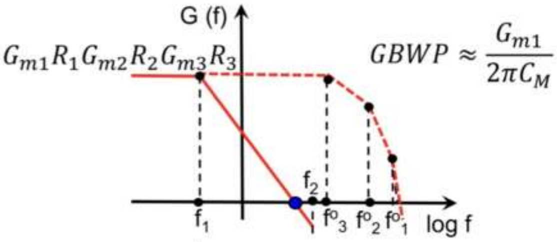
f_1 è << f_2 calcolato prima perciò la capacità equivalente è

$C_{eq} \simeq C_M \cdot G_{m2} R_2 \cdot G_{m3} R_3$

f_1 è CERTAMENTE il polo dominante.

Devo mettere C_M in modo che intercetti l'asse prima di avere il polo f_2.

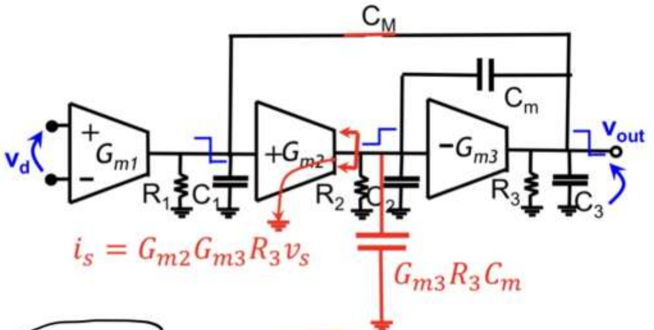
Qual'è il valore di C_M che mi fa avere il 2° polo dopo il GBWP?



$$GBWP \approx \frac{G_{m1}}{2\pi C_M}$$

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi R_1 G_{m2} R_2 G_{m3} R_3 C_M}$$

Qual'è il valore di f_2 quando abbiamo messo anche la 2° capacità di compensazione?
Sappiamo che f_1 si trova molto prima in frea quindi C_M lo posso considerare un corto



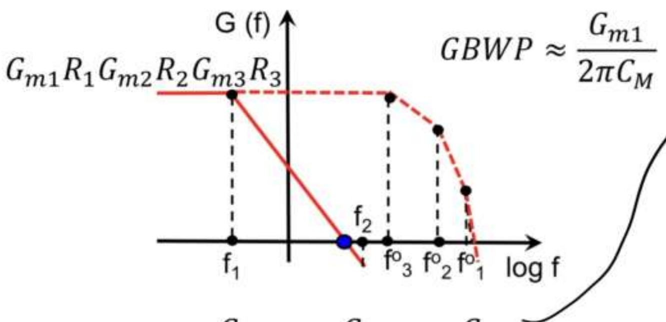
Dobbiamo calcolare la resistenza vista dalla capacità equivalente. Allora alzo una tensione all'uscita Vout cala e cala anche l'input di Gm2 perciò deve scorrere una corrente dentro Gm2
Resistenza che ottengo (niso perchè non considera R2, credo sia dovuto al fatto che R2 è grande in confronto al resto)

$$f_2' \approx \frac{G_{m2}G_{m3}R_3}{2\pi G_{m3}R_3C_m} = \frac{G_{m2}}{2\pi C_m}$$

Gm1 transconduttanza del primo stage

$$\text{Perciò il GBWP} = \frac{\mu^3}{2\pi C_M \mu^2 \cdot R_1} = \frac{\mu}{2\pi C_M R_1} = \frac{\overbrace{G_{m1}R_1}^{\mu}}{2\pi C_M R_1} = \frac{G_{m1}}{2\pi C_M}$$

Ricordiamo che noi vogliamo GBWP < f_{P2}



$$GBWP \approx \frac{G_{m1}}{2\pi C_M}$$

$$GBWP \approx \frac{G_{m1}}{2\pi C_M} < \frac{G_{m2}}{2\pi C_m} < \frac{G_{m3}}{2\pi C_3}$$

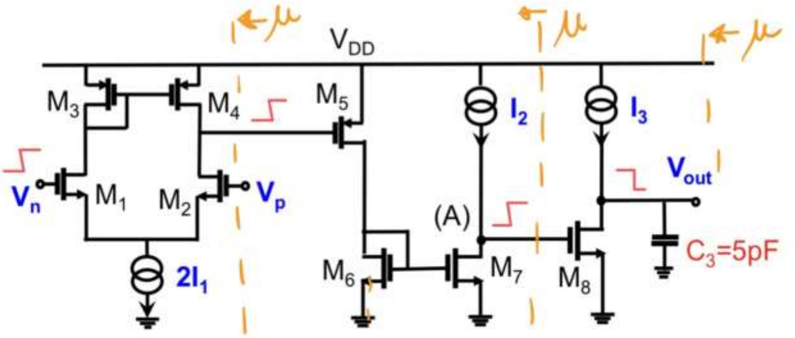
$$G_{m1} < G_{m2} < G_{m3}$$

Vogliamo che il polo dato dall'uscita sia alla frequenza più alta.
Dato che f_1 e f_2 sono molto più bassi allora li considero in corto

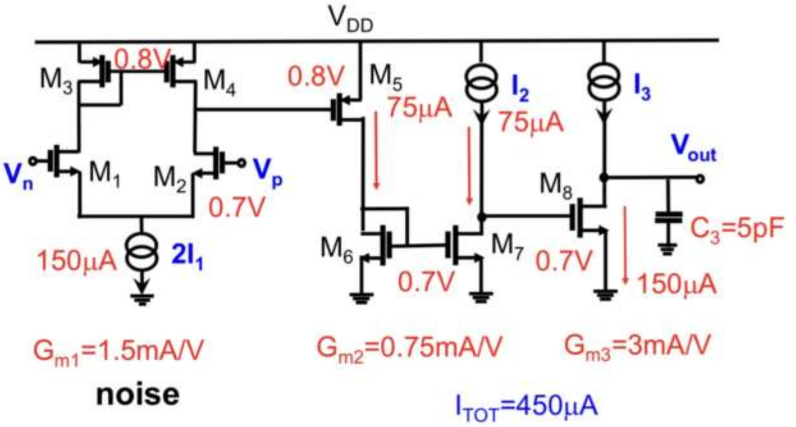
lo approssimiamo con $\frac{g_{m3}}{2\pi C_3}$

Mettendo in ordine le 3 condizioni ricaviamo questo!

Circuitalmente possiamo vedere che:



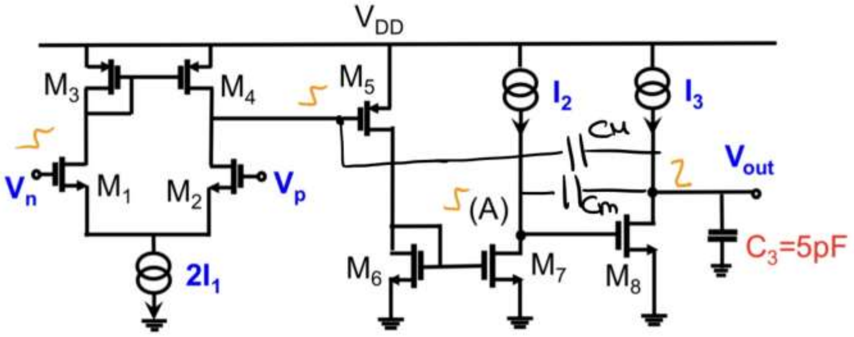
Mettiamo dei valori di corrente.



Dobbiamo stare attenti però, l'input referred noise è dato principalmente dal primo blocco, perciò prima mettiamo la corrente del primo stage in base alle limitazioni del rumore e poi scegliamo le altre correnti.

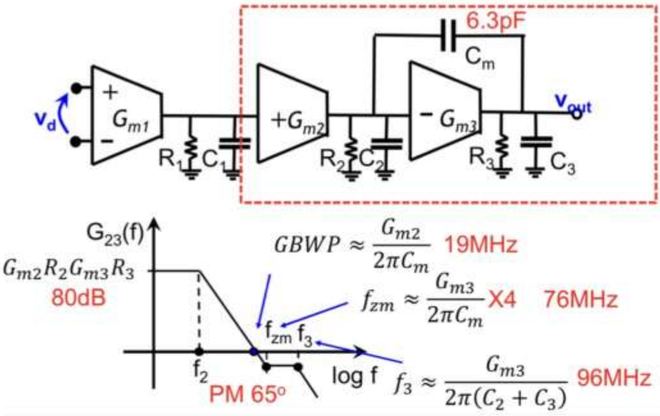
Posso anche fare dei trade off nel senso metto tanta corrente nel primo stage così ho Gm alto. Poi metto poca corrente sul secondo stage ma così Gm2 cala e poi riaumento la corrente per il 3° stage così Gm3 aumenta. In questo caso devo fare una compensazione diversa.

Ma perché abbiamo uno specchio nel 2° stage e non colleghiamo direttamente al source follower. Lo facciamo perché per mettere miller dobbiamo avere 2 guadagni opposti ai capi e quindi dove mettere le 2 capacità.

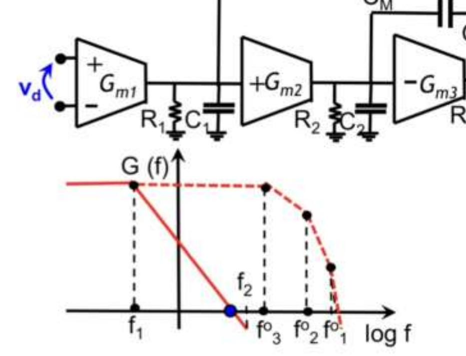


Le 2 capacità hanno entrambe il guadagno differenziale ai capi se avessimo tolto lo specchio non avremmo saputo dove piazzare Cm. (NO, STA ROBA NON È CHIARA!!!!!)

Quando facciamo il design mettiamo Cm come uno standard 2 stage amplifier. Vediamo che abbiamo Pm = 65° che è abbastanza.



Poi piazziamo la 2ª capacità di compensazione



f_2 ?

Perciò dobbiamo avere che

$$\frac{G_{m1}}{2\pi C_M} \le \frac{G_{m2}}{2\pi C_m}$$

— Questo è il calcolo approssimato con Cm corto

Possiamo calcolare il 2° polo in modo più tecnico con il metodo delle costanti di tempo

$$f_2' \approx \frac{1}{2\pi\left[C_2 R_2^{(0)} + C_m R_m^{(0)} + (C_3 + C_1) R_3^{(0)}\right]}$$

Calcoli.... otteniamo che il vero $f_2' \simeq \dfrac{G_{m2}}{2\pi C_m(1 - G_{m2}/G_{m3})}$

Notiamo che f_2 è addirittura a freq superiori rispetto a quelle che credevamo perciò non è un problema

Noi dovremo avere che $I_1 < I_2 < I_3$, se per il rumore aumentiamo I_1 allora devo aumentare C_M per avere la stabilità.

Il problema è che quando simuliamo il circuito otteniamo che il GBWP è a freq molto più alte e che il 2° polo in realtà sono poli complessi e coniugati e questo mi sfavorisce il margine di fase. In pratica noi passiamo l'asse delle x ma poi il picco dato dai poli complessi e coniugati risale sopra l'asse e quindi mi dà la non stabilità.
Questo succede perché abbiamo fatto delle semplificazioni, dovremo usare il metodo delle costanti di tempo per tutto.

25.10.2021 2h

Ricordando quanto fatto nella settimana scorsa possiamo dire che

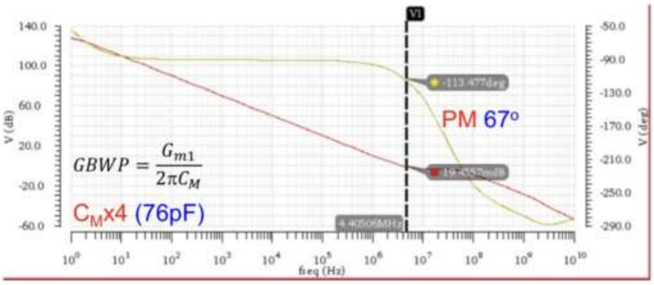
$$GBWP \approx \frac{G_{m1}}{2\pi C_M} < \frac{G_{m2}}{2\pi C_m} < \frac{G_{m3}}{2\pi C_3}$$

ho queste 2 tecniche per compensare

1) **Reducing the GBWP at constant power. Increasing the compensation capacitance values. More silicon real estate.**

2) **Keeping the same GBWP and the compensation capacitance values, but increasing power dissipation**

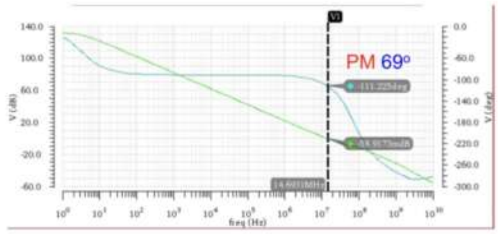
1) Aumento i valori delle capacità per splittare più tra loro i poli. Riduciamo la banda del sistema ma non aumentiamo la dissipazione di potenza



$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{G_{m2}G_{m3}}{C_L C_m}} \qquad Q = \frac{1}{(G_{m3} - G_{m2})}\sqrt{G_{m3}G_{m2}\frac{C_L}{C_m}}$$

C_mx2 (12.5pF)

2) Aumento le transconduttanze (IMPORTANTE! Dobbiamo ricordare che la prima transconduttanza era già grande perché avevamo limiti sul rumore)



$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{G_{m2}G_{m3}}{C_L C_m}} \qquad Q = \frac{1}{(G_{m3} - G_{m2})}\sqrt{G_{m3}G_{m2}\frac{C_L}{C_m}}$$

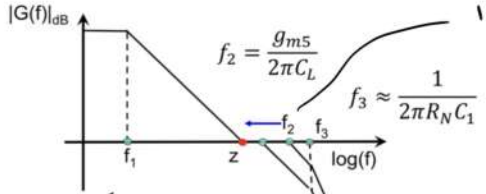
G_{m2}x2 (150µA) G_{m3}x4 (600µA) I_{TOT} =1.05mA

Risposta nel dominio del tempo dell'OTA

Se nel dominio del tempo mettiamo uno step in uscita cosa succede?
Possiamo approssimare la risposta con il polo dominante o no?
Ma poi siamo realmente sicuri che vogliamo gli altri poli dopo il GBWP.

Supponiamo di avere un Ampli compensato con un nulling resistor

il polo f_2 si sposta in base al valore di C_L.

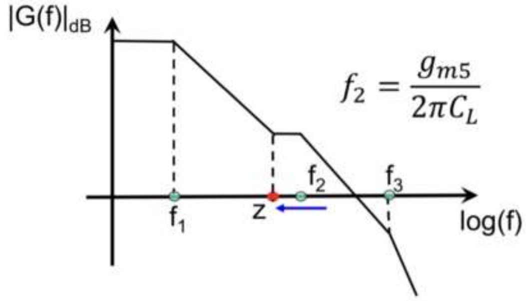


$$f_2 = \frac{g_{m5}}{2\pi C_L} \qquad f_3 \approx \frac{1}{2\pi R_N C_1}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi(R_N - 1/G_{m1})C} = \frac{g_{m1}}{2\pi C} = GBWP$$

$$\frac{g_{m1}}{2\pi C} = \frac{g_{m5}}{2\pi C_{Lmax}} \qquad C_{Lmax} = \frac{g_{m5}}{g_{m1}} C$$

Potrei cercare di spostare lo zero sul valore di f_2 così facendo potrei usare C_L molto grandi che farebbero entrare f_2 prima del GBWP che abbiamo qui.



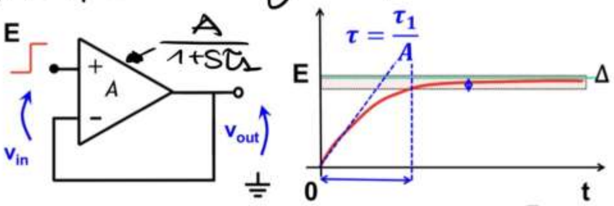
$$f_2 = \frac{g_{m5}}{2\pi C_L}$$

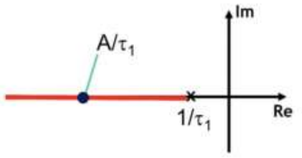
$$\frac{g_{m1}}{2\pi C} > \frac{g_{m5}}{2\pi C_{Lmax}} \qquad C_{Lmax} > \frac{g_{m5}}{g_{m1}} C$$

Quali sono le conseguenze di questo?
Abbiamo conseguenze sulla time response

Confrontiamo le τ di un ampli con un singolo polo dominante e quello con un doublet (zero-polo) in banda.

1) Ampli a singolo polo

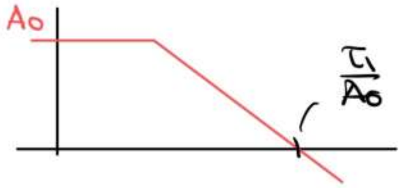




$$t_{settling} = \tau \ln\frac{E}{\Delta}$$

Abbiamo che è presente una costante di tempo al valore

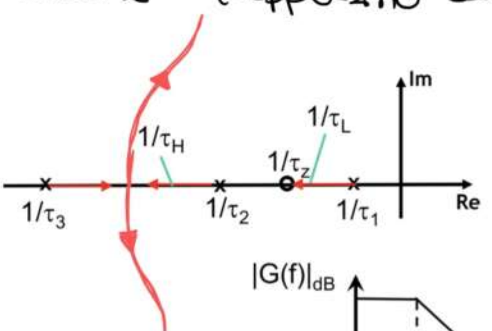
$$\tau = \frac{\tau_1}{A_0}$$



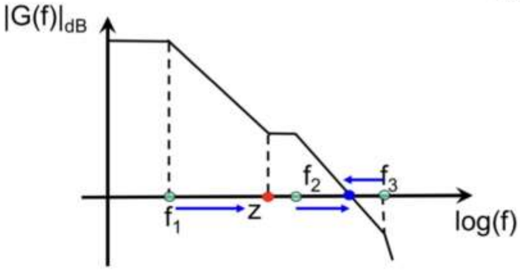
Se vogliamo calcolare il settling time dato il valore finale E e l'errore Δ allora avremo

$$t_s = \tau \ln\left(\frac{E}{\Delta}\right)$$

- CASO 2 (supponiamo sempre di usarlo come buffer)

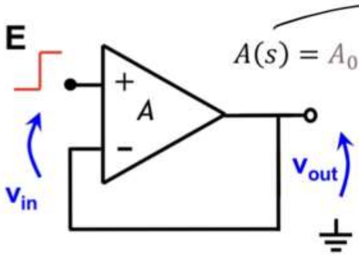


Quando chiudiamo l'ampli in feedback ci aspettiamo che i poli si muovano così.
Per semplicità noi consideriamo f_3 molto lontano perciò consideriamo f_2 che si muove verso il GBWP.



$$\frac{1}{\tau_H} \approx GBWP$$

$$\frac{1}{\tau_L} \lesssim \frac{1}{\tau_z}$$



$$A(s) = A_0 \frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

Risposta dell'opamp in aperto (ma consideriamo il terzo polo

La risposta ad anello chiuso l'aspettiamo a

$$H(s) = \frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)(1+s\tau_H)}$$

$$\frac{1}{\tau_L} \lesssim \frac{1}{\tau_Z} \qquad \frac{1}{\tau_H} \simeq GBWP.$$

è approssimata della vera FDT che è
$$T = \frac{A(s)}{1+A(s)\beta}$$

$$v_{out}(s) = \frac{E}{s}H(s) = \frac{E}{s}\left[\frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)(1+s\tau_H)}\right]$$

Calcoliamo la risposta del tempo partendo da Laplace

$$v_{out}(s) = \frac{E}{s}H(s) = \frac{E}{s}\left[\frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)(1+s\tau_H)}\right]$$

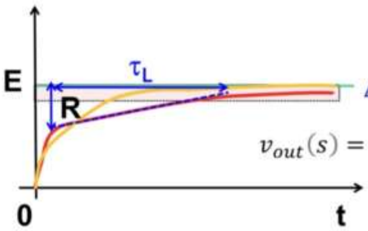
$$v_{out}(s) = \frac{E}{s}H(s) = \frac{E}{s}\left[\frac{A}{(1+s\tau_L)} + \frac{B}{(1+s\tau_H)}\right]$$

Dobbiamo calcolare il valore di A e B in Laplace, usiamo il teorema del valore finale e iniziale (tipo).

$$A = \lim_{s\to -1/\tau_L} \frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)(1+s\tau_H)}(1+s\tau_L) = = \lim_{s\to -1/\tau_L}\frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_H)} = \frac{(\tau_L-\tau_Z)}{(\tau_L-\tau_H)}$$

$$B = \lim_{s\to -1/\tau_H} \frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)(1+s\tau_H)}(1+s\tau_H) = = \lim_{s\to -1/\tau_H}\frac{(1+s\tau_Z)}{(1+s\tau_L)} = \frac{(\tau_H-\tau_Z)}{(\tau_H-\tau_L)} = \frac{(\tau_Z-\tau_H)}{(\tau_L-\tau_H)}$$

Perciò la linear response è:

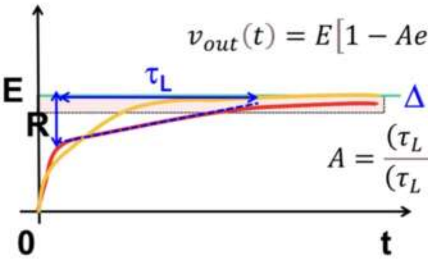


$$v_{out}(s) = \frac{E}{s}\left[\frac{A}{(1+s\tau_L)} + \frac{B}{(1+s\tau_H)}\right]$$

$$v_{out}(t) = E\left[\int_0^t \frac{A}{\tau_L}e^{-t/\tau_L}dt + \int_0^t \frac{B}{\tau_H}e^{-t/\tau_H}dt\right]$$

$$v_{out}(t) = E\left[A\left(1-e^{-t/\tau_L}\right) + B\left(1-e^{-t/\tau_H}\right)\right]$$

$$v_{out}(t) = E\left[1 - Ae^{-t/\tau_L} - Be^{-t/\tau_H}\right]$$

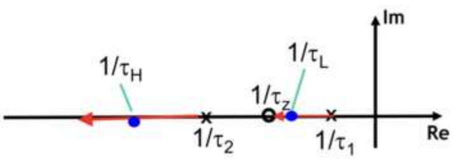


$$A = \frac{(\tau_L-\tau_Z)}{(\tau_L-\tau_H)} \qquad B = \frac{(\tau_Z-\tau_H)}{(\tau_L-\tau_H)}$$

$$R \approx EA = E\frac{(\tau_L-\tau_Z)}{(\tau_L-\tau_H)}$$

$$t_{settling} \approx \tau_H + \tau_L \ln\frac{R}{\Delta}$$

Per sapere dove saranno i poli a circuito chiuso mettiamo il Gloop = 1 e computiamo



$$R \approx EA = E\frac{(\tau_L-\tau_Z)}{(\tau_L-\tau_H)}$$

Compute the poles

$$G_{loop}(s) = -A_0\frac{(1+s\tau_z)}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = 1$$

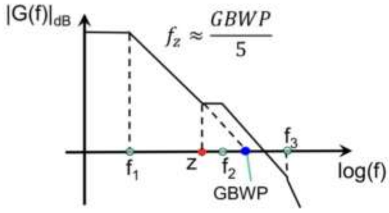
$$G_{loop}(s) = -A_0\frac{(1+s\tau_z)}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} = 1$$

$$s^2\tau_1\tau_2 + s(A_0\tau_z + \tau_1 + \tau_2) + A_0 + 1 = 0$$

$$p_L = -\frac{1}{\tau_L} \approx -\frac{A_0+1}{(A_0\tau_z+\tau_1+\tau_2)} \approx -\frac{1}{\tau_z + \tau_1/A_0}$$

$$\tau_L \approx \tau_z + \tau_1/A_0$$

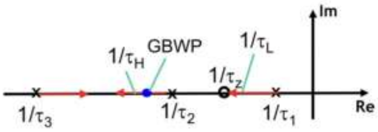
$$A = \frac{\tau_L-\tau_z}{\tau_L-\tau_H} \approx \frac{\tau_1/A_0}{\tau_L-\tau_H} \approx \frac{\tau_1/A_0}{\tau_z} = \frac{f_z}{GBWP}$$

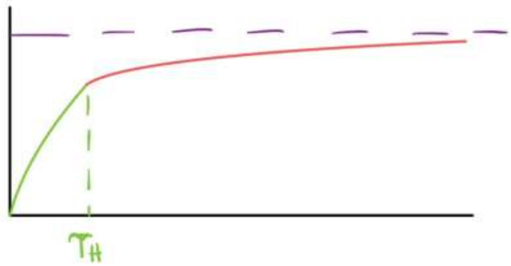


$A \approx \frac{f_z}{GBWP} = \frac{1}{5}$

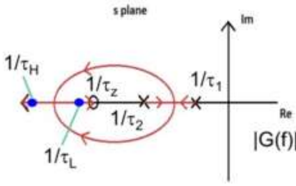
$\tau_L \approx 5\tau_{GBWP}$

Quando abbiamo lo zero in banda possiamo considerare che il transient è rapido per un po' perché è dato unicamente dal polo.
Poi la parte finale viene fatta con un τ che è 5 volte minore di quello prima quindi no che la parte finale è molto più lenta



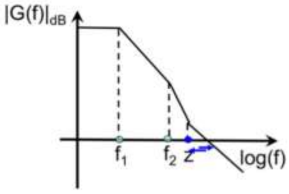


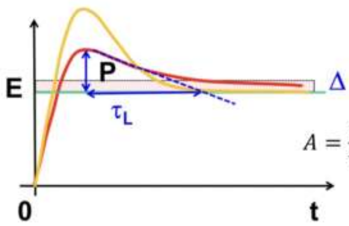
Nel caso di doublet invertito abbiamo che



$\frac{1}{\tau_H} \approx GBWP$

$\frac{1}{\tau_L} \gtrsim \frac{1}{\tau_z}$





Abbiamo un overshoot

$A = \frac{\tau_L - \tau_z}{\tau_L - \tau_H} \approx -\frac{\tau_Z - \tau_L}{\tau_L - \tau_H}$

$v_{out}(t) = E\left[1 - Ae^{-t/\tau_L} - Be^{-t/\tau_H}\right]$

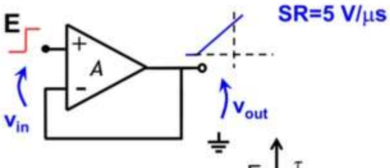
$v_{out}(t^*) \approx E\left[1 - Ae^{-t/\tau_L}\right]$ $\qquad P \approx E|A| = E\frac{(\tau_Z - \tau_L)}{(\tau_L - \tau_H)}$

Capiamo quindi che non vogliamo doublet in banda perché fa sì che ci mettiamo + tempo ad arrivare al valore finale.

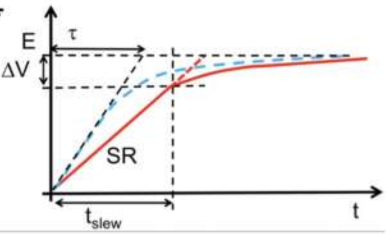
26.10.2021 2h

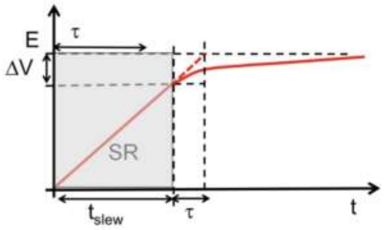
Slew rate

è un altro parametro legato al settling time, mi dice quanta è la massima rampa che può avere il segnale d'uscita.
Qual è l'impatto dello slew rate sulle performance?
Se comandiamo l'ampli con un segnale a gradino ci aspettiamo che l'uscita risponda come abbiamo detto ieri. But instead no, infatti se la risposta lineare è maggiore dello slew rate ho che nella realtà seguo lo slew rate finché la pendenza del segnale non scende.



$\frac{E}{\tau} \geq SR$

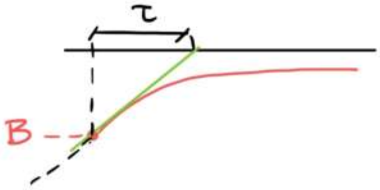




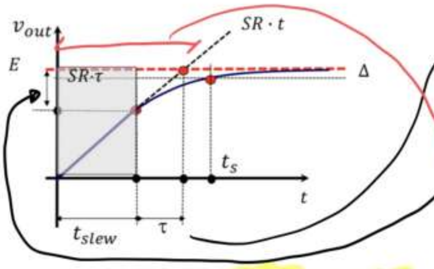
il crossover lo abbiamo quando la curva lineare ha pendenza giusto un pelo minore dello slew rate.

$$\left.\frac{dv_{out}}{dt}\right|_{t_{slew^-}} = SR = \frac{\Delta V}{\tau} = \left.\frac{dv_{out}}{dt}\right|_{t_{slew^+}}$$

Abbiamo altre informazioni che possiamo ricavare. infatti so che quando entro nel dominio lineare ho un esponenziale e so che la tangente dell'esponenziale è τ
Allora so che B/τ deve essere uguale allo slew rate



Quanto sarà dunque il settling time?



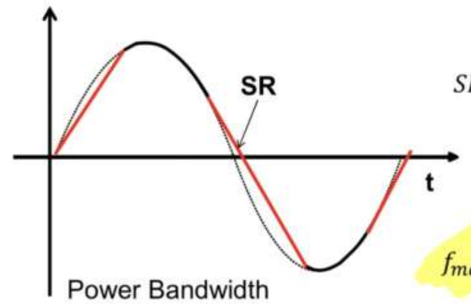
Questo intervallo di tempo è esattamente τ (come abbiamo detto prima)
Perciò questo valore è $\Delta V = SR \cdot \tau$

Questa durata è $E/SR - \tau$ (abbastanza ovvio se consideriamo che arriveremo a E linearmente come E/SR ma dobbiamo togliere la parte lineare)

$$t_s = t_{slew} + t_{lin} = \left(\frac{E}{SR} - \tau\right) + \tau \ln \frac{SR\,\tau}{\Delta}$$

Abbiamo sempre voluto per avere grande GBWP per avere + banda e adesso abbiamo lo slew rate che ci blocca il segnale. Quindi ci interessa veramente lo slew rate? Vedremo che i 2 valori sono relazionati quindi sì, il GBWP ci interessa.

Distorsione e banda di potenza



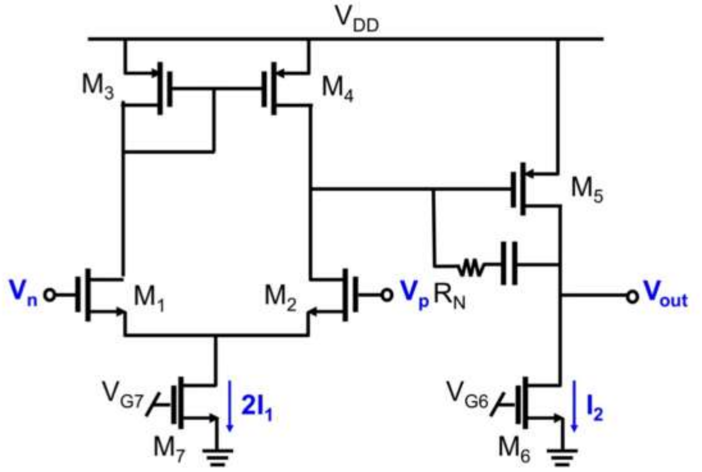
$$SR = A_0 \omega_{max}$$

$$f_{max} = \frac{SR}{2\pi A_0}$$

GBWP 100MHz, SR=50V/µs
PWBW (±1V) = 8MHz

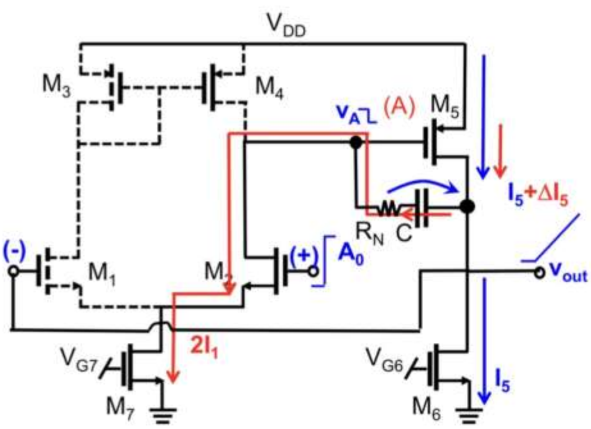
Banda di potenza: è definita partendo dal presupposto che l'opamp mi fornisca una forma d'onda nel range di tensione d'uscita. Supponiamo onda sinusoidale $A \cdot \sin(\omega t)$. Ora noi sappiamo che la massima pendenza del segnale è $A \cdot \omega_0$, se questo valore è > SR allora noi che ho distorsione.
Esiste quindi una massima freq d'uscita per non avere distorsione.

OTA, slew rate



Ogni volta che abbiamo un gen di corrente che carica un condensatore abbiamo una limitazione sullo slew rate perché noi sappiamo che $V_{OUT} = \frac{I_{OUT}}{C}$

Nel nostro circuito accade questo perché sulla capacità di compensazione abbiamo una massima corrente che passa che è data dalla corrente di M7.

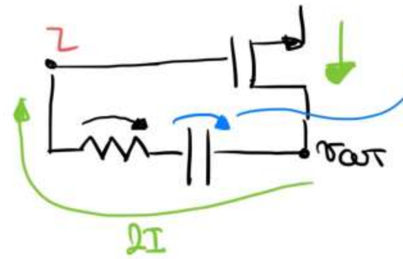


Se supponiamo solo di comandare il pin di M2 allora M1 è spento e M3 M4 di conseguenza (fully switch) e allora tutta 2I scorre su M2 e sulla capacità di compensazione.
Non ho capito bene perché tutta 2I va su M5 e non su M6.

Ricavo poi che $v_A = \frac{2I_1}{g_{m5}}$

Forse ho capito, M6 è un gen di corrente e noi supponiamo V_{DS6} di essere abbastanza alto da non rompere

In particolare abbiamo che

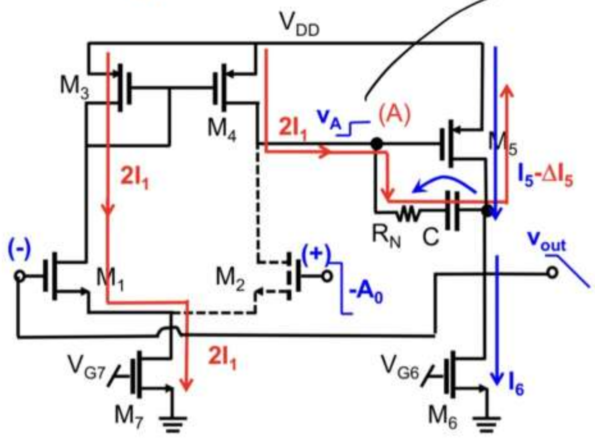


$v_C = \frac{2I_1 t}{C}$ ← è una tensione a rampa che limita l'uscita dell'opamp.

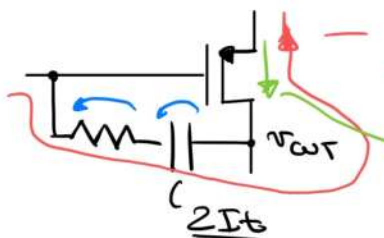
Perciò all'output posso aspettarmi di trovarmi uno step positivo con poi una rampa

(capito poco)

Caso opposto



In questo caso questo nodo sale quindi la corrente va verso R e C. In questo caso la caduta su C e R è negativa rispetto a Vout e il nodo di Vout scende. Anche qui lo slew rate è $2I/C$.



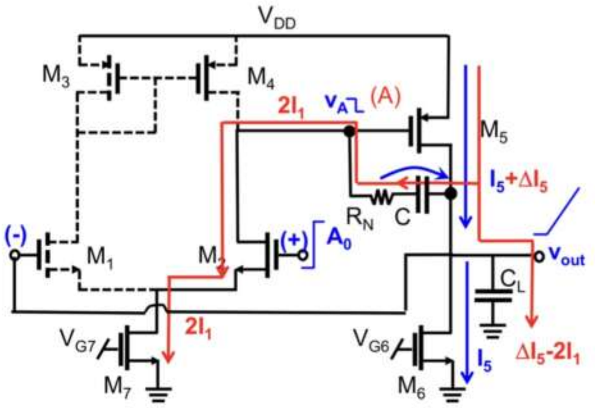
verso di dovrebbe avere la corrente di segnale

I_{M5}

$\frac{2I_1 t}{C}$

MA ATTENZIONE! Qui M5 era polarizzato con la corrente di scendere verso giù quindi devo avere che $I_{M5} > 2I_1$ altrimenti il transistor va a spegnersi perché gli inverto il bias.

Basta? Ma neanche per il cazzo, c'è anche la capacità d'uscita che viene controllata in corrente



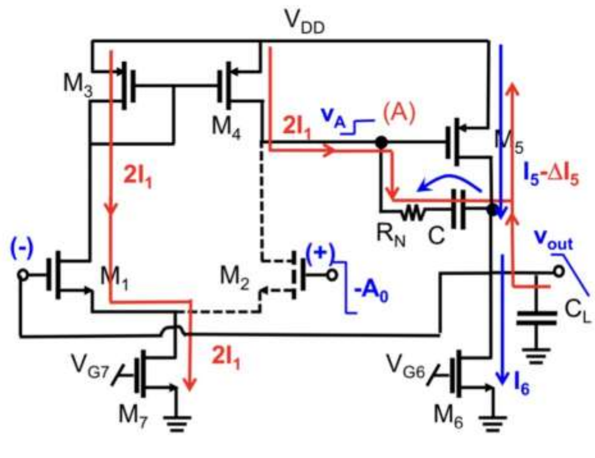
In aggiunta alla corrente che va sulla compensazione M5 deve dare corrente anche a C_L. La corrente che deve dare è:

$$i_C = C_L \frac{dv}{dt} \rightarrow I_L = C_L \frac{2I_1}{C}$$

perciò la corrente di segnale di M5 deve avere

$$I_{M5} = 2I_1 + C_L \cdot \frac{2I_1}{C}$$

In prima approssimazione questo non da problemi, basta solo aumentare la tensione di gate di M5.

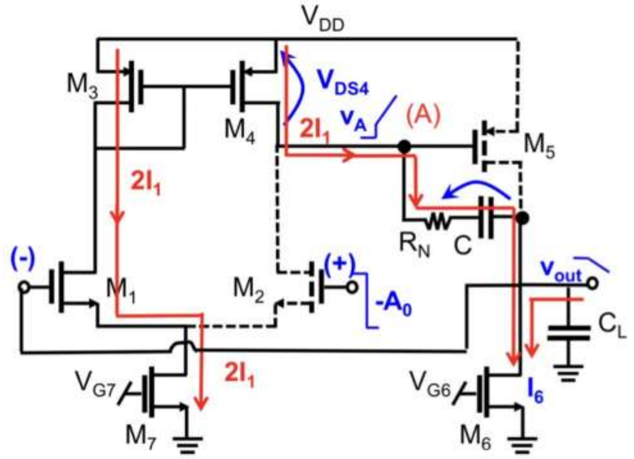


Stessa cosa di prima, anche qui abbiamo che il ramp rate è $C_L \cdot 2I_1/C$

Anche qui ho la limitazione che I_5 deve essere > della corrente di segnale e qui ho + corrente di segnale.

$$I_5 \geq 2I_1 + \frac{2I_1}{C} \cdot C_L$$

Cosa succede se il transistor M_5 si spegne?



Perciò la corrente passa su M_6 che impone la corrente I_6.
Perciò la corrente che va su C_L è

$$I_6 - 2I_1 = I_{CL}$$ che è piccola perciò lo slew rate dato da C_L è

$$\frac{I_{CL}}{C_L}$$

Al contrario su C ho sempre la stessa corrente quindi ho lo stesso slew rate che è più veloce di V_{out} che ho lo slew rate piccolo. per tenere V_{out} al valore dato dallo slew rate di C_L allora v_A deve aumentare perchè $v_A = v_{out} + v_C$ e noi sappiamo che se lo perchè v_C è + grande. Allora abbiamo che v_A aumenta e riduce il bias di M_4 che farà sì che venga portato in zona ohmica.

il limite dello slew rate dato dalla capacità d'uscita è chiamato external slew rate.

L'internal slew rate è legato alla GBWP, infatti

$$SR_{INT} = \frac{2I_1}{C} \quad \text{e il} \quad GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C} = \frac{2I_1}{2\pi V_{ov} C}$$

Perciò sono legati alla stessa grandezza, se aumento il GBWP aumento anche SR_{int}.

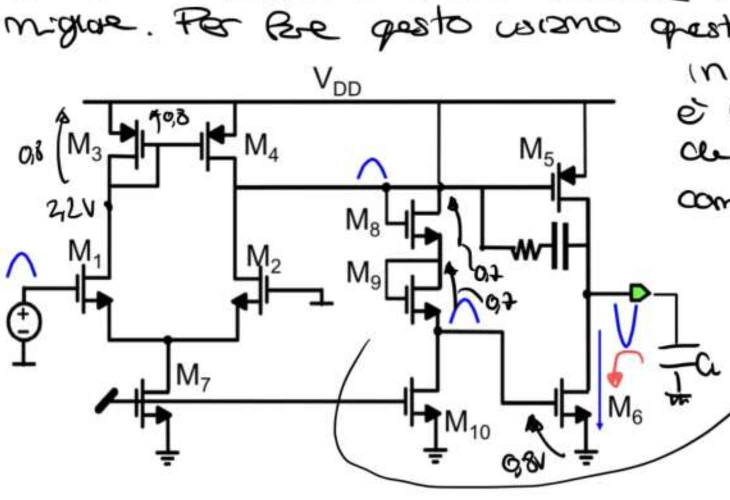
02.11.2021 2h

Inventiamo una figura di merito per confrontare le varie performance

$$FoM_{SR} = \frac{SR \cdot C_L}{I_{TOT}}$$

Una volta settata la capacità massima è ovvio che + alto lo slew rate e meglio è ma dobbiamo sempre proporzionarlo alla corrente.

Ma noi sappiamo che lo SR è legato al GBWP quindi non avrebbe senso introdurre una nuova FoM. C'è un modo di fare un decoupling tra SR e GBWP? Nella realtà sì perchè lo SR dipende dalla corrente in transitorio e se noi boostiamo questa corrente solo nel transitorio allora l'SR sarà migliore. Per fare questo usiamo questa configurazione:



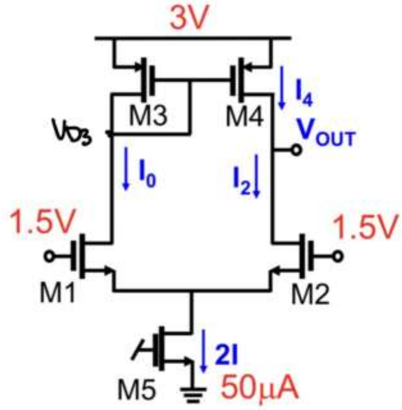
in un circuito normale avremo che M_6 è un gen di corrente costante. Noi vorremmo che durante la discharge M_6 tiri più corrente così non siamo più bloccati

in pratica questo è un follower che è fatto così per fare un voltage switch e avere i bias OK.

Ho quindi che quando C_L si va scaricando tiro in giù più corrente.

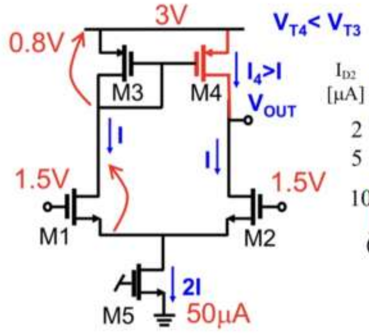
In questo modo separiamo le performance dello slew rate da quelle del GBWP.

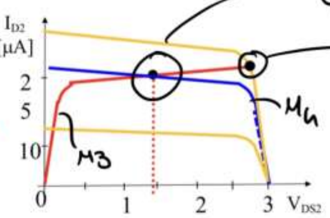
OFFSET DI TENSIONE



Assumiamo che i transistor dello stesso peso siano identici. Supponiamo che M3 abbia una V_{GS} di 0,8 V quando su di lui scorrono 25µA.
Allora V_{DS} di M3 deve essere 0,8V (transdiodo), so poi che dato che $V_{GS_3} = V_{GS4}$ allora so che $I_4 = I_3$ e $V_{OUT} = V_{D3}$, il nodo di output è allo stesso bias di quello di out.

Ma se i 2 MOS non sono perfettamente uguali?
Supponiamo che $V_{TM4} < V_{TM3}$, questo fa sì che M4 sia tendente alla zona triodo e quindi porta meno corrente e questo porta sì che le 2 correnti vadano a matcharsi.

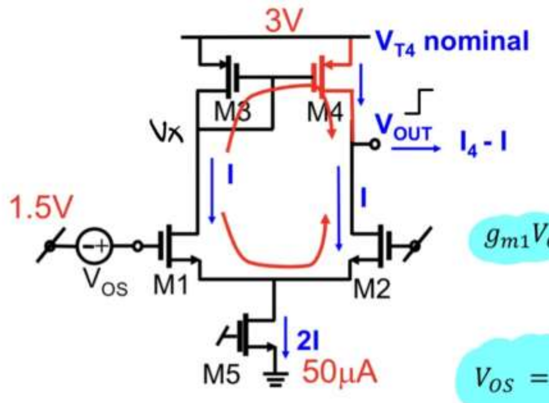




Quando sono tutti e 2 i mos con V_T uguali
Linea nuova (gialla = M4) quando M4 ha V_T minore.

Ma se M4 è in zona triodo allora l'ampli amplifica una merda perché io voglio grandi impedenze d'uscita.

Possiamo riportare M4 in saturazione? Sì se facciamo un unbalance della tensione differenziale d'ingresso facendo in modo che M4 tiri più corrente e che quindi M4 ritorni in saturazione.



$$g_{m1} V_{OS} = I_4 - I$$

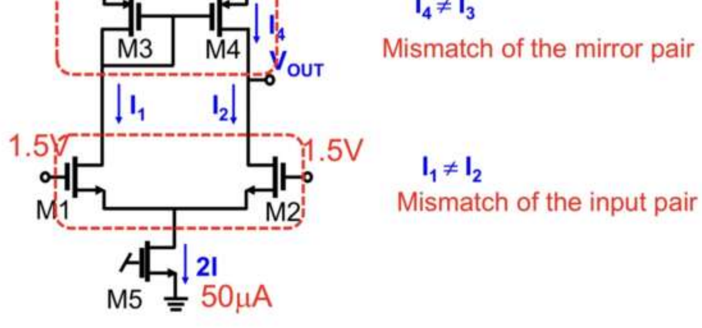
$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_{m1}}$$

Come vediamo con un solo transistor con V_T diversa dobbiamo già usare una tensione non bilanciata in ingresso.

Possiamo vedere lo stage differenziale reale come uno ideale con un offset in ingresso.
Il link tra offset e tensione d'uscita è questo:

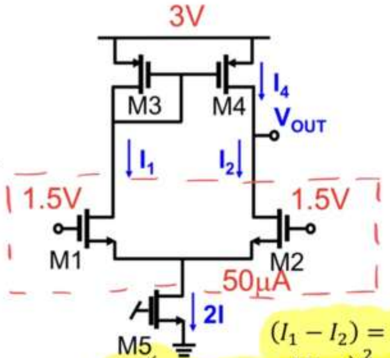
In pratica impongo che $V_{OUT} = V_X$ e vedo la differenza tra I_4 e I.
Dobbiamo vedere che la tensione di offset sia un valore ragionevole rispetto alla dinamica dell'opamp e dopo anche vedere se posso ridurre questo valore dell'offset. Ricordiamo che stiamo lavorando con processi statistici.

Contributi dell'offset:



Calcoliamo i diversi contributi

Supponiamo che M1 e M2 abbiano un mismatch delle loro tensioni di soglia. Facciamo poi i conti, considero il quadrato come somma tra VIN-VT e la parte dell'errore come separate.



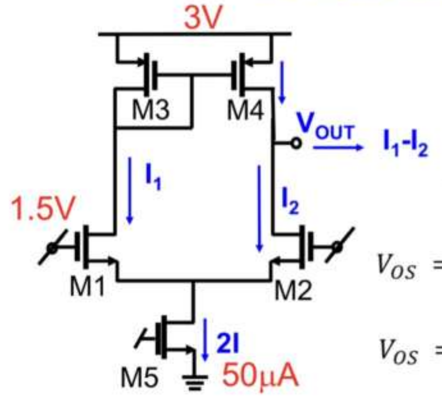
$$V_{T1} = V_{T0} + \frac{\Delta V_{Tin}}{2}$$

$$V_{T2} = V_{T0} - \frac{\Delta V_{Tin}}{2}$$

$$(I_1 - I_2) = (I_4 - I_2) =$$
$$k_{in}\left(V_{IN} - V_{T0} - \frac{\Delta V_{Tin}}{2}\right)^2 - k_{in}\left(V_{IN} - V_{T0} + \frac{\Delta V_{Ti}}{2}\right)^2$$

$$(I_4 - I_2) =$$
$$= k_{in}\left(V_{IN} - V_{T0} - \frac{\Delta V_{Tin}}{2}\right)^2 - k_{in}\left(V_{IN} - V_{T0} + \frac{\Delta V_{Tin}}{2}\right)^2$$

$$(I_4 - I_2)$$
$$= k_{in}(V_{IN} - V_{T0})^2 - 2k_{in}(V_{IN} - V_{T0})\frac{\Delta V_{Ti}}{2} + k_{in}\frac{\Delta V_{Tin}^2}{4}$$
$$-k_{in}\,(V_{IN} - V_{T0})^2 - 2k_{in}(V_{IN} - V_{T0})\frac{\Delta V_{Tin}}{2} - k\frac{\Delta V_{Ti}^2}{4} =$$
$$= -2k_{in}(V_{IN} - V_{T0})\Delta V_{Tin} = -g_{m1}\Delta V_{Tin}$$



$$I_1 - I_2 = g_{m1}V_{OS}$$

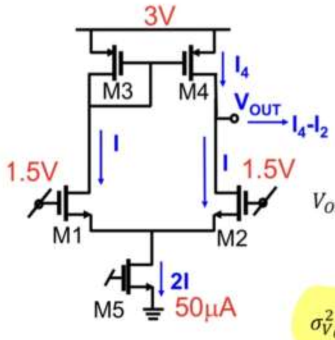
$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_{m1}} = -\frac{1}{g_{m1}}g_{m1}\Delta V_{Tin}$$

$$V_{OS} = -\Delta V_{Tin}$$

$$\sigma^2_{V_{OS}} = \sigma^2_{\Delta V_{Tin}}$$

Vos = - ΔVTIN → questo meno in realtà non ha nessun senso perché stiamo parlando di processi statistici.

Dobbiamo poi fare la stessa cosa con lo specchio, usiamo la stessa logica.



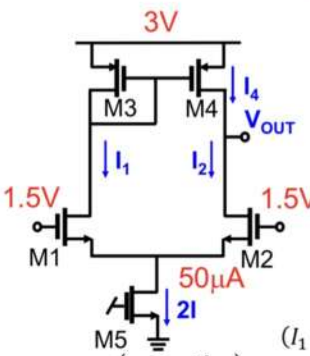
$$I_4 - I_2 = g_{m1}V_{OS}$$

$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_{m1}} = -\frac{1}{g_{m1}}g_{mM}\Delta V_{TM}$$

$$V_{OS} = -\frac{g_{mM}}{g_{m1}}\Delta V_{TM} = -\frac{V_{ovIN}}{V_{ovM}}\Delta V_{TM}$$

$$\sigma^2_{V_{OS}} = \sigma^2_{\Delta V_{TIN}} + \left(\frac{V_{ovIN}}{V_{ovM}}\right)^2 \sigma^2_{\Delta V_{TM}}$$

Non ho riportato i conti perché non ho cazzi (se ho problemi andare sulle slide L16)



$$k_1 = k_{in} + \frac{\Delta k_{in}}{2}$$

$$k_2 = k_{in} - \frac{\Delta k_{in}}{2}$$

$$(I_1 - I_2) = (I_4 - I_2) =$$
$$\left(k_{in} + \frac{\Delta k_{in}}{2}\right)(V_{IN} - V_{T0})^2 - \left(k_{in} - \frac{\Delta k_{in}}{2}\right)(V_{IN} - V_{T0})^2$$

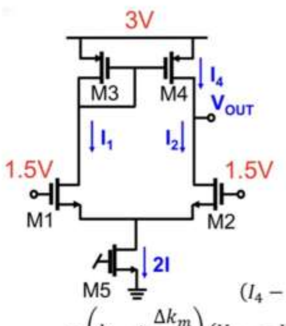
Credevi fosse finita? Neanche per il cazzo perché anche la conduttività può andare a puttane.

$$(I_4 - I_2)$$
$$= \left(k_{in} + \frac{\Delta k_{in}}{2}\right)(V_{IN} - V_{T0})^2 - \left(k_{in} - \frac{\Delta k_{in}}{2}\right)(V_{IN} - V_{T0})^2$$
$$(4 - I_2) = \Delta k_{in}(V_{IN} - V_{T0})^2 = I \cdot \frac{\Delta k_{in}}{k_{in}} = g_{m1}\frac{V_{OVin}}{2}\cdot\frac{\Delta k_{in}}{k_{in}}$$

$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_{m1}} = \frac{V_{OVin}}{2}\cdot\frac{\Delta k_{in}}{k_{in}}$$

$$\sigma^2_{V_{OS}} = \sigma^2_{\Delta V_{TIN}} + \left(\frac{V_{ovIN}}{V_{ovM}}\right)^2 \sigma^2_{\Delta V_{TM}} + \left(\frac{V_{OVin}}{2}\right)^2 \sigma^2_{\Delta k_{in}/k_{in}}$$

e stessa roba anche per la variazione di conducibilità dello specchio.



$$k_4 = k_m + \frac{\Delta k_m}{2}$$

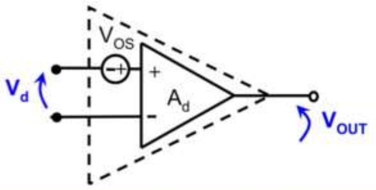
$$k_3 = k_m - \frac{\Delta k_m}{2}$$

$$(I_4 - I_3) = (I_4 - I_2)$$
$$= \left(k_m + \frac{\Delta k_m}{2}\right)(V_{GS3} - V_{T0})^2 - \left(k_m - \frac{\Delta k_m}{2}\right)(V_{GS3} - V_{T0})^2$$

$$(I_4 - I_2)$$
$$= \left(k_m + \frac{\Delta k_m}{2}\right)(V_{GS3} - V_{T0})^2 - \left(k_m - \frac{\Delta k_m}{2}\right)(V_{GS3} - V_{T0})^2$$
$$(I_4 - I_2) = \Delta k_m(V_{GS3} - V_{T0})^2 = I \cdot \frac{\Delta k_m}{k_m} = g_{m1}\frac{V_{OVin}}{2}\cdot\frac{\Delta k_m}{k_m}$$

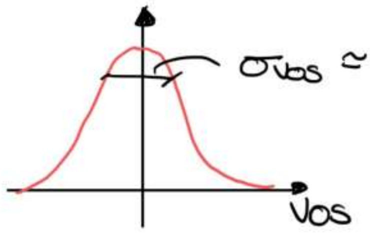
$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_{m1}} = \frac{V_{OVin}}{2}\cdot\frac{\Delta k_m}{k_m}$$

$$\sigma^2_{V_{OS}} = \sigma^2_{\Delta V_{TIN}} + \left(\frac{V_{ovIN}}{V_{ovM}}\right)^2 \sigma^2_{\Delta V_{TM}} + \left(\frac{V_{OVin}}{2}\right)^2\left[\sigma^2_{\Delta k_{in}/k_{in}} + \sigma^2_{\Delta k_m/k_m}\right]$$

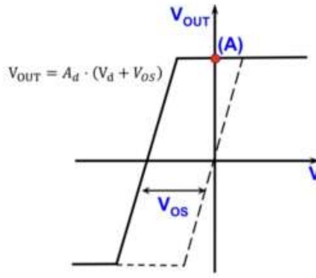


$$\sigma^2_{V_{OS}} = \sigma^2_{\Delta V_{TIN}} + \left(\frac{V_{ovIN}}{V_{ovM}}\right)^2 \sigma^2_{\Delta V_{TM}} + \left(\frac{V_{ovIN}}{2}\right)^2 \left[\sigma^2_{\Delta k_{in}/k_{in}} + \sigma^2_{\Delta k_m/k_m}\right]$$

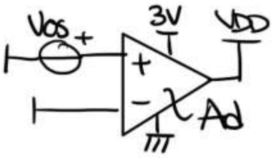
Ricordiamo quanto ricavato ieri riguardo al rumore.



Modellizziamo l'opamp come ideale con un generatore in più sull'input.

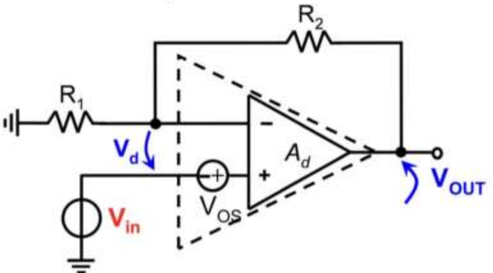


Andamento della tensione d'uscita con la tensione di offset.

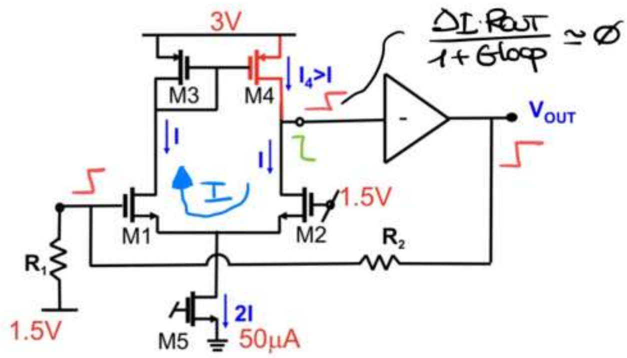


Vediamo che la caratteristica è shiftata. In modo da lavorare nella zona lineare del circuito dobbiamo lavorare nei nuovi dintorni di Vos.

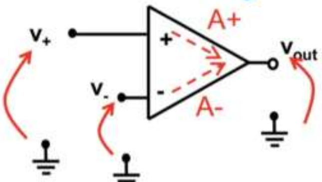
Lavoreremo sempre nella zona lineare perché il feedback fa sì che ciò accada. Infatti vediamo che con il feedback faccio sì che l'ampli ritorni a lavorare in zona lineare.



$$V_{out} = V_{in}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) + V_{OS}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$



Common Mode Rejection Ratio



$$v_{out} = A^+v^+ - A^-v^-$$

Sappiamo che $v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2}$

$$v^+ = v_{cm} + \frac{v_d}{2}$$

$$v^- = v_{cm} - \frac{v_d}{2}$$

$$v_{out} = A^+\left(v_{cm} + \frac{v_d}{2}\right) - A^-\left(v_{cm} - \frac{v_d}{2}\right)$$

$$v_{out} = A^+\left(v_{cm} + \frac{v_d}{2}\right) - A^-\left(v_{cm} - \frac{v_d}{2}\right)$$

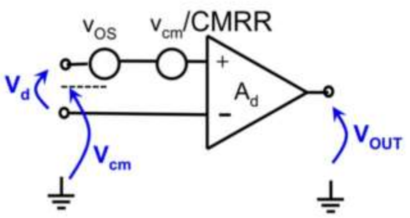
$$v_{out} = \left(\frac{A^+ + A^-}{2}\right)v_d + (A^+ - A^-)v_{cm}$$

Guadagno differenziale

Guadagno di modo comune

$$v_{out} = A_d v_d + A_{cm} v_{cm}$$

Come affligge il segnale la CMRR?
Possiamo vederlo come un offset dipendente dall'input.



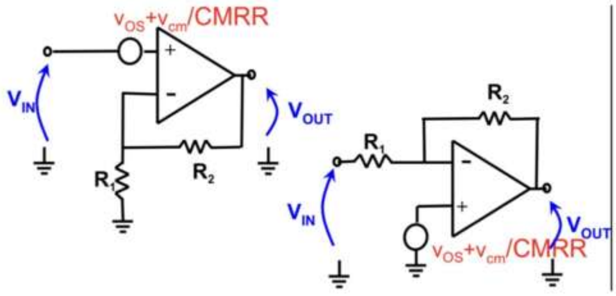
$$v_{out} = A_d v_d + A_{cm} v_{cm} = A_d\left(v_d + \frac{A_{cm}}{A_d} v_{cm}\right) = A_d\left(v_d + \frac{v_{cm}}{CMRR}\right)$$

Signal dependent offset

Tipicamente Vos è dell'ordine dei mV

Vcm/CMRR dipende da CMRR (se Vcm = 1V e CMRR = 10^5 → diventa trascurabile rispetto a Vos).

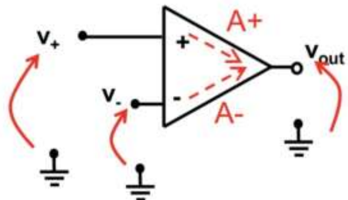
ATTENZIONE PERÒ!! La CMRR dipende dalla frequenza e cala, quindi devo vedere il valore di questo offset alla fine della mia Banda.



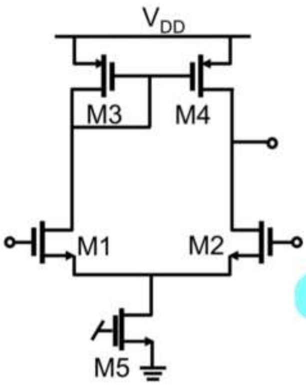
Nel caso di ampli non invertente ho una grandissima Vcm (non ho capito xè)

Nel caso di Ampli invertente la Vcm è piccola quindi in teoria non è un problema.

- **Deterministic**
  - Asymmetries (A^+/A^-)
- **Statistical**
  - Mismatches



Abbiamo 2 contributi che danno la CMRR.
Partiamo dai contributi deterministici:

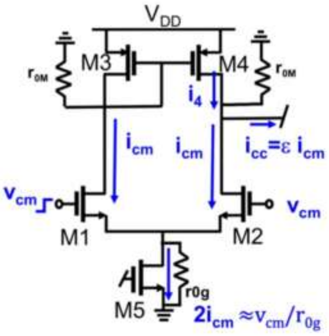


$$G_d = g_{m1}(r_{0M}\|r_{0d})$$

$$G_{cm} = \frac{\varepsilon}{2r_{0g}}(r_{0M}\|r_{0d})$$

$$CMRR = \frac{2g_{m1}r_{0g}}{\varepsilon}$$

per migliorare la CMRR o lavoriamo sull'errore ε (cioè vedere la grandezza di Vos, la voglio + grande → aumentare la channel lenght di M3 o M4)



Infinite r_{0in}

$$i_4 = i_{cm}\frac{r_{0M}}{(r_{0M}+1/g_{mM})}$$

$$i_{cc} = (i_4 - i_{cm}) =$$

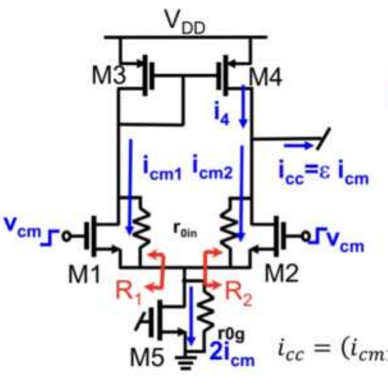
$$i_{cm}\left[\frac{r_{0M}}{(r_{0M}+1/g_{mM})} - 1\right] =$$

$$= -i_{cm}\frac{1}{(1+g_{mM}r_{0M})}$$

$$\varepsilon = -\frac{1}{g_{mM}r_{0M}}$$

Attenzione qui c'è un approssimazione: la corrente su M5 abbiamo detto che si splitta perfettamente tra M2 e M1 ma non è così questo perchè sul drain di M2 ho un corto mentre su quello di M1 ho 1/gm3.
Quindi la corrente non è uguale, lo sarebbe solo se le ro di M1 e M2 fossero ∞.

Dobbiamo considerare anche questa differenza. Noi supponiamo ro dello specchio infiniti e prendiamo i transistor d'ingresso come deterministici:

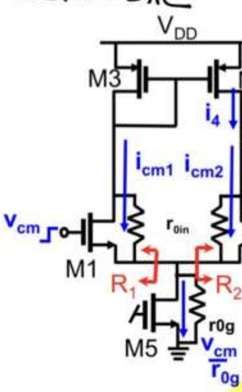


Infinite r_{0M}

$$i_{cm1} = \frac{v_{cm}}{r_{0g}}\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$i_{cm2} = \frac{v_{cm}}{r_{0g}}\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$i_{cc} = (i_{cm1} - i_{cm2}) = \frac{v_{cm}}{r_{0g}}\cdot\frac{R_2-R_1}{R_1+R_2}$$



$$i_{cc} = (i_{cm1} - i_{cm2}) = \frac{v_{cm}}{r_{0g}}\cdot\frac{R_2-R_1}{R_1+R_2}$$

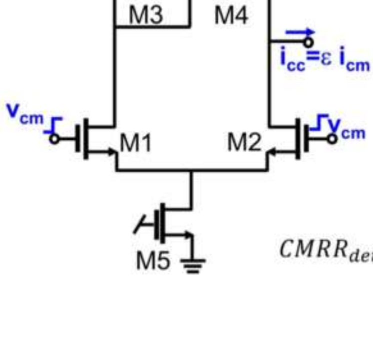
$$R_1 = \frac{r_{0in}+1/g_{mM}}{1+g_{mIN}r_{0in}}$$

$$R_2 = \frac{r_{0in}}{1+g_{mIN}r_{0in}}$$

$$i_{cc} \approx -\frac{v_{cm}}{r_{0g}}\cdot\frac{1/g_{mM}}{2r_{0in}} = -\frac{v_{cm}}{2r_{0g}}\cdot\frac{1}{g_{mM}r_{0in}}$$

La CMRR deterministica sarà quindi:

Usando valori tipici otteniamo che
CMRRdet ≈ 80dB



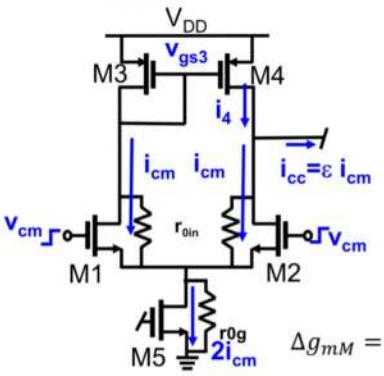
No

$$CMRR = \frac{2g_{m1}(r_{0g}\cancel{\|r_{0in}/2})}{\varepsilon_{det}}$$

$$\varepsilon_{det} \approx -\left[\frac{1}{g_{mM}r_{0M}} + \frac{1}{g_{mM}r_{0in}}\right]$$

$$CMRR_{det} = \frac{2g_{m1}r_{0g}}{\left[\frac{1}{g_{mM}r_{0M}} + \frac{1}{g_{mM}r_{0in}}\right]}$$

Però c'è anche la statistical contribution che impatta la CMRR.



$$i_4 = g_{m4} v_{gs3} = g_{m4}\frac{i_{cm}}{g_{m3}}$$

$$i_{cc} = \left(\frac{g_{m4}}{g_{m3}} - 1\right)\cdot i_{cm}$$

$$i_{cc} \approx \frac{\Delta g_{mM}}{g_{mM}}\cdot i_{cm}$$

$$\Delta g_{mM} = 2\Delta k_M (V_{GS3}-V_{TM}) - 2k_M \Delta V_{TM}$$

$$\varepsilon_{stat} \approx \frac{\Delta g_{mM}}{g_{mM}} + \cdots = \frac{\Delta k_M}{k_M} + \frac{\Delta V_{TM}}{V_{ovM}} + \cdots$$

Consideriamo che $g_{m3} \neq g_{m4}$ questo significa che lo specchio non è più bilanciato

$$g_m = 2K(V_{GS}-V_T)$$

Perciò

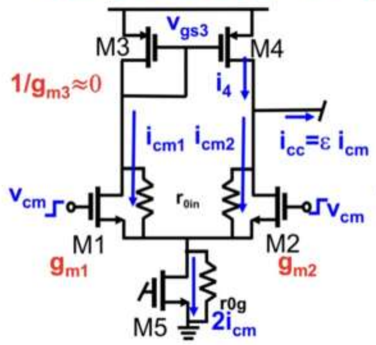
$$\Delta g_m = 2(V_{GS}-V_T)\Delta K - 2K\Delta V_T$$

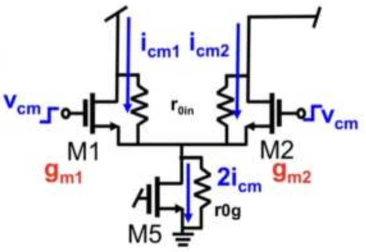
$$\left(dg_m = \frac{\partial g_m}{\partial K}\Delta K + \frac{\partial g_m}{\partial V_T}\Delta V_T\right)$$

Perciò $\frac{\Delta g_m}{g_m} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta V_T}{V_{ov}}$ Questo sarebbe un meno ma lavoriamo in ambiente statistico (con le varianze) perciò dovremmo mettere un +

$$\sigma^2_{\frac{\Delta g_m}{g_m}} = \sigma^2_{\frac{\Delta K}{K}} + \sigma^2_{\frac{\Delta V_T}{V_{ov}}}$$

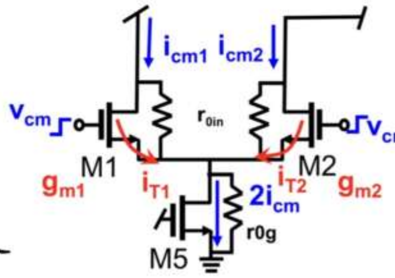
Stessa cosa si può fare anche con l'input pair.





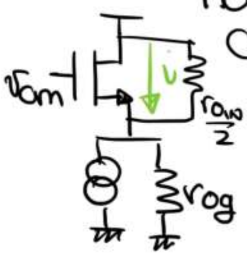
Consideriamo adesso lo specchio ideale. L'unica differenza che prendiamo è che

$$g_{m1} \neq g_{m2}$$



$$i_{cm1} - i_{cm2} = i_{T1} - i_{T2}$$

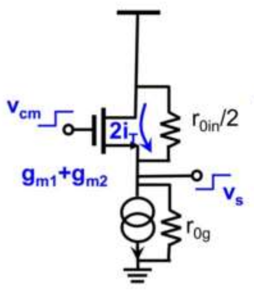
Un modo intelligente per calcolare la corrente è trasformare il circuito in questo.

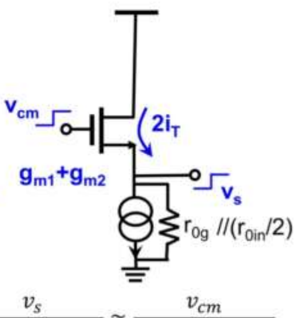


Ho foldato i 2 mos in uno. Calcolo la corrente che passa nel mos e so che è

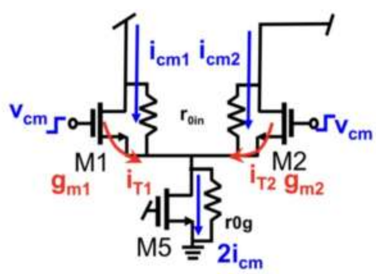
$$2i_T = i_{T1} + i_{T2}$$

Dobbiamo vedere come la corrente si divide tra i 2 mosfet.





$$2i_T = \frac{v_s}{[r_{0g}\|(r_{0in}/2)]} \approx \frac{v_{cm}}{[r_{0g}\|(r_{0in}/2)]}$$



$$i_{T1} \approx 2i_T \frac{1/g_{m2}}{1/g_{m1}+1/g_{m2}} = $$
$$= 2i_T\frac{g_{m1}}{g_{m1}+g_{m2}}$$

$$i_{cm1}-i_{cm2} \approx 2i_T\frac{g_{m1}-g_{m2}}{g_{m1}+g_{m2}} \approx \frac{v_{cm}}{[r_{0g}\|(r_{0in}/2)]}\frac{\Delta g_{mI}}{2g_{mIN}}$$

$$i_{cm1}-i_{cm2} \approx \frac{v_{cm}}{[r_{0g}\|(r_{0in}/2)]}\frac{\Delta g_{mIN}}{2g_{mIN}} = v_{cm}\frac{2r_{0g}+r_{0in}}{r_{0g}r_{0in}}\frac{\Delta g_{mIN}}{2g_{mIN}}$$

$$= \frac{v_{cm}}{2r_{0g}}\left(1+\frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)\frac{\Delta g_{mIN}}{g_{mIN}}$$

$$\varepsilon = \left(1+\frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)\frac{\Delta g_{mIN}}{g_{mIN}} = \left(1+\frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)\left(\frac{\Delta k_{IN}}{k_{IN}} + \frac{\Delta V_{Tin}}{V_{ovIN}}\right)$$

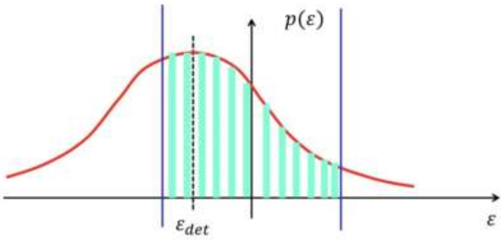
$$CMRR_{in} = \frac{2g_{m1}r_{0g}}{\left(1+\frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)\frac{\Delta g_{mIN}}{g_{mIN}}} \to \frac{g_{m1}r_{0i}}{\frac{\Delta g_{mIN}}{g_{mIN}}}$$

Dunque nel totale abbiamo che:

$$\varepsilon_{stat} \approx \frac{\Delta g_{mM}}{g_{mM}} + \frac{\Delta g_{mIN}}{g_{mI}} = \frac{\Delta k_M}{k_M} + \frac{\Delta V_{TM}}{V_{ovM}} + \left(1 + \frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)\left(\frac{\Delta k_{IN}}{k_{IN}} + \frac{\Delta V_{Tin}}{V_{ovIN}}\right)$$

Abbiamo visto che ε è una somma di un errore deterministico + 1 statistico, perciò avremo una gaussiana centrata attorno all'errore deterministico.

$$\sigma_{\varepsilon stat} \approx \sqrt{\sigma^2_{\Delta k_M/k_M} + \frac{\sigma^2_{\Delta V_{TM}}}{V^2_{ovM}} + \left(1 + \frac{2r_{0g}}{r_{0in}}\right)^2 \left[\sigma^2_{\Delta k_{IN}/k_{IN}} + \frac{\sigma^2_{\Delta V_{TIN}}}{V^2_{ovIN}}\right]^2}$$

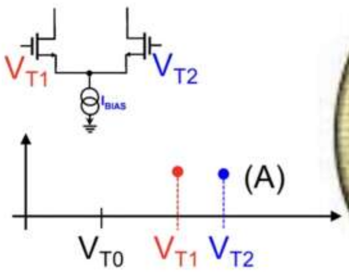


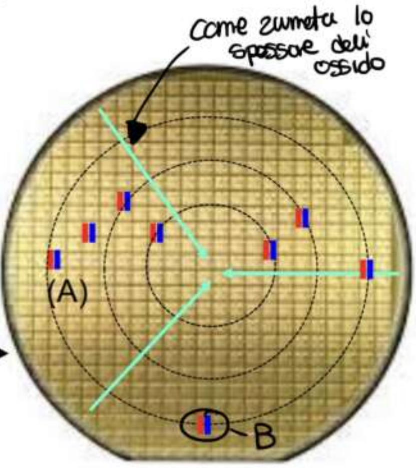
$$p(CMRR) = \frac{2g_{m1}r_{0g}}{p(\varepsilon)}$$

12.11.2021 — lezione — 2h

Variabilità dei parametri dei device e come ridurre questa variabilità:

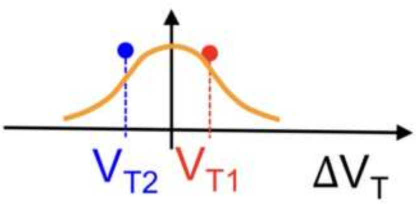
C'è un modello per definire il mismatch di V_T e di K e da designer possiamo ridurre questi valori?





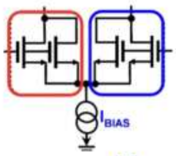
Noi fabbrichiamo i chip su un wafer e su questo avremo degli errori sistematici (tipo la grandezza dell'ossido)
Ad esempio potremo avere che i transistor sul bordo abbiano V_T più bassa che quelli al centro.
A noi come designer e nel conto dell'offset ci interessano solo la distanza tra le 2 tensioni di soglia dei 2 transistor.

Se vediamo il wafer come a cerchi concentrici di temperatura vediamo che mettendo i transistor affiancati uno sarà con V_T più alta e uno più bassa. (Questo accade quasi sempre tranne ad esempio nel caso B dove entrambi i MOS sono sullo stesso cerchio termico e quindi la differenza tra V_{T1} e V_{T2} è $\varnothing$)



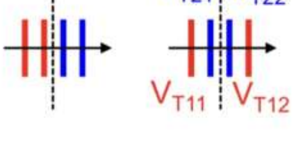
Questa è la distribuzione della ΔV_T dei transistor in base a dove si trovano (?)

Per cercare di ridurre questi effetti dobbiamo cercare di ridurre gli errori sistematici cioè dobbiamo fare sì di non avere sempre il transistor rosso a destra di quello blu. Per fare meglio questo noi facciamo sì di dividere ogni MOS in 2 e li mettiamo incrociati



avere 2 transistor così è come avere 1 solo, ad esempio se questi 2 hanno $W/L = 25/1$ è come avere 1 da $W/L = 50/1$

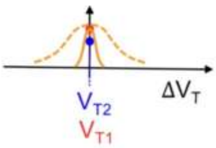
COMMON CENTROID STRUCTURE

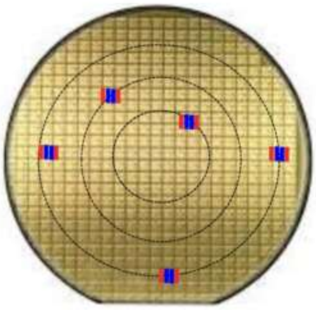


$$V_{T1} = \left(\frac{V_{T11} + V_{T12}}{2}\right)$$

$$V_{T2} = \left(\frac{V_{T21} + V_{T22}}{2}\right)$$

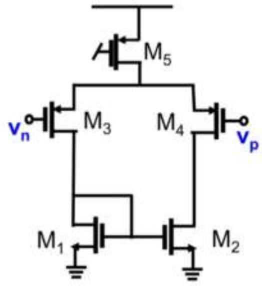
Se la variazione di V_T è abbastanza lineare allora mettendo i MOS in questo modo simmetrico risolviamo il sistema.

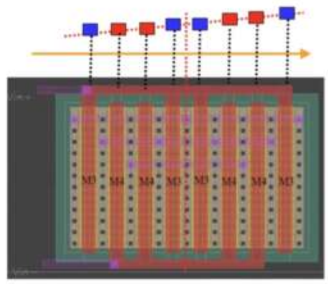




Grazie a questa tecnica lo spread della ΔT è molto più piccolo rispetto a prima

Come possiamo modellare questo spread intrinseco?





Systematic term cancelled to first order
(linear grandient approximation)

Quando abbiamo eliminato gli errori sistematici abbiamo le fluttuazioni statistiche randomiche dello spessore dell'ossido.
Dividiamo il transistor in diverse piccole porzioni e prendiamo la Vt di queste, poi facciamo la media

$$\overline{V_{T3}} = \frac{V_{T3,1} + V_{T3,2} + \cdots + V_{T3,N}}{N}$$

Facciamo la stessa cosa anche per l'altro MOS e calcoliamo la varianza

$$\sigma^2[V_{T3} - V_{T4}] = \frac{\sigma^2[V_{T3\_1}] + \cdots + \sigma^2[V_{T3\_N}]}{N^2} + \frac{\sigma^2[V_{T4\_1}] \ldots + \sigma^2[V_{T4\_N}]}{N^2} =$$

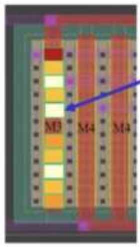
$$\frac{N}{N^2}\sigma^2[V_{Te}] = \frac{1^{\sigma}}{N}\sigma^2[V_{Te}]$$

Mi sono perso perchè il 2

è sensato dire che le varianze di tutte le tensioni di soglia siano uguali e siano uguali alla varianza della Vt in ogni piccola area.

Ma noi non sappiamo molti dati, ma non ci importa perchè sappiamo che

N= WL/Ao



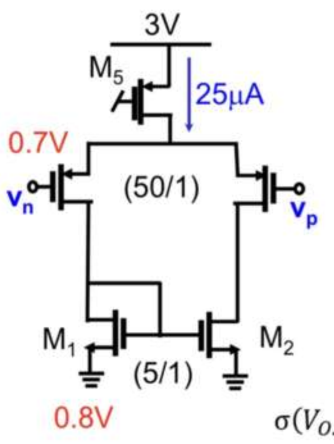
$$N = \frac{WL}{A_0}$$

dove A_{VT}^2 è un numero che dipende dal processo (me lo deve dare la fonderia)
Questo numero si chiama numero di Pelgrom.

$$\sigma^2[V_{T3} - V_{T4}] = \frac{2A_0\sigma^2[V_{Te}]}{WL} = \frac{A_{V_T}^2}{WL}$$

Per sapere il valore di Avt possiamo fare diverse misure della varianza e fittarle su una retta, la pendenza della retta sarà Avt.

Esempio



$$V_{OS} = \Delta V_{Tin} + \frac{V_{OVin}}{V_{OVM}}\Delta V_{TM}$$

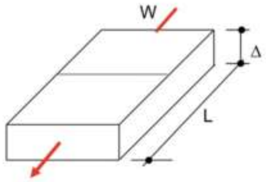
$$\sigma(\Delta V_{Tin}) = \frac{15\ mV\ \mu m}{\sqrt{50}\mu m} = 2.1\ mV$$

$$\sigma(\Delta V_{TM}) = \frac{10\ mV\ \mu m}{\sqrt{5}\mu m} = 4.5\ mV$$

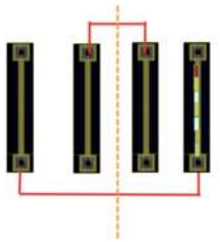
$$\sigma(V_{OS}) = \sqrt{(2.1)^2 + \left(\frac{0.1}{0.2}\cdot 4.5\right)^2}mV = \underline{5\ mV}$$

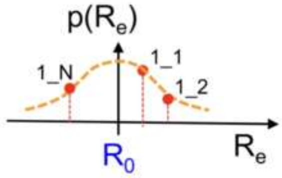
Numero sbagliato

Potremmo avere la stessa cosa della variabilità con le resistenze dei MOS.



Device	Exp.	Target.	Units
Unsilicided N+ Active	113	115	Ohms/sq
Unsilicided N+ Poly	136	110	Ohms/sq
Silicided N+ Poly	10.18	10	Ohms/sq
Unsilicided P+ Active	128	135	Ohms/sq
Unsilicided P+ Poly	333	320	Ohms/sq
Silicided P+ Poly	11.07	10	Ohms/sq
HIPO resistor	0.99	1.0	KOhms/sq





$$R = \rho\frac{L}{A} = \frac{\rho}{\Delta}\frac{L}{W} = R_\square\frac{L}{W}$$

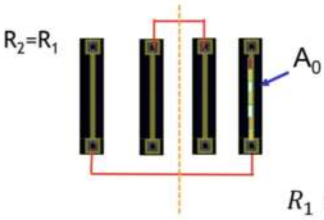
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_\square}{R_\square} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta W}{W}$$ negligible

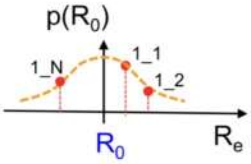
$$R_1 = R_{11} + R_{12} + \cdots + R_{1N}$$

$$E[R_1] = N\cdot E[R_e] = N\cdot R_0$$

$$\sigma^2[R_1] = N\cdot\sigma^2[R_e]$$

Se vogliamo 2 resistenze uguali usiamo la tecnica del common centroide per eliminare i termini sistematici e rimaniamo con la variabilità statistica.
Perciò come nel caso prima abbiamo che:





$$R_1 = R_{11} + R_{12} + \cdots + R_{1N}$$

La media è Ø perché abbiamo tolto gli errori sistematici e quindi la gaussiana è centrata in Ø.
Tuttavia a noi interessa la varianza, più in particolare la varianza relativa

$$E[R_1 - R_2] = 0$$

$$\sigma^2[R_1 - R_2] = 2N\sigma^2[R_e]$$

$$\frac{\sigma^2[\Delta R]}{R^2} = \frac{2N\sigma^2[R_e]}{N^2R_0^2} = \frac{2\sigma^2[R_e]}{NR_0^2}$$

$$\sigma^2[R_1 - R_2] = \sigma^2[\Delta R] = 2N\sigma^2[R_e]$$

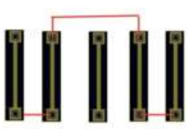
$$E[R_1] = E[R_2] = R = NR_0$$

$$\frac{\sigma^2[\Delta R]}{R^2} = \frac{2N\sigma^2[R_e]}{N^2R_0^2} = \frac{2\sigma^2[R_e]}{NR_0^2} = \frac{2A_0\sigma^2[R_e]}{R_0^2}\cdot\frac{1}{WL}$$

K_R^2: numero dato della tecnologia è il numero di Pelgrom per il mismatch resistivo

$$\sigma^2[\Delta R/R] = \frac{K_R^2}{WL}$$

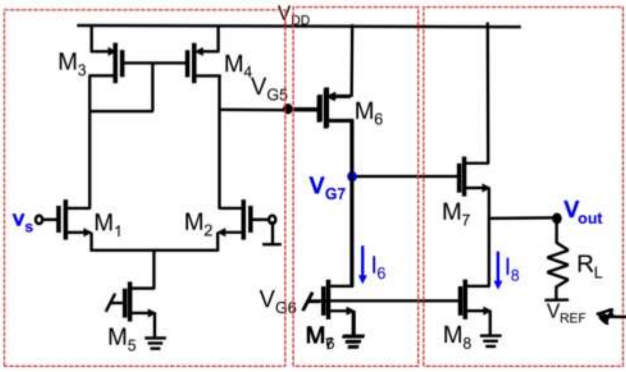
Abbiamo adesso visto come fare 2 resistenze uguali... ma se io volessi fare $R_1 = 4R_2$ come faccio?
Potrei fare R_1 4 volte + lungo di R_2 ma non va bene perché i contatti hanno resistenza e semplicemente allungando la resistenza questi non scalano.
Allora posso semplicemente fare 4 volte R_2 e collegarle assieme



$R_2=4R_1$

Output stages

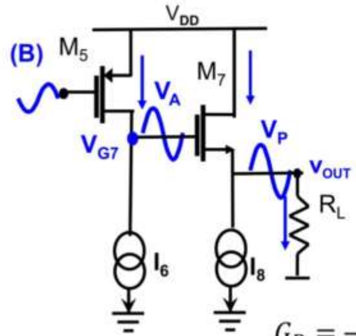
Per ora abbiamo visto tutte strutture OTA (cioè con grandi impedenze d'uscita) ma noi vorremo anche fare degli OPAMP.
Tutte le volte che vogliamo controllare un output resistivo devo decouplare il nodo ad alta impedenza dell'OTA dall'output con un buffer, sennò distruggiamo il gain. Però se noi mettiamo il buffer abbiamo che questo aumenta di molto la potenza dissipata.

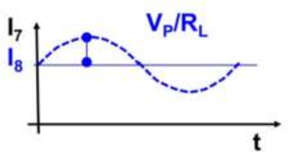


Questo è un esempio di OTA a 2 stadi con il 3° stadio che è un follower.

Vedremo adesso come dimensionare correttamente il circuito

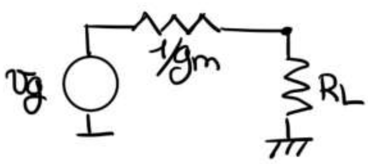
1,5V visto che siamo a VDD=3V e GND perciò in DC ci aspettiamo V_{OUT} = 1,5V così che su R_L non passi corrente in DC.





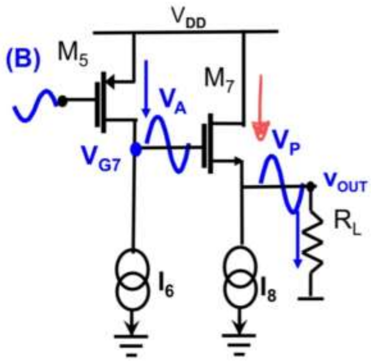
$$G_B = \frac{R_L}{R_L + 1/g_{m7}} = \frac{1}{1 + 1/g_{m7}R_L}$$

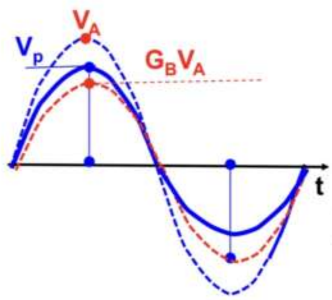
Nella teoria noi ci aspettiamo $V_P \approx V_A$ nella pratica c'è una perdita perciò il trasferimento non è 1:1
Studiamo con Thevenin



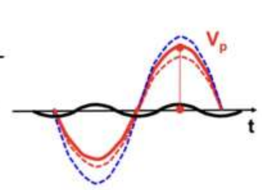
Perciò il guadagno è $G = \frac{R_L}{R_L + 1/g_m}$

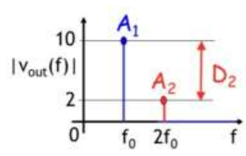
Il fatto che abbiamo delle perdite significa che la forma del segnale d'uscita è uguale a quella d'ingresso ma con un picco più basso.
Ma nella realtà il segnale al gate del mos d'uscita è in pratica quasi un grande segnale perciò noi dobbiamo studiare quello.





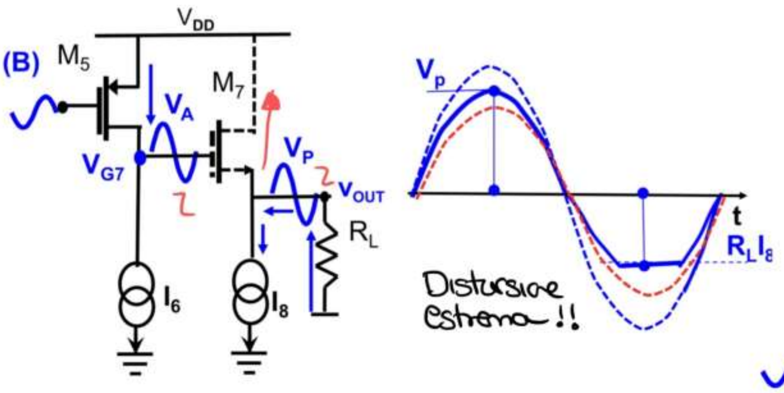
Se ho un grande segnale la corrente di M_7 varia molto rispetto a I_8 quindi ho che la transconduttanza di M_7 cambia (se I cresce anche gm cresce) allora ho che il guadagno è + vicino a 1 rispetto a quello calcolato prima. Perciò durante lo swing positivo ho che il picco è + alto di quanto stimato.
All'opposto durante lo swing negativo ho che la corrente cala → gm cala e quindi il guadagno cala e perciò il picco è + basso. Non ho + quindi una sinusoide ma ho una distorsione armonica.
Possiamo chiamarla 2nd armonic distorsion perché è come la somma di sinusoidi che è visibile qui →





$$D_2 = 20\,log\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

Esiste poi un ulteriore fattore di limitazione

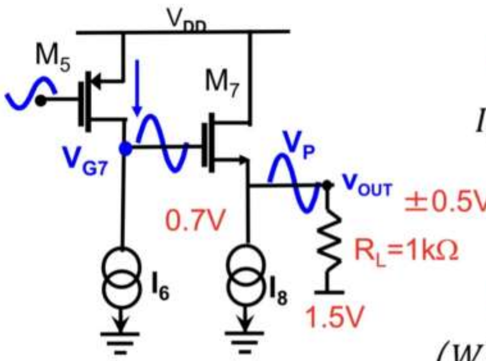


Se Vout si abbassa di potenziale allora una corrente scorre fuori da R_L e va tutta su M_7 (credo per $1/g_m$) allora devo stare attento perché potrei avere che M_7 si spenga.

Consideriamo uno swing di tensione d'uscita di 0,5V

Allora se Vout scende di 0,5V rispetto a Vref (1,5V) allora

$I = \frac{0{,}5}{R_L} = 0{,}5mA$ questa corrente scorre su M_7 perciò I_{M7} deve essere > di 0,5mA.



Avoiding clipping

$$I_8 \geq \frac{0.5V}{1k\Omega} = 0.5mA$$

Limiting distortion

$$\left(\frac{W}{L}\right)_7 = \frac{I_8}{k' V_{ov7}^2} = 1000$$

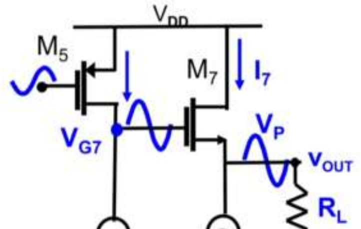
Performance cost: area, power

La minima tensione che possiamo avere a V_{OUT} è $R_L I_8$ (con M_7 spento)

Capiamo quindi che il buffer sembra tanto facile ma tanto facile non è...

Power efficiency

Definita come potenza al carico fratto potenza presa dal generatore (Power efficiency solo dello stadio finale)

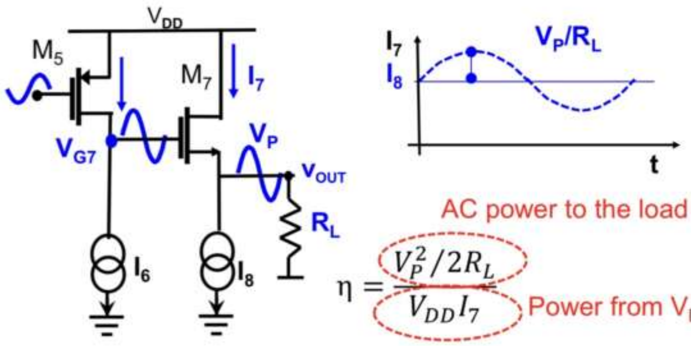


$$\eta = \frac{V_P^2/2R_L}{V_{DD} I_7}$$

$I_7 \geq \frac{V_{DD}}{2R_L}$ To avoid clipping

$V_P \leq \frac{V_{DD}}{2}$ Output swing

$$\eta = \frac{V_P^2/2R_L}{V_{DD} I_7} \leq \frac{V_P^2/2R_L}{V_{DD} I_7} \leq \left(\frac{V_P}{V_{DD}}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \leq 25\%$$



AC power to the load

$$\eta = \frac{V_P^2/2R_L}{V_{DD} I_7}$$ Power from V_{DD}

How much power do we really deliver to the load ?

Vediamo quindi che lo stage d'uscita in classe A è abbastanza terribile.

Most of the power dissipated across output transistors !!!

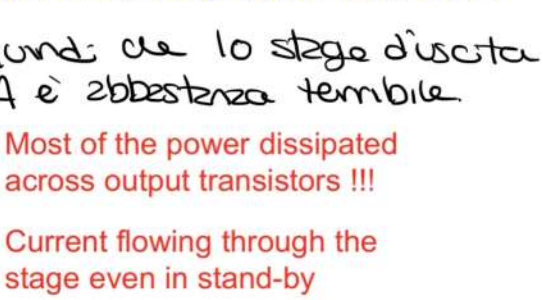
Current flowing through the stage even in stand-by

Il problema principale è che abbiamo sempre corrente che scorre. Dovremmo trovare un modo per avere un follower senza avere corrente.

L'idea è togliere il gen di corrente.

Come nel circuito vediamo che in DC M_7 è spento perché ho $V_G = V_S = 1{,}5V$. Solo quando V_G è $1{,}5 + V_T$ allora ho che si comporta da follower.

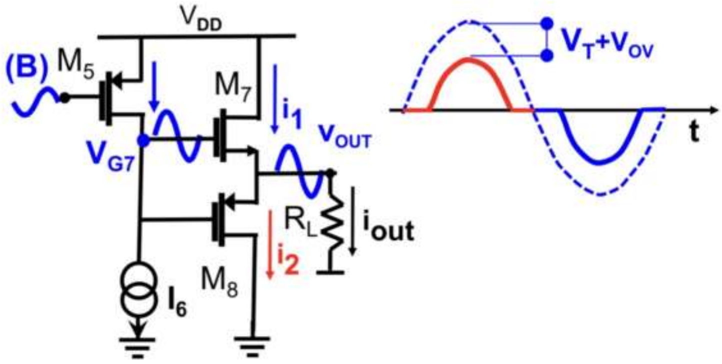
Inoltre ho che funziona solo nello swing positivo e che visto che si attiva solo con tensioni $\geq V_T$ allora ho delle distorsioni.



Let's remove the DC current

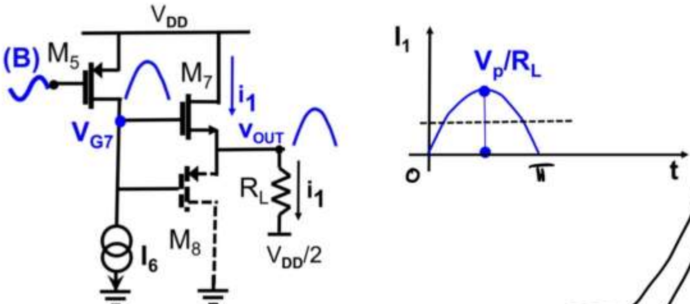
Active during the positive swing

Per risolvere lo swing negativo facciamo



Ma abbiamo ancora dei problemi perchè ho che l'output è ∅ quando V_{G7} è $< \pm V_T$ il vantaggio è che non consumiamo corrente per niente, ma abbiamo molta distorsione.

Calcoliamo l'efficienza del sistema:



è la potenza dissipata su M7 e R_L nello swing positivo.

VDD/2 perchè è la ddp tra VDD e VDD/2

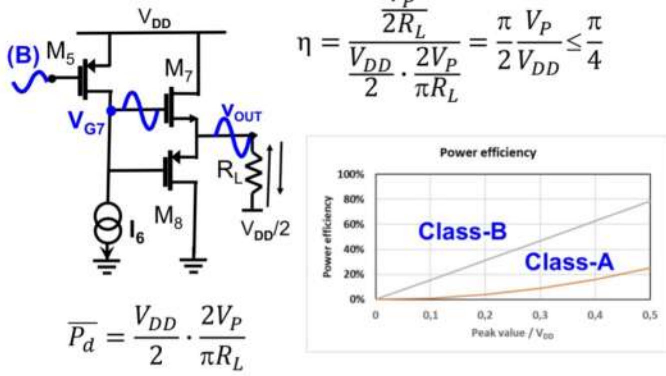
Lo swing negativo è simmetrico quindi pressochè identico.

$$\overline{I_1} = \frac{V_P}{R_L} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} sin(\theta)\, d\theta = \frac{2V_P}{\pi R_L} \qquad \overline{P_d} = \frac{V_{DD}}{2} \cdot \frac{2V_P}{\pi R_L}$$

Perciò abbiamo che l'efficienza del circuito è:

(Nota la potenza dissipata è sempre Pd e non 2Pd perchè non ho lo swing positivo e negativo assieme)

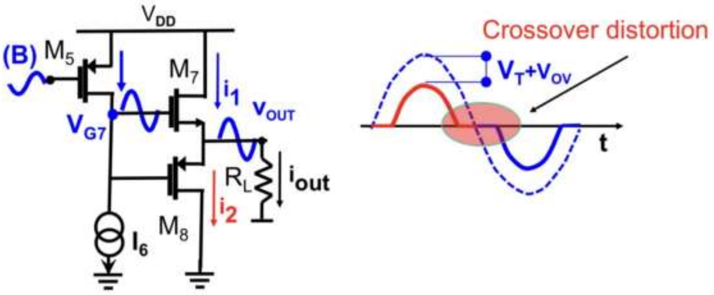
$$\eta = \frac{\frac{V_P^2}{2R_L}}{\frac{V_{DD}}{2} \cdot \frac{2V_P}{\pi R_L}} = \frac{\pi}{2} \frac{V_P}{V_{DD}} \le \frac{\pi}{4}$$



Vediamo che l'efficienza si avvicina a 78%

$$\overline{P_d} = \frac{V_{DD}}{2} \cdot \frac{2V_P}{\pi R_L}$$

La distorsione è però rilevante e va calcolata.



La distorsione di crossover ci da un 3th order armonic distorsion.
Questa è di 3a armonica perchè:

Posso scrivere la corrente M7 come serie di Fourier, anche M8 (durante lo swing negativo) sarà uguale ma shiftata di mezzo periodo.
Se noi shiftiamo di $\Delta\varphi\ \omega \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$

$$i_1 = A_1 + A_2 sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots$$

$$i_2 = i_1\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

Perciò la 1a armonica sarà shiftata di π

Per la 2a armonica $\Delta\varphi_2 = 2\omega T/2 = 2 \cdot \frac{2\pi}{T}\, T/2 = 2\pi$.

Per la 3a $\Delta\varphi_3 = 3\omega \frac{T}{2} = 3 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = 3\pi$

Perciò

$$i_1 = A_1 + A_2 sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots$$

$$i_2 = i_1\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$= A_1 + A_2 sin(\omega t + \varphi_1 + \pi) + A_2 sin(2\omega t + \varphi_2 + 2\pi) + A_3 sin(3\omega t + \varphi_3 + 3\pi) + \cdots$$

$$i_2 = A_1 - A_2 sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 sin(2\omega t + \varphi_2) - A_3 sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots$$

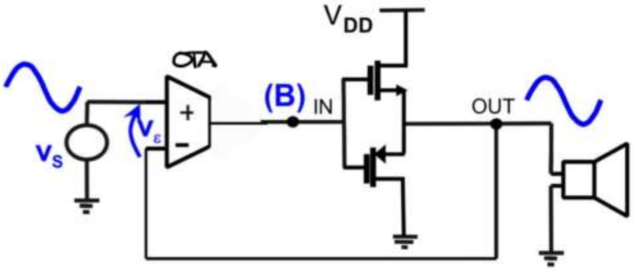
Vediamo che ci rimangono solo armoniche dispari.

La corrente totale è:

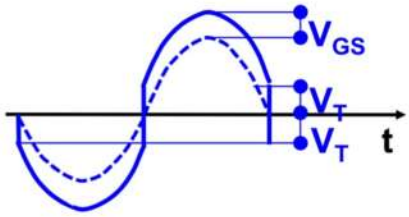
$$i_{out} = i_1 - i_2 = 2A_2 sin(\omega t + \varphi_1) + 2A_3 sin(3\omega t + \varphi_3) + \cdots$$

Nella realtà potremmo avere armoniche di 2° ordine se i 2 transistor non sono perfettamente matchati.

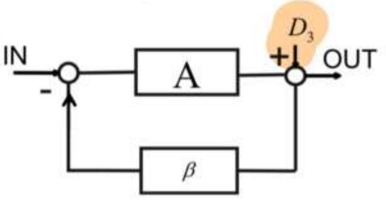
Nella realtà questi circuiti non sono fatti per lavorare in circuito aperto ma bensì in feedback, quindi dobbiamo tener conto della distorsione in feedback.



Sappiamo che se il guadagno è molto alto allora $V_\varepsilon \to \varnothing$ il che significa che non dovrei avere distorsione.
Perciò se voglio l'output = input allora la tensione al nodo B deve essere



Noi siamo in un sistema a feedback e stiamo aggiungendo una distorsione allora posso vedere il circuito come



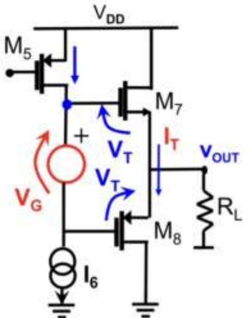
Allora da automazione sappiamo che la distorsione in uscita si può scrivere come

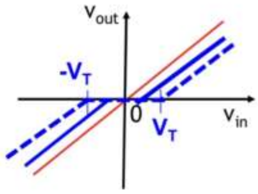
$$D_{3out} = \frac{D3}{1+\beta A}$$

$$D_{3,out} = -\beta A D_{3,out} + D_3$$

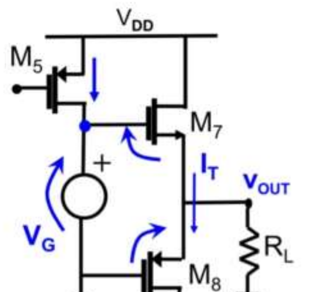
$$D_{3,out} = \frac{D_3}{1+\beta A}$$

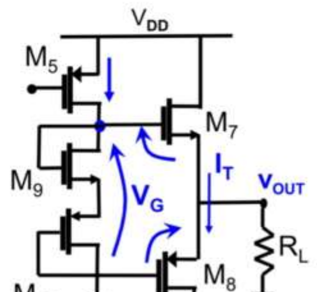
Come possiamo fare sì di ridurre questa distorsione?





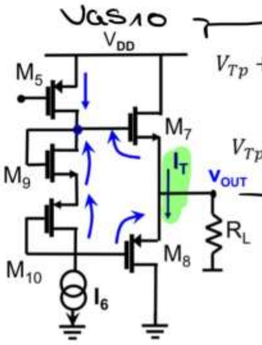
Mettiamo una tensione Va tra i 2 transistor in modo da tenerli + vicini alla conduzione così la zona piatta risulta più piccola.





Se metto 2 transdiodi ho che ho i 2 mos M7 e M8 praticamente sul limite della conduzione.
Tuttavia abbiamo degli svantaggi, il fatto che siano vicino alla conduzione fa sì che ci sia consumo di corrente comunque e questo fa sì che il circuito sia meno efficiente (per questo si chiama stadio AB).
Un'altra cosa di cui dovremo stare attenti è che lo shift di tensione sia preciso ed è per questo che mettiamo 2 Mos/transdiodi e non solo 1 perché con solo 1 avrei che la tensione dipende da V_T (no buono).
Al contrario con 2 transdiodi faccio sì che M7 e M8 siano sempre matchati.

Vogliamo che lo shift sia preciso perché sennò la corrente consumata potrebbe essere molto alta.



$$\underbrace{V_{Tp} + \sqrt{\frac{I_6}{k'_p(W/L)_{10}}}}_{Vas10} + \underbrace{V_{Tn} + \sqrt{\frac{I_6}{k'_n(W/L)_9}}}_{Vas9} =$$

$$\underbrace{V_{Tp} + \sqrt{\frac{I_T}{k'_p(W/L)_8}}}_{Vas8} + \underbrace{V_{Tn} + \sqrt{\frac{I_T}{k'_n(W/L)_7}}}_{Vas7}$$

← è il bilanciamento delle tensioni vediamo che la dipendenza da VT viene cancellata

$$\sqrt{\frac{I_6}{k'_p(W/L)_{10}}} + \sqrt{\frac{I_6}{k'_n(W/L)_9}} = \sqrt{\frac{I_T}{k'_p(W/L)_8}} + \sqrt{\frac{I_T}{k'_n(W/L)_7}}$$

$$n = \frac{(W/L)_8}{(W/L)_{10}} = \frac{(W/L)_7}{(W/L)_9}$$

Suppoziamo adesso che tra i 2 transistor matchati ci sia una differenza di fattore di forma n, allora

$$\sqrt{\frac{I_6}{k'_p(W/L)_{10}}} + \sqrt{\frac{I_6}{k'_n(W/L)_9}} = \sqrt{\frac{I_T}{k'_p(W/L)_8}} + \sqrt{\frac{I_T}{k'_n(W/L)_7}}$$

$$\sqrt{\frac{I_6}{I_T}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{k'_p(W/L)_8}} + \sqrt{\frac{1}{k'_n(W/L)_7}}}{\sqrt{\frac{1}{k'_p(W/L)_{10}}} + \sqrt{\frac{1}{k'_n(W/L)_9}}} = \sqrt{n}$$

Only depending on geometric ratio

$$n = \frac{(W/L)_8}{(W/L)_{10}} = \frac{(W/L)_7}{(W/L)_9} \qquad \frac{I_6}{I_T} = n$$

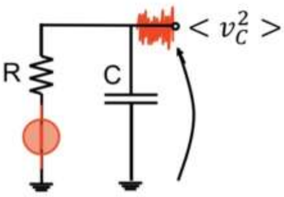
Vediamo che il rapporto tra le 2 correnti è dato solo dalla geometric ratio.

Attenzione se n=1 allora $I_T = I_6$ (non buono)
ricordiamo poi che i fattori di forma dei MOS d'uscita sono molto grandi.

16.11.2021 — lezione — 2h

Nuovo argomento!!! Filtri e rumore

Modelli del rumore



Ludwig Boltzmann (1844 - 1906)

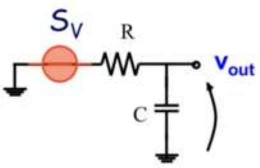
Per sottolineare che il rumore è limitato in banda allora possiamo mettere un condensatore in parallelo a R.

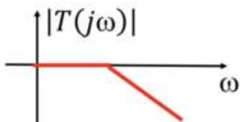
L'energia media immagazzinata nella capacità è

$$\frac{1}{2}C < v_C^2 > = \frac{kT}{2} \qquad < v_C^2 > = \frac{kT}{C}$$

$$\frac{1}{2}C<v_C^2> = \frac{KT}{2}$$

Noi adesso vogliamo vedere come ricavare la Power spectral density
Cioè vogliamo calcolare il valore medio della tensione ai capi del condensatore.
(In pratica è un partitore di tensione per il valore spettrale del rumore [Sv])





$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Noi supponiamo lo spettro costante e otteniamo che

$$<v_C^2> = W\int_0^{+\infty} |T(j\omega)|^2 df = W\int_0^{+\infty} \frac{df}{1+\omega^2R^2C^2} = W \cdot \frac{1}{4RC}$$

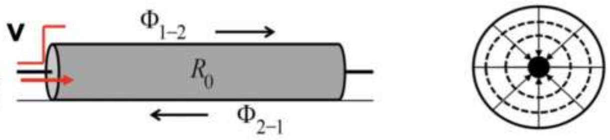
$$< v_C^2 > = \int_0^{+\infty} S_V(\omega)|T(j\omega)|^2 df$$

Allora abbiamo 2 Eq per $<v_C^2>$ allora le uguagliamo e ricaviamo che

$$<v_C^2> = \frac{KT}{C} = W \cdot \frac{1}{4RC} \rightarrow W = 4KTR$$

Esperimento di Nyquist

Consideriamo 2 resistori Ro identici e li colleghiamo tramite un cavo coassiale



$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2}$$

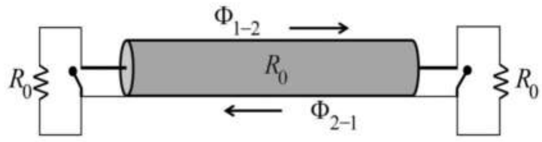
Posso vedere il cavo come una serie di induttori e condensatori

$i(x+\Delta x,s) = i(x,s) - v(x,s)sC'\Delta x$

(Per la tensione ho una formula simile) Allora lavorando queste equazioni ricavo queste

$$\frac{d^2 v(x,s)}{dx^2} = s^2 L'C'v(x,s) \qquad \frac{d^2 i(x,s)}{dx^2} = s^2 L'C'i(x,s)$$

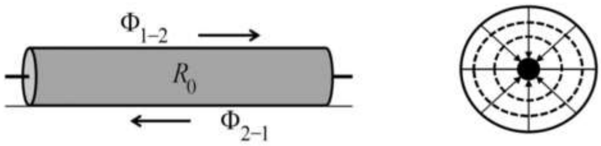
Resistori in equilibrio

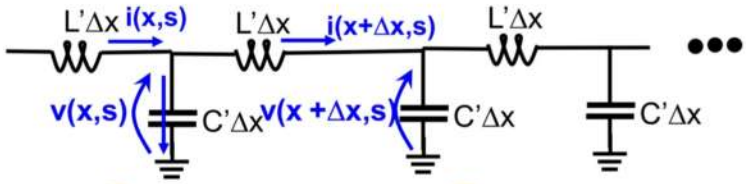


Harry Nyquist (1889 - 1976)

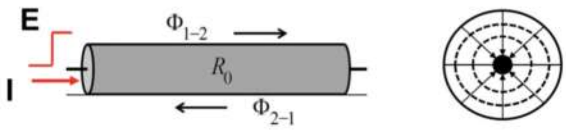
Abbiamo 2 funzioni differenziali una per la corrente e una per la tensione.

Propagazione in un cavo coassiale





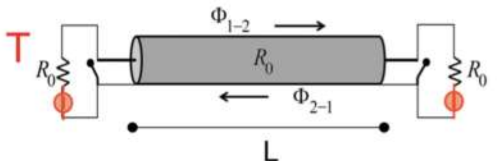
Un'altra cosa rilevante è che se comando il cavo coassiale con un onda quadra che si propagherà nel cavo a velocità finita data dalla velocità della luce. Stessa roba per la corrente solo che questa sarà divisa per Ro che lo chiamo la resistenza caratteristica del cavo coassiale.

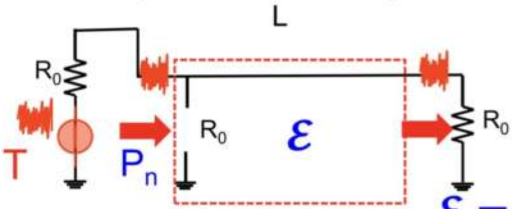


$$v(x,t) = E\cdot 1(x-ct) \qquad i(x,7) = E\cdot\sqrt{\frac{C'}{L'}}\cdot 1(x-ct)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad R_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Propagation velocity — Characteristic impedance



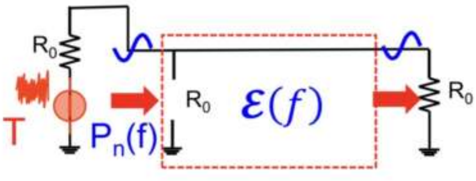


$$\mathcal{E} = 2P_n\frac{L}{c}$$

Se tutto è matchato questo sistema lo posso vedere come un sistema con solo 2 resistenze. Metà del rumore totale è dato dalla resistenza a destra del cavo e metà da quella a sinistra (in caso di match)

Perciò l'energia $\mathcal{E}$ nel cavo coassiale è data da 2 volte Pn perché ho 2 resistori per il tempo che sta questa potenza a passare nel cavo (L/c)

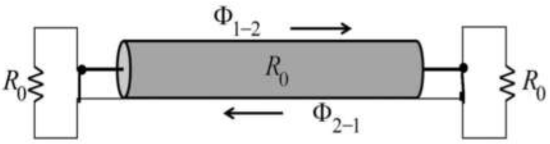
Questa formula può anche essere scritta per una specifica banda, questo succede perché il sistema è sicuramente lineare e quindi posso scrivere la stessa equazione per tutte le frequenze



$$\mathcal{E}(f) = 2P_n(f)\frac{L}{c}$$

Energia intrappolata nel cavo

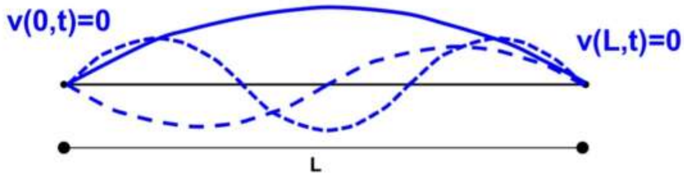
ho dell'energia che scorre nel cavo a velocità finita perciò se io in un istante cortocircuito le 2 parti ho dell'energia intrappolata nel cavo.
Quali saranno le forme della tensione e della corrente nel cavo?



Posso sapere la forma della tensione perché questa deve seguire l'equazione d'onda e poi ho imposto che i 2 estremi si trovino a tensione uguale (qui dice ∅ ma io dico uguale)

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

Per avere le soluzioni all'equazione d'onda noi abbiamo:



$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

$v(x,t) = X(x)T(t)$ → supponiamo variabili separabili

$$T(t)\frac{d^2X(x)}{dx^2} = \frac{1}{c^2}X(x)\frac{d^2T(t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{1}{T(t)}\frac{d^2T(t)}{\partial t^2} = c^2\cdot\frac{1}{X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2} = -\omega^2$$

$$\frac{1}{T(t)}\frac{d^2T(t)}{\partial t^2} = c^2\cdot\frac{1}{X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2} = -\omega^2$$

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$T(t)X(x) = [A\sin(kx) + B\cos(kx)]\cdot\sin(\omega t+\theta)$$

Non mi è del tutto chiaro di come l'abbia ricavata.

$$\begin{cases} v(0,t)=0 \\ v(L,t)=0 \end{cases}$$

$B=0$

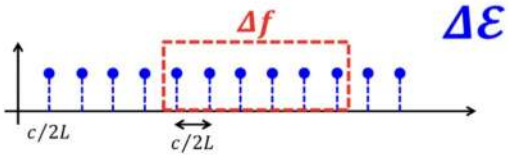
$\sin(kL)=0$ $\quad kL = \frac{2\pi}{\lambda_m}L = m\pi$

ho queste condizioni di bordo perciò da queste ricaviamo le lunghezze d'onda che sono soluzione alla nostra equazione

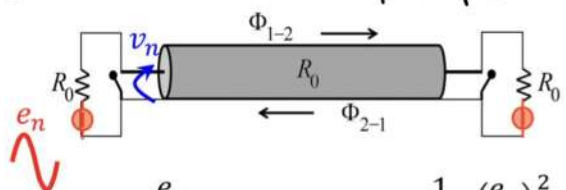
$$\lambda_m = \frac{2L}{m} = 2L, L, \frac{2}{3}L \ldots$$

Perciò ogni volta che cortocircuitiamo il cavo abbiamo che le onde dentro sono spaziate della stessa quantità pari a $c/2L$.
Ma quale sarà la distribuzione di queste energie in frequenza?
Da Boltzmann so che per ogni modo in frequenza ho che l'energia è data KT
Allora se voglio calcolare l'energia in una determinata banda faccio:
1) Prendo la banda e la divido per il n° di modi che sono soluzioni dell'eq d'onda
2) moltiplico per KT

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\Delta f}{c/2L}\cdot kT = \frac{2L}{c}\Delta f\cdot kT$$



Adesso dobbiamo fare la stessa cosa con i generatori di rumore per poi eguagliare le 2 equazioni e ottenere la PSD.



valore medio del rumore Sn

$$v_n = \frac{e_n}{2} \qquad P_n = \frac{1}{2R_0}\left(\frac{e_n}{2}\right)^2 = \frac{e_n^2}{8R_0}$$

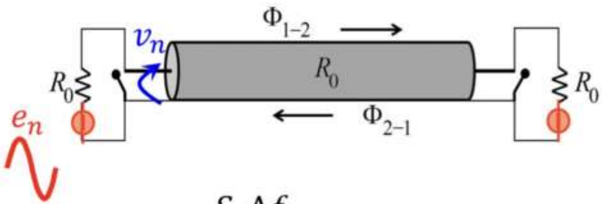
$$< n^2(t) >= \frac{e_n^2}{2} \rightarrow S_v\,\Delta f$$

perciò capiamo che

$\frac{e_n^2}{2} = S_n\Delta f$ → $e_n^2 = 2S_n\Delta f$ e ricaviamo

$$\Delta P_n \rightarrow \frac{S_v\Delta f}{4R_0}$$

L'energia intrappolata dal cavo sarà quindi

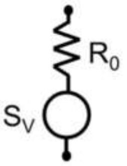


Perciò poi possiamo scrivere che la PSD è calcolabile come:

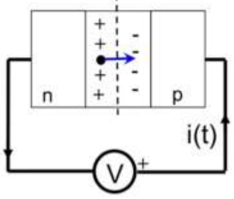
$$\Delta\mathcal{E} = \frac{S_v \Delta f}{2R_0} \cdot \frac{L}{c} \qquad \Delta\mathcal{E} = \frac{2L}{c}\Delta f \cdot kT \qquad \Delta P_n \to \frac{S_v \Delta f}{4R_0}$$

$$\Delta\mathcal{E} = 2 \cdot \Delta P_n \cdot \frac{L}{c} = 2 \cdot \frac{S_v \Delta f}{4R_0} \cdot \frac{L}{c}$$

$$S_v = 4kTR_0$$



Shot Noise Deriva dalla granularità della carica che si muove su di una barriera di potenziale.

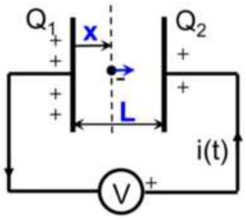


$\lambda = \frac{I}{T}$

I=100μA

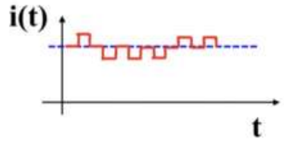
λ=6.25 10^{14} el./s

Per ricavare la PSD di questo rumore dobbiamo fare delle approssimazioni

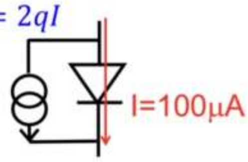


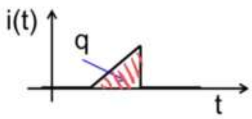
$$Q_1 = q\frac{L-x}{L} \qquad Q_2 = q\frac{x}{L}$$

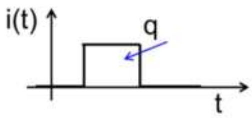
$$i = \frac{dQ_2}{dt} = \frac{q}{L} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{q}{L} \cdot v(x)$$



$S_I = 2qI$







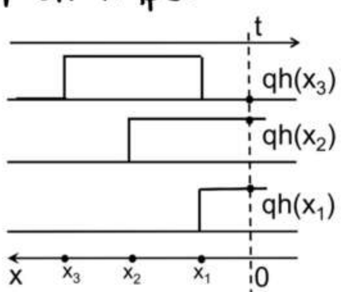
Quando un elettrone si sposta dalla zona n alla zona p lascerà nella zona p un buco di carica positiva pari a q, quando l'elettrone arriverà nella zona p allora attirerà una carica positiva e quindi la zona p sarà caricata a +q. Cosa importantissima da ricordare e capire è che la carica indotta dipende da dove sono gli elettroni (la zona n andrà da +q a Ø quando l'elettrone se ne va e nella zona p va da Ø a +q quando l'elettrone arriva).

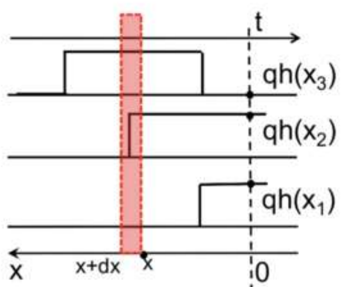
Possiamo dire che la corrente quando ho due cariche che si muovono tra 2 elettrodi è:

$$i = \frac{q}{L} \cdot v(x)$$

perciò capiamo che per ogni carica ho un impulso di corrente e l'integrale di questo impulso sarà la carica.

Allora la corrente in ogni punto nel tempo ho che la corrente è una somma di questi impulsi





Per un valore di corrente I noi sappiamo quanti elettroni abbiamo e quindi possiamo sapere quanti impulsi ci sono in quel Δ di tempo.

λ = elettroni al secondo

$$i(t) = qh(x_1) + qh(x_2) + \cdots$$

nel discreto

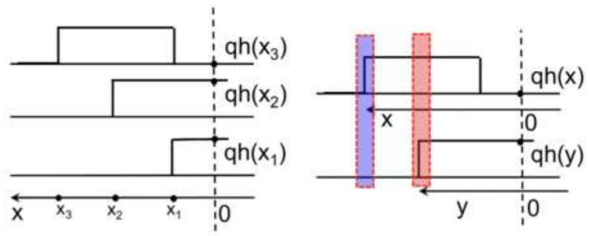
nel continuo

$$< i(t) > = q\lambda \int_0^{+\infty} h(x)dx = q\,\lambda$$

L'integrale è 1 perché h è l'impulso normalizzato al tempo x.

la corrente perciò è questa.

Quale sarà l'average square value della corrente?



$$< i^2(t) > = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx + \int_0^{+\infty} q\lambda h(x)dx \cdot \int_0^{+\infty} q\lambda h(x)dx$$

$$< i^2(t) > = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx + (q\lambda)^2 = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx + (< i(t) >)^2$$

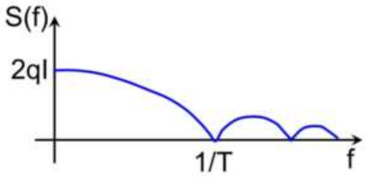
$$< i^2(t) > - (< i(t) >)^2 = \sigma_I^2 = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx$$

$$\sigma_I^2 = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx = \frac{q^2\lambda}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega = 2q^2\lambda\int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df$$

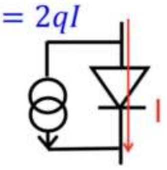
$$< i^2(t) > = [qh(x_1) + qh(x_2) + \cdots]^2 =$$

$$= q^2h^2(x_1) + q^2h^2(x_2) + \cdots q^2h(x_1)h(x_2) + q^2h(x_2)h(x_1) + \cdots$$

$$< i^2(t) > = q^2\lambda\int_0^{+\infty} h^2(x)dx + \int_0^{+\infty} q\lambda h(x)dx \cdot \int_0^{+\infty} q\lambda h(y)dy$$



$S_I = 2qI$



Noi lavoriamo tipicamente molto vicino al picco per questo noi approssimiamo la power spectral density con $2qI$.

è la formula della Power Spectral Density.

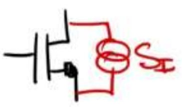
$$\sigma_I^2 = 2q^2\lambda\int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df = 2qI\int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df$$

$$\sigma_I^2 = \int_0^{+\infty} S_I(f)df \qquad S_I(f) = 2qI\,|H(f)|^2$$

è ad altissime frequenze

19.11.2021 2h

Quando abbiamo calcolato il rumore ai capi del MOS abbiamo detto che:



$S_I = \frac{4KT}{R_{ch}}$ dove $R_{ch} = \frac{1}{\gamma g_m}$

Ma questo avviene in strong inversion, ma cosa succede in weak inversion? Sappiamo che in weak inversion gli elettroni saltano nel canale e si diffondono nel canale, infatti la corrente in weak inversion è circa una corrente di diffusione. Visto che gli elettroni saltano una barriera di potenziale allora posso vedere il rumore come quello della shot noise (è come un diodo)

$S = 2qI_D$ allora vogliamo scrivere questa cosa in modo simile all'altra.

Sappiamo che in weak inversion $g_m = \frac{I_{DS}}{n V_{th}}$, perciò

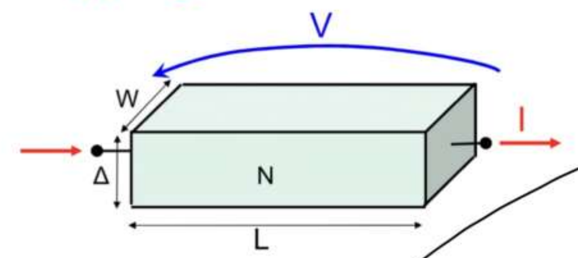
$$S = 2q\frac{I_D}{nV_{th}}\cdot nV_{th} = 2q\frac{KT}{q}n g_m = 4KT\overbrace{\frac{n}{2}}^{\text{Sarà il nostro nuovo } \gamma} g_m$$

Allora il rumore del transistor sarà sempre

S_I ..

mi manca un pezzo

Trapping noise

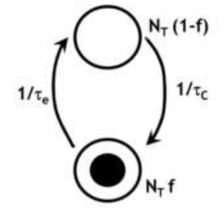


$$I = \frac{V}{R} = q\mu n \frac{W\Delta}{L} V = q\mu \frac{N}{L^2} V$$

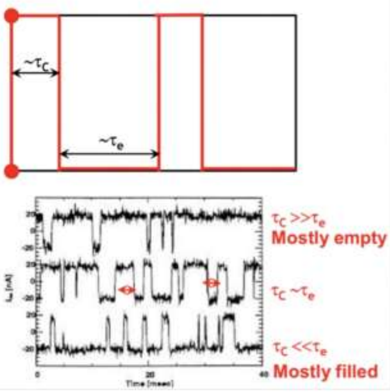
Vediamo il caso di un resistore
Iniziamo a scrivere la formula della corrente.

Moltiplichiamo numeratore e denominatore per L
così ho che
$$n W \Delta L = N$$
con n electron density e N numero elettroni nel device.

In un semiconduttore abbiamo delle impurità che possono fare sì che un elettrone che passa per lì sia intrappolato e si blocchi lì per un po' e dopo un po' possono essere riemessi.
Questo significa che la corrente può fluttuare, questo tipo di rumore si chiama anche pop-corn noise.



$$\frac{N_T f}{\tau_e} = \frac{N_T(1-f)}{\tau_C}$$
$$\frac{\tau_C}{\tau_e} = \frac{(1-f)}{f}$$



Quando l'elettrone viene bloccato avrò meno corrente
τ_e : è la average emission time cioè il tempo medio prima che l'elettrone venga emesso

$1/\tau_e$ mi dà l'emission rate.

τ_c : è la average capture time e duale
$1/\tau_c$ mi dà il capture rate.

In equilibrio il numero di emissioni deve essere = al numero di catture
Perciò

$$= \frac{N_T \cdot f}{\tau_e}$$ — f è la distribuzione di fermi e N_T è la densità dei difetti (?) poi moltiplichiamo tutto per l'emission rate

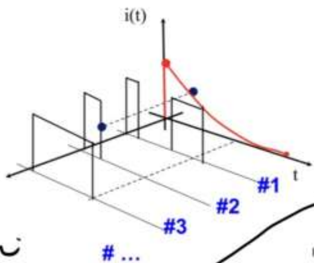
$$= \frac{N_T(1-f)}{\tau_c}$$ cioè deve essere uguale ai capture events.

1- probabilità di fermi perché voglio sapere se quel livello è libero o no

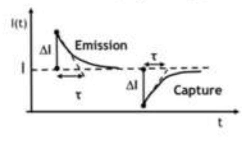
Ricavo quindi che $\frac{\tau_c}{\tau_e} = \frac{(1-f)}{f}$ perciò se sono vicino al livello di fermi (che ha $f=1/2$) allora $\tau_c \simeq \tau_e$
mentre se sono lontano dal livello di fermi ho lo stato principalmente vuoto e quindi ho che i livelli sono circa tutti vuoti e quindi $\tau_c \gg \tau_e$, al contrario sotto al livello di fermi ho che $\tau_e \gg \tau_c$.

Capiamo che i livelli che danno più cambiamenti di stato (+ rumore) sono quelli + vicini al livello di fermi.

Cosa accade in media in questa fluttuazione di corrente? Supponiamo di avere infiniti resistori da studiare, e studiamo cosa succede alla corrente. Se facciamo la media tra tutti questi resistori partendo dalle stesse condizioni al contorno ottengo che vedo che la corrente cerca di tornare al suo valore base con costante di tempo

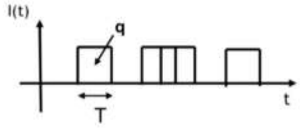


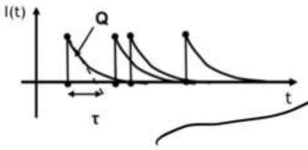
$$\tau = \frac{\tau_C \tau_e}{(\tau_C + \tau_e)}$$



Però la corrente che scorre nel resistore posso vederla come sovrapposizione di esponenziali decrescenti con costante di tempo τ che corrispondono all'assorbimento o all'emissione.

Dobbiamo adesso definire la Power spectral Density. Dovrebbe essere facile perché abbiamo già studiato la shot noise





Dove Q è l'integrale dell'esponenziale decrescente.

$$S_I = 2\lambda q^2\,|H(\omega)|^2 \qquad S_I = 2\lambda_e Q^2|H(\omega)|^2$$

emission rate

$$h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$I = \frac{V}{R} = q\mu n \frac{W\Delta}{L} V = q\mu \frac{N}{L^2} V$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta N}{N} \qquad \Delta N = 1 \qquad Q = \Delta I \cdot \tau = \frac{I}{N}\cdot\tau$$

Noi sappiamo che la trasformata di Fourier è:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{1+j\omega\tau}$$

Allora posso scrivere la PSD come

$$S_I = 2Q^2\lambda_e \frac{1}{1+\omega^2\tau^2} + 2Q^2\lambda_c \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}$$

Perché abbiamo anche i capture events.

$$= 2Q^2(\lambda_c+\lambda_e)\cdot\frac{1}{1+\omega^2\tau^2}$$

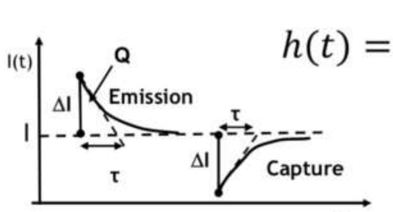
Noi sappiamo che $\lambda_c = \lambda_e = \lambda$

Per quanto riguarda Q sappiamo che è l'area della curva, ma per sapere l'area ci serve il current step

$Q = \tau\, dI$ Per sapere lo step di corrente siamo fortunati perché abbiamo già scritto I in funzione di N perciò $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta N}{N}$

Noi vediamo una singola variazione di un elettrone perciò $\Delta N = 1 \rightarrow \Delta I = \frac{I}{N}$

Perciò:

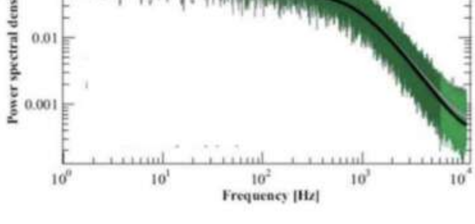


$$h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$Q = \Delta I \cdot \tau = \frac{I}{N}\cdot\tau$$

$$S_I = 2(\lambda_e+\lambda_c)Q^2|H(\omega)|^2 = 4\lambda\tau^2\left(\frac{I}{N}\right)^2\left|\frac{1}{1+j\omega\tau}\right|^2$$

Se studiamo la PSD di una resistenza vediamo che ho un andamento stile passabasso.
Perciò il rumore ha una lorentian shape.



Noi sappiamo che l'emissione e capture range sono uguali e sono:

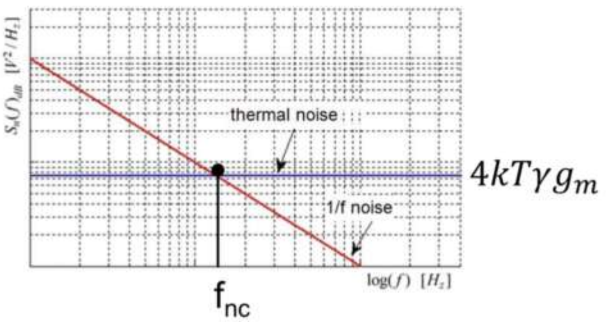
$$\lambda = \beta \frac{N_T}{\tau}$$

Noi scegliamo di mettere τ al denominatore e da lì ricaviamo il numeratore che è proporzionale a N_T (number of traps)

Dove β è un coefficiente di cui non sappiamo niente. Perciò:

$$S_I = 4\beta N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

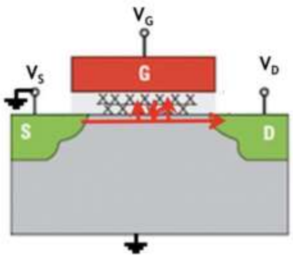
Per regola sappiamo che al fermi level abbiamo che $\beta = 1/4$

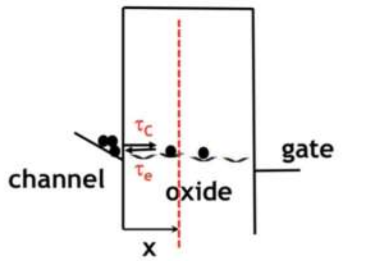


Noise corner frequency

Questo è circa il rumore di corrente nei MOS, fc è nell'ordine dei MHz.

Questo rumore 1/f è dato principalmente dalla trapping noise.



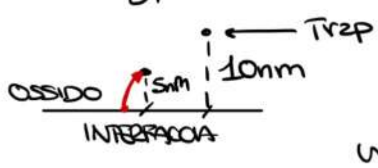


τ_c and τ_c depend on distance from the interface

$$\tau(x) = \tau_0 e^{\gamma x}$$

Può succedere che i portatori saltino anche dentro l'ossido e ciò fa sì che quel portatore non contribuisca più alla corrente.

Se vediamo quanto tempo medio ci mette un portatore ad essere bloccato dall'ossido dipende dalla distanza del difetto dall'interfaccia e il tempo dipende esponenzialmente dalla distanza, inoltre dipende anche da γ cioè l'energy barrier.



$$\tau(x) = \tau_0 e^{\gamma x}$$

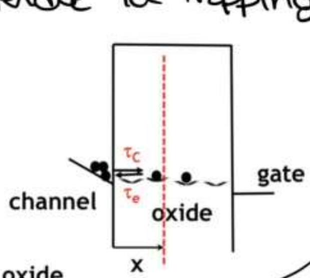
Anche se abbiamo lo stesso tipo di trap abbiamo comunque una distribuzione di valori perciò

$$S_I = 4\beta N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

Non è una costante ma è una distribuzione

Perciò possiamo estendere la trapping noise ad un transistor facendo

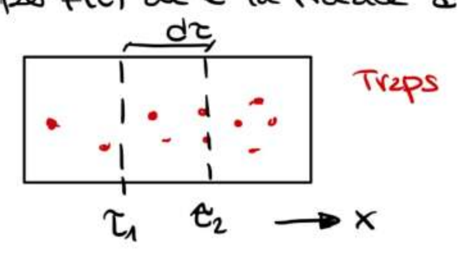
$$S_I = N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$



N_T - Total traps into the oxide

Prendiamo uno slice di traps nell'ossido.
Allora il contributo di queste traps nella PSD saranno le stesse formule viste finora moltiplicato per il numero di traps in τ e τ_{max}
N_T è il numero di traps totale allora moltiplico per $f(\tau)$ che è la frazione di traps in $\tau + d\tau$

$$S_I = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \int_{\tau_0}^{\tau_{max}} N_T f(\tau) d\tau \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$



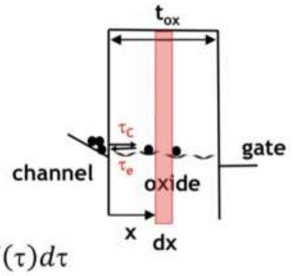
Per risolvere questo integrale dobbiamo sapere quanto è $f(\tau)$

Supponiamo che le traps siano uniformemente distribuite.
Allora le traps in uno slice dx dovunque questo sia è uguale a quelle in $\tau + d\tau$???
Allora noi leghiamo τ a dx perciò otteniamo il valore di $f(\tau)$.

N_T - Total traps into the oxide

$$N_T = n_T W L t_{ox}$$

N_T - uniform



$$N_T dx = N_T f(\tau) d\tau$$

$$\tau(x) = \tau_0 e^{\gamma x} \qquad d\tau = \gamma \tau_0 e^{\gamma x} dx = \gamma \tau dx$$

$$N_T dx = N_T f(\tau) d\tau = N_T f(\tau) \gamma \tau dx$$

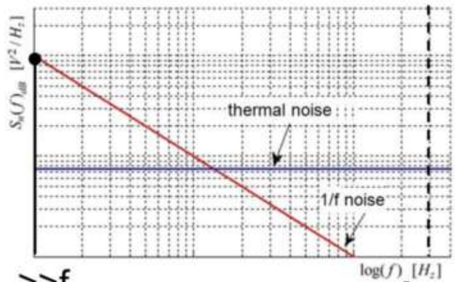
$$f(\tau) = \frac{1}{\gamma \tau}$$

$$S_I = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \int_{\tau_0}^{\tau_{max}} N_T f(\tau) d\tau \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

$$f(\tau) = \frac{1}{\gamma \tau}$$

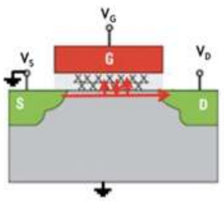
$$S_I = N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{1}{\omega \gamma} \int_{\tau_0}^{\tau_{max}} \frac{\omega \cdot d\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$ ← Moltiplico e divido per ω.

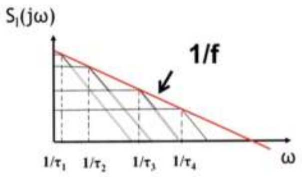
$$S_I = N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{1}{\gamma \omega} [\mathrm{tg}^{-1}\, \omega \tau_{max} - \mathrm{tg}^{-1}\, \omega \tau_0]$$



$f_{low} >> f_{max}$ $\qquad$ $f_{high} >> 1/2\pi\tau_0$

e così vediamo come viene fuori che la trapping noise dà rumore 1/f.



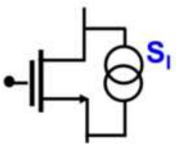


$$S_I = N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{1}{\gamma \omega} [\mathrm{tg}^{-1}\, \omega \tau_{max} - \mathrm{tg}^{-1}\, \omega \tau_0]$$

$$S_I = N_T \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{1}{\gamma \omega} \left[\frac{\pi}{2} - 0\right] = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{N_T}{4\gamma} \cdot \frac{1}{f}$$

$$S_I = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \int_{\tau_0}^{\tau_{max}} N_T f(\tau) d\tau \frac{\tau}{1+\omega^2\tau^2} = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{N_T}{4\gamma} \cdot \frac{1}{f}$$

Visto che τ varia posso vedere il rumore 1/f come somma di tanti "lorentian shape" (passabasso) che danno poi in uscita il rumore 1/f.



$$S_I = \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{N_T}{4\gamma} \cdot \frac{1}{f}$$

$$I = \frac{1}{2}\mu C'_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2$$

$$N = \frac{WL}{q} C'_{ox}(V_{GS} - V_T)$$

$$N_T = n_T t_{ox} W L$$

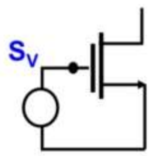
$$\frac{I}{N} = \frac{\frac{1}{2}\mu C'_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2}{\frac{WL}{q} C'_{ox}(V_{GS} - V_T)}$$

$$\frac{I}{N} = \frac{q\mu}{2L^2}(V_{GS} - V_T)$$

Facendo un po' di maneggi e varie robe otteniamo che

$$S_I = \frac{q^2 \mu n_T t_{ox}}{8\gamma C'_{ox} L^2} \cdot \frac{I}{f} = \frac{K_I}{L^2} \cdot \frac{I}{f}$$

Dove K_I è una costante che dipende dalla tecnologia, L è la lunghezza della channel lenght.



$$S_V = \frac{S_I}{g_m^2} = \frac{K_I}{L^2} \cdot \frac{I}{g_m^2} \cdot \frac{1}{f}$$

Possiamo vedere che maneggiando tutto ancora un po' otteniamo che S_V è indipendente dalla tensione di bias.

$$I = \frac{1}{2}\mu C'_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2$$

$$L^2 g_m^2 = \left[L\, \mu C'_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)\right]^2$$

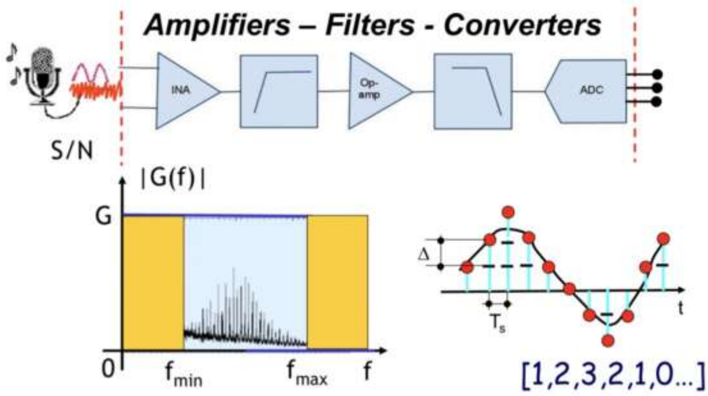
$$\frac{I}{L^2 g_m^2} = \frac{1}{2\mu C'_{ox}} \cdot \frac{1}{WL}$$

$$S_V = \frac{K_V}{C'_{ox} W L} \cdot \frac{1}{f}$$

Independent of bias

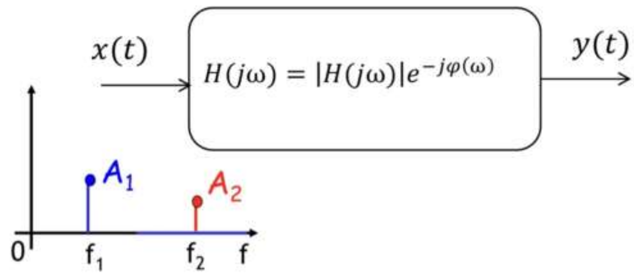
Vedo anche che $S_W \propto 1/WL$ perciò maggiore è l'area del transistor migliore è il rumore 1/f. Era la stessa cosa che trovavamo quando vedevamo che la variazione di $V_T \propto 1/WL$.
Questi 2 concetti sono molto legati infatti un trapping di un portatore possiamo vederlo come una variazione di V_T in quel punto perciò se ho un area grande riesco a ridurre di + questa variazione.

22.11.2021 — 2h



I filtri sono fatti per prendere solo le nostre armoniche d'interesse.
Dopo aver selezionato la banda d'interesse facciamo una trasformazione nel dominio digitale.

Per un filtro analogico voglio determinate performance



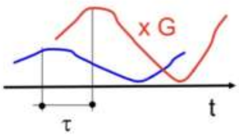
$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t)$

Noi vogliamo mantenere la stessa forma del segnale d'ingresso

Data l'FDT del filtro ho che ho una variazione di ampiezza e fase in generale ho una distorsione

$y(t) = A_1 |H(j\omega_1)| \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 |H(j\omega_2)| \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$

Il massimo che possiamo accettare è che la forma sia la stessa solo amplificata e al massimo avere un delay di tempo.



Perciò il phase shift deve essere proporzionale alla radial frequency specifica del segnale in ingresso al filtro.

$x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t)$

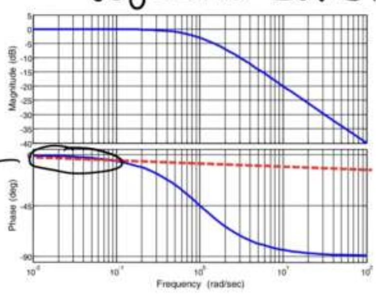
$y(t) = A_1 |H(j\omega_1)| \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 |H(j\omega_2)| \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$

$y(t) = A_1 G \sin[\omega_1 (t-\tau)] + A_2 G \sin[\omega_2 (t-\tau)]$

$|H(j\omega_1)| = |H(j\omega_2)| = G \qquad \varphi_1 = \omega_1 \tau, \qquad \varphi_2 = \omega_2 \tau$

$|H(j\omega)| = G \qquad \varphi = \omega\tau$

Qui adesso vediamo un esempio di quello che non vogliamo avere.



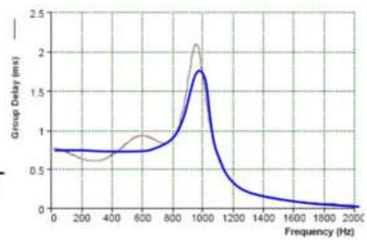
no brickwall amplitude transfer

non linear phase shift

la proportionality range è qui a bassa frequenza e non ad alta frequenza.

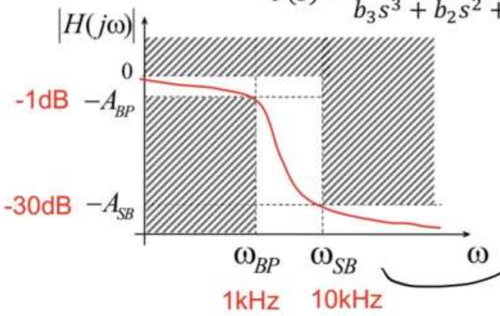
Il Group delay è la derivata dello phase shift rispetto a ω, se è lineare vediamo un numero, nel nostro caso è così vediamo che è circa costante a basse freq.

$$\tau = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$



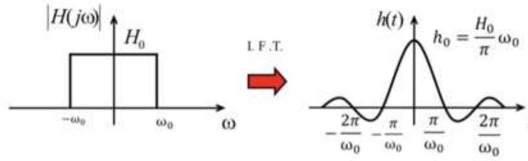
Tipicamente nelle richieste per un filtro ci vengono chiesti questi valori

$$T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$



Stope band

Nella realtà posso creare un filtro a brick wall? No!! perché la sua antitrasformata di Fourier sarebbe un sinc



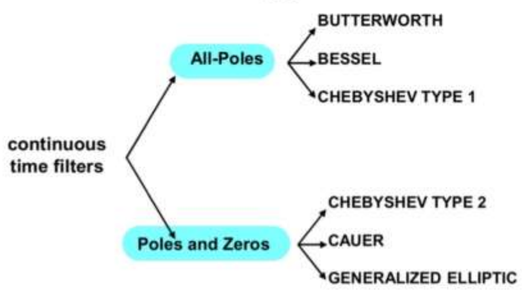
quindi un impulso passato in un filtro a brick wall darebbe come uscita un sinc e quindi la risposta non è causale (cioè un dato un segnale in ingesso a t=0 l'uscita parte da t=∞)

$$h(t) = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} H_0 e^{j\omega t}\frac{d\omega}{2\pi} =$$

Perciò dovremo usare delle approssimazioni

$$= \frac{H_0}{2\pi}\left[\frac{e^{j\omega t}}{jt}\right]_{-\omega_0}^{\omega_0} = \frac{H_0}{2\pi}\frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{jt} = \frac{H_0}{\pi}\omega_0\frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0 t}$$

Ci sono diverse famiglie di filtri

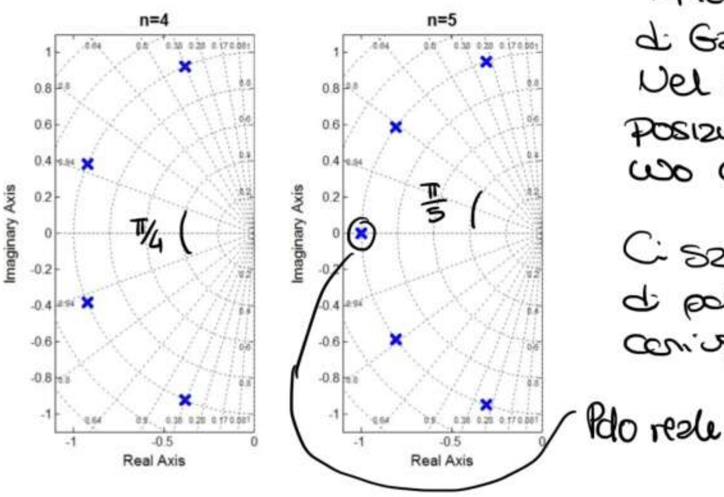


In base a delle richieste dei matematici hanno tirato fuori le FDT per avere la risposte in frequenza che voglio

Butterworth → risposta piatta in guadagno
Bessel → fase molto lineare
Chebyshev → sharp cut off ma ho del ripple (con lo stesso numero di poli degli altri)

$$T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1}$$

Butterworth



Tipicamente usiamo un grafico normalizzato di Gauss.
Nel caso di butterworth i poli saranno posizionati sul cerchio alla radial frequency ω_0 che vogliamo.

Ci sarà un polo reale (credo dipenda dal numero di poli totali) e gli altri sono complessi e coniugati e sono separati da π/n° poli

Noi possiamo scrivere l'FDT come

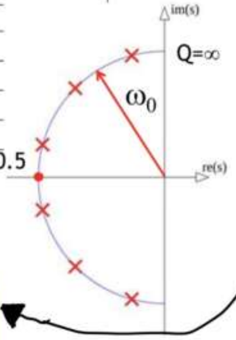
$$T(s) = \frac{\cdots}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1} = \frac{\cdots}{\left(\frac{s}{\omega_1}+1\right)\left(\frac{s^2}{\omega_2^2}+\frac{s}{\omega_2 Q_2}+1\right)}$$

ed è per questo che voglio la posizione dei poli (perché mi serve per Q)

Table 1: Butterworth polynomials normalized with respect the -3dB cut-off frequency.

N	$B_n(s)$
1	$s+1$
2	$s^2+1.414s+1$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+0.765s+1)(s^2+1.848s+1)$
5	$(s+1)(s^2+0.618s+1)(s^2+1.618s+1)$
6	$(s^2+0.518s+1)(s^2+1.414s+1)(s^2+1.932s+1)$

Q=1.932 Q=0.707 Q=0.518



$$s^2+\frac{s\omega_0}{Q}+\omega_0^2$$

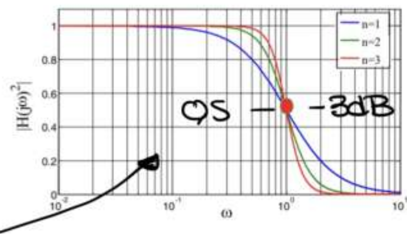
$$Q=\frac{|p|}{2Re(p)}$$

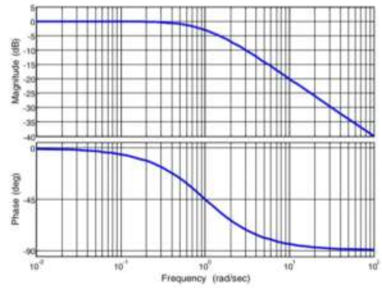
Il fattore di qualità lo posso calcolare con questa formula

Aumentare il numero di poli fa il filtro più pendente ma + poli fa sì che siano + vicini alla parte reale e quindi abbiamo Q + alto ma siano + soggetti alle variazioni degli stage.

Qualsiasi polinomio di butterworth io prenda ho che in uscita ho che il quadrato del polinomio mi darà sempre questo valore

Abbiamo sempre un attenuazione di 3dB tra DC e la nostra frequenza ω_0



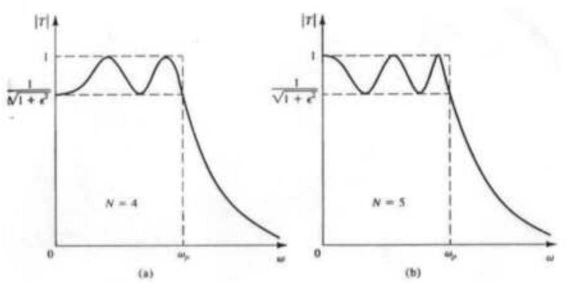


Caratteristica di Butterworth

$$|H(j\omega)|^2=\frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2\cdot n}}$$

Characteristic frequency 3dB attenuation

Chebyshev-I



Notiamo che il n° di poli è uguale al numero di transizioni del ripple nella nostra banda di interesse.

Ripple in band

Higher selectivity for the same order

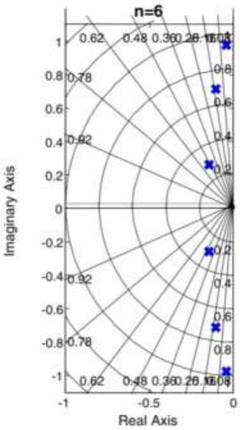


Table 3: Low-pass Chebyshev-I polynomials with 3dB ripple and normalized reference radial frequency.

N	$D_n(s)$
1	$s+1.002$
2	$s^2+0.645s+0.708$
3	$(s+0.299)(s^2+0.299s+0.839)$
4	$(s^2+0.170s+0.903)(s^2+0.441s+0.196)$
5	$(s+0.178)(s^2+0.110s+0.936)(s^2+0.287s+0.377)$
6	$(s^2+0.077s+0.955)(s^2+0.209s+0.522)(s^2+0.285s+0.089)$

Q=12.987
ω_0=0.955

$\frac{\omega_0}{Q}=0.077 \rightarrow$ ricavo Q

I poli non sono messi attorno allo unity circle ma sono messi + vicino all'asse immaginario.

Bessel

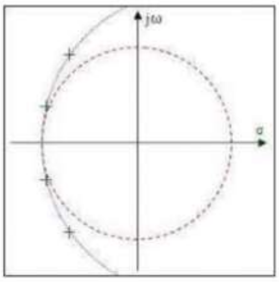
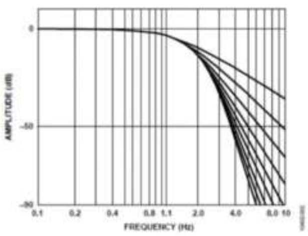
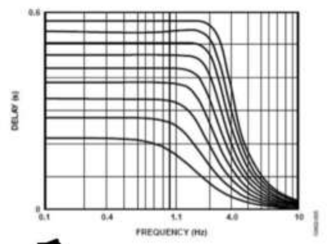


Table 2: Poles of the Bessel filters

Order	Re Part	Im Part	Ω	Q
1	1,0000	0,000	1,000	0,500
2	1,1050	0,637	1,275	0,577
3	1,0509	1,003	1,452	0,691
	1,3270	0,000	1,327	0,500
4	1,3596	0,407	1,419	0,522
	0,9877	1,248	1,591	0,806
5	1,3851	0,720	1,561	0,564
	0,9606	1,476	1,761	0,916
	1,5069	0,000	1,507	0,500

La costellazione dei poli è fuori dall'unity circle. Dato questo abbiamo meno cutoff ma questo fa anche sì che abbiamo + linearità della fase





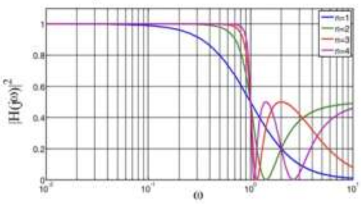
è il group delay vediamo che è molto lineare.

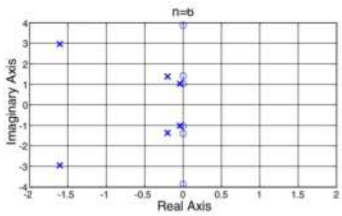
Nella famiglia poli e zeri nella realtà abbiamo che:

Gli zeri sono immaginari e danno delle notch che vanno a zero nella risposta del filtro. Vanno bene se voglio eliminare un disturbo.

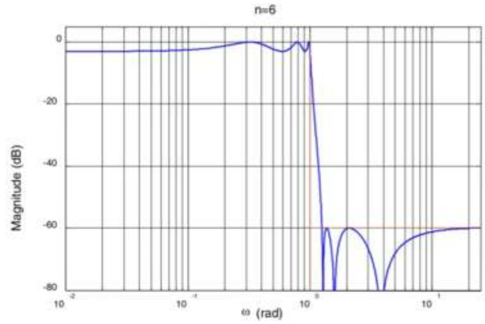
zeros in the stopband

Chebyshev II



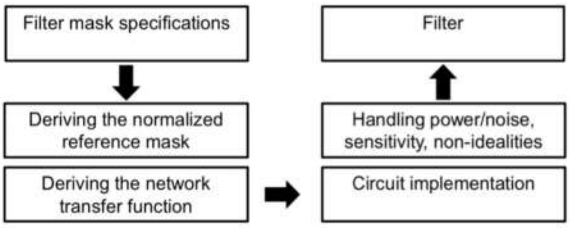


Cauer



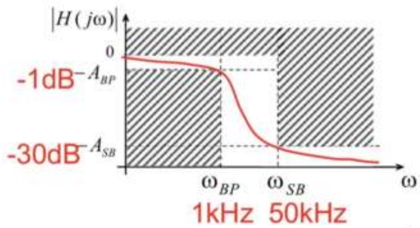
ASB

Come facciamo a creare un filtro?



ho una procedura matematica e poi quella di implementazione del circuito.

Esempio (butterworth)



Attenzione che qui la Band pass frequency è -1dB e non -3dB perché qui ho deciso queste specifiche.
Dopo i 50KHz voglio guadagno < -30dB.
Ho quindi una filter mask.

$$|H(j\omega_{BP})|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0}\right)^{2n}} \geq \frac{1}{A_{BP}^2} \qquad \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0}\right)^n \leq \sqrt{A_{BP}^2-1} = \epsilon_{BP}$$

$$|H(j\omega_{SB})|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega_{SB}}{\omega_0}\right)^{2n}} \leq \frac{1}{A_{SB}^2} \qquad \left(\frac{\omega_{SB}}{\omega_0}\right)^n \geq \sqrt{A_{SP}^2-1} = \epsilon_{SB}$$

$$\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0}\right)^n \leq \sqrt{A_{BP}^2-1} = \epsilon_{BP}$$

$$\left(\frac{\omega_{SB}}{\omega_0}\right)^n \geq \sqrt{A_{SP}^2-1} = \epsilon_{SB}$$

Grazie a questa disuguaglianza posso ricavare il numero di poli perché

$$\left\{ \left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}}\right)^n \leq \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}} \right.$$

$$n \log\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_{SP}}\right) \leq \ln\left(\frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}}\right)$$

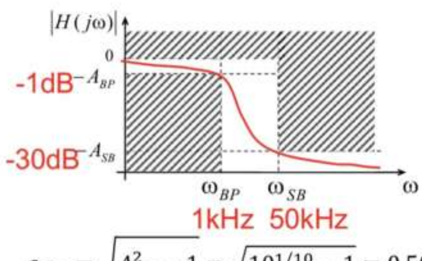
$$n \geq \frac{\ln(\epsilon_{BP}/\epsilon_{SB})}{\ln(\omega_{BP}/\omega_{SB})} = \frac{\ln k_\epsilon}{\ln k}$$

$$k = \frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}}$$

Selectivity index

$$k_\epsilon = \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}}$$

Discrimination factor



$$k = \frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}} = 0.02$$

$$\epsilon_{BP} = \sqrt{A_{BP}^2-1} = \sqrt{10^{1/10}-1} = 0.509 \qquad k_\epsilon = \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}} = 0.016$$

$$\epsilon_{SB} = \sqrt{A_{SB}^2-1} = \sqrt{10^{30/10}-1} = 31.607$$

$$n \geq \frac{\ln k_\epsilon}{\ln k} = 2.57 \rightarrow 3$$

Abbiamo calcolato tutto ma non il valore di ω_0 dove mettere la frequenza a -3dB.
Sicuramente questa frequenza dovrà essere maggiore di ω_{BP}.

Allora ricordando che

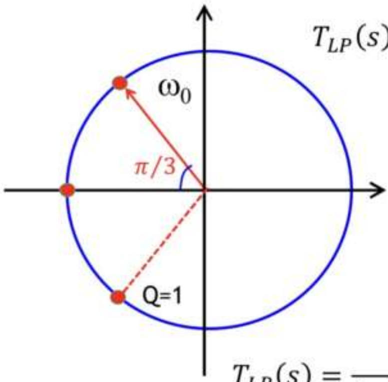
$$H(j\omega) = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}$$

$$\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0}\right)^n \le \sqrt{A_{BP}^2 - 1} = \epsilon_{BP} \qquad \omega_0 \ge \frac{\omega_{BP}}{\sqrt[n]{\epsilon_{BP}}}$$

$$\left(\frac{\omega_{SB}}{\omega_0}\right)^n \ge \sqrt{A_{SP}^2 - 1} = \epsilon_{SB} \qquad \omega_0 \le \frac{\omega_{SB}}{\sqrt[n]{\epsilon_{SB}}}$$

$$\frac{\omega_{BP}}{\sqrt[n]{\epsilon_{BP}}} \le \omega_0 \le \frac{\omega_{SB}}{\sqrt[n]{\epsilon_{SB}}}$$

$$2\pi \cdot 12.5\,kHz \le \omega_0 \le 2\pi \cdot 15.8\,kHz$$



$$T_{LP}(s) = \frac{1/\omega_0^3}{(s+\omega_0)\left(s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2\right)}$$

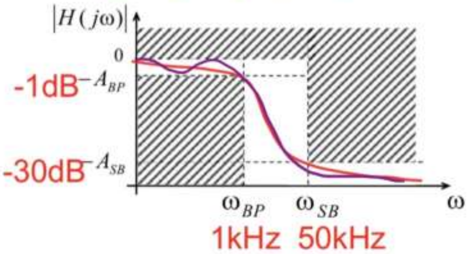
$$\omega_0 = 2\pi \cdot 12.5\,kHz$$

$$Q = 1$$

$$T_{LP}(s) = \frac{1}{(s/\omega_0 + 1)(s^2/\omega_0^2 + 1/Q\omega_0 + 1)}$$

23.11.2021 — 2h

Facciamo lo stesso esercizio di ieri solo con Chebychev.



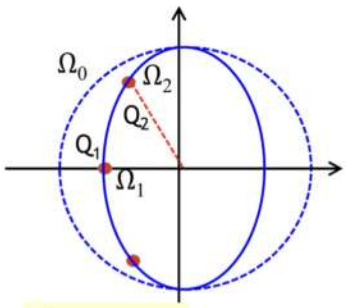
$$k = \frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}} = 0.02$$

$$k_\epsilon = \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}} = 0.016$$

Non è la stessa disequazione di Butterworth ma non so cosa sia Ch^{-1}.

$$n \ge \frac{\mathrm{Ch}^{-1}\, k_\epsilon^{-1}}{\mathrm{Ch}^{-1}\, k^{-1}} = 2.1 \;\rightarrow\; 3$$

Noto che comunque mi servono 3 poli. Dopo aver ricavato il numero di poli devo piazzarli nel piano di Gauss.



Calcoliamo questo coefficiente Γ usando i valori che abbiamo calcolato. Questa sarà una variabile intermedia.

$$\Gamma \ge \left(\frac{1 + \sqrt{1 + \epsilon_{BP}^2}}{\epsilon_{BP}}\right)^{\frac{1}{n}}$$

I poli saranno dati da questa eq.

$$k = -n \dots +n$$

$$s_k = -\sin\left[(2k-1)\frac{\pi}{2n}\right] \cdot \frac{\Gamma^2 - 1}{2\Gamma} + j\cos\left[(2k-1)\frac{\pi}{2n}\right] \cdot \frac{\Gamma^2 + 1}{2\Gamma}$$

Referred to the normalized 1 rad/s circle

Dove K è una serie di numeri interi che vanno da − n° poli a + n° poli. Nel nostro caso otteniamo 6 poli. 3 avranno parte reale positiva e li scartiamo e prendiamo quelli con parte reale negativa.

IL problema è che questi poli sono normalizzati su una circonferenza unitaria dobbiamo denormalizzarli. Perciò dobbiamo spostare questi poli alle nostre frequenze d'interesse.

	Chebishev - type I				
N=	3	filter order			
	1,0000	maximum in-band attenuation [dB]			
eBP=	0,5088				
Gamma=	1,6096				
	Re(p)	Im(p)	|p|	Phase [pi]	Q
1	-0,2471	0,9660	0,9971	0,580	2,0177
2	-0,4942	0,0000	0,4942	1,000	0,5000
3	-0,247	-0,9660	0,9971	-0,580	2,0177
4	0,247	-0,966	0,997		-2,018
5	0,494	0,000	0,494		-0,500
6	0,247	0,966	0,997		-2,018

2π1KHz

$$\omega_1 = 0.4942\,\omega_{BP} = 2\pi \cdot 0.4942\,kHz$$

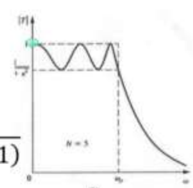
Dobbiamo quindi fare questo lavoro qua!

Questo è il modulo del polo che troviamo.

$$\omega_2 = 0.9971\,\omega_{BP} = 2\pi \cdot 0.9971\,kHz$$

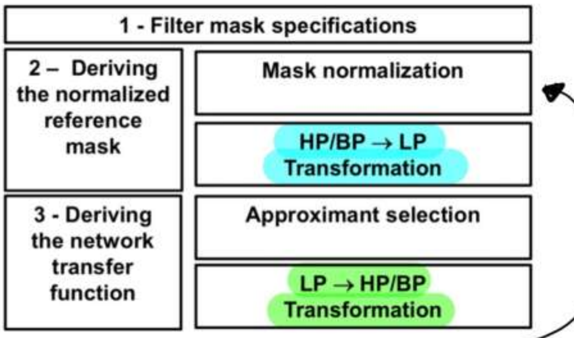
$$T_{LP}(s) = \frac{1/\omega_1\omega_2^2}{(s+\omega_1)\left(s^2 + \frac{s\omega_2}{Q_2} + \omega_2^2\right)}$$

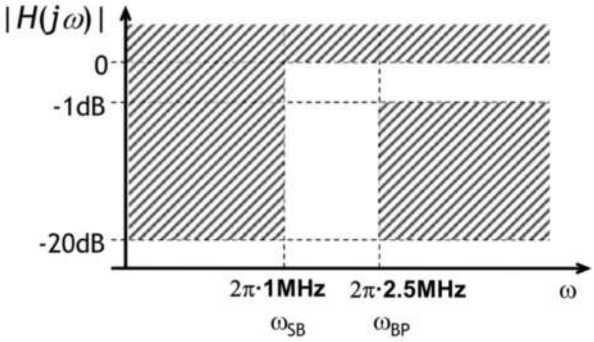
$$T_{LP}(s) = \frac{1}{(s/\omega_1 + 1)(s^2/\omega_2^2 + 1/Q_2\omega_2 + 1)}$$



E per Bessel? Bestemmie perché non ci sono equazioni!! Dobbiamo fare un trial and error.

Come faccio a implementare un HPF se ho solo un LPF?
La nostra procedura sarà:

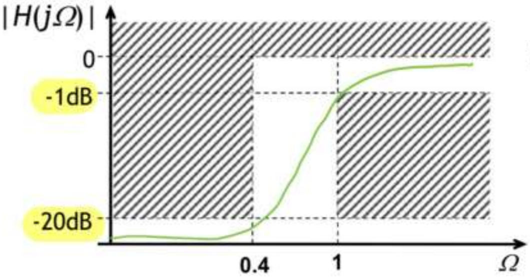




Mask normalizzata a 1 rad/s così possiamo usare le eq di prima senza normalizzare

Step 1) Normalizziamo la mask

Portiamo i 2π 2,5MHz a 1

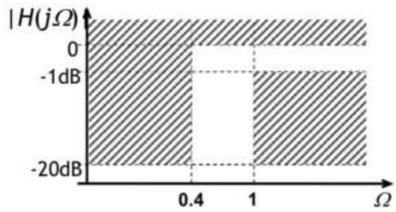


2π·**2.5 MHz**→ **1**

$$p = \frac{s}{\omega_{BP}}$$ ← S viene normalizzata in p dividendo per ω_{BP}.

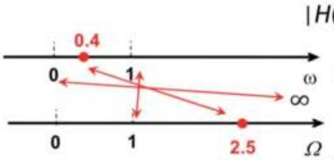
$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{BP}}$$ ← è il nuovo asse delle ω normalizzato.

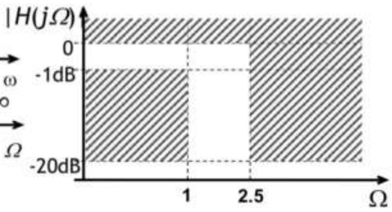
Step 2) trasformazione



$$\hat{p} = \frac{\omega_{BP}}{s}$$

$$\Omega = \frac{\omega_{BP}}{\omega}$$



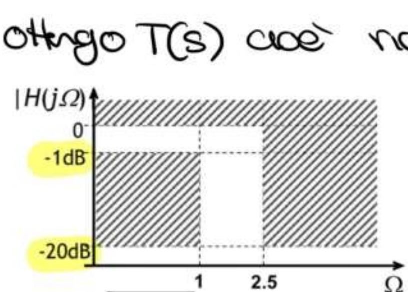


Spostiamo quello che è vicino a ∞ a 0 e quello che è vicino a 0 a ∞.

In pratica prendiamo l'inverso.
L'inverso di 1 è 1, l'inverso di 0,4 è 2,5.

Poi dato questo LPF calcoliamo la giusta FDT per questo filtro normalizzato $T(\hat{p})$

Quando al posto di $\hat{p}$ rimettiamo il suo valore reale $\hat{p} = \frac{\omega_{BP}}{s}$ allora ottengo $T(s)$ cioè ricavo la FDT per il dominio non normalizzato.



$$k = \frac{\Omega_{BP}}{\Omega_{SB}} = \frac{1}{2.5} = 0.4$$ Usiamo questa formula perchè siamo nel dominio normalizzato

$$\epsilon_{BP} = \sqrt{A_{BP}^2 - 1} = \sqrt{10^{1/10} - 1} = 0.509 \qquad k_\epsilon = \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}} = 0.051$$

$$\epsilon_{SB} = \sqrt{A_{SB}^2 - 1} = \sqrt{10^{20/10} - 1} = 9.94$$

$$n \geq \frac{\ln k_\epsilon}{\ln k} = 3.24 \rightarrow 4 \qquad n \geq \frac{\mathrm{Ch}^{-1} k_\epsilon^{-1}}{\mathrm{Ch}^{-1} k^{-1}} = 2.33 \rightarrow 3$$

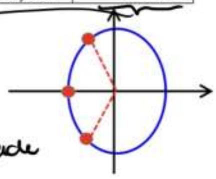
Se calcoliamo con chebyshev

$$\Gamma = \left(\frac{1+\sqrt{1+\varepsilon_{BP}^2}}{\varepsilon_{BP}}\right)^{\frac{1}{3}} = 1.610$$

$$s_k = -\sin\left[(2k-1)\frac{\pi}{2n}\right]\cdot\frac{\Gamma^2-1}{2\Gamma} + j\cos\left[(2k-1)\frac{\pi}{2n}\right]\cdot\frac{\Gamma^2+1}{2\Gamma}$$

n.	Re(p)	Im(p)	|p|	Q
#1	-0.494	0	0.494	0.5
#2,3	-0.247	±0.966	0,997	2.018

Ricordarsi come si calcola il Q di un numero immaginario (l'ha scritto nelle slide da questa parte quindi ricordarselo)



Low pass equivalent domain

$$T(\hat{p}) = \frac{1}{\left(\frac{\hat{p}}{\Omega_1}+1\right)\left(\frac{\hat{p}^2}{\Omega_2^2}+\frac{\hat{p}}{\Omega_2 Q_2}+1\right)}$$

con questa torniamo al dominio reale

$$\hat{p} = \frac{\omega_{BP}}{s}$$

$$T(s) = \frac{1}{\left(\frac{\omega_{BP}}{\Omega_1 s}+1\right)\left(\frac{\omega_{BP}^2}{\Omega_2^2 s^2}+\frac{\omega_{BP}}{\Omega_2 Q_2 s}+1\right)} =$$

$$= \frac{s^2}{\left(s+\frac{\omega_{BP}}{\Omega_1}\right)\left(s^2+\frac{\omega_{BP}}{\Omega_2 Q_2}s+\frac{\omega_{BP}^2}{\Omega_2^2}\right)}$$

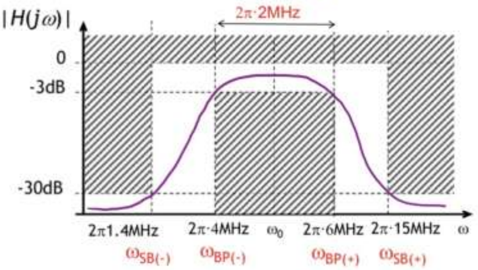
Perciò in generale è indispensabile sapere che:

LP(ω) → LP(Ω)	$\hat{p} = s/\omega_{BP}$
HP(ω) → LP(Ω)	$\hat{p} = \omega_{BP}/s$
BP(ω) → LP(Ω)	$\hat{p} = Q\left(s^2+\omega_0^2\right)/s\omega_0$

Per passare dal dominio normale a quello normalizzato e viceversa

Questo è il Q del Band pass filter.

Facciamo il Band pass filter



$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{BP(+)}\omega_{BP(-)}} = 2\pi\cdot 4.89\text{MHz}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\pi BW} = \frac{f_0}{BW} = 2.45$$

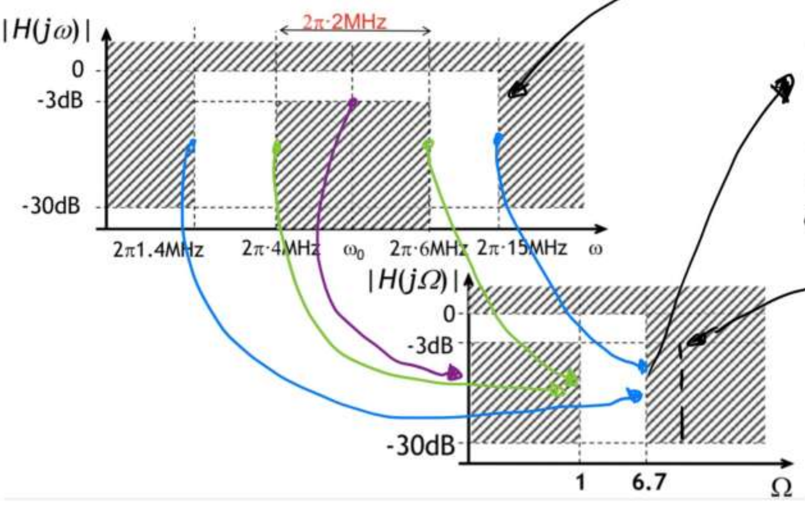
Attenzione che la central frequency ω_0 non è la media aritmetica tra $\omega_{BP(+)}$ e $\omega_{BP(-)}$ ma è la media dei logaritmi:

$$\log\omega_0 = \frac{\log(\omega_{BP}(+)) + \log(\omega_{BP-})}{2}$$

Perché è un grafico logaritmico

$$\log\omega_0 \overset{!}{=} \log\sqrt{\omega_{BP+}\cdot\omega_{BP-}}$$

Trasformiamo in un LPF



Attenzione le 2 bande esterne non è detto che siano allo stesso valore (in questo caso pratico sì, quindi può essere che vengano a valori diversi come ad esempio una cada qui)

Per la normalizzazione invece dobbiamo fare che

$$\hat{p} = Q\frac{(s^2+\omega_0^2)}{s\omega_0} \qquad \hat{p} = j\Omega \qquad s = j\omega$$

$$\Omega = Q\frac{(\omega^2-\omega_0^2)}{\omega\omega_0}$$

Per $\omega = \omega_0$

$$\Omega_0 = 0$$

$$\Omega_{BP(+)} = 2.45\frac{(6^2-4.89^2)}{6\cdot 4.89} = 1$$

$$\Omega_{BP(-)} = 2.45\frac{(4^2-4.89^2)}{4\cdot 4.89} = -1$$

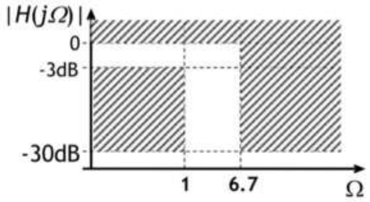
Queste sono le 2 Band pass edges (Credo che queste siano sempre uguali)

$$\Omega_{SB(+)} = 2.45\frac{(15^2-4.89^2)}{15\cdot 4.89} = 6.7$$

$$\Omega_{SB(+)} = 2.45\frac{(2^2-4.89^2)}{2\cdot 4.89} = -6.7$$

Come detto prima questo è solo caso infatti la stop band può essere diversa

e come al solito:



$$k = \frac{\Omega_{BP}}{\Omega_{SB}} = \frac{1}{6.7} = 0.149$$

$$\epsilon_{BP} = \sqrt{A_{BP}^2 - 1} = \sqrt{10^{3/10}-1} = 0.998 \qquad k_\epsilon = \frac{\epsilon_{BP}}{\epsilon_{SB}} = 0.032$$

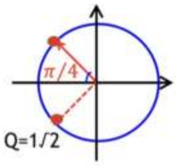
$$\epsilon_{SB} = \sqrt{A_{SB}^2 - 1} = \sqrt{10^{30/10}-1} = 31.51$$

$$n \ge \frac{\ln k_\epsilon}{\ln k} = 1.81 \to 2$$

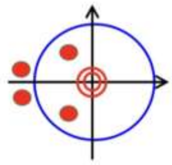
FDT nel dominio del LPF

$$T(\hat{p}) = \frac{1}{(\hat{p}^2 + \sqrt{2}\hat{p} + 1)}$$

$$\hat{p} = Q\frac{(s^2+\omega_0^2)}{s\omega_0}$$



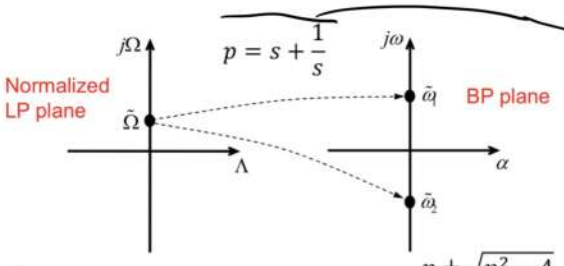
$$T(s) = \frac{1}{\left[Q\left(\frac{s^2+\omega_0^2}{\omega_0 s}\right)\right]^2 + \sqrt{2}Q\left(\frac{s^2+\omega_0^2}{\omega_0 s}\right) + 1}$$



FDT del band pass filter

Ma come diamine abbiamo ricavato il valore di normalizzazione tra BPF a LPF?

il BPF è una sovrapposizione tra un LPF e un HPF



Perciò posso vedere p come la sovrapposizione di $s + 1/s$

$$s^2 - sp + 1 = 0 \qquad s = \frac{p \pm \sqrt{p^2-4}}{2}$$

Possiamo moltiplicare per s l'equazione di p perciò otteniamo

$$s^2 - sp + 1 = 0$$

$$\alpha + j\omega = \frac{\Lambda + j\Omega \pm \sqrt{\Lambda^2 - \Omega^2 + j2\Lambda\Omega - 4}}{2}$$

Capiamo che per ogni punto nel LPF noi linkiamo 2 punti nel BPF plane. (perchè è un eq di 2° grado).

Vediamo cosa succede se prendo un punto nell'asse immaginario nel piano del LPF $\hat{p} = \Lambda + j\Omega$ e dall'eq ricavata prima calcolo s mettendo al posto di $p \to \hat{p}$, allora otteniamo questa:

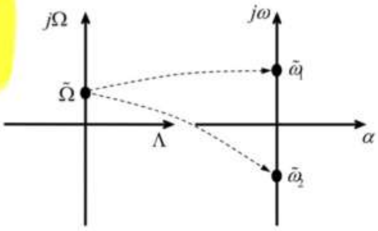
So che voglio punti solo immaginari perciò considero $\Lambda = 0$, dall'eq sopra vediamo anche che il punto nel dominio del BPF non ha parte reale

$$\alpha + j\omega = \frac{\Lambda + j\Omega \pm \sqrt{\Lambda^2 - \Omega^2 + j2\Lambda\Omega - 4}}{2}$$ → Impongo $\Lambda = \emptyset$

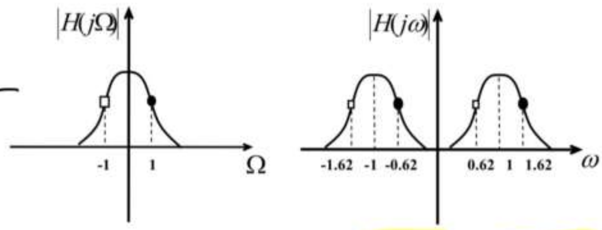
$$j\omega = \frac{j\Omega \pm \sqrt{-\Omega^2 - 4}}{2} = j\left[\frac{\Omega \pm \sqrt{\Omega^2 + 4}}{2}\right]$$

Perciò otteniamo l'eq che mappa i valori nel dominio del BPF.

$$\omega_{1,2} = \left[\left(\frac{\Omega}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 + 4}\right]$$



Da questa eq otteniamo quindi che



Occhio che questo non è il piano di gauss

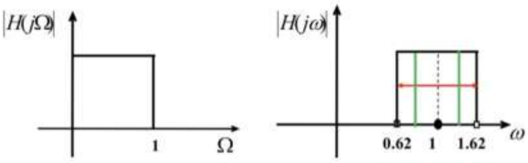
$$\omega_{1,2} = \left[\left(\frac{\Omega}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 + 1}\right]$$

$\Omega = 0$ $\omega_{1,2} = \pm 1$

$\Omega = 1$ $\omega_1 = +1.62$, $\omega_2 = -0.62$

$\Omega = -1$ $\omega_1 = +0.62$, $\omega_2 = -1.62$

Perciò se avessimo un LPF con taglio verticale avremo che

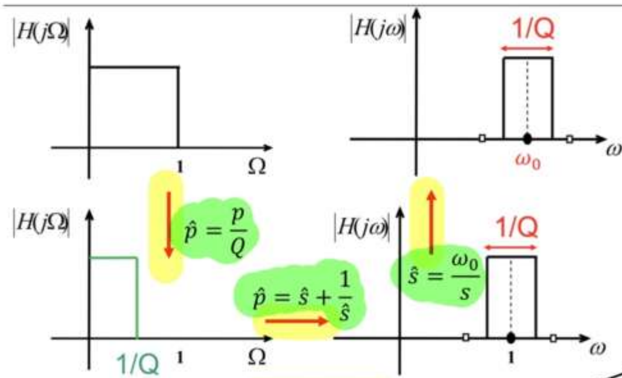


Q=1 ω_0=1

$$p = s + \frac{1}{s}$$

$$Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{1}{1}$$

Per rendere questa eq utile nel caso più generale ad esempio se vogliamo Q più alto del bandpass allora posso partire da un LPF che ha banda 1/Q e non più 1



$$\frac{p}{Q} = \frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s}$$

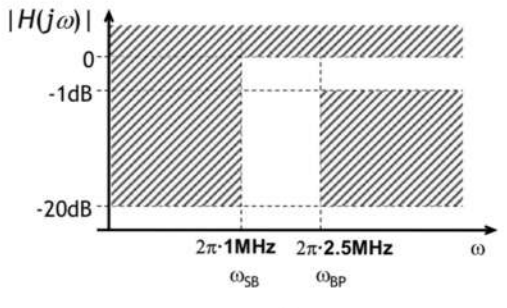
Cioè in pratica passiamo da un'altra normalizzazione. Bordello !!!!!

$$P = Q \cdot \frac{s^2 + \omega_0^2}{s\,\omega_0}$$

che è quello che otteniamo come normalizzazione per un BPF per portarlo a LPF.

26·11·2021 Lezione 2h

Circuit implementation.

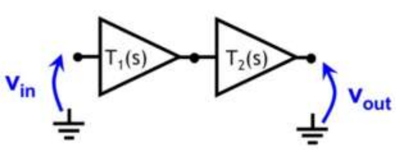


$$\omega_1 = \frac{\omega_{BP}}{0.494} = 2\pi \cdot 2.024MHz$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_{BP}}{0.007} = 2\pi \cdot 1.003MHz$$

$$Q_2 = 2.018$$

Usiamo i dati del filtro passaalto calcolato in precedenza.



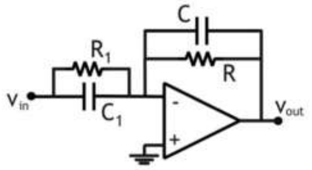
$$T(s) = \frac{s^3}{(s+\omega_1)\left(s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2\right)}$$

$$T_1(s) = \frac{s}{(s+\omega_1)}$$ First order

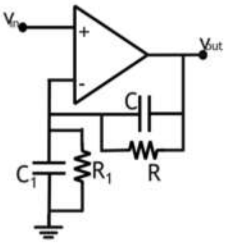
$$T_2(s) = \frac{s^2}{\left(s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2\right)}$$ Biquad HP

Mettiamo in cascata più amplificatori

La first order cell è un semplice integratore



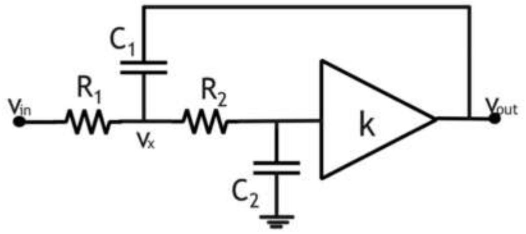
$$T(s) = -\frac{R}{R_1}\cdot\frac{(1+sR_1C_1)}{(1+sRC)}$$



Vediamo che è lo standard

$$T(s) = \left(1+\frac{R}{R_1}\right)\cdot\frac{[1+s(R_1\|R)(C_1+C)]}{(1+sRC)}$$

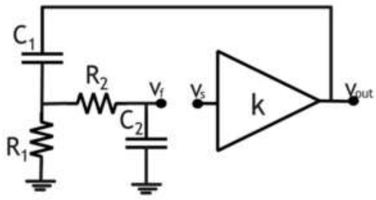
Per la biquad cell facciamo una cella con una retroazione

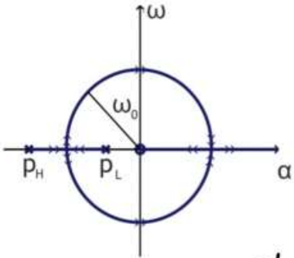


Questo è un esempio di cella sallen key a low pass feedback.

K è positivo quindi abbiamo che il loop è positivo.

Perciò calcoliamo il Gloop.





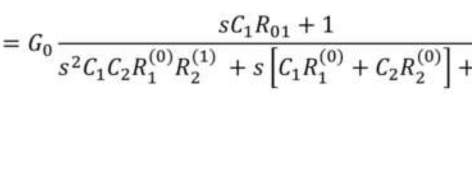
Non facciamo i conti ma vediamo subito che C1 da uno zero in DC e C1 e C2 danno 2 poli (tipicamente reali)

Facciamo il luogo delle radici e otteniamo che i poli si spostano sulla circonferenza dipendentemente dal valore del guadagno K.

Però variando K posso mettere i poli dove voglio sulla circonferenza ω0. il valore di ω0 è dato dalle capacità e resistenze

Ricaviamo la Funzione di trasferimento a circuito chiuso:

Usiamo il metodo standard delle costanti di tempo

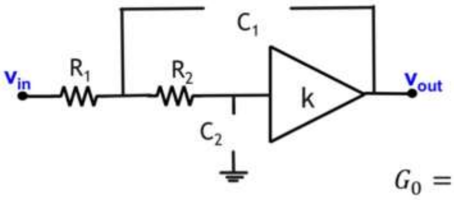


Impongo l'output a zero ma quindi così anche l'ingresso dell'ampli deve essere a 0V.

$$T(s) = G_0\,\frac{a_1 s+1}{b_2 s^2+b_1 s+1} =$$

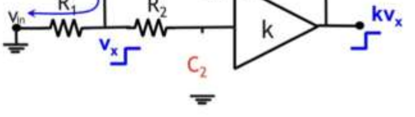
$$= G_0\,\frac{sC_1R_{01}+1}{s^2C_1C_2R_1^{(0)}R_2^{(1)} + s\left[C_1R_1^{(0)}+C_2R_2^{(0)}\right]+1}$$

Iniziamo calcolando il guadagno in DC

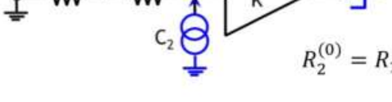


$$G_0 = k$$

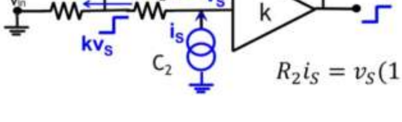
E poi...



$$R_1^{(0)} = \frac{(v_x - kv_x)}{i_S} = R_1(1-k)$$



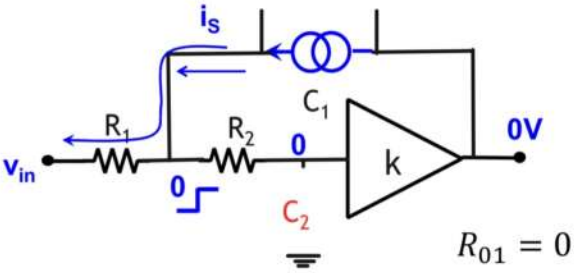
$$R_2^{(0)} = R_1 + R_2$$



$$R_2 i_S = v_S(1-k)$$

$$R_2^{(1)} = \frac{R_2}{(1-k)}$$

Trasferimento dello zero



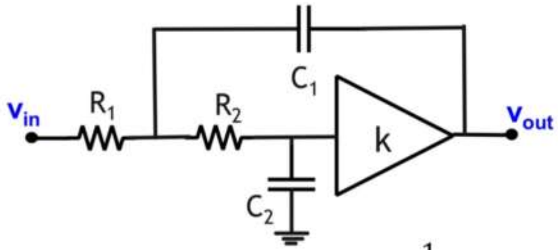
$$R_{01} = 0$$

Dunque otteniamo che:

$$G_0 = k \qquad R_1^{(0)} = R_1(1-k) \qquad R_{01} = 0$$

$$R_2^{(0)} = R_1 + R_2$$

$$R_2^{(1)} = \frac{R_2}{(1-k)}$$



$$T(s) = k\,\frac{1}{s^2C_1C_2R_1R_2 + s[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)] + 1}$$

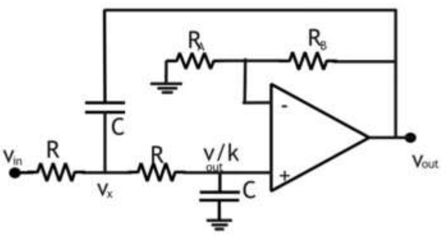
$$T(s) = G_0\frac{sC_1R_{01}+1}{s^2C_1C_2R_1^{(0)}R_2^{(1)} + s\left[C_1R_1^{(0)} + C_2R_2^{(0)}\right]+1} =$$

$$= k\,\frac{1}{s^2C_1C_2R_1R_2 + s[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)] + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} \qquad Q = \frac{1}{\omega_0[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)]} = \frac{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}{[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)]}$$

Notiamo che
ω_0 dipende dai valori assoluti delle resistenze e condensatori, questo è un problema perché questi sono valori variabili. Perciò dobbiamo trovare un modo per tunare il sistema.

Possiamo usare tutte le capacità e i resistori uguali



Perciò in questo caso veramente il fattore di qualità dipende solo da K.
Non siamo tanto felici però perché se plottiamo la sensitività ci accorgiamo che è non lineare e divergente

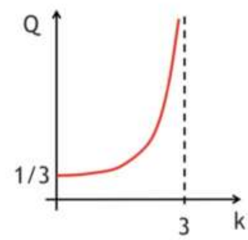
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} = \frac{1}{CR}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}{[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)]} = \frac{1}{3-k}$$

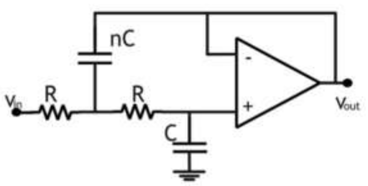
$$Q = \frac{1}{3-k}$$

$$dQ = -\frac{dk}{(3-k)^2}$$

$$\frac{dQ}{Q} = -Q\frac{dk}{k}$$



Ogni volta che ho una variazione di Q è peggio che avere una variazione di ω_0 perché se vario Q si varia la forma del fattore di qualità.
Un modo per togliere questa dipendenza di Q da K facciamo



Dove per avere gradi di libertà nel dimensionamento uso un C e un nC.

Vediamo che Q non dipende tanto da n il che ci va molto bene.

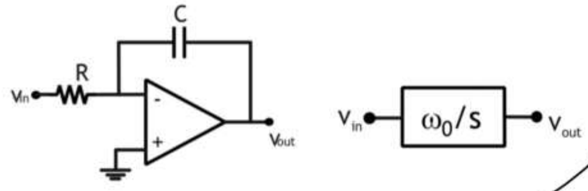
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}} = \frac{1}{CR\sqrt{n}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}{[C_1R_1(1-k) + C_2(R_2+R_1)]} = \boxed{\frac{\sqrt{n}}{2}} \qquad \boxed{n = 4Q^2}$$

Il costo di questa topologia è dato dal costo dell'area delle capacità.

Altra opzione

Possiamo usare gli integratori ω_0/s devo quindi portare le FDT tutte in forma $1/s$.



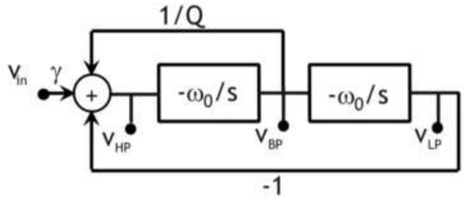
$$\frac{v_{HP}}{v_{in}} = \gamma \frac{s^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{\gamma}{1 + \frac{\omega_0}{Qs} + \left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2}$$

Ho raccolto S^2 e semplificato

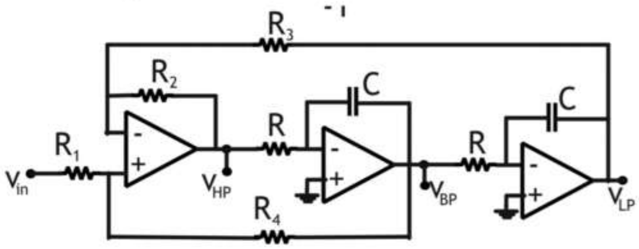
Poi posso fare che:

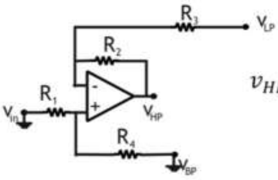
$$\frac{v_{HP}}{v_{in}} = \frac{\gamma}{1 + \frac{\omega_0}{Qs} + \left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2}$$

$$v_{HP} = \gamma v_{in} - \frac{1}{Q}\cdot\frac{\omega_0}{s} v_{HP} - \left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2 v_{HP}$$



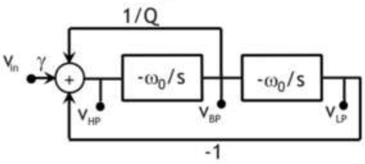
Perciò possiamo vedere il circuito così:

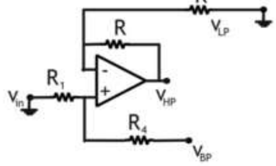




$$v_{HP} = -v_{LP}\frac{R_2}{R_3}$$

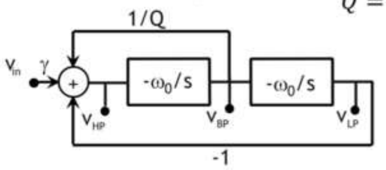
$$R_2 = R_3 = R$$

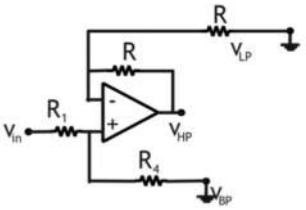




$$v_{HP} = v_{BP}\frac{2R_1}{R_1 + R_4} = \frac{1}{Q}$$

$$Q = \frac{R_1 + R_4}{2R_1}$$





$$v_{HP} = v_{in}\frac{2R_4}{R_1 + R_4}$$

$$\frac{2R_4}{R_1 + R_4} = \gamma$$

$$Q = \frac{R_1 + R_4}{2R_1} \qquad \gamma Q = \frac{R_4}{R_1}$$

Not enough degrees of freedom to set γ and Q separately

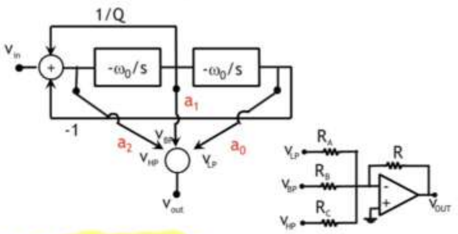
Vedo però che non posso settare indipendentemente Q e γ

tipicamente mettiamo $\gamma = 1$ quindi

$$Q = \frac{R_4}{R_1}$$

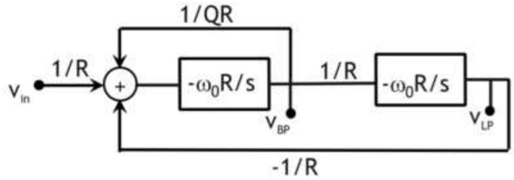
Notiamo che il circuito è pieno di feedback e quindi gli offset di tensione degli opamp avranno valore finito in uscita (e non infinito)

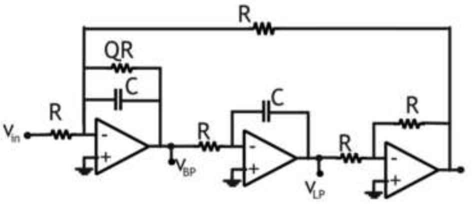
Ci servono 3 OPAMP però abbiamo tutte e 3 le FDT
Poi se unisco i 3 valori d'uscita delle 3 FDT pesati adeguatamente posso fare anche una fdt con gli zeri.



$$v_{out} = v_{in}\frac{a_2 s^2 - a_1 s + a_0}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Possiamo ridurre il numero di opamp da 3 a 2 (meno di 2 non posso visto che mi serve un S^2) allora posso fare la somma senza un opamp.
Al posto di sommare le tensioni decido di sommare le correnti.
Posso dividere la tensione che arriva per R, visto che il 2° opamp era per fare trasferimento tensione/tensione dobbiamo cambiare anche lui in modo che faccia amplificazione corrente/tensione, perciò devo mettere una R.

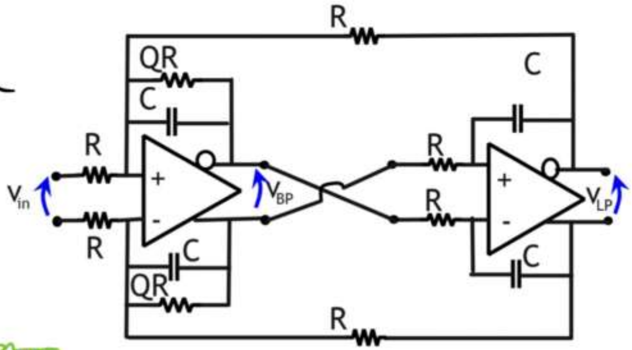




Tutto molto bello finché non mi accorgo che mi serve un OPAMP per invertire la tensione per fare in modo che la corrente sia $-1/R$.

Nella realtà questo non è un problema perché nella realtà noi usiamo topologie fully differential e quindi possiamo invertire 2 cavi e usare 2 opamp.

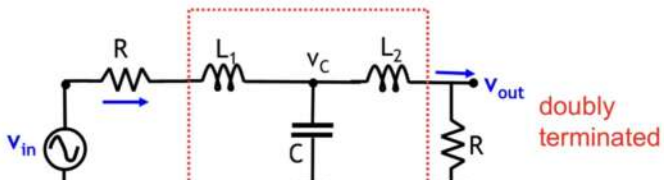
Notiamo però che con questa tecnica perdo l'output che mi facevo da passalto.



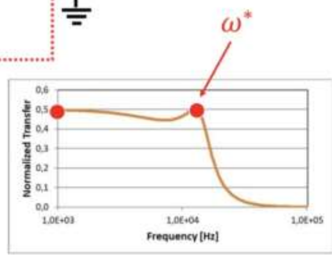
C'È UNA PARTE SUL RESISTOR MATCHING CHE HO BELLAMENTE IGNORATO.

29.11.2021 2h

La soluzione della scorsa settimana non da una soluzione robusta perché la variazione dei parametri porta troppa variazione. Possiamo usare questa soluzione ad esempio quando abbiamo 3/4 poli.
Oggi studiamo la topologia a ladder network. Con questa topologia ricaviamo soluzioni più robuste.



Vedo che è un LPF perché in DC le induttanze sono corti.
Questo circuito è dimensionato per avere Chebichow FDT.



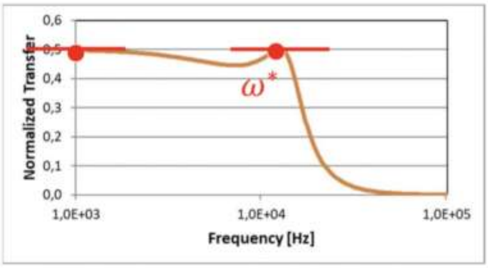
at ω* maximum power transfer

Ci sono delle frequenze nelle quali ho che le componenti reattive si annullano e quindi ho che ho il massimo trasferimento di potenza

$$P_{out} = \frac{|V_{out}|^2}{2R} = \frac{|V_{in}|^2 |T(j\omega, X)|^2}{2R}$$

Questa è la potenza trasferita

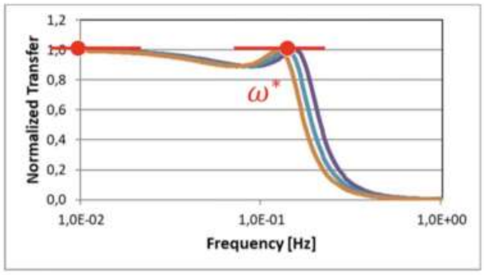
Se noi vogliamo calcolare la derivata della potenza facciamo:



è visto che vogliamo il picco la imponiamo a Ø.

Ma abbiamo che T dipende anche da L e C quindi dobbiamo studiare anche la derivata di T in funzione di X e mettiamo anch'essa a Ø.

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{|V_{in}|^2|T(j\omega,X)|^2}{2R} = \frac{|V_{in}|^2}{2R}\frac{\partial}{\partial\omega}|T(j\omega,X)|^2$$
$$= \frac{|V_{in}|^2}{R}|T(j\omega,X)|\frac{\partial}{\partial\omega}|T(j\omega,X)| \qquad \left.\frac{\partial}{\partial\omega}|T(j\omega,X)|\right|_{\omega=\omega^*} = 0$$

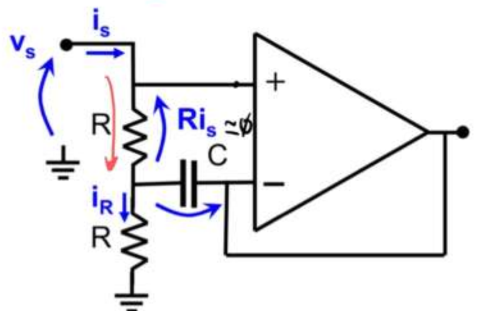


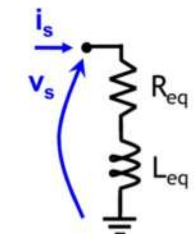
$$\frac{\partial}{\partial X}\frac{|V_{in}|^2|T(j\omega,X)|^2}{2R} = \frac{|V_{in}|^2}{2R}\frac{\partial}{\partial X}|T(j\omega,X)|^2$$
$$= \frac{|V_{in}|^2}{R}|T(j\omega,X)|\frac{\partial}{\partial X}|T(j\omega,X)| \qquad \left.\frac{\partial}{\partial X}|T(j\omega,X)|\right|_{\omega=\omega^*} = 0$$

Ogni volta che ho una rete a ladder e che noi le componenti reattive si annullano e quindi ho che le sensitività alle variazioni di C e L è nulla a quelle frequenze e vicino a quelle variazioni ho poca sensitività a queste variazioni.

il problema è che abbiamo induttori e sono difficili da ottenere integrati, posso fare questa topologia senza usare gli induttori? La risposta è sì con i gyratori. Oppure visto che questa proprietà è della FDT allora potrei implementare la FDT in modo solito tanto la non sensibilità è dovuta solo alla FDT.

Gyrators





A causa della terra virtuale anche sul condensatore ho una caduta di tensione data da $R i_s$

Perciò la corrente sul condensatore è

$$i_C = \frac{R i_s}{1/sC} = sCR i_s$$

Otteniamo quindi l'impedenza equivalente

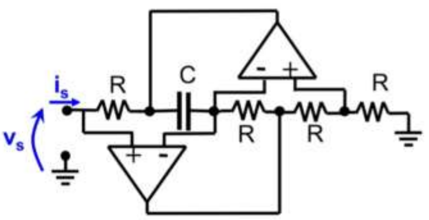
$$v_s = Ri_s + R(1 + sCR)i_s$$

$$Z = 2R + sCR^2$$

$$L_{eq} = CR^2$$

$C = 1pF$
$R = 10k\Omega$
$L = 0.1mH$

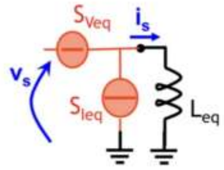
Antonious gyrator



Con questa topologia abbiamo l'induttore senza resistenze in serie.

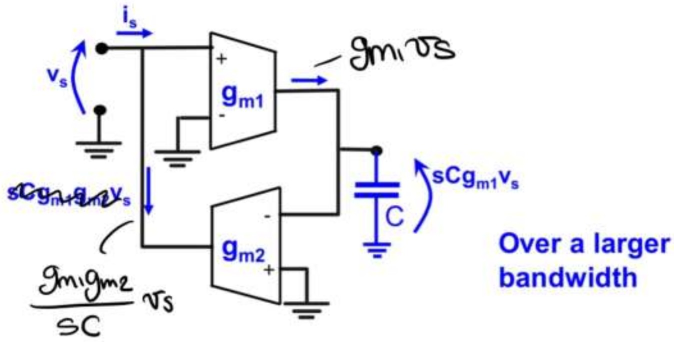
$$L_{eq} = CR^2$$

$$\omega \ll GBWP$$



Qual'è il lato negativo di queste topologie? il rumore!! infatti L ideale non fa rumore.
Un altro problema è che questi sono circuiti retroazionati e quindi quello che abbiamo detto vale finché il Gloop è abbastanza grande.
Allora possiamo provare a usare un open-stage gyrator.

Gm-C gyrators

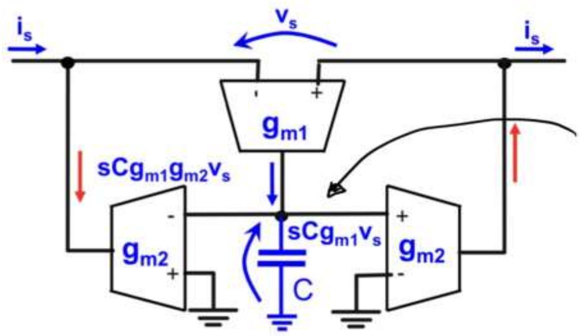


Uso 2 OTA collegati così in modo che

$$\frac{v_s}{i_s} = \frac{sC}{g_{m1}g_{m2}} \rightarrow L_{eq} = \frac{C}{g_{m1}g_{m2}}$$

In questo caso non ho un feedback locale e quindi riesco ad avere + banda (fino al GBWP degli OTA).

Visto che non abbiamo dei local feedback abbiamo che abbiamo variabilità nel sistema.



Suspended inductances
è un altro modo per ottenere un induttore

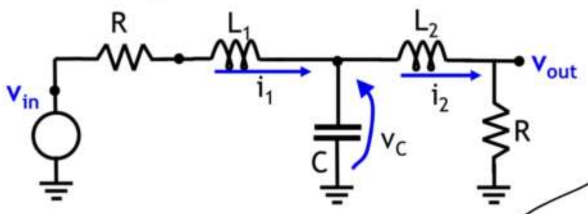
Le correnti scritte qui sono sbagliate. Ricontrollare tutti i valori.

$$i_s = \frac{g_{m1}g_{m2}v_s}{sC} \rightarrow L_{eq} = \frac{C}{g_{m}g_{m2}}$$

(Anche qui abbiamo che i parametri sono soggetti a variabilità)

Altro modo di realizzazione

Vogliamo implementare la stessa FDT con gli integratori.
Fare la stessa FDT significa avere le stesse state variables (che quelli dipendono dall'energia del circuito). Perciò:



In questo caso le variabili di stato sono i_1, i_2 e v_C.

Questa è la relazione tra le variabili di stato.

$$\begin{cases} v_{in} - v_C = (sL_1 + R)\cdot i_1 \\ v_C - v_{out} = sL_2 i_2 \\ i_1 - i_2 = sCv_C \end{cases}$$

$$v_{out} = Ri_2$$

Per semplicità di realizzazione noi prendiamo le relazioni che diano tutte o tensione o corrente così lavoriamo con un solo tipo di variabile

$$\begin{cases} v_{in} - v_C = (sL_1 + R)\cdot \frac{v_1}{R^*} \\ v_C - v_{out} = sL_2 \frac{v_2}{R^*} \\ \frac{v_1}{R^*} - \frac{v_2}{R^*} = sCv_C \end{cases}$$

$$v_{out} = \frac{R}{R^*}v_2$$

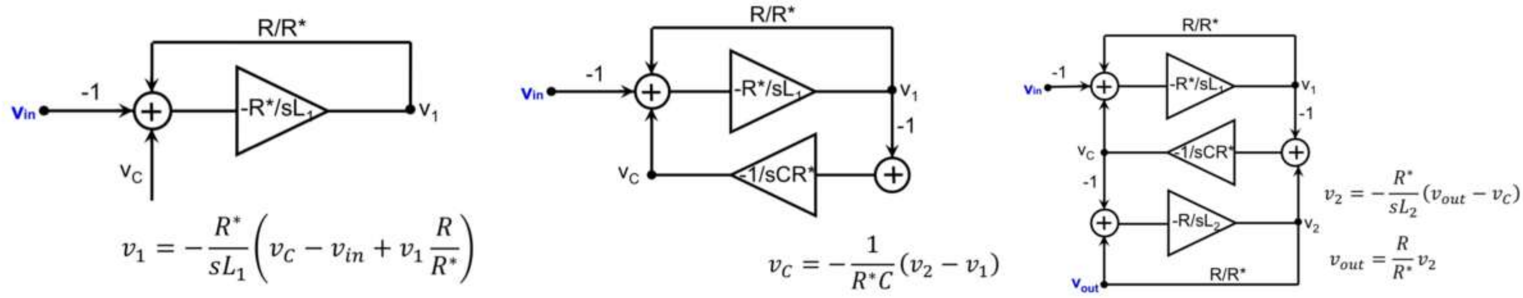
Abbiamo scritto tutte le equazioni per avere tutto nella forma di tensione

Noi vogliamo avere integratori allora noi risolviamo le equazioni e cerchiamo di far apparire gli integratori.

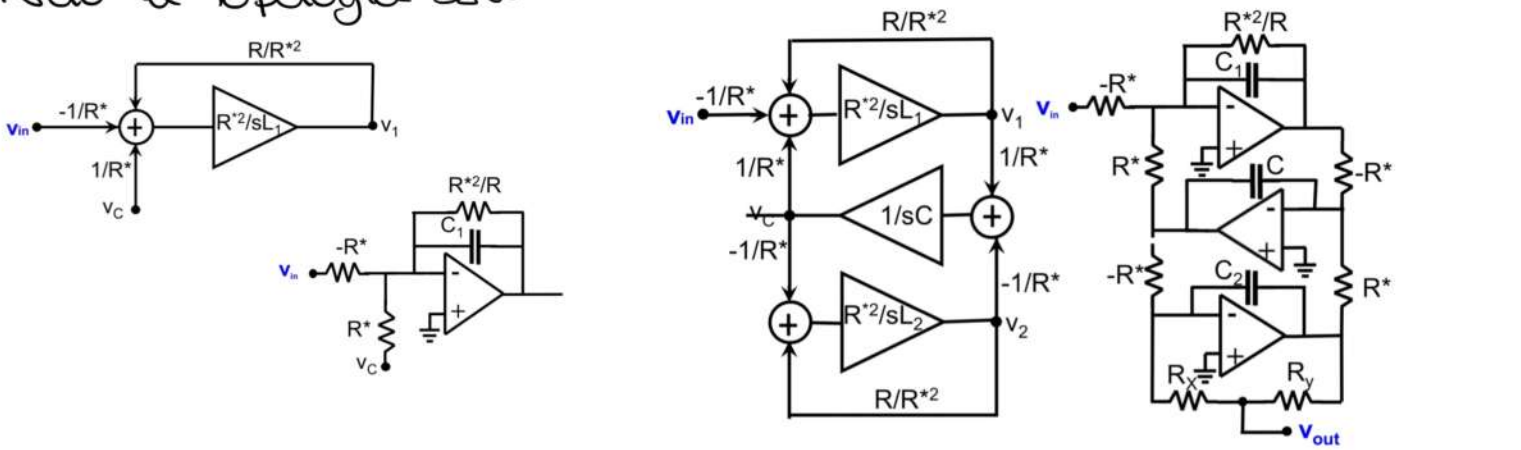
Tiriamo fuori anche il meno da qua perché a noi fanno comodo gli integratori invertenti.

$$\begin{cases} v_1 = -\dfrac{R^*}{sL_1}\left(v_C - v_{in} + v_1\dfrac{R}{R^*}\right) \\ v_2 = -\dfrac{R^*}{sL_2}(v_{out} - v_C) \\ v_C = -\dfrac{1}{sR^*C}(v_2 - v_1) \end{cases}$$

Allora abbiamo che:



Mi servono 3 ampli per fare gli integratori e 3 per fare le somme.
Per ridurre il numero di amplificatori posso sommare correnti su una terra virtuale.
Per generare correnti mettiamo una resistenza (potremmo mettere come resistenza R*)
Perciò la topologia sarà:



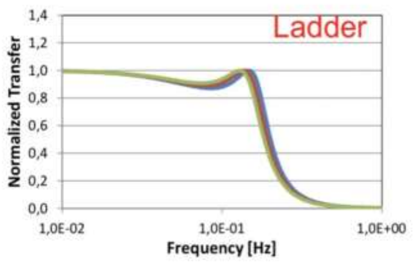
Anche in questo caso come ci aspettavamo a frequenze specifiche la sensitività della FDT a variazioni è zero o comunque molto piccola.

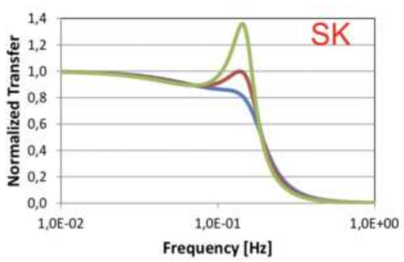
$$v_{out} = v_2\frac{R}{R^{*2}}R_x$$

$$v_{out} = v_2\frac{R}{R^*}$$

$$R_x = R^*$$

Vediamo un esempio tra ladder e Sallen Key data una variazione di C.



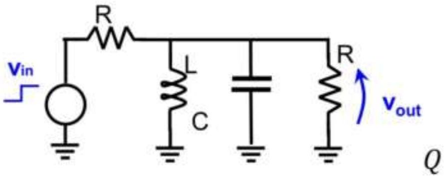


Vedo che ha un po' di variazioni ma questo non mi fa sì che ci siano variazioni dei valori di inband.

Attenzione però la non sensitività è dovuta alle componenti reattive. Quindi se variano le resistenze ho una variazione del trasferimento d'uscita.

Come selezioniamo la rete ladder?

Devo usare una tabella (la trovo online). Devo stare attento perché la tabella ha valori normalizzati e noi dobbiamo denormalizzarli.
Tipicamente abbiamo 2 tipi di topologie a ladder: quelle dove il primo componente reattivo è un condensatore e quelle dove ho un induttore.
Come facciamo a denormalizzare? Lo vediamo con un esempio.



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \omega_0 \frac{R}{2} C = \frac{R/2}{\omega_0 L}$$

$$T(s) = \gamma \frac{sL/R}{s^2LC + sL/R + 1}$$

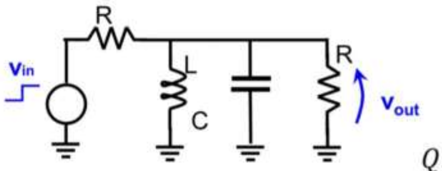
$$\omega_n = N\omega_0 \rightarrow \quad L_n = L/N \quad C_n = C/N$$

Dove $\gamma = 1/2$.

Perciò se iniziamo con un $\omega_0 = 1$ rad e devo andare a $N = 2\pi 10K$ allora come denormalizzo?
La prima cosa che faccio è dividere L e C per N.

E cosa succede al fattore di qualità? Vediamo che non cambia niente al fattore di qualità.

Dobbiamo fare attenzione perché nella tabella normalizzata $R = 1\Omega$ che è troppo poco perciò dobbiamo aumentarla. Supponiamo di aumentare R di un fattore M.



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \omega_0 \frac{R}{2} C = \frac{R/2}{\omega_0 L}$$

$$R_m = MR \qquad Q_n = \omega_n \frac{R}{2} C_n \rightarrow \quad L_m = ML_n \quad C_m = C_n/M \qquad \omega_m = \omega_n$$

$$Q_m = \omega_n \frac{MR_n}{2}\frac{C_n}{M} = \omega_n \frac{R_n}{2} C_n = Q_n$$

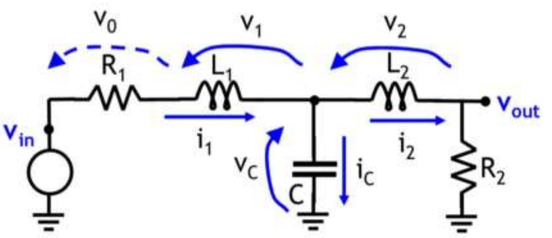
Notiamo che se aumentiamo R di M allora devo anche aumentare L di M e dividere C per M.

Anche in questo caso il fattore di qualità non cambia.
Perciò come tabella di denormalizzazione usiamo:

Normalized values	Pass band frequency XN	Resistance values XM
R(0)	X 1	X M
C(0)	1/N	1/NM
L(0)	1/N	M/N

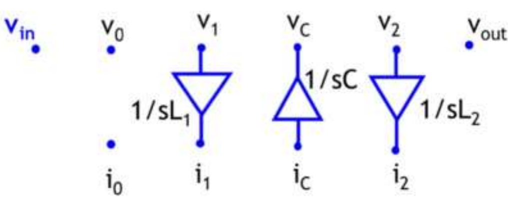
1.12.2021 — 2h

Procedura alternativa per trovare gli integratori



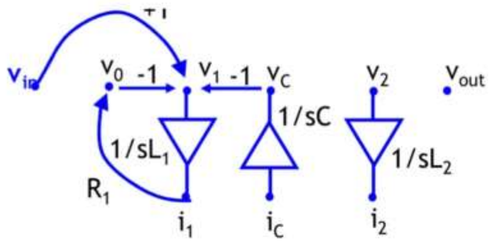
Iniziamo evidenziando le variabili di stato della mia rete

Noi sappiamo che $v_C = \frac{i_C}{sC}$

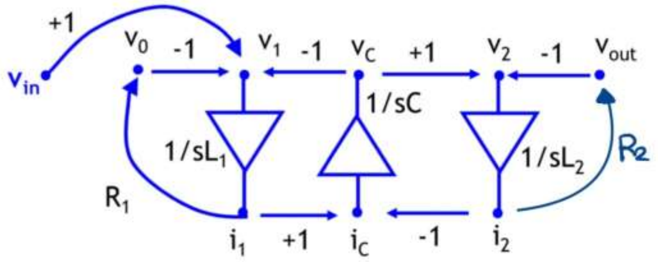


Possiamo scrivere le tensioni o le correnti dei componenti reattivi come integratori/derivatori.
Vediamo che otteniamo 3 integratori.
Adesso cerchiamo di legare i valori delle tensioni d'ingresso.

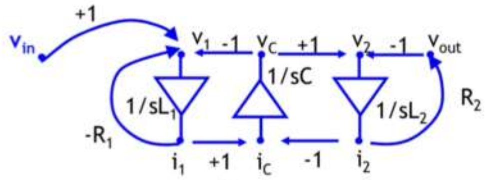
Sappiamo che $v_{IN} - v_0 - v_C = v_1$, Dove $v_0 = i_1 R_1$, allora posso fare un grafico del tipo:

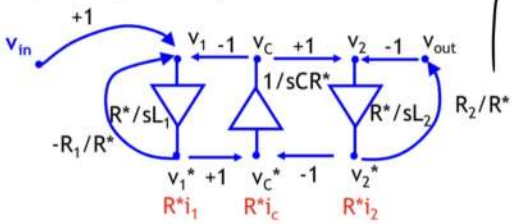


Poi posso fare la stessa identica cosa con i_C e v_2 (in pratica sto relazionando tra loro tutte le variabili di stato)

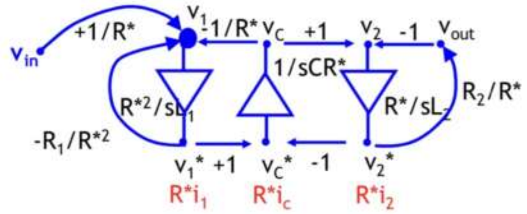


A noi fa più comodo avere tutto il grafico messo in tensione. Allora moltiplichiamo tutte le correnti per il valore R^*

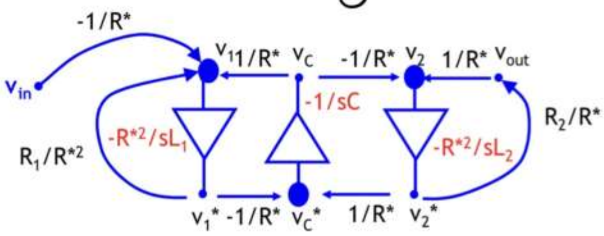


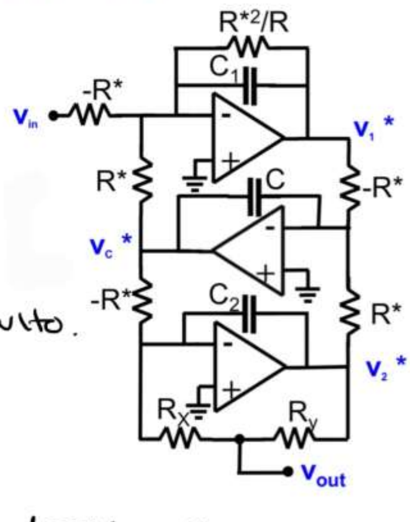


Dobbiamo dividere per R^* perché dobbiamo recuperare il valore della corrente che avevamo prima (anche dimensionalmente ora è tutto ok)
Poi lui divide un ulteriore volta per R^* tutte le grandezze che entrano in un nodo e divido per quelle che escono?



Noi vorremmo integratori negativi perciò cambiamo il segno e regoliamo i vari valori



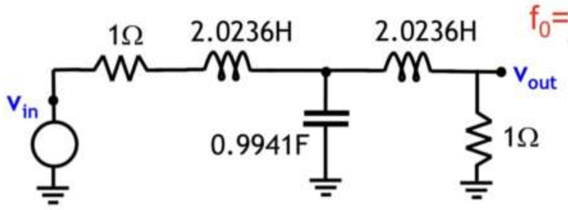


Perciò una volta ricavato questo grafico possiamo ricavare il circuito.
Abbiamo trovato un modo + facile per trovare il circuito.

Ora però dobbiamo calcolare i valori denormalizzati

Doubly-terminated RLC ladder values for Normalized Chebyshev

n	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	C8	R2	n
(C) Ripple = 1.0dB										
3	2.0236	0.9941	2.0236						1.0000	3
5	2.1349	1.0911	3.0009	1.0911	2.1349				1.0000	5
7	2.1666	1.1115	3.0936	1.1735	3.0936	1.1115	2.1666		1.0000	7
	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	L8	R2	



100K
~~f_0=10kHz~~

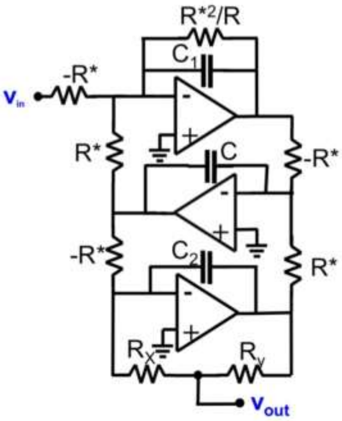
Noi vogliamo $f_0 = 100K$, allora

$N = 2\pi \cdot 100K$ e dividiamo sia induttanza che capacità per N.

Abbiamo che comunque questi valori sono troppo grandi da implementare e R è ancora 1Ω che è troppo difficile da implementare

Allora denormalizziamo per R moltiplicando R per M e dividendo C per M e moltiplicando L per M.

Noi scegliamo M tale che ci renda realizzabili questi valori. il problema è che L ci aumenta perché viene moltiplicato per M. Però abbiamo ancora un grado di libertà dato da R*.



$C_1 = L_1/R^{*2}$

$C \longrightarrow 15pF$

$C_2 = L_2/R^{*2}$

$R^* = 100k\Omega$

$C_1 = 322\ mH/R^{*2} = 32.2pF$

$C = 15.8pF$

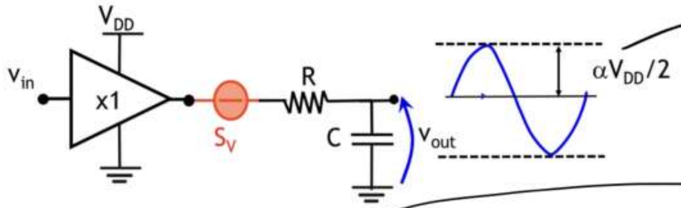
$C_2 = C_1$

Ricordo che nel circuito io non ho induttori ma tramite R* riduco i valori delle capacità legati a L nel nostro circuito, così che io possa implementare queste capacità nel circuito.

Un lato negativo di questa tecnica con integratori è quella che per frequenze < 100KHz è quella che dovremo comandare resistenze molto grandi > 100K. e questo è molto critico.

Noise/Power trade off.

Per reference prendiamo una configurazione di un filtro LPF base



è $\alpha V_{DD}/2$ perché è una frazione della tensione d'uscita perché dipende dall'output range del buffer.

$$\frac{(V_{MAX})^2}{2} = \frac{\alpha^2 V_{DD}^2}{2 \cdot 4}$$

$$DR = \frac{S_{max}}{N} = \sqrt{\frac{v_{out-rms}^2}{< e_{out}^2 >}} = \sqrt{\frac{\alpha^2 V_{DD}^2/8}{(1+F)kT/C}}$$

$$= \alpha V_{DD}\sqrt{\frac{C}{8(1+F)kT}}.$$

Rumore del condensatore

$$DR = \frac{V_{FS}}{LSB} = 2^n$$

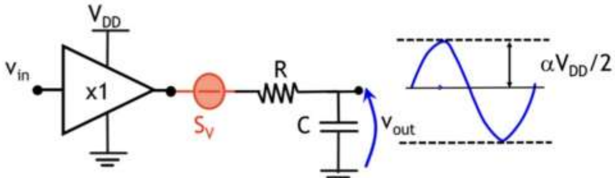
è la noise figure dipende dal buffer e da quanto degrada il rumore (?).

è il range dinamico

$$LSB = \frac{V_{FullScale}}{2^n} \longrightarrow DR = \frac{V_{FS}}{LSB} = 2^n$$

Sappiamo che LSB deve essere dell'ordine del rumore non ha senso farlo + piccolo perché non ho vantaggi.

Maggiore è il range dinamico allora maggiore è il numero di bit che possiamo mettere. Ma il costo di tutto questo è l'energia.



$$DR = \alpha V_{DD}\sqrt{\frac{C}{8(1+F)kT}}$$

$$DR = \frac{V_{FS}}{LSB} = 2^n$$

1V Full Scale
12 bit resolution
DR=72dB

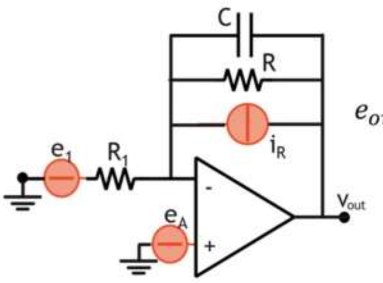
La potenza che dissipiamo è

$$P = \frac{\alpha V_{DD}^2 C}{T} = \alpha V_{DD} C f$$

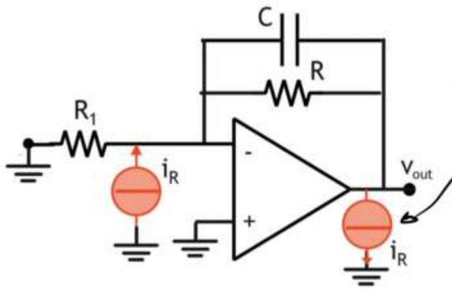
che è la potenza dinamica che ci serve per comandare un condensatore.

Vediamo che aumentare C migliora il Dinamic range ma ruba molta potenza.

Noise transfer in una struttura base



$$e_{out,1} = e_1 \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1+sRC}$$

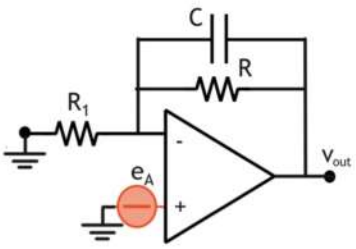


Usiamo il teorema dello splittare i generatori di corrente

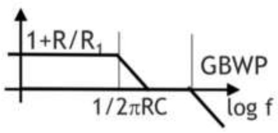
questo non ha effetto perché si chiude tutto sull'uscita a bassa impedenza del circuito.

$$v_{out,1}^2 = S_{v,R1}\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \cdot \int_0^{+\infty} \left|\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0}}\right|^2_{s=j\omega} df = S_{v,R1}\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \cdot \frac{\omega_0}{4}$$

$$v_{out,2}^2 = S_{I,R_2} R^2 \cdot \int_0^{\infty} \left|\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0}}\right|^2_{s=j\omega} df = 4kTR \cdot \frac{\omega_0}{4}$$



$$e_{out,A} = e_A \left(1 + \frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1+sRC}\right)$$



Otteniamo uno zero e 2 poli

$$v_{out,3}^2 = S_A \cdot \left(1+\frac{R}{R_1}\right)^2 \cdot \int_0^{\infty} \left|\frac{1+\frac{s}{\omega_z}}{\left(1+\frac{s}{\omega_0}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_u}\right)}\right|^2_{s=j\omega} df =$$

$$= S_A \cdot \left(1+\frac{R}{R_1}\right)^2 \cdot BW_{eq}$$

$$e_{out,A} \approx e_A\left(1+\frac{R}{R_1}\cdot\frac{1}{1+sRC}\right)\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{s}{\omega_u}\right)} = e_A \cdot \left(1+\frac{R}{R_1}\right)\cdot\frac{1+\frac{s}{\omega_z}}{\left(1+\frac{s}{\omega_0}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_u}\right)}$$

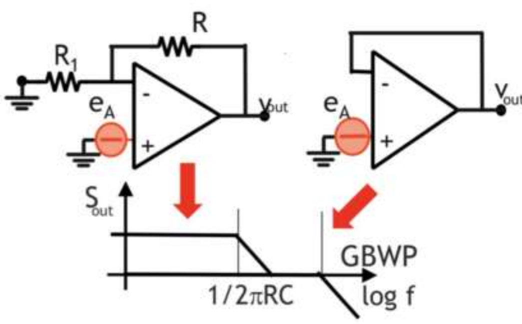
la vedo come banda equivalente

Per calcolare questi valori degli integrali abbiamo la tabella

System	Integral	Equivalent bandwidth [Hz]
1st order LP	$\int_0^{+\infty}\left\|\frac{1}{\frac{s}{\omega_0}+1}\right\|^2_{s=j\omega} df$	$\frac{\omega_0}{4}$
2nd order LP	$\int_0^{+\infty}\left\|\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{s}{\omega_0 Q}+1}\right\|^2_{s=j\omega} df$	$\frac{\omega_0 Q}{4}$
2nd order LP with zero	$\int_0^{+\infty}\left\|\frac{1+s/\omega_z}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{s}{\omega_0 Q}+1}\right\|^2_{s=j\omega} df$	$\frac{\omega_0 Q}{4}\left[1+\left(\frac{\omega_0}{\omega_z}\right)^2\right]$
2nd order BP	$\int_0^{+\infty}\left\|\frac{s/\omega_0}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+\frac{s}{\omega_0 Q}+1}\right\|^2_{s=j\omega} df$	$\frac{\omega_0 Q}{4}$
3rd order LP with zeros	$\int_0^{+\infty}\left\|\frac{n_2 s^2+n_1 s+n_0}{d_3 s^3+d_2 s^2+d_1 s+d_0}\right\|^2_{s=j\omega}$	$\frac{n_2^2 d_1 d_0 + d_3(n_1^2 d_0 + n_0^2 \ldots}{4 d_3(d_2 d_1 - d_3 \ldots}$

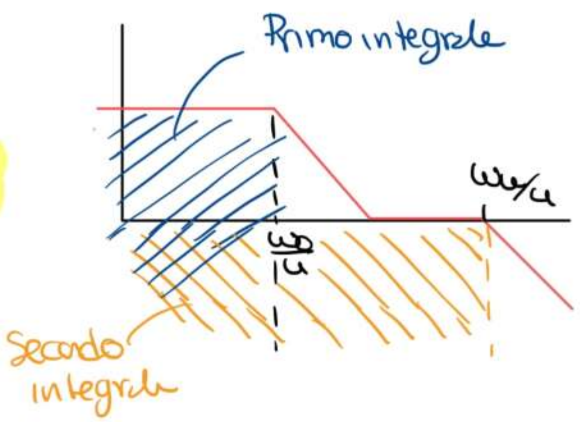
Attenzione questi integrali sono riferiti solo al rumore bianco.

Possiamo ricavare una soluzione ad occhio senza fare tutti sti fottuti calcoli?

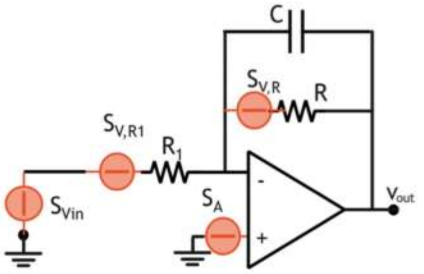


Posso vedere il rumore totale come l'integrale tra Sa moltiplicato per il gain in DC fino a $\omega_0/4$ e poi come Sa moltiplicato per un guadagno 1 fino a $\omega_u/4$.

$$v_{out,3}^2 = S_A \cdot \left(1+\frac{R}{R_1}\right)^2 \cdot BW_{eq} \rightarrow S_A \cdot \left[\left(1+\frac{R}{R_1}\right)^2 \frac{\omega_0}{4} + \frac{\omega_u}{4}\right]$$



Perciò posso utilizzare questa approssimazione



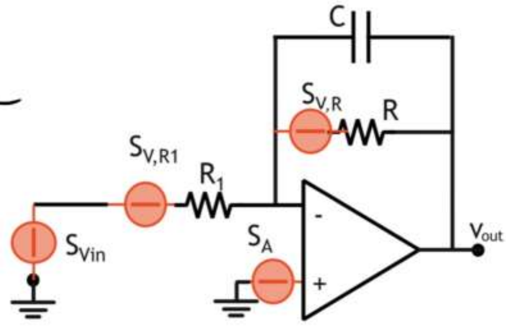
Vediamo che non tutti i rumori sono filtrati passabasso al rumore (SA). Ho rumore out of Band.

Tipicamente usiamo la NOISE Figure per vedere il rapporto tra output noise e input noise

$$v_{out}^2 \approx \left[S_{V,in}\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 + S_{V,R1}\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 + S_{V,R}\right]\cdot\frac{\omega_0}{4} +$$

$$+\, S_A \cdot \left[\left(1+\frac{R}{R_1}\right)^2\frac{\omega_0}{4} + \frac{\omega_u}{4}\right]$$

credo sia rumore out of band.



$$G = \frac{R}{R_1}$$

$$1+F \approx \left[1 + \frac{S_{V,R1}}{S_{V,in}} + \frac{S_{V,R}}{S_{V,in}G^2}\right] + \frac{S_A}{S_{V,in}G^2}\cdot\left[(1+G)^2 + \frac{\omega_u}{\omega_0}\right]$$

Per minimizzare il rumore sul SNR cosa dobbiamo fare?

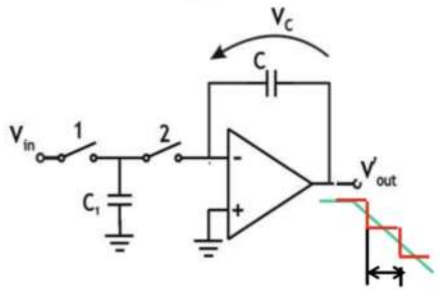
1) Mettiamo del guadagno così riduciamo il rumore.

2) Vediamo che il rumore di R1 va a confrontarsi direttamente con quello di Vin, allora dimensioniamo R1 per avere stesso rumore di Vin.

3) Se abbiamo la noise out of band usiamo un altro filtro semplice LPF per fare un cut off

ho saltato la lezione di venerdì 10/12/2021

Switched capacitor



Facciamo un "integratore" con i 2 transistor che si attivano in controfase. (La cosa rilevante è che i 2 switch non devono essere attivi insieme)

Supponiamo Vin costante.
Allora 1 si chiude e metto carica in C_1
Apriamo 1 e chiudiamo 2 allora la carica di C_1 va verso la terra virtuale e carica la capacità di feedback.

$$V_C = \frac{Q_C(0)}{C} + \frac{C_1 V_{IN}}{C}$$

Se facciamo questa roba una serie di volte vediamo che la tensione ai capi di C cresce a scalinate e quindi abbiamo che l'output scende a scalinate a sua volta.
La pendenza di questa discesa è $\frac{C_1 V_{IN}}{C \cdot T}$, dove T è il periodo degli interruttori.

Confrontandolo con un integratore normale possiamo dire che questa struttura

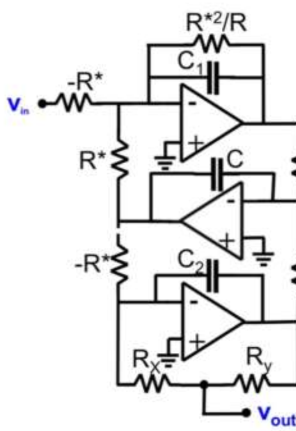
va a implementare una $R_{eq} = \frac{T}{C_1}$

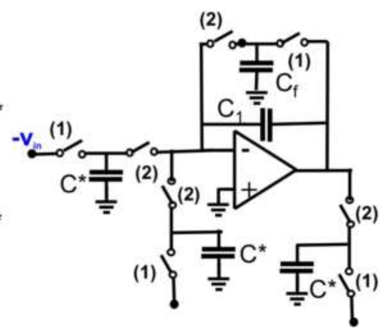
(Questo perché ricordiamo che l'integratore ha uscita $\frac{V_{in}}{RC}$ imponendo queste uguali a quella calcolata otteniamo R_{eq})

Questo conviene molto perché possiamo creare resistenze equivalenti molto grandi.
Inoltre in questo caso la unity gain frequency è

$$\omega_0 = \frac{1}{R_{eq} C} = \frac{C_1}{T C}$$

Questo ci va da dio perché possiamo compensare le variazioni tra i vari wafer uno perché dipende dal rapporto tra 2 componenti che va molto meglio rispetto al valore singolo, due dipende dal clock che è molto stabile anche in rispetto alla temperatura.
Questo è un esempio di implementazione:

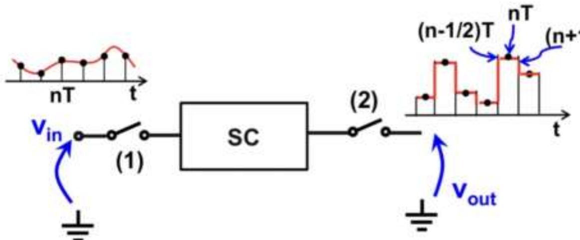




Rimuoviamo tutte le resistenze

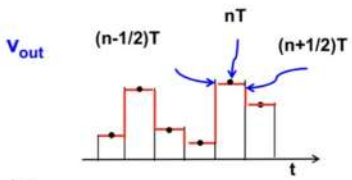
Notiamo che non abbiamo + resistenze e quindi non ci serve + un OPAMP ci basta un OTA e quindi consumiamo meno energia.

Occhio però che questo è un sistema samplato e quindi abbiamo che lo spettro d'uscita cambia:



Abbiamo che l'uscita è un'approssimazione della realtà fatta a step

Calcoliamo l'uscita:



Li vede come 2 step function una positiva e una negativa in modo che:

n-½ n+½

$$V_{out}(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)\{1[t-(n-1/2)T] - 1[t-(n+1/2)T]\}$$

$$V_{out}(s) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)\frac{1}{s}\left[e^{-s(n-1/2)T} - e^{-s(n+1/2)T}\right]$$

← Abbiamo calcolato laplace

$$V_{out}(s) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)\frac{1}{s}\left[e^{-s(n-1/2)T} - e^{-s(n+1/2)T}\right]$$

$$V_{out}(j\omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)\frac{e^{-j\omega nT}}{j\omega}\left[e^{+j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}\right]$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)e^{-j\omega nT}\cdot T\, sin\,c\,(\omega T/2)$$

← Passiamo a Fourier e vediamo che questo possiamo portarlo al seno, infatti otteniamo (moltiplicando e dividendo)

$$\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$$

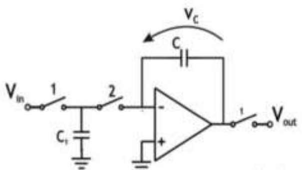
$$V_{out}(j\omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)e^{-j\omega nT}\cdot T\, sin\,c\,(\omega T/2)$$

← Non ho capito un cazzo

$$V_{out}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{out}(nT)z^{-n}$$

$$V_{out}(j\omega) = V_{out}(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} T\, sin\,c\,(\omega\, T/2)$$

Facciamo un esempio



$$V_{out}(n) = V_{out}(n-1) - \frac{C_1}{C}V_{in}(n-1)$$

$$V_{out}(z) = z^{-1}V_{out}(z) - \frac{C_1}{C}z^{-1}V_{in}(z)$$

è la trasformata z
z^{-1} corrisponde allo shift di uno step

$$V_{out}(z) = -V_{in}(z)\frac{C_1}{C}\underbrace{\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}} = -V_{in}(z)\frac{C_1}{C}\frac{1}{z-1}$$

è la sampled transfer function

$$V_{out}(z) = V_{in}(z)H(z)$$

$$V_{out}(j\omega) = V_{out}(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} T\, sin\,c\,(\omega T/2)$$

$$V_{out}(z) = V_{in}(z)H(z)$$

$$V_{out}(j\omega) = V_{in}(z)H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} T\, sin\,c\,(\omega T/2)$$

$$V_{in}(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = \sum_{n=0}^{+\infty} V_{in}(nT)e^{-j}$$

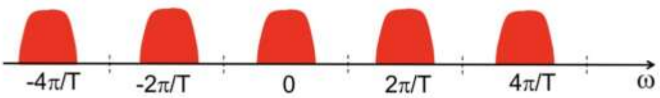
$$\sum_{n=0}^{+\infty} V_{in}(nT)e^{-jn\omega T} = F\left\{V_{in}(t)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\right\}$$

Otteniamo che l'uscita è la trasf di Fourier di questa strana moltiplicazione. Ricordiamo che la moltiplicazione diventa una convoluzione però

$$F\left\{V_{in}(t)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} V_{in}(t)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)\cdot e^{-j\omega t}dt$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_{in}(nT)\cdot e^{-j\omega nT}$$

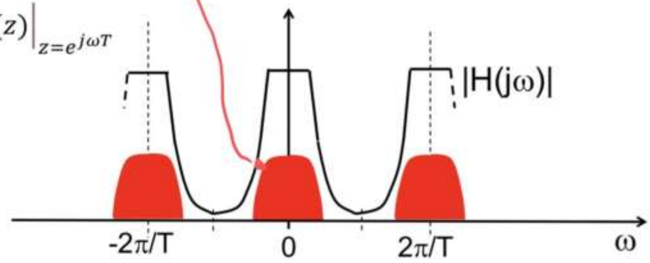
Tutto sto bordello per dire che noi generiamo delle repliche e che quindi dobbiamo stare attenti a non avere aliasing.

$$V_{in}(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = V_{in}(\omega) * \frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega - k\frac{2\pi}{T}\right) = \frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} V_{in}\left(\omega - k\frac{2\pi}{T}\right)$$



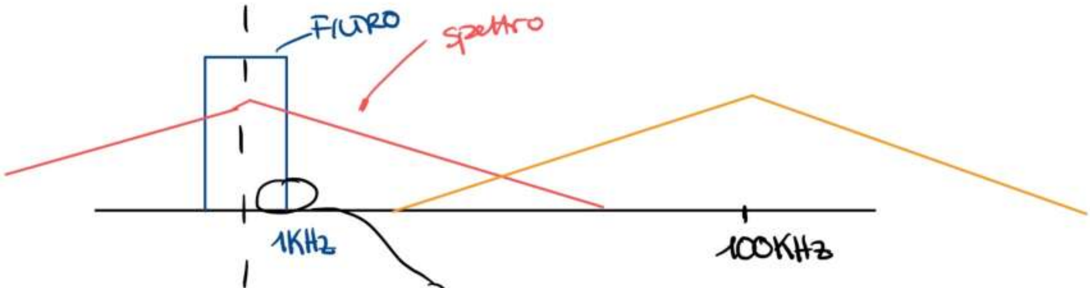
$$V_{out}(j\omega) = V_{in}(z)H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} T\, sin\,c\,(\omega T/2)$$

$H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}}$



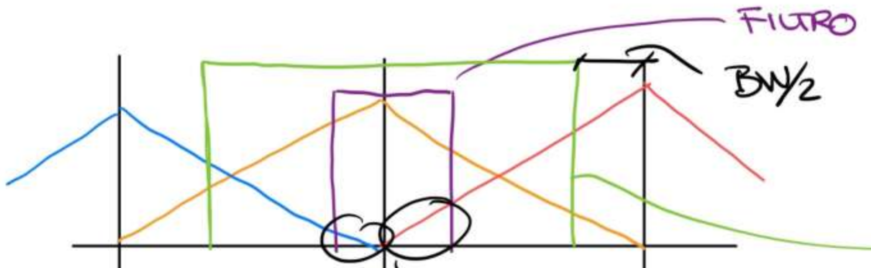
Notiamo che anche la transfer function è periodica

Ma figa noi facciamo tutto sto bordello per avere banda bassa ma poi dobbiamo comunque usare una resistenza enorme per fare il filtro anti aliasing? Nella realtà no perché l'anti aliasing sarà un po' più mollo.



Supponiamo di samplare il circuito a 100KHz

Noi dobbiamo solo evitare di avere aliasing nella banda del filtro. Capiamo quindi che il filtro anti aliasing deve tagliare tutto almeno BW/2 prima della replica

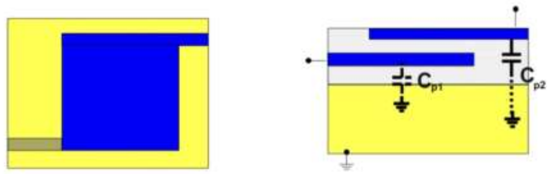


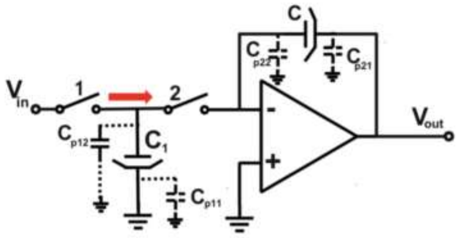
noi non vogliamo questi

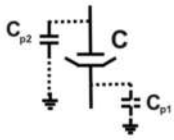
Filtro anti aliasing
Basta che vada a distanza almeno BW/2 dalla replica così quando si riporta il segnale non ci rompe

Non idealità

Non idealità dei condensatori
Sono presenti delle capacità parassite che scassano un botto le palle.



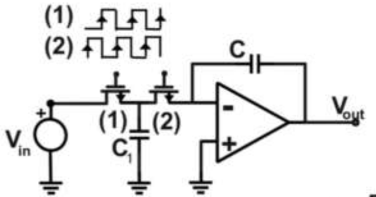




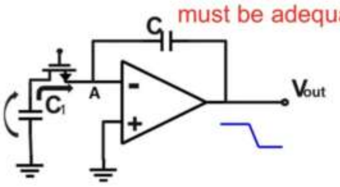
$$I_{IN} = \frac{Q_1}{T} = \frac{C_1 + C_{p12}}{T} V_{in} \qquad \Delta V_{out} = \frac{(C_1 + C_{p12})}{C} V_{in}$$

$$R_{eq} = \frac{T}{C_1 + C_{p12}}$$

Nella realtà anche gli switch non sono ideali ma sono fatti da MOSFET



OTA slew rate must be adequate

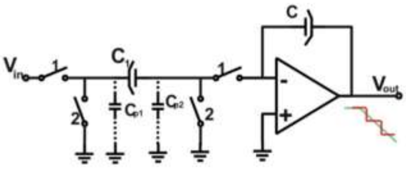


$$R_{ON} C_1 \approx \frac{T}{10}$$

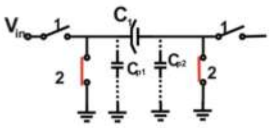
$$R_{ON} \approx \frac{L_{min}}{2k'W\,(V_{DD} - V_T)}$$

The higher the clock frequency the larger the switches are

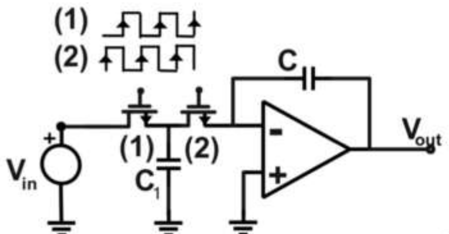
15.12.2021 **Ultima lezione!!!!!** 2h



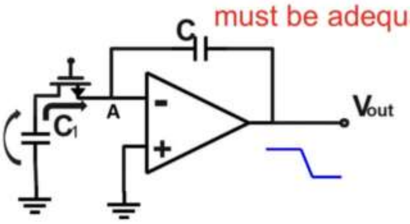
Tramite questa tecnica riusciamo a essere indipendenti dalle capacità parassite.



Mosfet come interruttori



OTA slew rate must be adequate



$$R_{ON} C_1 \approx \frac{T}{10}$$

$$R_{ON} \approx \frac{L_{min}}{2k'W\,(V_{DD} - V_T)}$$

The higher the clock frequency the larger the switches are

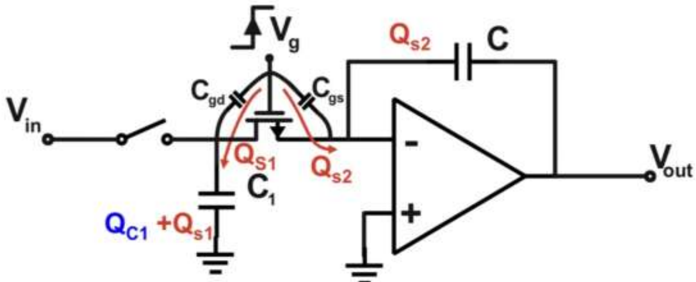
Per dimensionare i mos in primo ordine prendiamo la resistenza standard di un mos in triodo

$$R_{ON} = \frac{L_{min}}{2KW(V_{DD}-V_T)}$$

vediamo che per avere RON piccolo L deve essere minimo e W massimo.

Poi per dimensionare R setto che riesca a scaricare completamente la capacità in un ciclo di clock ($5\tau = RC$) → $R_{ON} C_1 = T/10$

Attenzione Non posso aumentare a cazzum W perché ho che il mio mos è in pratica un condensatore e quindi ho della roba tipo charge injection.



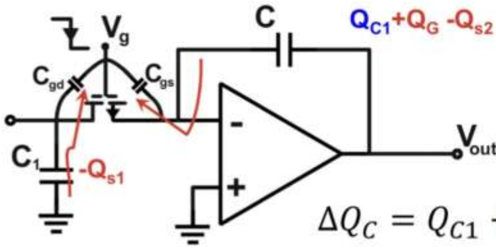
Questa carica in + va un po' su C_1 e un po' su C e questo fa sì che io non sia accurato.
Quindi alla fine del sampling sul condensatore ho: questa carica:

$$Q_{C1}+Q_{S1}+Q_{S2}$$

Quindi abbiamo sia la carica di C_1 che quella dei condensatori spuri.

Più grande è W del transistor maggiore sarà l'errore.
Ma non è finita qui, abbiamo anche uno switch off del transistor che fa sì che il transistor prenda carica.

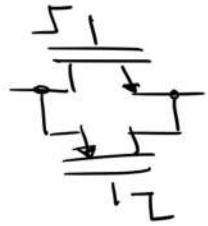
$Q_{C1}+Q_G-Q_{s2} \simeq \alpha Q_G$ ← Proporzionale a Q_G.



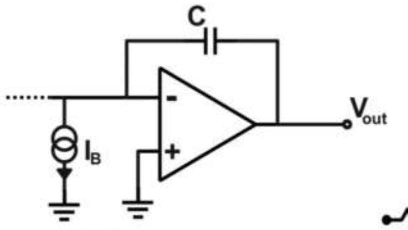
$$\Delta Q_C = Q_{C1} + \alpha Q_G$$

- Additional charge injection
- Proportional to transistor width
- Increasing with operating frequency

Esistono soluzioni circa a questi fenomeni tipo usare 2 MOS uno Pmos e uno nMOS in modo che uno dia carica e l'altro le prenda.

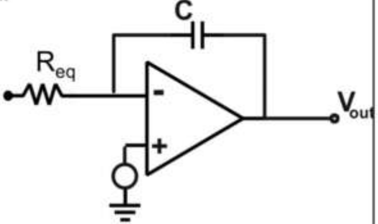


Questo errore delle cariche corrisponde ad un offset.



$$I_B = \frac{\alpha Q_G}{T}$$

Higher input referred offset



$$V_{OS} = I_B R_{eq}$$

In generale possiamo riassumere tutto con:

- **SC filter provides a discrete-time approximation of the continuous-time filter.**
- **The spectrum is characterized by replicas shifted by the sampling frequency, attenuated by e zero-order hold.**
- **An anti-alias continuous-time filter is placed before the SC filter.**
- **A reconstruction filter follows the SC filter to clean from the high frequency replicas.**
- **Requirements relaxed for large f_{ck}/f_0.**