

Analog Circuit Design

Appunti delle esercitazioni del
professor Mauro Leoncini
A.A. 2024-2025

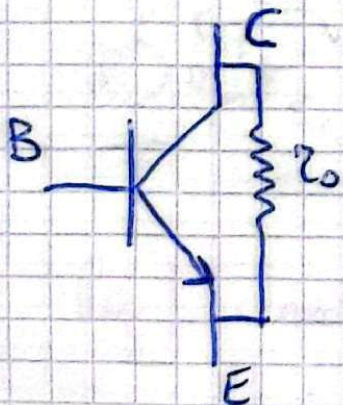
Emanuele Moroni
emanuele1.moroni@mail.polimi.it
emanuele.moroni99@gmail.com

Esperimento 2 2024

27/9/24

11/10/24

BJT Transistor



$$g_m = \frac{I_c}{V_{th}} \quad \text{dove} \quad V_{th} = \frac{KT}{q} \approx 25,8 \text{ mV} @ T=300K$$

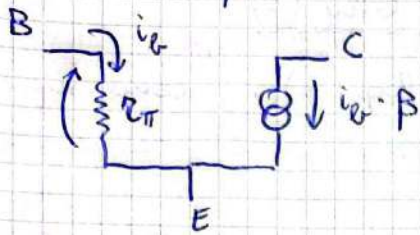
$$r_o = \frac{V_A}{I_c}$$

Active region : $V_{BE} > V_{THR}$ che è la tensione di soglia,
dove $V_{THR} \approx 0,7 \text{ V}$

$$V_{CE} > V_{CE, sat} \approx 0,2 \text{ V}$$

$$-I_C = I_B \cdot \beta, \quad I_E = (\beta + 1) I_B$$

Modello equivalente:



$$v_{BE} = i_b \cdot r_{\pi}, \quad \text{da cui } i_b = \frac{v_{BE}}{r_{\pi}},$$

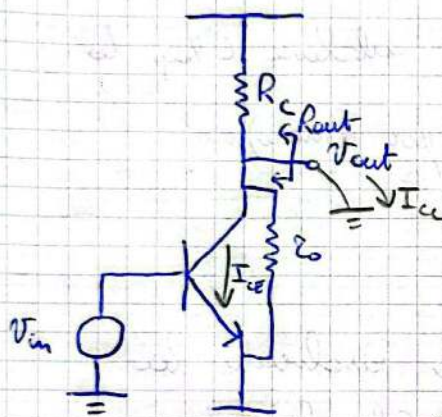
$$\text{perciò } i_b \cdot \beta = \beta \frac{v_{BE}}{r_{\pi}}, \quad \text{ma } r_{\pi} = \beta / g_m$$

perciò $i_b \cdot \beta = v_{BE} \cdot g_m$

Dimensioni tipiche: $50 \text{ V} < \beta < 150 \text{ V}$; $25 \text{ V} < V_A < 100 \text{ V}$

In regime di piccolo segnale:

Per calcolare la funzione di trasferimento
non usare Norton. Prima devo calcolare



$$I_{CE} = v_{in} g_m$$

non serve corrente.

Per R_c e per r_o

$$\Rightarrow I_{ce} = -v_{in} g_m$$

Peri devo calcolare R_{out}

$$R_{out} = R_c \parallel r_o \Rightarrow G = \frac{I_{ce} \cdot R_{out}}{v_{in}} = -g_m \frac{r_o \parallel R_c}{r_o}$$

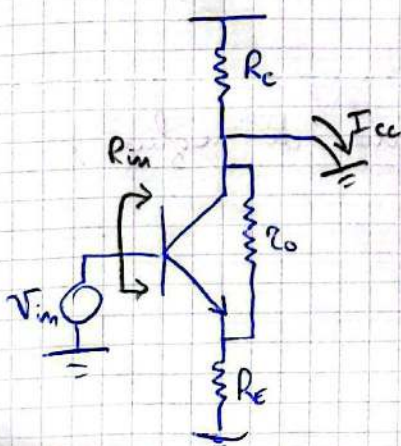
$$G_{max} = -g_m r_o \quad \text{Per il MOS: } G_{max} = \frac{2I_{DS}}{V_{ov}} \cdot \frac{V_A / I_{DS}}{I_{DS}}$$

$$\text{Per il BST: } G_{max} = \frac{I_C}{V_{th}} \cdot \frac{V_A / I_C}{I_C}$$

Peri in definitiva: per il MOS: $G_{max} = \frac{2V_A / I_{DS}}{V_{ov}}$

per il BST: $G_{max} = \frac{V_A / I_C}{V_{th}}$

Caso di emitter degeneration:



$$R_{in} = r_{\pi} + (1 + \beta)(R_E \parallel r_o)$$

$$i_b \approx \frac{v_{in}}{R_{in}} = \frac{v_{in}}{r_{\pi} + (1 + \beta)(R_E \parallel r_o)}$$

$$i_{ce} \approx -i_c = -\beta i_b = \frac{-v_{in} \cdot \beta}{r_{\pi} + (R_E \parallel r_o)(\beta + 1)}$$

Proviamo a fare la seguente semplificazione: dato che $r_o \gg R_E$ e $\beta \gg 1$, allora l'espressione diventa:

$$i_{cc} \approx - \frac{v_{in}}{1/g_m + R_E}$$

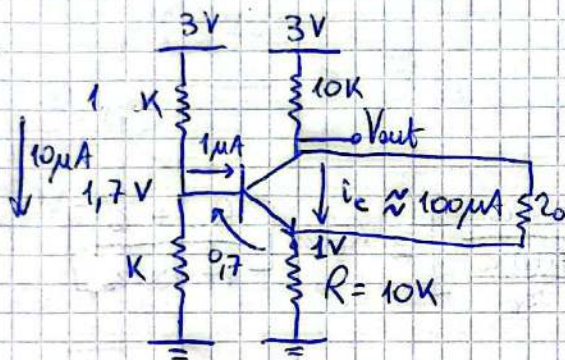
Ora calcoliamo R_{out} :

$$R_{out} = R_C \parallel \left[R_E \parallel r_{\pi} + r_o \left(1 + \frac{\beta R_E}{R_E + r_{\pi}} \right) \right] \quad \text{dove } r_{\pi} = \beta / g_m$$

Il guadagno massimo si ottiene per $R_E, R_C \rightarrow \infty$,

perciò $R_{out, max} = [r_{\pi} + r_o (1 + \beta)]$

Esempio numerico



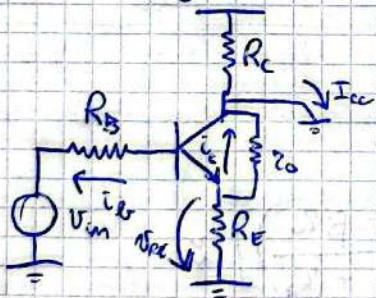
Verifichiamo una corrente che nasce per la rete che impone la tensione di base 10 volte maggiore di i_b .

$$V_{out} = 2,2 \text{ V}$$

Calcoliamo i parametri di piccolo segnale:

$$V_A = 50 \text{ V} \Rightarrow r_o = 500 \text{ k} ; \quad 1/g_m = 258 \Omega ;$$

$$r_{\pi} = \beta / g_m = 25,8 \text{ k} \quad \text{Vale che: } 1/g_m \ll \beta / g_m \ll r_o$$



$$\begin{cases} i_{cc} = \frac{v_{RE}}{R_E} - i_b \\ \beta i_b = i_{cc} + \frac{v_{RE}}{r_o} \\ (v_{in} + i_b R_B + v_{RE}) g_m = -\beta i_b \end{cases}$$

La corrente che entra nella base vale:

$$\text{Corrente di collettore: } \frac{v_{in} \cdot \beta}{R_B + r_{\pi} + (R_E \parallel r_o)(1 + \beta)} \quad \text{da cui:}$$

$$i_{cc} = - \frac{v_{in} \cdot \beta}{R_B + r_{\pi} + (R_E \parallel r_o)(1 + \beta)}$$

Considerando che $\beta \gg 1$ e $r_o \gg R_E, R_C$ allora

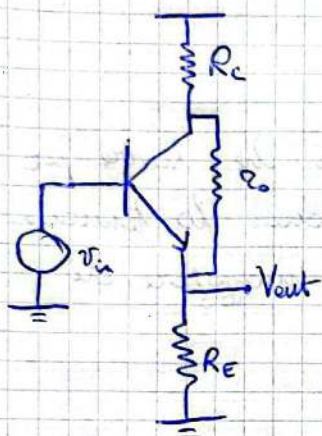
$$i_{cc} = - \frac{v_{in}}{\frac{1}{g_m} + R_E + \frac{R_B}{\beta}}$$

R_{out} è simile al caso precedente, solo che al posto di r_{π} devo mettere $R^* = r_{\pi} + R_B$, perciò:

$$R_{out} = R_C \parallel \left[R_E \parallel (r_{\pi} + R_B) + r_o \left(1 + \frac{\beta R_E}{R_E + r_{\pi} + R_B} \right) \right]$$

Emitter follower

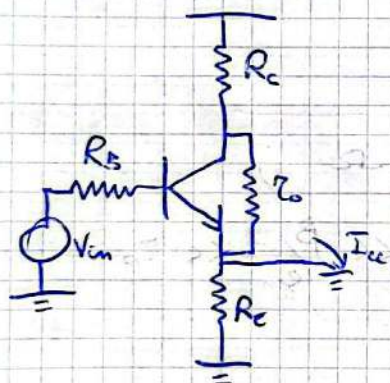
① Calcoliamo I_{cc} :



$$i_c = v_{in} g_m$$

$$I_{cc} \approx \frac{v_{in} g_m}{1 + \frac{R_C}{r_o}}$$

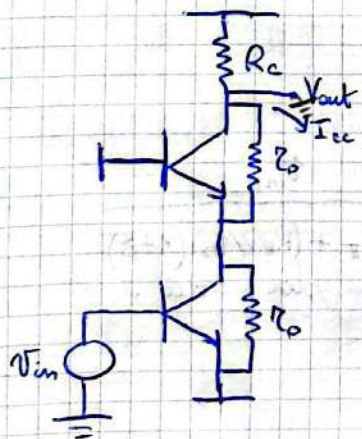
$$R_{out} = R_E \parallel \left[\frac{R_C + r_o}{1 + \frac{(\beta+1)r_o}{r_{\pi}}} \right] \approx R_E \parallel \left[\frac{R_C + r_o}{1 + R_C/r_o} \right]$$



$$I_{cc} = i_c \approx \beta i_b = \beta \frac{v_{in}}{R_B + r_{\pi}} = \frac{v_{in} g_m}{1 + \frac{g_m R_B}{\beta}}$$

con questa formula stiamo assumendo che $R_C \ll r_o$, se non è così:

$$I_{cc} = \frac{v_{in} g_m}{\left(1 + \frac{g_m R_B}{\beta} \right) \left(1 + \frac{R_C}{r_o} \right)}$$



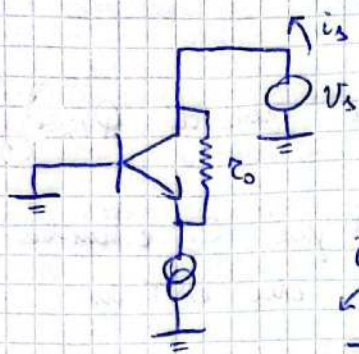
$$R_{out} = R_C \parallel \left[\underbrace{r_o \parallel r_{\pi}}_{\approx r_{\pi}} + r_o \left(\frac{1 + \beta r_o}{r_o + r_{\pi}} \right) \right] \approx$$

$$\approx R_C \parallel [r_{\pi} + \beta r_o] \approx R_C \parallel \beta r_o \text{ da cui}$$

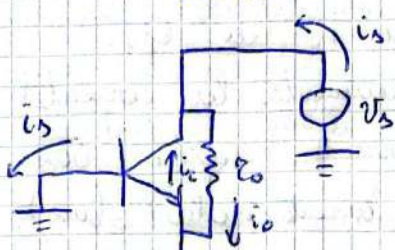
$$R_{max} = \beta r_o$$

$$i_c = v_{in} \cdot g_m, \quad i_{cc} \approx -i_c = -v_{in} \cdot g_m$$

Supponiamo il seguente circuito:



che in condizione di piccolo segnale diventa:

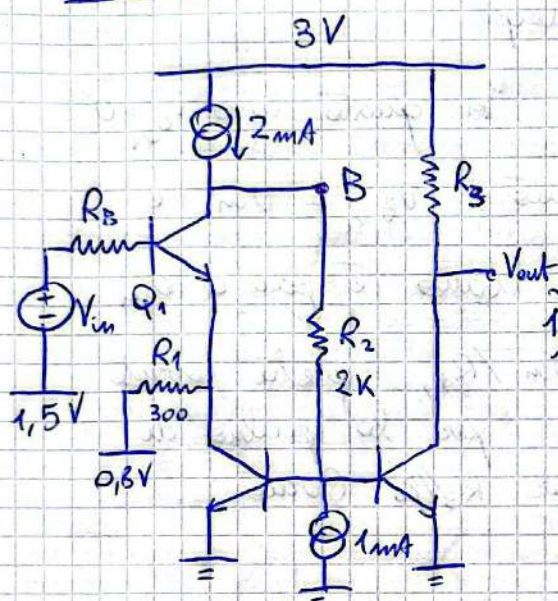


$$i_c = \beta i_b, \quad i_o = (\beta + 1) i_b$$

$$(0 - v_E) g_m = -i_c$$

$$R_{out} = (\beta + 1) r_o + r_{\pi} \approx (\beta + 1) r_o$$

Esercizio



$$\beta_{mpn} = 100; \quad V_A = 50V;$$

$$V_{CE, sat} = 0,2V; \quad V_{BE} = 0,7V;$$

$$R_B = 5K$$

1) Polarizzazione: ($V_{in} = 0V$)
Per effetto del loop, per Q_1 scorre 1mA di corrente.

$$I_{Q_1} = 2mA - 1mA = 1mA$$

La corrente di base è molto piccola, perciò la tensione ai capi di R_B è quasi nulla, perciò la tensione alla base vale 1,5V da cui la tensione all'emittore è 0,8V. $\Rightarrow$ Non scorre corrente per R_1 .

La tensione alle basi dei BJT in basso è 0,7V

$$V_B = 0,7 + 1mA \cdot R_2 = 2,7V$$

Per lo specchio di corrente, per R_3 scorre 1mA di corrente $\Rightarrow V_{out} = 3V - 1mA \cdot R_3 = 1,5V$

$$V_{RB} = \frac{1mA}{\beta} \cdot R_B = 10\mu \cdot 5K = 50mV$$

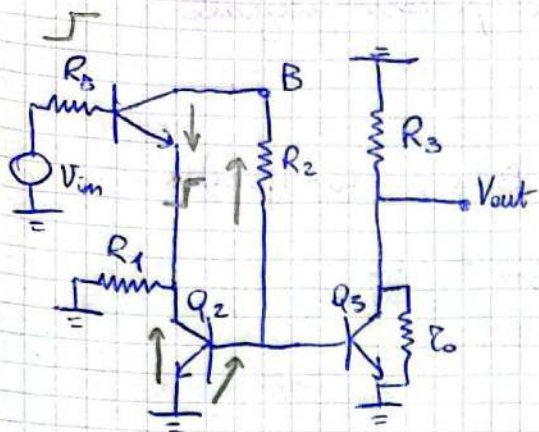
2) Ideal gain:

$$g_{m1} = g_{m2} = g_{m3} = 38,8 mA/V \Rightarrow \frac{1}{g_m} = 25,8 \Omega$$

$$r_o = 50 K\Omega$$

Ideal gain: assumiamo che G_{loop} è infinito.

Il circuito da considerare è il seguente:



Aumentando tensione alla base di Q_1 , aumenta i_c di Q_1 .

$\Rightarrow$ aumenta la corrente per R_2 e anche la corrente alla base del BST in basso (corrente dalla base).

Scorre corrente dall'emettitore al collettore del BST in basso, aumenta la tensione dell'emettitore di Q_1 e si è chiuso il loop.

$V_{be_{Q1}} \rightarrow 0$ e G_{loop} è infinito. In questo caso $i_{c_{Q1}} = 0$

Per R_B non scorre corrente, perciò $V_{be_{Q1}} = V_{in}$ e

$V_{be_{Q1}} = V_{in} \Rightarrow V_c$ del BST in basso è pari a V_{in}

Per R_1 scorre corrente pari a V_{in}/R_1 , questa corrente deriva tutta dal BST in basso, per lo principio di corrente scorre la stessa corrente per $R_3 \parallel R_o$ perciò:

$$G_{id} = \frac{R_3 \parallel R_o}{R_1} \approx \frac{R_3}{R_1}$$

Esercizio 3

14/10/24

Continuiamo l'esercizio:

R_{out} è la resistenza vista dall'uscita, essa non è influenzata dal loop e vale:

$$R_{out} = R_3 \parallel R_o$$

Invece la resistenza di ingresso è influenzata dal loop:

funzionamento del loop: alzo V_{in} , si alza la tensione alla base del BST, perciò aumenta la corrente di collettore. Il loop va studiato in verso orario: scorre maggior corrente verso l'alto per R_2 , questo causa un abbassamento della tensione alla base del BST in basso Q_2 .

Questo genera una corrente per Q_2 che va verso l'alto che per aumentare la tensione all'emettitore di Q_1 .

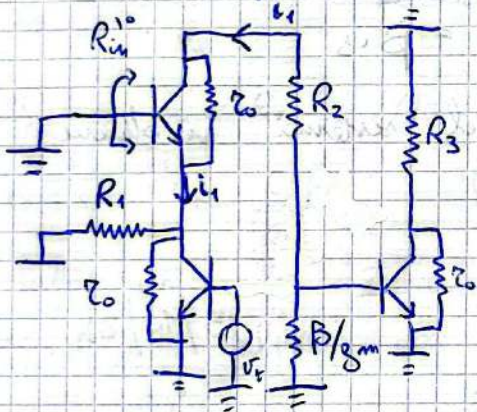
Stiamo testando l'ingresso in tensione, il loop agisce per annullare la variazione della tensione $V_{BE} \Rightarrow$ il loop agisce per ridurre la corrente: $\frac{V}{R \uparrow} = I \downarrow \Rightarrow$ la resistenza aumenta. Breve:

$R_{in} = R_{in}^o (1 - G_{loop})$, dove R_{in}^o è quella calcolata senza l'effetto della retroazione e G_{loop} è quello in DC.

Il loop non può agire su R_B , perciò è meglio scrivere:

$R_{in} = R_B + R_{in}^o (1 - G_{loop}^*(0))$ dove R_{in}^o è la resistenza vista dalla base del BJT, mentre $G_{loop}^*(0)$ è quello in assenza della resistenza R_B .

Calcoliamo quindi $G_{loop}^*(0)$: (quello in assenza di R_B)



dove β/g_m è la resistenza a valle del taglio, infatti la resistenza vista alla base del BJT è β/g_m .

Calcoliamo R_{in}^o : la resistenza al collettore è piccola può essere trascurata, perciò: (con varie semplificazioni):

$$R_{in}^o \approx r_{\pi} + \beta(R_1 \parallel R_2) \approx r_{\pi} + \beta R_1 = 32,5 \text{ k}$$

Calcolo ora G_{loop}^* : dato v_t , devo calcolare il segnale nell'impedenza ricostruita.

$$I_{C2} = v_t \cdot g_m$$

L'impedenza vista verso l'emettitore di Q_1 è $1/g_m$ perché r_o è grande, l'impedenza vista dall'emettitore di Q_1 verso il base è circa R_1 , perché $r_o \gg R_1$.

Breve: $i_1 \approx \frac{I_{C2} \cdot R_1}{R_1 + 1/g_m} = v_t \cdot g_m \frac{R_1}{R_1 + 1/g_m}$

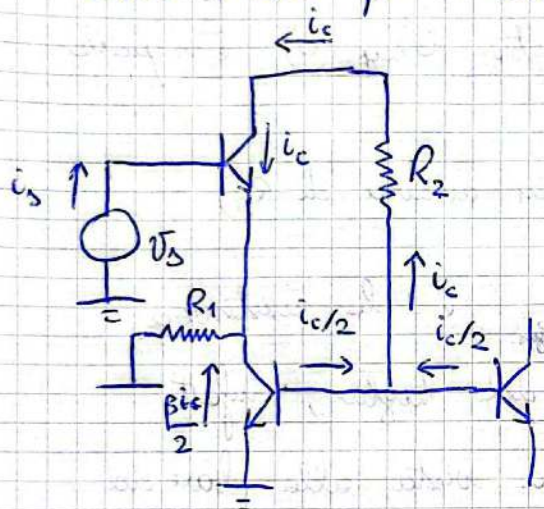
Trascurando la corrente di base, anche la corrente che scorre per R_2 vale i_1 . La corrente che scorre per β/g_m che è l'impedenza ricostruita vale $i_1/2$, il resto scorre per la base di Q_3 . Quindi:

$$G_{\text{leg}} \approx -i_1 \cdot \beta/2g_m \cdot \frac{1}{r_c} = -\frac{g_m R_1}{R_1 + 1/g_m} \cdot \frac{\beta}{2g_m}$$

$$R_{in} (1 - G_{\text{leg}}(0)) = \beta (1/g_m + R_1) \frac{g_m R_1 \beta}{(R_1 + 1/g_m) 2g_m} \approx \frac{\beta^2 R_1}{2}$$

$\Rightarrow$ grazie all'effetto della retroazione ho grande impedenza in input, il che è positivo.

Altro modo per calcolare R_{in} (senza contare R_B):



$$\begin{cases} i_c = i_s \cdot \beta \\ v_{R_1} = i_s \left(\beta + \frac{\beta^2}{2} \right) R_1 \\ (v_s - v_E) g_m = \beta i_s \end{cases}$$

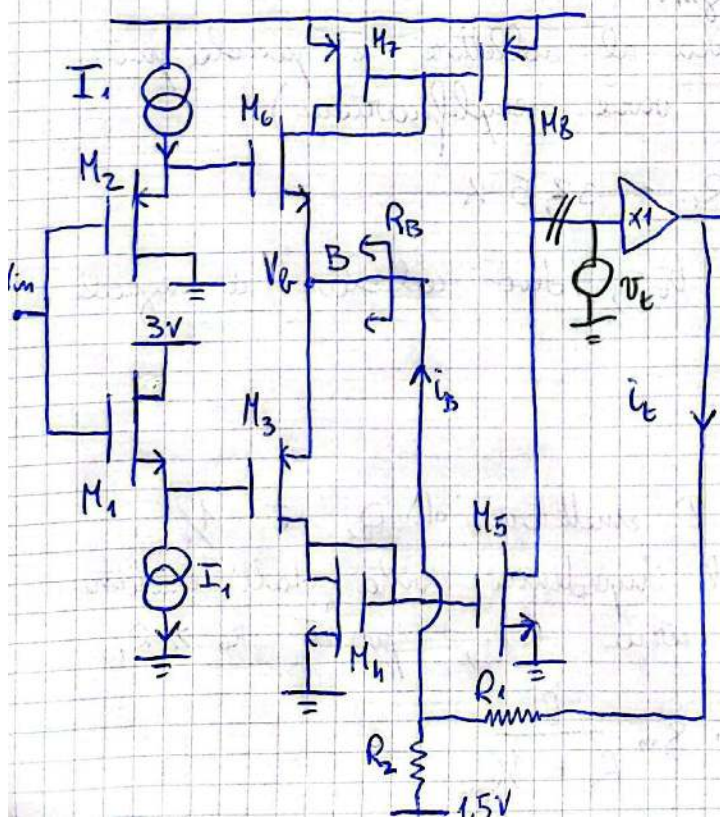
Risolvendo il sistema si ottiene:

$$\frac{v_s}{i_s} \approx \frac{\beta^2 R_1}{2}$$

4/10/24

15/10/24

Esercizio: file E03-2025 esercizio 2



M_2 e M_1 costituiscono due source follower, replicano la tensione V_{in} ai gate di M_6 e M_3 rispettivamente.

Se incremento V_{in} , aumenta quindi il gate di M_6 e aumenta la corrente di drain di M_6 . Mentre aumenta il gate di M_3 , quindi si genera una corrente che scorre per M_3 verso l'alto.

Se due correnti per M_3 e

M_6 si sommano scorrendo per il ramo che esce dal nodo B
 la corrente per M_6 è la stessa per M_7 , quella per
 M_3 è la stessa di M_4 . Per effetto dello specchio di
 corrente, la corrente per M_7 è uguale a quella per M_6
 e la corrente per M_4 è uguale a quella per M_5 .

Le correnti per M_5 e M_6 (verso l'alto e verso il basso
 rispettivamente) aumentano la tensione all'input del buffer $\Rightarrow$
 V_{out} aumenta $\Rightarrow$ aumenta V_b . L'effetto del log è
 portare a 0 la tensione di comando V_{GS} e V_{SD} dei
 MOS M_6 e M_3 , e quindi annullare la corrente per
 M_3 e M_6 .

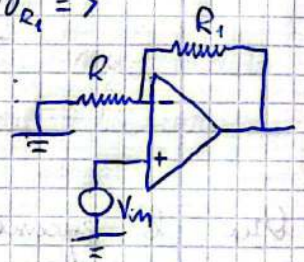
Questo comporta che il segnale di input è riportato identico
 al nodo B

$$i_{R_2} = \frac{V_{in}}{R_2}, \text{ questa stessa corrente scorre per } R_1 \Rightarrow$$

$$V_{R_1} = i_{R_2} \cdot R_1 = V_{in} \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow V_{out} = V_{in} + V_{R_1} \Rightarrow$$

$$G_{id} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad \text{Idealmente è equivalente a}$$

Tutto ciò che è a sinistra di M_3 e M_6
 non è affetto dal log.



Un posto comodo dove tagliare il log per calcolare
 G_{log} è in corrispondenza dell'ingresso del buffer, poiché
 il buffer ha l'ingresso a impedenza nulla.

Stesso taglio in ingresso al buffer e applico v_t in
 ingresso al buffer. Non devo ricostruire nessuna impedenza.

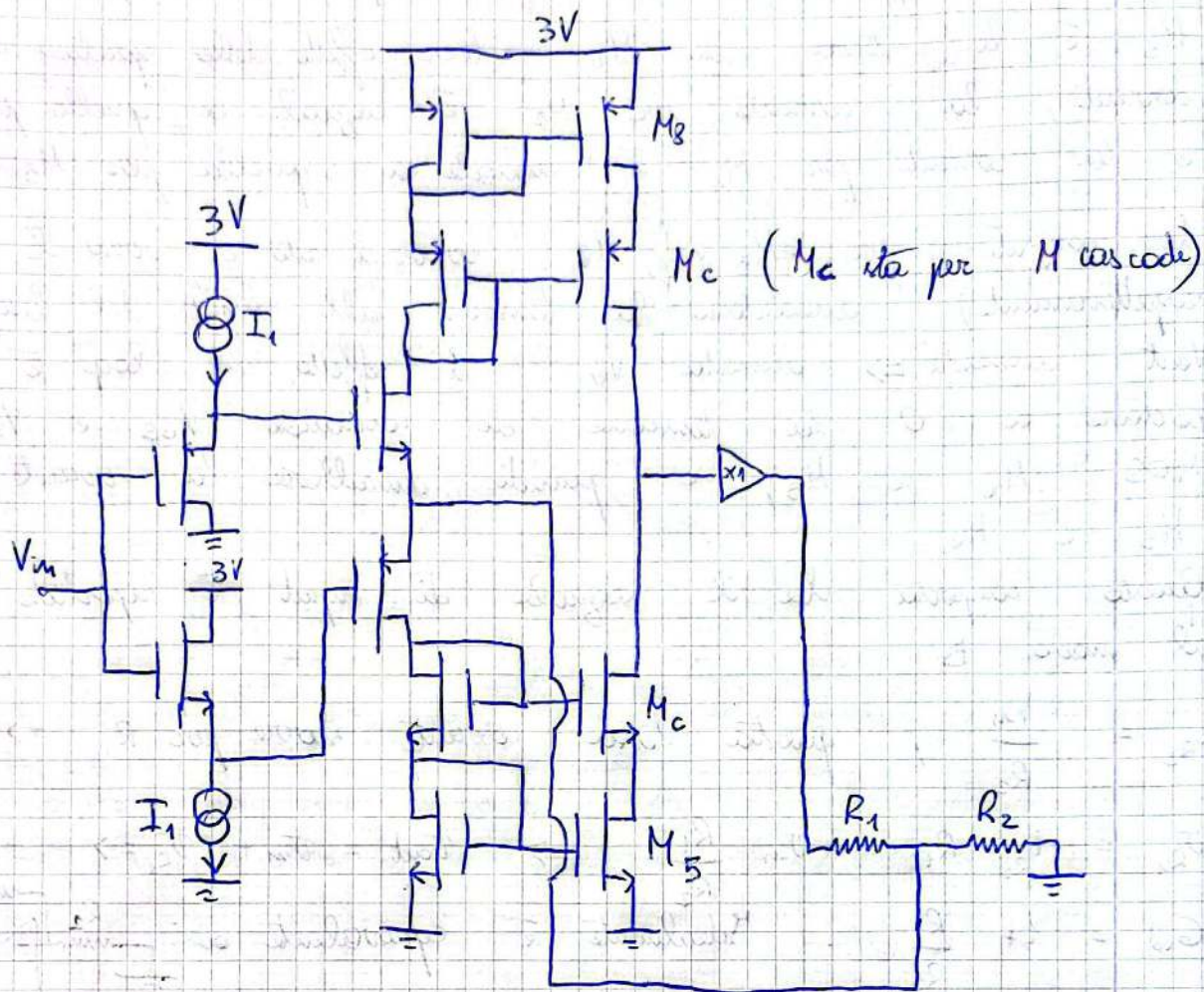
$$i_t = \frac{v_t}{R_2 \parallel R_B + R_1}, \quad i_b = i_t \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_B} \quad i_b \text{ si equipartisce}$$

tra M_3 e M_6 . V_m definitiva:

$$G_{log}(0) = -1 \cdot \frac{1}{v_t} \cdot i_t \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_B} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} [r_{o5} \parallel r_{o3}] = -15,4$$

$$G_{real}(0) = \frac{|G_{id}(0)|}{1 + \frac{1}{|G_{log}(0)|}}$$

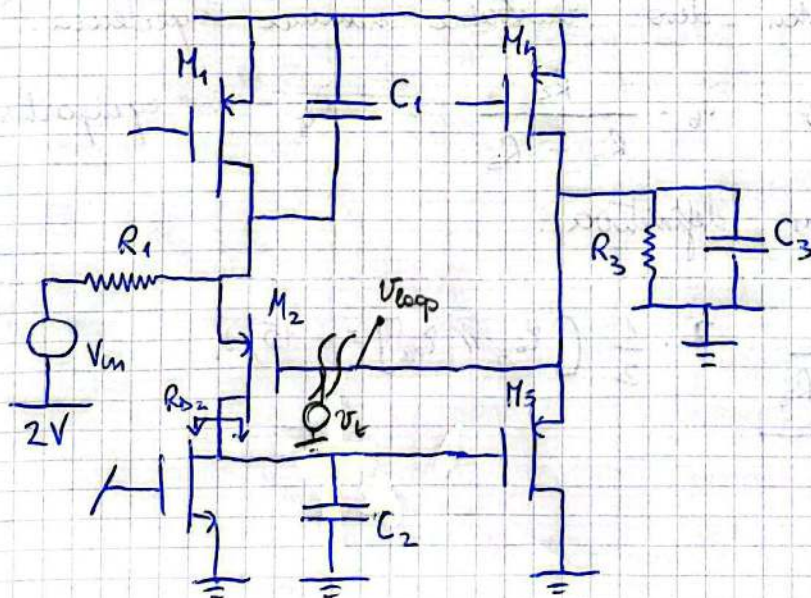
c) Per aumentare G_{loop} , si può modificare il circuito nel seguente modo:



Ora l'espressione di $G_{loop}(0)$ è:

$$G_{loop}(0) = - \frac{i_t}{v_E} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_B} \left[r_{o5} \parallel r_{o8} \left(\overbrace{g_{mC} r_{oC}}^{\approx 70 \div 100} \right) \right]$$

Esercizio: file E04-2025 esercizio 1



Devo calcolare l'effetto delle 3 capacità C_1 , C_2 e C_3 su G_{loop} .
Calcolo quindi i poli e gli zeri di G_{loop} .

Nel caso di loop aperto, la capacità τ_3 è indipendente dalle altre. Da cui:

$$f_{P_3} = \frac{1}{2\pi C_3 [R_3 \parallel r_{o1} \parallel r_{o5} \parallel 1/g_{m5}]} = 17,85 \text{ MHz}$$

Chiamo R_{D_2} l'impedenza vista verso il source del MOSFET2:

$$R_{D_2} = \frac{R_{D_2} + r_{o2}}{1 + g_{m2} r_{o2}}, \text{ dove } R_{D_2} \text{ è la resistenza vista}$$

dal drain di M_2 verso il basso, essa vale:

$$R_{D_2} = r_{o3} \text{ se } C_2 \text{ è circuito aperto}$$

$$R_{D_2} = 0 \text{ se } C_2 \text{ è corto circuito.}$$

C_1 vede ai suoi capi $r_{o1} \parallel R_1 \parallel R_{D_2}$, dove il valore di R_{D_2} dipende da $C_2 \Rightarrow$ Req di C_1 dipende da C_2 , perciò C_1 e C_2 sono interagenti.

Chiamo $\tau_{C_1}^0$ la costante di tempo associata a C_1 quando C_2 è un circuito aperto

$$\tau_{C_1}^0 = C_1 [R_1 \parallel \frac{r_{o3} + r_{o2}}{1 + g_{m2} r_{o2}}] \text{ sto trascurando } r_{o1}, \text{ ma essendo più grande si può trascurare.}$$

Con la stessa logica si definisce $\tau_{C_2}^0$

$$\tau_{C_2}^0 = 2\pi C_2 [r_{o3} \parallel \underbrace{[r_{o2} + (1 + g_{m2} r_{o2}) R_1 \parallel r_{o1}]}_{\text{resistenza vista dal drain di } M_2 \text{ verso l'alto}}], \text{ sapendo che } R_1 \parallel r_{o1} \approx R_1$$

$$\tau_{C_1}^0 = 2\pi C_1 (R_1 \parallel 1/g_{m2}) \text{ costante di tempo associata a } C_1 \text{ quando } C_2 \text{ cortocircuito. Analogamente:}$$

$$\tau_{C_2}^0 = 2\pi C_2 [r_{o3} \parallel r_{o2}]$$

l'assunzione semplificata è la seguente: nel caso di τ_i^0 :

$$\tau_1 = \sum_i \tau_i^0, \text{ mentre per il caso di } \tau_i^\infty$$

$$\frac{1}{\tau_2} = \sum_i \frac{1}{\tau_i^\infty} \text{ Per } \tau_1 \text{ domina la maggiore } \tau_i^0,$$

mentre per γ_2 domina la minore γ_1^∞ .

$$f_{P1} = \frac{1}{2\pi \gamma_1} = 4,81 \text{ MHz} \quad \text{e} \quad f_{P2} = \frac{1}{2\pi \gamma_2} = 100 \text{ MHz}$$

Ove valere che $f_{P1} \ll f_{P2}$, in tal caso l'approssimazione fatta funziona. Se ciò non è valido, bisogna

non ho ben capito come l'equazione:

$$1 + s(\gamma_1 + \gamma_2) + s^2 \gamma_1 \gamma_2$$

Calcoliamo ora gli zeri.

C_3 introduce uno zero a frequenza infinita, in tal caso infatti la tensione v_{eq} è zero perché cortocircuitata a massa.

Anche C_2 introduce uno zero a frequenza infinita, in tal caso infatti non c'è più variazione di tensione al gate di $M_5 \Rightarrow$ non scorre più corrente per M_5 .

Per calcolare lo zero introdotto da C_1 : supponiamo che $v_{eq} = 0 \text{ V}$, allora la corrente per M_5 è nulla.

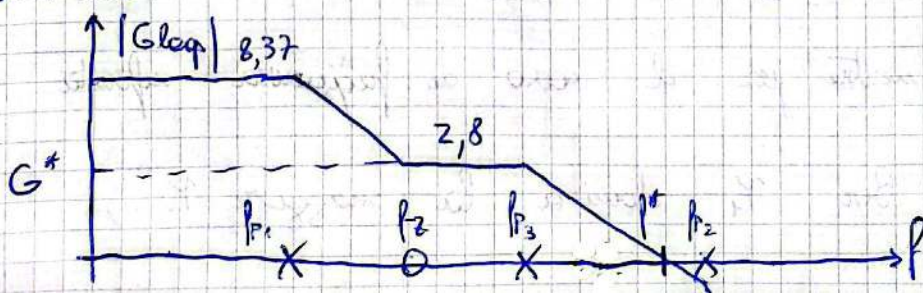
$\Rightarrow$ la tensione al gate di M_5 è nulla e perciò non scorre corrente per M_3 . Questo vale se anche la corrente per M_2 è nulla, perciò l'impedenza vista dal drain di M_2 verso l'alto deve essere infinita. In tal caso tutta la corrente generata da M_2 per effetto del comando v_b , scorre per r_{o2} .
Perciò, trascurando r_{o1} :

$$R_1 \parallel \frac{1}{sC_1} \rightarrow \infty \Rightarrow 1 + sCR_1 = 0 \Rightarrow s = -\frac{1}{CR_1}$$

perciò $f_z = -\frac{1}{2\pi C_1 R_1}$ ha il segno $- \Rightarrow$ posizionato nel semipiano sinistro.

$$f_z = 12,5 \text{ MHz}$$

Studiamo ora la stabilità usando il diagramma di Bode:



$$G_{\text{loop}}(0) \cdot p_{p_1} = G^* \cdot p_2 \Rightarrow G^* = 2,8$$

chiamo p^* la frequenza con la quale $G_{\text{loop}} = 1$

$$G^* \cdot p_{p_3} = p^* \Rightarrow p^* = 50 \text{ MHz} \quad G_{\text{loop}} \text{ inverte l'asse}$$

0 dB con pendenza 20 dB/dec $\Rightarrow$ il sistema è stabile.

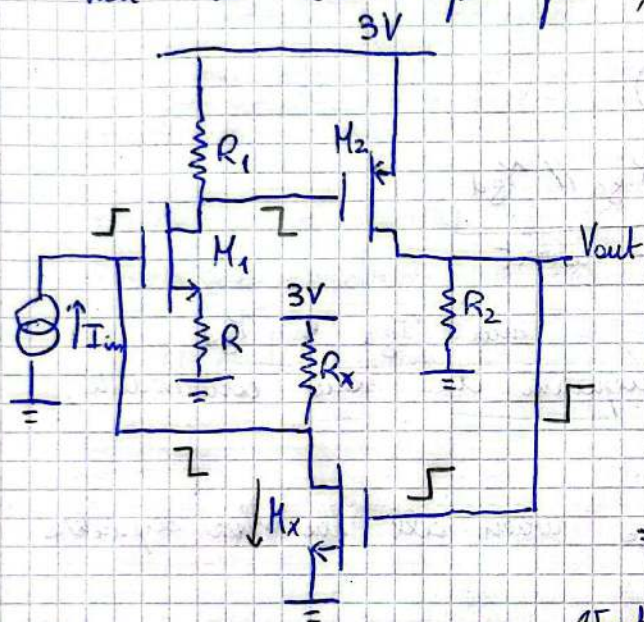
Calcoliamo il margine di fase:

$$\phi_M = 180^\circ - \arctan\left(\frac{p^*}{p_{p_1}}\right) + \arctan\left(\frac{p^*}{p_2}\right) - \arctan\left(\frac{p^*}{p_{p_3}}\right) - \arctan\left(\frac{p^*}{p_2}\right)$$

$$= 73^\circ, \text{ che è maggiore di } 45^\circ \Rightarrow \text{stabile.}$$

Esercizio 2

Non ho ben capito perché, ma non consideriamo le capacità.



la corrente I_{in} fa alzare la tensione del gate di M_1 , il loop agisce per opporsi e fa abbassare la tensione al gate di M_1 .

Perché il gate di M_1 è massa virtuale. Questo vuol dire che per R_x non scorre corrente e tutta I_{in} scorre per il canale di M_x .

$\Rightarrow$ il gate di M_x aumenta di:

$$V_{out} \cdot g_{m_x} = i_{in} \Rightarrow \frac{V_{out}}{i_{in}} = \frac{1}{g_{m_x}}$$

Calcoliamo ora G_{loop} : spegniamo i_{in} , tagliamo al gate di M_2 e applichiamo tensione V_t al gate di M_2 .

$$G_{\text{loop}}(0) = -g_{m_2} (r_{o_2} \parallel R_2) \cdot (-g_{m_x} (r_{o_x} \parallel R_x)) \left(-\frac{R_1}{R + \frac{1}{g_{m_1}}} \right) = -36,2$$

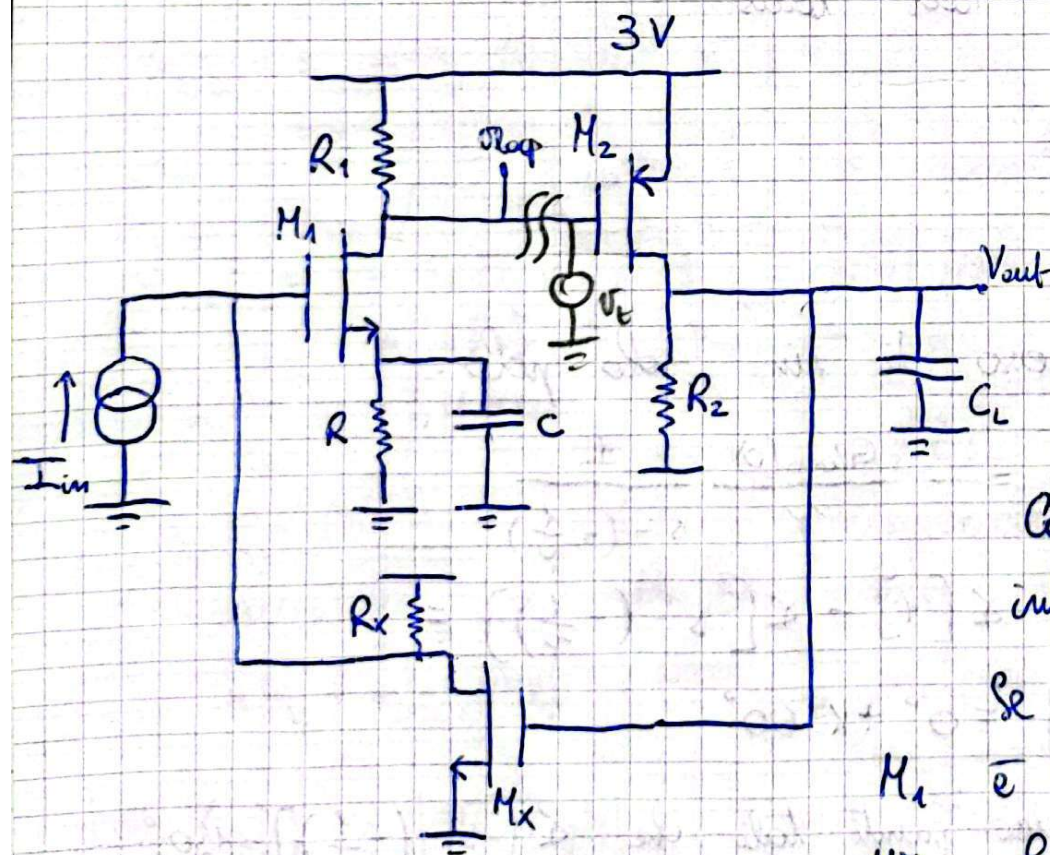
V_t genera una corrente per M_2 che scorre per $r_{o_2} \parallel R_2$.

- 1° fattore: trasferimento tra V_t e gate di M_x .
- 2° fattore: trasferimento tra gate di M_x e gate di M_1 .
- 3° fattore: trasferimento tra gate di M_1 e drain di M_1 .

8/10/2h

Esercitazione 5: file E04-2025

18/10/2h

Esercizio 2

$$c) P_1 = \frac{1}{2\pi C (R \parallel 1/g_{m1})}$$

questo è il polo introdotto da C supponendo che $r_{o1} = \infty$

$$P_L = \frac{1}{2\pi C_L R} \quad \text{polo introdotto da } C_L \text{ dove } r_{o2} = \infty$$

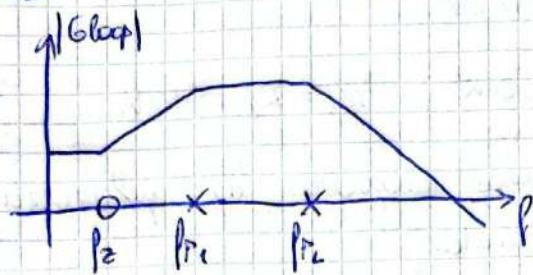
Calcoliamo gli zeri nel Gloop introdotti dalle capacità:

Se l'impedenza al source di M_1 è infinita, non scorre corrente per R_1 e quindi $V_{oq} = 0 \vee V_t$.

$$\text{Zero: } f_z: \frac{1}{sC} \parallel R \rightarrow \infty \quad \text{quando } s = -\frac{1}{CR} \quad \text{perio}$$

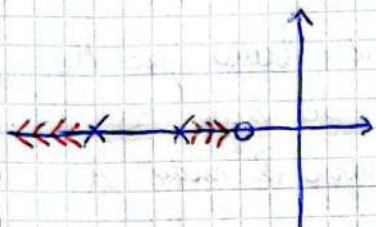
$$f_z = \frac{-1}{2\pi CR}$$

$$f_{p_L} = 1,6 \text{ MHz}; \quad f_{p_1} = 350 \text{ kHz}; \quad f_{p_2} = 31,8 \text{ kHz}$$



$|G_{bq}|$ interseca l'asse 0 dB
con pendenza $-20 \text{ dB/dec} \Rightarrow$
il circuito è stabile.

Root locus



d) Il fatto che $r_{o_1} = \infty$, annulla l'interazione tra le capacità C_e e C_p .

$f_p = \frac{1}{2\pi C_p R_1}$ pole introdotta da C_p . $V_{Bq} = 0$ per effetto di C_p , quando C_p è un cortocircuito.

$f_p = 318 \text{ kHz}$. Per la stabilità, dobbiamo coprire il pole f_p e posizionarlo prima o dopo dell'intersezione con l'asse 0 dB.

$|G_{bq}(0)| = 36$, chiamo G_1 il valore di G_{bq} tra f_{p_1} e f_{p_2} . $G_1 = G_0 \cdot \frac{f_{p_1}}{f_{p_2}}$. Chiamo G_2 il guadagno in corrispondenza di f_p .

$$G_1 \cdot f_{p_2} = G_2 \cdot f_p \Rightarrow G_2 = 2, \text{ dato che } G_2 > 1$$

allora $|G_{bq}|$ interseca l'asse 0 dB con pendenza -40 dB/dec .

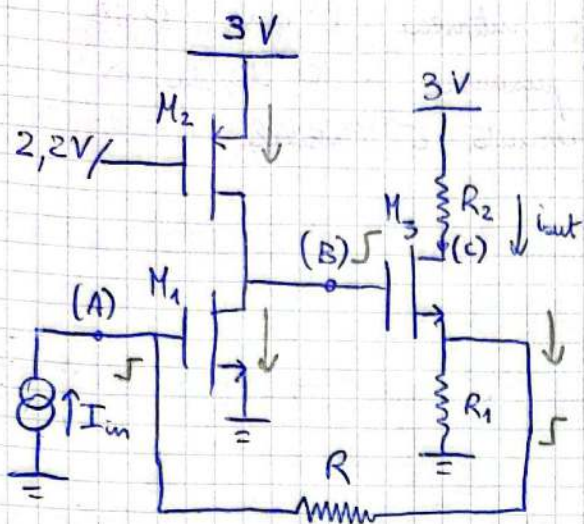
Per rimediare questo problema, posso ridurre la frequenza di f_{p_2} di un fattore 2, in modo tale che f_p coincida con la frequenza di taglio a 0 dB.

Raddoppio il valore di C_e , in questo modo $f_p = f_T$ (f_T frequenza di taglio) e $\phi_M \approx 45^\circ$

Esercizio 3

$$I_2 = 10 \mu A$$

$$R = 50 K ; R_1 = R_2 = 10 K$$



a) Abbiamo ricavare la polarizzazione del circuito.

Effetto del loop sulla polarizzazione: nuove corrente verso il basso per M_2 , si alza la tensione del nodo B, nuova più corrente verso il nodo A

$\Rightarrow$ si alza la tensione al nodo A $\Rightarrow$ aumenta la corrente per M_1 . Se il loop è ideale, la corrente per M_2 è uguale alla corrente per M_1 . $\Rightarrow I_1 = 10 \mu A$.

$$I_1 = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} V_{ov_1}^2 \quad \text{ipotizzando che } M_1 \text{ è in saturazione}$$

Si ricava $V_{ov_1} = 0,2 V$, e $V_T = 0,6 V$ allora $V_{GS_1} = 0,8 V$.
Dunque $V_A = 0,8 V$.

M_1 DC non può scorrere corrente per R , perciò la tensione ai capi di R_1 è $0,8 V$.

Corrente per R_1 : $I_{R_1} = \frac{0,8 V}{10 K} = 80 \mu A$. Tutta la corrente I_{R_1} scorre per il canale di $M_3 \Rightarrow I_3 = 80 \mu A$.

$$V_C = 3 V - R_2 \cdot I_{R_1} = 2,2 V$$

$$I_3 = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} V_{ov_3}^2 \Rightarrow V_{ov_3} = 0,2 V, \text{ perciò } V_B = 1,6 V$$

Abbiamo verificato che i transistori operano effettivamente in zona di saturazione, poi calcolare i valori i_o e g_m .
Con facili si applicano solo le formule.

b) Effetto del loop in condizione di piccolo segnale:

i_{in} alza la tensione al gate di $M_2 \Rightarrow$ si abbassa la tensione al gate di $M_3 \Rightarrow$ si abbassa la tensione al source di $M_3 \Rightarrow$ si abbassa la tensione al gate di M_1 . l'effetto del loop è che il gate di M_1 è una massa virtuale.

$$V_R = i_{in} \cdot R$$

$$i_{R_1} = \frac{V_R}{R_1} = i_{in} \frac{R}{R_1}$$

$$i_{out} = -[i_{in} + i_{R_1}] = -i_{in} \left[1 + \frac{R}{R_1} \right], \quad \frac{i_{out}}{i_{in}} = -\left(1 + \frac{R}{R_1} \right) = -6$$

c) Per calcolare G_{loop} tagliamo il loop al gate di M_3 e applichiamo v_t al gate di M_3 .

Dato che $r_{o3} \gg R_2$ allora:

$v_{sM_3} = v_t \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m3}}$, dove v_{sM_3} è la tensione al source di M_3 . Per R non molto corrente $\Rightarrow$ anche il gate di M_1 è alla tensione v_{sM_3} .

$$v_{loop} = -v_{gM_1} g_m (r_{o2} \parallel r_{o1}), \quad \text{ma } v_{gM_1} = v_{sM_3}$$

v_{x1} definitiva:

$$G_{loop}(0) = \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m3}} \cdot \left(-g_{m1} (r_{o2} \parallel r_{o1}) \right) \approx -88$$

Calcolo R_{in} : il gate di M_1 è massa virtuale, perciò l'effetto del loop è ridurre R_{in} .

$$R_{in} = \frac{R_{in}^0}{1 - G_{loop}(0)} = \frac{R + R_1 \parallel (1/g_{m3} \parallel r_{o3})}{1 - G_{loop}(0)} \approx \frac{R + R_1 \parallel 1/g_{m3}}{1 - G_{loop}(0)} = 580 \Omega$$

Calcoliamo ora R_{out} : dobbiamo capire se l'effetto del loop è aumentare o ridurre R_{out} .

Aumentando la tensione al nodo C, aumenta la corrente che scorre per r_{o3} e R_1 . Aumenta la tensione al source di M_3 e quindi anche quella al gate di M_1 . La tensione al gate di M_3 diminuisce $\Rightarrow$ questo genera una corrente verso l'alto per M_3 che si oppone alla corrente che scorreva in inizialmente per R_1 . $V = R \uparrow I \downarrow$, perciò:

$$R_{out} = R_{out}^0 (1 - G_{loop}(0)). \quad R_{out}^0 = r_{o3} + R_1 (1 + g_{m3} r_{o3})$$

Si ricava che: $R_{out} = 200 \text{ M}\Omega$.

d) C_B e C_{in} sono indipendenti.

21/10/24

$$f_B = \frac{1}{2\pi C_B (r_{o2} \parallel r_{o1})} \quad \text{polo di } C_B. \quad f_B = 200 \text{ kHz}$$

$$f_{in} = \frac{1}{2\pi C_{in} (R + R_i \parallel 1/g_{m3})} \quad \text{polo di } C_{in}$$

Stiamo calcolando le singolarità introdotte da C_E e C_{in} nel loop gain, perciò per calcolare le γ e gli zeri dobbiamo considerare il loop aperto. Entrambe le capacità introducono zeri a frequenza infinita nel loop gain.

$R_{o1} \parallel R_{o2}$ mi aspetto sia molto grande, mentre $R+R_i \parallel \frac{1}{g_{m3}}$ vale $50 \text{ k}\Omega$. Perciò mi aspetto che $p_B < p_{in}$.

Dobbiamo ottenere $\phi_H = 60^\circ$, dato che serve che $\phi_H > 45^\circ$, allora il secondo polo è maggiore del GBWP.

$f^* = 10 \text{ MHz}$, che si calcola considerando $|G_{loop}(0)|$ e p_B .

$$\phi_H = 180^\circ - \arctan\left(\frac{f^*}{p_B}\right) - \arctan\left(\frac{f^*}{p_{in}}\right) \Rightarrow$$

$$\arctan\left(\frac{f^*}{p_{in}}\right) = 30^\circ \Rightarrow p_{in} = \frac{f^*}{\tan(30^\circ)} = 24 \text{ MHz}.$$

Conoscendo p_{in} si può calcolare $C_{in, max}$ che vale 130 pF .

e) Posso scrivere l'espressione della funzione di trasferimento del loop:

$$G_{loop}(s) = \frac{G_{loop}(0)}{(1+s\gamma_B)(1+s\gamma_{in})}, \text{ sapendo } G_{loop}(s) \text{ e } G_{id}(s)$$

si può calcolare $G_{real}(s)$:

$$G_{real}(s) = \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}(s)}}, \text{ per calcolare i poli di } G_{real}(s)$$

devo calcolare il risultato dell'equazione: $1 - G_{loop}(s) = 0$.

Perciò: $(1+s\gamma_B)(1+s\gamma_{in}) = G_{loop}(0)$ da cui:

$$s^2 \gamma_{in} \gamma_B + s(\gamma_{in} + \gamma_B) + [1 - G_{loop}(0)] = 0$$

Devo ottenere la forma: $\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1 = 0$ perciò:

$$s^2 \frac{\gamma_{in} \gamma_B}{1 - G_{loop}(0)} + s \frac{\gamma_{in} + \gamma_B}{1 - G_{loop}(0)} + 1 = 0, \text{ da cui:}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1 - G_{loop}(0)}{\gamma_{in} \gamma_B}}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 18,6 \text{ MHz}$$

$$\frac{\gamma_{in} + \gamma_B}{1 - G \text{ loop}(0)} = \frac{1}{\omega_0 Q} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0 \gamma_{in} \gamma_B}{\gamma_{in} + \gamma_B} = 0,76$$

f) Ora $V_T = 0,62 \text{ V}$. Cambia il valore di I_2 :

$$I_2 = \frac{1}{2} \mu_P C'_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_2 (V_{S_2} - V_T)^2 = 8,1 \mu\text{A}.$$

I_2 è la stessa corrente che scorre per M_1 , perciò facendo i conti si ottiene che la tensione al gate di M_1 vale $0,78 \text{ V}$. Per R non scorre corrente, perciò anche ai capi di R_1 c'è tensione $0,78 \text{ V}$ e

$$I_{R_1} = \frac{0,78 \text{ V}}{R_1} = 78 \mu\text{A}.$$

la corrente per R_1 è anche quella

che scorre per M_3 , sapendo I_3 e V_{S_3} si può calcolare V_{G_3} . Si ottiene V_B (uguale a V_{G_3}) = $1,58 \text{ V}$

$$\Delta V_A = 20 \text{ mV} \quad \text{e} \quad \Delta V_B = 22 \text{ mV}$$

Si può anche ottenere questo risultato facendo un'analisi sul piccolo segnale, come se la variazione di V_T fosse un segnale applicato a M_2 .

$$\Delta i_2 = \Delta V_T \cdot g_{m_2} \quad \text{che scorre verso l'alto per } M_2.$$

Chiamo $V_B^{(0)}$ la variazione di V_B nel caso di open loop. $V_B^{(0)} = \Delta i_2 \cdot (r_{o_1} // r_{o_2}) = 1,9 \text{ V}$. L'effetto del loop è ridurre questa variazione:

$$V_B = \frac{\Delta i_2 (r_{o_1} // r_{o_2})}{1 - G \text{ loop}(0)} = 21 \text{ mV}; \quad V_A = \frac{V_B^{(0)} - V_B}{G_1} = 18,8 \text{ mV}.$$

Non ho ben capito questo secondo metodo.

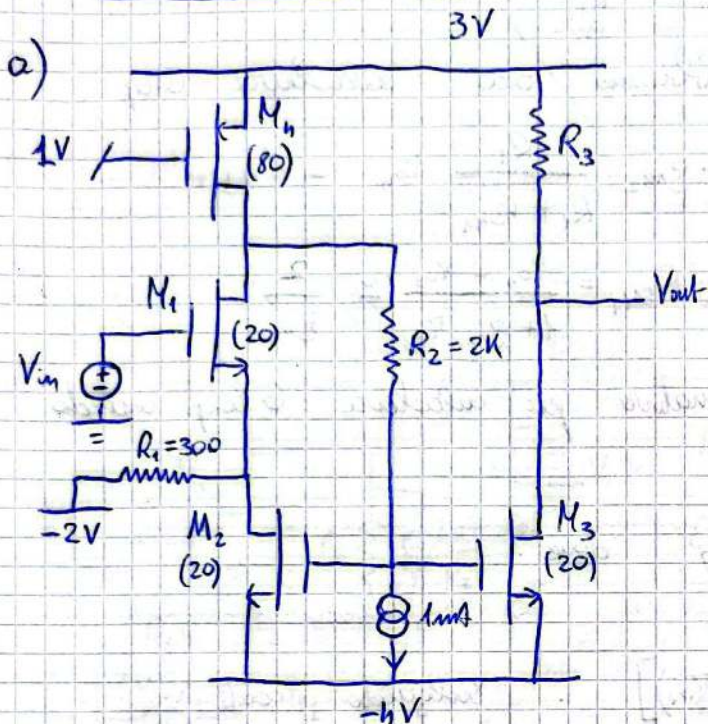
Altra soluzione: ridurre la frequenza del primo polo p_1 in modo tale che p_1 coincida con p^*

16/10/24

27/10/24

Esercitazione 6

File: E05 Esercizio 1



$$I_{M1} = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} 80 (3V - 1V - |V_T|)^2 = 2mA$$

la corrente per R_2 è fissata dal generatore $\Rightarrow I_{M1} = 1mA$

$$I_{M2} = 1mA = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} (20) [0 - V_S - V_T]^2$$

da cui $V_S = -2V$

In DC la tensione ai capi di R_1 è nulla.

la corrente che scorre per M_1 scorre anche per M_2 . M_2 e M_3

hanno stessa tensione $V_{GS} \Rightarrow$ anche per M_3 scorre $1mA$, che scorre per R_3 perciò:

$$V_{out} = 3V - 1mA \cdot 3k\Omega = 0V$$

$$V_{G2} = -2V \quad (\text{si calcola sapendo } I_{M2} = 1mA \text{ e } V_{S2} = -4V)$$

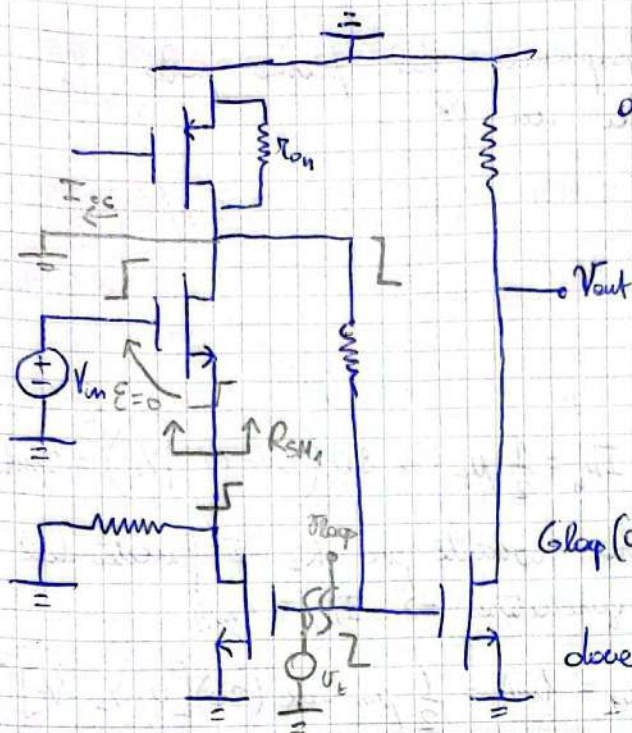
$$V_{G2} = -2V, \quad R_2 = 2k \quad \text{e} \quad i_{e2} = 1mA \quad \Rightarrow V_{D1} = 0V.$$

Si può verificare che effettivamente i transistori sono in saturazione.

b) Passiamo ora all'analisi di piccolo segnale:

C'è una retroazione, dobbiamo capire come questa retroazione opera. Il senso del loop è orario, poiché il segnale si prende verso il drain di M_2 si interrompe la propagazione.

Il loop agisce affinché $v_{gs1} = 0V$, perciò ai capi di R_1 c'è tensione pari a v_{in} e scorre corrente per R_1 . Questa corrente scorre interamente per M_2 dato che $v_{gs1} = 0V$.



ha corretto per M_2 non è uguale
anche per M_3 e per R_3 , definendo
la tensione V_{out} .

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{R_1} \cdot R_3 \Rightarrow$$

$$G = \frac{R_3}{R_1}$$

Abbiamo ora calcolare G_{eq} :

$$G_{eq}(0) = -g_{m2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{SH1}} \cdot r_{on} = -46$$

$$\text{dove: } R_{SH1} = \frac{r_{on} + r_{o1}}{1 + g_{m1} r_{o1}} \approx \frac{2}{g_{m1}}$$

Proviamo ora un metodo alternativo per calcolare G_{eq} usando
il teorema di Norton:

$$G_{eq}(0) = -g_{m2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m1}} \cdot R_{out}, \quad \text{dove:}$$

$$R_{out} = r_{on} \parallel [r_{o1} + R_1 (1 + g_{m1} r_{o1})] \quad \text{Inserendo i conti si}$$

ottiene: $G_{eq}(0) = -46$.

d) $C_{P1} = C_{P2} = 1 \text{ pF}$. C_{P1} vede in parallelo ai suoi
capi una resistenza dell'ordine di $r_{o1}/2$, cioè circa
50 k Ω . Mentre C_{P2} vede ai suoi capi una resistenza
inferiore a $R_1 = 300 \Omega$. Quindi i poli introdotti da C_{P1} e
 C_{P2} sono molto distanti.

$\gamma_1 = C_{P1} \cdot r_{o1} \parallel [r_{o1} + (1 + g_{m1} r_{o1}) R_1]$ supponendo C_{P2} un circuito
aperto. Calcoliamo γ_{P2} supponendo P_1 un cortocircuito.

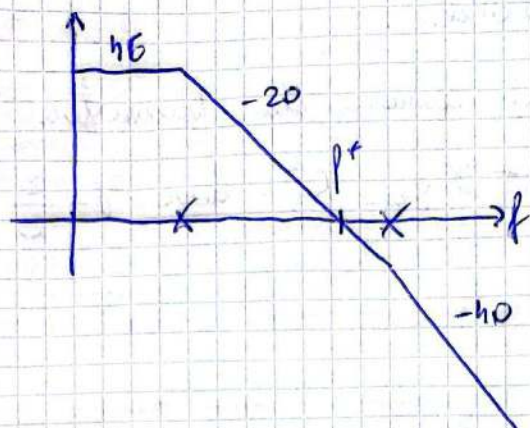
$$\gamma_{P2} = C_{P2} (R_1 \parallel 1/g_{m1}). \quad \text{Da } \gamma_1 \text{ si calcola } f_{P1} = 2,6 \text{ MHz}$$

$$\text{e da } \gamma_2 \text{ si calcola } f_{P2} = 850 \text{ MHz.}$$

È vero che $f_{P2} \gg f_{P1}$, però è corretto calcolare
 γ_1 considerando C_{P2} circuito aperto e calcolare γ_2
considerando C_{P1} un cortocircuito.

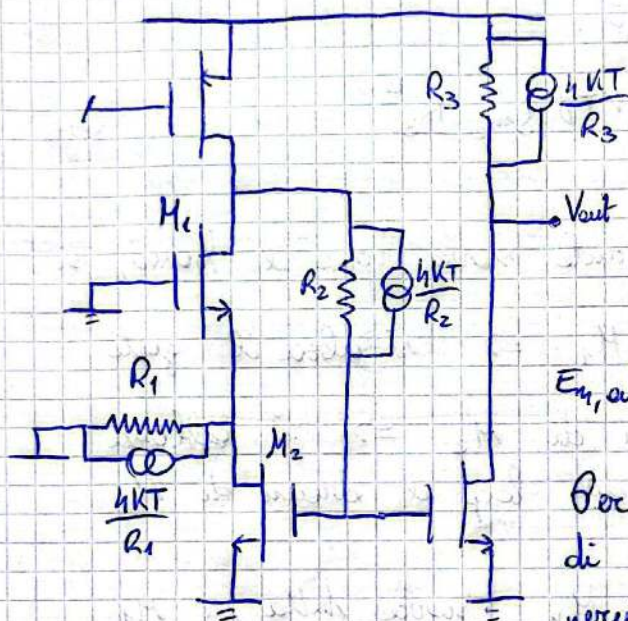
Entrambi gli zeri di G_{loop} sono a frequenza infinita.

$$f^* = 73 \text{ MHz}$$



G_{loop} interseca l'asse 0dB con pendenza -20 dB/dec, inoltre f^* è più di 10 volte minore di f_z
 $\Rightarrow \phi_H = 90^\circ$

c) studiamo il rumore: prima solo il rumore dei resistori:



$$E_{n,out}|_{R_3} = \frac{4KT}{R_3} [R_{out}]^2, \text{ dove}$$

$$R_{out} = r_{o3} \parallel R_3 \approx R_3, \text{ perciò}$$

$$E_{n,out}|_{R_3} \approx 4KTR_3$$

$$E_{n,out}|_{R_1}:$$

Per effetto della retroazione, il source di M_1 è a massa virtuale, perciò tutta la corrente del generatore

di R_1 scorre per M_2 , viene amplificata su M_3 , scorre per R_3 e definisce V_{out} . Perciò:

$$E_{n,out}|_{R_1} = \frac{4KT}{R_1} [-R_{out}]^2 \approx \frac{4KT}{R_1} R_3^2$$

$E_{n,out}|_{R_2}$: tutta la corrente del generatore di R_2 scorre per

R_2 . Voltage power spectral density ai capi di R_2 vale:

$$\frac{4KT}{R_2} \cdot R_2^2 = 4KTR_2. \text{ Supponiamo che il verso della}$$

corrente per R_2 sia tale da abbassare la tensione al gate di M_2 , la tensione al drain di M_2 quindi diminuisce e così anche quella al drain di M_1 . Questo fa abbassare anche la tensione al gate di M_2 . $\Rightarrow$ il gate di M_2 sta fisso come un nodo di massa

virtuale. Non ha ben capito perché, ma il contributo di R_3 sull'uscita è trascurabile.

p) Calcoliamo ora il contributo dei rumori dei transistori:

$$E_{n, out} \Big|_{M_3} = 4KT \gamma g_{m3} [R_{out}]^2 \approx 4KT \gamma g_{m3} R_3^2 \quad \text{dove } \gamma = \frac{2}{3}$$

stesso contributo del rumore di R_3 .

$E_{n, out} \Big|_{M_2}$: il rumore di M_2 ha lo stesso contributo in uscita del rumore di R_1 . Perciò:

$$E_{n, out} \Big|_{M_2} = 4KT \gamma g_{m2} R_{out}^2 \approx 4KT \gamma g_{m2} R_3^2$$

$E_{n, out} \Big|_{M_1}$: supponendo che la corrente source verso il drain, si alza il nodo di drain di $M_1 \Rightarrow$ si alza il gate di M_2 , si abbassa il drain di $M_2 \Rightarrow$ si abbassa il drain di $M_1 \Rightarrow$ per effetto del loop il drain di M_1 è massa virtuale. La corrente del generatore di M_1 scorre tutta per M_2 .

$$i_{M_1} = v_{gs, M_1} g_{m1}, \quad \text{ma } v_{gs, 1} = 0, \quad \text{perciò } v_{ds, 1} = - \frac{i_{M_1}}{g_{m1}}$$

Nota la tensione al source di M_1 , si può calcolare la corrente che scorre per R_1 (verso il source di M_1)

questa vale $\frac{i_{M_1}}{g_{m1} R_1}$, questa corrente e i_{M_1} si sommano, scorrono per M_2 e vengono speculari in uscita. linearmente:

$$v_{out} = i_{M_3} \left[1 + \frac{1}{g_{m1} R_1} \right] R_3. \quad \text{Perciò:}$$

$$E_{n, out} \Big|_{M_1} = 4KT \gamma g_{m1} \left[\left(1 + \frac{1}{g_{m1} R_1} \right) R_3 \right]^2$$

$E_{n, out} \Big|_{M_1}$: il generatore di corrente di rumore si può

sostituire con un generatore di tensione equivalente per-
zionato al gate di M_1 .

Questo generatore di tensione ha power spectral density pari a:

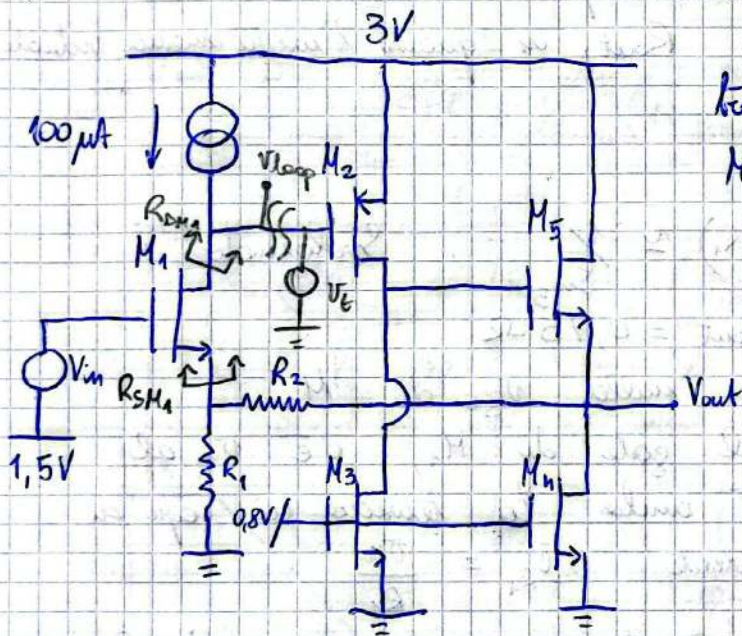
$$\frac{hKT\delta}{g_{m_1}^2} = \frac{hKT\delta}{g_{m_1}}$$

Ora questo generatore di rumore

$\bar{e}$ posizionato come $V_{in} \Rightarrow$ il trasferimento $\bar{e}$ è equivalente al guadagno che $\bar{e} = \frac{R_3}{2}$. Verifichiamo:

$$E_{n, \text{out}} \Big|_{\mu_1} = \frac{4kT\gamma}{g_{m1}} \left[\frac{R_3}{R_1} \right]^2$$

Exercício 2



a) Compute the DC loop gain:

trasferimento tra v_t e gate di N_5

$$-g_{m_2} (r_{o_2} \parallel r_{o_3})$$

trasforminto tra gate di M_5 e
source di M_5 :

$$\frac{r_{o5} \parallel r_{o4} \parallel (R_2 + R_1 \parallel R_{SM1})}{1/g_{m5} + r_{o5} \parallel r_{o4} \parallel (R_2 + R_1 \parallel R_{SM1})}$$

ma $R_{SH_1} = \frac{R_{OH_1} + r_{o1}}{1 + g_{m1}r_{o1}}$, dato che $R_{OH_1} = \infty$ allora $R_{SH_1} = \infty$.

Ora mi il trasferimento dal gate di M_5 al source di M_5

vale: $\frac{r_{o5} \parallel r_{on} \parallel (R_2 + R_1)}{1/g_{m5} + r_{o5} \parallel r_{on} \parallel (R_2 + R_1)} \approx 1 \Rightarrow$ praticamente un source follower ideale.

Trasferimento tra il source di M_5 e il source di M_1 :

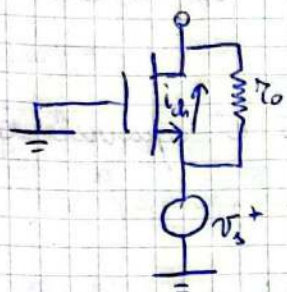
$$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Infine il trasferimento tra il source e il drain

di M_1 : $g_{m1} r_{o1}$ Brevio in definitiva:

$$G_{loop}(0) = -g_{m2} (r_{o2} \parallel r_{o3}) \cdot 1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad g_{m1} r_{o1} = -1333$$

Il trasferimento tra source e drain di un MOSFET che ha il drain in circuito aperto è $g_m r_o$, infatti:



i_{ch} è la corrente che scorre nel canale e vale:

$$i_{ch} = V_s g_m, \text{ tutta questa corrente scorre per}$$

r_o , generando una tensione ai capi di r_o pari

$$a: V_s g_m r_{o1}$$

b) Dando un impulso positivo di tensione in uscita, il loop agisce per opporsi a questo impulso. Vuol dire che G_{loop} agisce per ridurre R_{out} , in quanto l'uscita manca virtuale.

$$R_{out} = \frac{R_{out}^0}{1 - G_{loop}(0)}, \text{ dove:}$$

$$R_{out}^0 = \frac{1}{g_{m5} \parallel r_{o5} \parallel r_{o1} \parallel (R_2 + R_1)} \approx \frac{1}{g_{m5}} \quad \text{Svolgendo i}$$

conti si ottiene che: $R_{out} = 0,75 \Omega$

c) Il loop agisce per tenere nulla V_{gs} di M_1 . Brevio se c'è V_{in} al gate di M_1 , c'è V_{in} al source di M_1 . V_{in} è anche la tensione ai capi di R_1 che genera una corrente: $i_{R1} = \frac{V_{in}}{R_1}$.

Per M_1 non può scorrere corrente $\Rightarrow i_{R1}$ proviene da R_2 .

$$\text{Tensione ai capi di } R_2: V_{R2} = i_{R1} \cdot R_2 = V_{in} \frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{Brevio } V_{out} = V_{in} + V_{in} \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Usiamo ora Norton: uscita cortocircuitata a massa e abbiamo calcolare i_{cc} .

Dato che il drain di M_1 è un circuito aperto perché connesso solo al gate di M_2 , allora tutta la corrente che scorre nel canale di M_1 scorre anche per r_{o1} .

Questo genera una tensione al gate di M_2 pari a

$$-g_{m1} r_{o1} V_{in}.$$

Guadagno tra gate di M_2 e gate di M_5 :

$-g_{m2} r_{o2} \parallel r_{o3}$ Trasferimento tra gate di M_5 e

source di M_5 , dove il source di M_5 è cortocircuitato a massa: g_{m5}

Bene in definitiva: $i_{cc} = -g_{m1} r_{o1} \cdot (-g_{m2} r_{o2} \parallel r_{o3}) \cdot g_{m5} \cdot v_{in}$

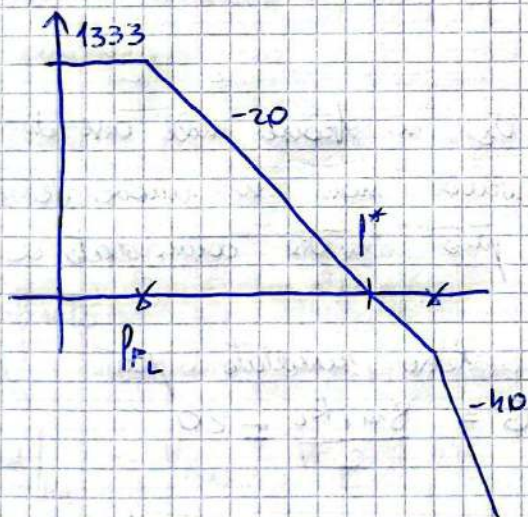
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = i_{cc} \cdot R_{out} = \frac{g_{m1} r_{o1} (g_{m2} r_{o2} \parallel r_{o3}) g_{m5} \cdot \frac{1}{g_{m5}}}{g_{m1} r_{o1} g_{m2} (r_{o2} \parallel r_{o3}) \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

c) $v_E = \frac{1 \text{ mV}}{1.6 \log} = 750 \text{ mV}$

p) $f_{PL} = \frac{1}{2\pi C_{P2} (r_{o1} + (R_2 \parallel \frac{1}{g_{m5}})(1 + g_{m1} r_{o1}))} = 16 \text{ KHz}$ con C_L circuito aperto.

$f_{PH} = \frac{1}{2\pi C_L (\frac{1}{g_{m5}} \parallel (R_2 + R_1 \parallel \frac{1}{g_{m1}}))} = 160 \text{ KHz}$ con C_{P2} corto circuito.

vale che $f_{PH} \gg f_{PL} \Rightarrow$ l'approssimazione va bene.



$f^* = 62 \text{ KHz}$

$\phi_H = 74^\circ$ applicando la solita formula.

g) Calcoliamo i poli del log pole risolvendo l'equazione:

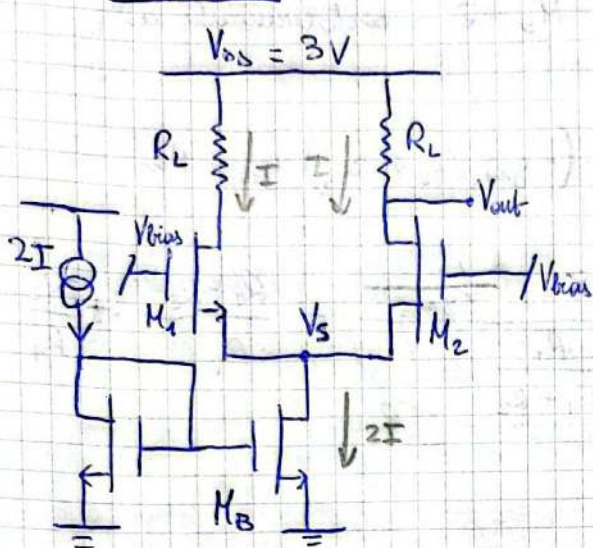
$$1 - G_{log}(s) = 0 \Rightarrow s^2 (\gamma_H \gamma_L) + s(\gamma_H + \gamma_L) + 1 - G_{log}(0) = 0$$

$f_{P1,2} = -79,6 \text{ KHz} \pm j 59,6 \text{ KHz}$, da cui otteniamo:

$|p_0| = \sqrt{(79,6 \text{ KHz})^2 + (59,6 \text{ KHz})^2} = 100 \text{ KHz}$ che è più o meno la banda.

18/10/24

28/10/24

Esercizio 7 : EOG - 2025Esercizio 1

$$R_L = 10k\Omega; \quad V_{bias} = 1,5V;$$

$$2I = 200\mu A$$

$$V_{out} = V_{DD} - I R_L = 2V$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \mu_m C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) V_{ov}^2 \quad \text{da cui}$$

$$V_{ov,1} = V_{ov,2} = 50mV$$

$$V_S = V_{bias} - \underbrace{V_{GS,M1}}_{V_T + V_{ov}} = 0,85V$$

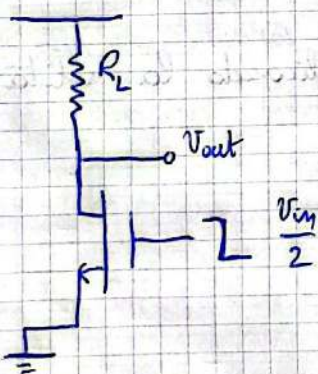
$$V_{ov,M2} = V_{ov,1} = 50mV$$

b) Chiamo i_{M1} la corrente di piccolo segnale che scorre per il transistor M_1 (supponendo un segnale differenziale)

$$i_{M1} = \frac{v_{in}}{2} \cdot g_{m1}; \quad \left. \frac{v_{out}}{v_{in}} \right|_{diff} = \frac{g_{m1}}{2} R_L \quad \text{da cui}$$

$$G_d = \frac{g_{m1}}{2} R_L = 20$$

Il circuito è simmetrico, possiamo quindi studiarlo dividendolo in due metà:



la tensione V_S si trova sull'asse di simmetria, perciò non si muove e il rumore può essere considerato a massa.

Si ottiene lo stesso risultato più facilmente: $G = \frac{g_{m1} R_L}{2} = 20$

Studiamo ora il common mode gain: se i gate dei due transistori in alto si muovono della stessa tensione v_{cm} , allora anche V_S si muove di v_{cm} , per i transistori quindi non si genera corrente di piccolo segnale. In realtà, per effetto della resistenza $r_{o,M2}$, cambiando V_S cambia la corrente che scorre per $r_{o,M2}$.

la corrente che scorre per $r_{o_{M2}}$ è pari a:

$i_{r_{o_{M2}}} = \frac{V_{CH}}{r_{o_{M2}}}$, questa corrente si divide egualmente tra i due transistori in alto. Perciò per R_L scorre corrente pari a $\frac{V_{CH}}{2r_{o_{M2}}} \Rightarrow V_{out}|_{CH} = \frac{V_{CH}}{2r_{o_{M2}}} \cdot R_L = 0,1 V_{CH} \Rightarrow$

$$G_{CH} = 0,1 \quad CMRR = \frac{G_d}{G_{CH}} = \frac{g_{m1}}{2} \cdot R_L \cdot 2r_{o_{M2}} \cdot \frac{1}{R_L} = g_{m1} r_{o_{M2}} = 200$$

CMRR è indipendente dal valore di R_L .

Domanda: calcolare $V_{CH, min}$ e $V_{CH, max}$, un range di V_{CH} dentro al quale il circuito non modifica la sua polarizzazione.

M_3 entra in zona ohmica quando $V_{DS} < V_{ov}$, perciò due volte che:

$$V_{CH, min} = V_{GS_{M1}} + V_{ov_{M3}} = V_T + 2V_{ov} = 0,7 V$$

Mentre se V_{CH} cresce troppo, i transistori in alto rischiano di uscire dalla zona ohmica.

$$V_{CH, max} = V_{ov}|_{M2} + V_T = 2,6 V; \text{ infatti deve valere che } V_{DS} < V_T.$$

Per calcolare il range di V_{CH} , si muove V_{CH} e si considera che $G_{CH} = 0$.

Mentre per quanto riguarda il segnale differenziale, voglio calcolare la massima variazione della tensione di output e ho segnale differenziale in ingresso, e considero che G_d sia infinito $\Rightarrow$ considero che l'input sta fisso e calcolo la massima variazione dell'uscita.

$$V_{out}|_{MIN} = V_{DS} - V_T = 0,9 V; \quad V_{out}|_{MAX} = V_{DD} = 3 V$$

In realtà, per effetto della polarizzazione, V_{out} non può raggiungere $0,9 V$. Infatti anche supponendo che $2I$ di M_3 scorra tutti a destra, $V_{ov}|_{M3, MIN} = 3 V - 2IR_L = 1 V$

Dato il range di V_{out} , possiamo calcolare l'input differential range:

V_{ov} varia di $\pm 1V$, infatti varia tra $1V$ e $3V$. Perciò: $\frac{1V}{20} = \frac{1V}{20} = 50 mV$

Capire il range di V_{in} aiuta a comprendere se è valida l'ipotesi di piccolo segnale, infatti deve valere che $v_{in} \ll V_{ov}$. In questo caso $v_{in_{max}} \approx V_{ov}$, perciò facendo l'approssimazione di linearità su piccolo segnale commetteremo sicuramente qualche errore.

Supponiamo che tutta la corrente $2I$ scorra per M_2 , mentre per M_1 non scorra corrente. Allora:

per M_1 : $V_{G1} - V_T = 0 \Rightarrow V_{G1} = V_{BIAS} - \frac{v_d}{2} = V_S + V_T$

per M_2 : $V_{G2} = V_{BIAS} + \frac{v_d}{2}$ considerando che $\sqrt{\frac{2I}{K}} = V_{ov2}$ tenendo presente che scorre una corrente pari a $2I$, si ottiene:

$$V_{G2} = V_{BIAS} + \frac{v_d}{2} = V_S + V_T + \sqrt{\frac{2I}{K}}$$

Mettendo a sistema le equazioni per M_1 e M_2 si trova che $V_{diff} = 70,7 mV$.

Se si raddoppia la corrente, V_{diff} diventa un fattore $\sqrt{2}$ maggiore rispetto a V_{ov} .

Mentre se si usano le equazioni lineari perdendo la dipendenza quadratica, si ottiene $v_d = 50 mV$.

d) The inversion coefficient is: $I_c = \frac{I_{DS}}{I_S} = \frac{100 \mu A}{2 n \mu n C'_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_1 V_{th}^2} = 0,625$

$g_{m1} = \frac{2I}{V_{ov}}$, si può usare quest'altra formula:

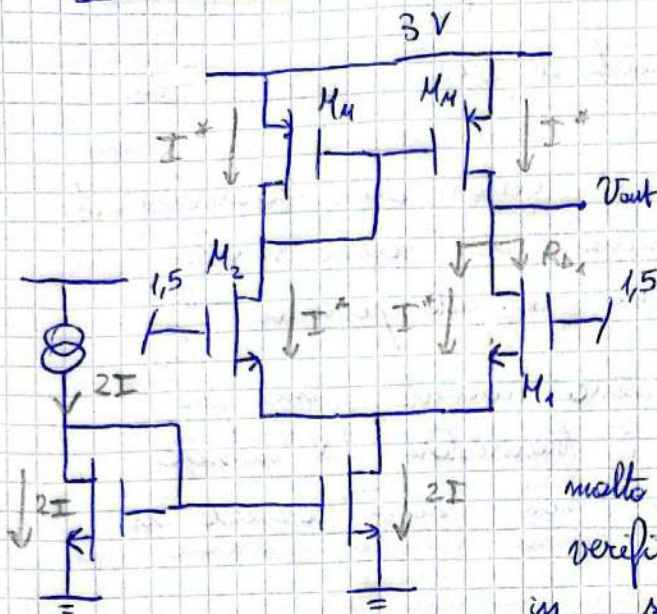
$$g_{m1} = \frac{I}{n V_{th}} \cdot \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4I_c}} = 1,8 mS$$

Mentre in ipotesi di forte inversione, per M_1 :

$$g_{m1} \Big|_{SI} = 4 mS$$

$$G = \frac{g_{m1}}{2} R_L = 9 \quad \text{considerando } g_{m1} = 1,8 mS$$

Esercizio 2



$2I$ si equipartisce tra i due rami non perché vede la stessa impedenza (infatti l'impedenza è diversa) ma per effetto dello specchio di corrente.

Però $I^* = I$

sapendo ciò si possono ricavare molto facilmente i valori delle tensioni, verificare che tutti i transistori sono in saturazione e calcolare i parametri

di piccolo segnale

b) In questo caso è comodo usare il teorema di Norton, in questo modo entrambi i transistori di ingresso vedono un'impedenza molto bassa dal loro drain, e il sistema torna più o meno simmetrico.

$$i_{M1} = \frac{v_d}{2} \cdot g_{m1} \quad ; \quad i_{cc} = 2 i_{M1} = g_{m1} \cdot v_{in}$$

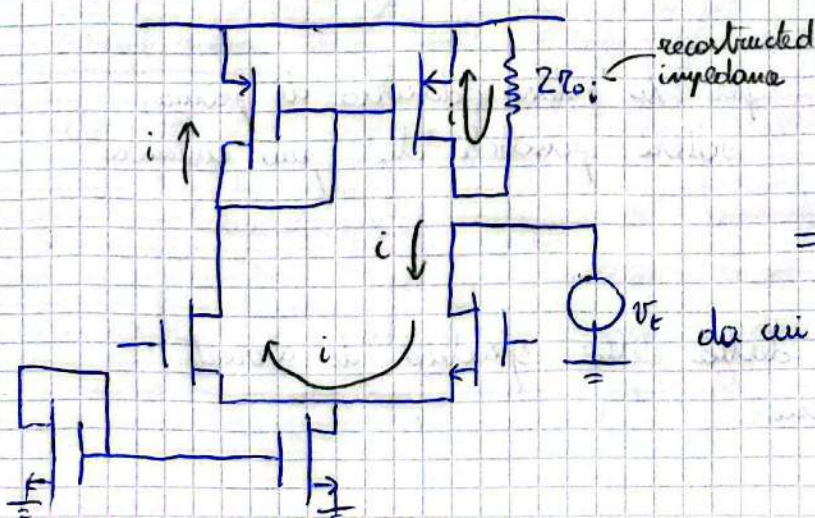
C'è un loop che influenza R_{out} . Il loop agisce per aumentare la corrente in uscita, quindi per ridurre R_{out} .

Chiamo R_{D1} l'impedenza vista dal drain di $M1$ verso il basso:

$$R_{D1} = \frac{1}{g_{m2}} (1 + g_{m1} r_{o1}) + r_{o1} = 2r_{o1}$$

$$R_{out} = r_{o4} \parallel \frac{R_{ovt}}{1 - G_{loop}(0)} \quad \text{dove} \quad R_{ovt} = R_{D1} = 2r_{o1}$$

Dobbiamo quindi calcolare $G_{loop}(0)$:



Per l'impedenza ricostruita move i , con segno opposto rispetto alla i in ingresso

$$\Rightarrow G_{loop}(0) = -1$$

da cui $R_{out} = r_{o4} \parallel \frac{2r_{o1}}{1 - (-1)} = r_{o4} \parallel r_{o1}$

r_{o1} of the mirror

$$Gain|_{diff} = \frac{i_{cc} R_{out}}{V_{in}} = \frac{2 g_{m1}}{2} \cdot r_{on} \parallel r_{oi} = \frac{V_A}{V_{ov1}} = 100$$

$Gain|_{diff}$ è indipendente dalla corrente di bias

Guadagno di modo comune: i gate dei transistor M_1 e M_2 abbiamo di $V_{CH} \Rightarrow$ anche il source si alza di V_{CH} e per r_{oB} nasce corrente pari a $\frac{V_{CH}}{r_{oB}}$

Per M_1 e M_2 nasce la stessa corrente, ma per effetto del mirror anche per i transistor del mirror nasce la stessa corrente $\Rightarrow$ non nasce corrente in uscita.

$$G_{CM}|_{ideal} = 0$$

c) Ora vale che: $i_{M2} = i_{M1}(1 - \epsilon)$ con $\epsilon = 0,01$

$$i_{cc} = i_{CH} \cdot \epsilon = \epsilon \frac{V_{CH}}{2r_{oB}}$$

$$G_{CM} = \frac{i_{cc}/i_{CH} \cdot R_{out}}{V_{CH}} = \frac{\epsilon R_{out}}{2r_{oB}} = 0,005$$

$$CMRR = 20000$$

d) $V_{CH,min}$ si calcola con lo stesso ragionamento di prima, per garantire che il transistor bottom giri in saturazione

$$V_{CH,min} = V_{GS_{M1}} + V_{ov_B} = 0,8V$$

Chiamo V_H la tensione al drain (e quindi anche al gate) del transistor di sinistra dello specchio di corrente.

$$V_{CH}|_{max} = V_H + V_T = V_{DD} - V_{GS_{M1}} + V_T = V_{DD} - V_T - V_{ov_H} + V_T = V_{DD} - V_{ov_H} = 2,9V$$

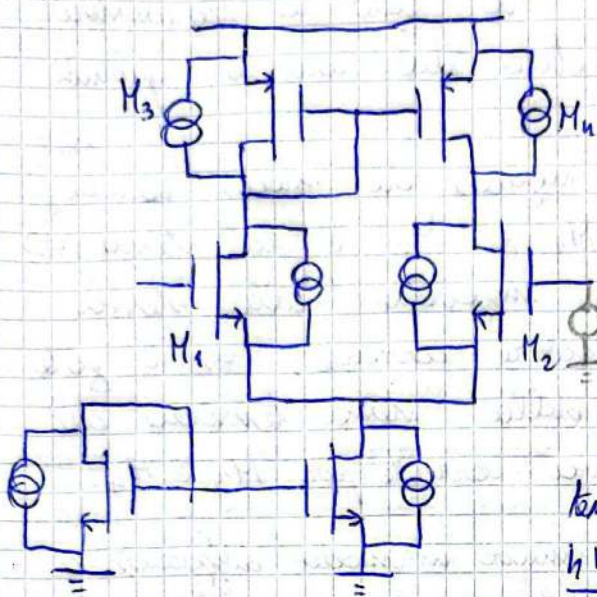
Per l'ingresso differenziale, per lo stesso discorso di prima, consideriamo il range di valori possibili che può assumere l'uscita.

$$V_{out,min} = V_{BIAS} - V_T = 0,9V$$

$V_{out,max}$: il transistor di destra dello specchio di corrente deve girare in saturazione.

$$V_{out, max} = V_{DD} - V_{ov, n} = 2,9V$$

e) chiamiamo Norton, cortocircuitando a massa l'uscita.



$$S_{out}^2 \Big|_{M_4} = 4kTY g_{m_4} \cdot (1 \cdot R_{out})^2$$

ha corrente del generatore di \$M_3\$ mossa per il canale di \$M_3\$ e viene specchiata. Perciò:

$$S_{out}^2 = 4kTY g_{m_3} (1 \cdot R_{out})^2$$

Per \$M_2\$ uniamo il generatore di tensione equivalente al gate con valore $\frac{4kTY g_{m_2}}{g_{m_2}^2}$

$$S_{out}^2 \Big|_{M_2} = \frac{4kTY}{g_{m_1}} (g_{m_1} \cdot R_{out})^2 \quad \text{Stesso contributo per } M_1. \text{ Perciò:}$$

$$\begin{aligned} S_{out}^2 &= 4kTY g_{m_4} R_{out}^2 + 4kTY g_{m_3} R_{out}^2 + 4kTY g_{m_1} R_{out}^2 + 4kTY g_{m_2} R_{out}^2 = \\ &= 8kTY g_{m_n} R_{out}^2 + 8kTY g_{m_i} R_{out}^2 \end{aligned}$$

I generatori dei transistori della coda iniettano corrente nel punto di modo comune. Se lo specchio di corrente è privo di errori, questi generatori non contribuiscono nell'uscita.

Equivalent noise at the input:

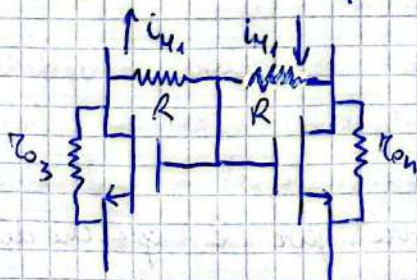
$$E_{in}^2 = \frac{S_{out}^2}{G^2} = \underbrace{\frac{8kTY}{g_{m_1}}}_{M_1, M_2} + \frac{8kTY g_{m_3} R_{out}^2}{g_{m_1}^2 R_{out}^2} = \frac{8kTY}{g_{m_1}} \left(1 + \frac{g_{m_3}}{g_{m_1}} \right)$$

23/10/21

Esercitazione 8: Bile EOF-2025

11/11/21

Circuito 1: $i_{M_1} = \frac{V_d}{2} g_{m_1}$ se in ingresso segnale differenziale.



se aumentiamo la tensione al gate dei transistori, allora si genera una corrente verso il basso sia per \$M_3\$ che per \$M_4\$. Ma questo

è incompatibile per le leggi di Kirchhoff con l'andamento di i_{H_1} .

Però il gate dei transistori sta fisso in tensione. Un altro modo per vederlo è che il gate dei transistori si trova sull'asse di simmetria del circuito, quindi non si sposta in tensione.

Se in ingresso è invece dato segnale di modo comune, per simmetria la corrente per M_1 e M_2 è la stessa $\Rightarrow$ i drain di M_3 e M_4 si muovono della stessa tensione, per R non scorre corrente $\Rightarrow$ i gate di M_3 e M_4 si muovono della stessa tensione dei loro drain e scorre la stessa corrente per M_3 e M_4 .

Si vede come il circuito si muove in modo differente a seconda del segnale se è differenziale o di modo comune.

Otteniamo anche altre singolarità differenti a seconda del tipo di segnale.

Calcoliamo il guadagno differenziale in DC:
guadagno tra segnale differenziale e gate di M_5 (o M_6)

$\frac{g_{m1}}{2} \cdot R$ genera una corrente per M_6 e per M_5 , per effetto dello specchio di corrente in uscita c'è la somma delle correnti di M_5 e M_6 .

Però: $i_{cc} = \frac{V_d}{2} g_{m1} R (g_{m5} + g_{m6})$

$R_{out} = r_{o6} \parallel r_{o8}$, però per il teorema di Norton:

$$G = \frac{g_{m1}}{2} R (g_{m5} + g_{m6}) (r_{o6} \parallel r_{o8}) \quad \text{e} \quad g_{m5} = g_{m6}$$

allora $G = g_{m1} R g_{m6} r_{o6} \parallel r_{o8} = 500$

Per il circuito 2:

$$G = \frac{g_{m1}}{2} \cdot K \cdot 2 \cdot r_{o6} \parallel r_{o8} \quad \text{dove:}$$

$\frac{V_d}{2} g_{m1}$ è la corrente i_{H_1} che scorre per 2 specchi di

corrente. K è il coefficiente dello specchio di corrente in base ($M_3 - M_5$ e $M_1 - M_6$). C'è il fattore 2 per effetto dello specchio $M_7 - M_8$. $r_{o6} \parallel r_{o8}$ è R_{out} .

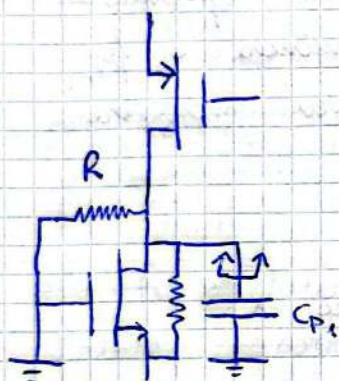
Si ottiene $G = 100$ con $K = 1$.

La capacità C_L introduce un polo a frequenza:

$$p_L = \frac{1}{2\pi C_L (r_{o6} \parallel r_{o8})}, \quad GBWP = G \cdot p_L = 40 \text{ MHz per circuito 1}$$

e $GBWP = p_L \cdot G = 8 \text{ MHz per circuito 2}$.

Calcoliamo il polo di C_{P1} nel circuito 1 usando l'half circuit:



R_{eq} di C_{P1} è pari a R .

$$p_{CP1} = \frac{1}{1 + \Delta C_{P1} R}$$

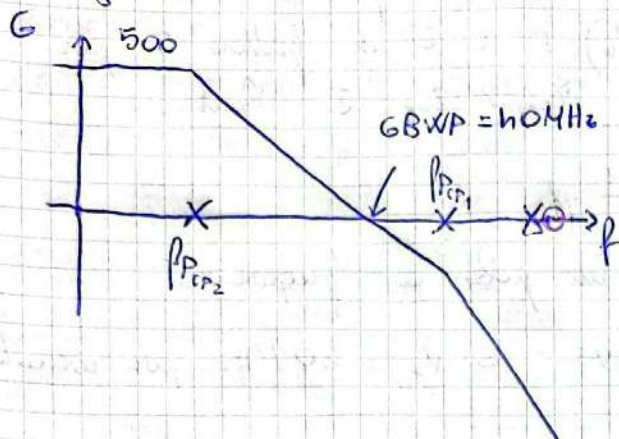
$$p_{CP2} = \frac{1}{(1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}})}$$

Proviamo quindi ricavare $G(s)$:

$$\begin{aligned} G(s) &= \left[\frac{g_{m1}}{2} \frac{R}{1 + \Delta C_{P1} R} \cdot g_{m6} + \frac{g_{m1}}{2} \frac{R}{1 + \Delta C_{P1} R} g_{m5} \frac{1}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \right] \frac{r_{o6} \parallel r_{o8}}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \\ &= \frac{g_{m1}}{2} \frac{R}{1 + \Delta C_{P1} R} g_{m5} \left(1 + \frac{1}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \right) \cdot \frac{r_{o6} \parallel r_{o8}}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \\ &= \frac{g_{m1}}{2} \frac{R}{1 + \Delta C_{P1} R} g_{m5} \cdot 2 \left(\frac{1 + \frac{\Delta C_{P2}}{2g_{m7}}}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \right) \frac{r_{o6} \parallel r_{o8}}{1 + \Delta C_{P2} \frac{1}{g_{m7}}} \end{aligned}$$

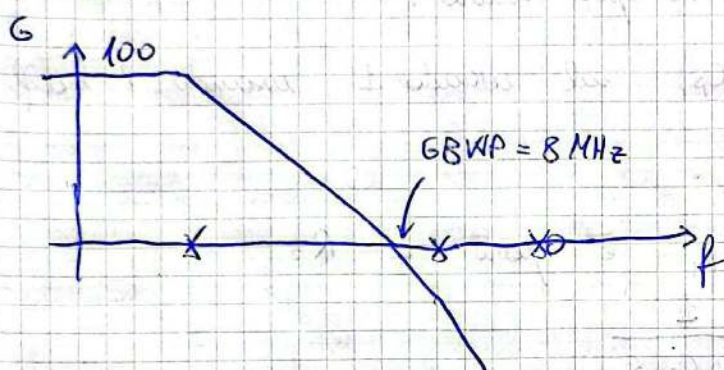
Calcoliamo ora le singolarità per il circuito 2, per poi ottenere $G(s)$: sono analoghe a quelle del circuito 1. Anche se non ho ben capito come dato che il circuito 2 non ha le resistenze R .

Diagramma di Bode: (circuito 1)



$\phi_M = 53^\circ$ volgendolo i
soli anti.

Circuito 2:



In questo caso p_{CP1} è
a frequenza maggiore,
dato che $1/g_m < R$.
In questo caso quindi
 $GBWP$ è minore e p_{CP1}
è a frequenza maggiore,

si può quindi concludere che $\phi_M \approx 30^\circ$

c) Per capacità indipendenti non ha senso applicare il
time constant method.

Nel circuito 2, tutte le n capacità sono indipendenti tra
loro, non ha senso usare il time constant method
per calcolare i poli.

$$\approx \frac{1}{1 + \Delta C_L \tau_{06} // \tau_{08}} \cdot \frac{1}{(1 + \Delta C_{P2} \cdot 1/g_{m7})} \cdot \frac{1}{(1 + \Delta C_{P1} \cdot 1/g_{m3})^2}$$

In termini di zeri, il fatto che il segnale passi per
tutte le capacità genera un'interazione tra esse.

Per il calcolo degli zeri si pone l'uscita a 0, con
l'uscita nulla C_L ha tensione nulla ai suoi capi
perciò non viene considerata per il calcolo degli zeri.

Usiamo il time constant method:

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1$$

Per il calcolo di a_3 dobbiamo cortocircuitare 2 capacità
per volta e studiare la tensione. Fare ciò per ogni

capacità. Si vede che l'unico modo per avere zero in uscita è che tutte e tre siano cortocircuitate
 $\Rightarrow a_3 = 0$.

Calcoliamo ora a_1 :

$$a_1 = C_{P_1, M_5} \cdot R_{P_1, M_5}^0 + C_{P_1, M_6} \cdot R_{P_1, M_6}^0 + C_{P_2} \cdot R_{P_2}^0, \text{ dove ad esempio}$$

R_{P_1, M_5}^0 è la resistenza vista da C_{P_1} di M_5 quando

le altre sono circuiti aperti e l'uscita è a 0.

Per calcolare R_{P_1, M_5}^0 sostituisco la capacità con un generatore di tensione. Per calcolare il rapporto tra tensione e corrente quando l'uscita è nulla, quando l'input non lo è.

Per effetto del segnale differenziale, si genera una corrente per M_1 , che scorre per M_2 e per M_4 . Per effetto dello specchio la stessa corrente scorre per M_6 . Per avere l'output a 0, la stessa corrente deve scorrere per M_8 .
 $\Rightarrow$ la stessa per M_6 e $M_5 \Rightarrow$ la capacità deve fornire corrente per M_5 in un verso (verso il basso ad esempio) e per M_1 nel verso opposto (verso l'alto per esempio). Per effetto degli specchi che hanno tutti rapporto unitario, la corrente per M_1 è pari a quella per M_4 . Breve:

$$\frac{V_s}{i_s} = \frac{1}{2g_{m3}}, \text{ in altri termini } V_s \cdot g_{m3} \cdot 2 = i_s$$

Breve $R_{P_1, M_5}^0 = \frac{1}{2g_{m3}}$. Per simmetria si può concludere

$$\text{che } R_{P_1, M_6}^0 = R_{P_1, M_5}^0$$

Calcoliamo ora $R_{P_2}^0$: posizioniamo un segnale di test al posto della capacità.

Il segnale differenziale genera corrente (supponiamo verso l'alto) per M_1 , che scorre quindi verso il basso per M_2 e M_4 . Per effetto dello specchio scorre corrente verso il basso per M_6 . La stessa corrente deve scorrere verso il basso per M_8 affinché l'output sia a 0V.

Per effetto della tensione v_s il gate di M_7 si muove in tensione (supponiamo verso il basso) e scorre con corrente verso il basso per M_7 . Questa corrente vale $v_s \cdot g_{m7}$.

Per effetto della corrente che scorre per M_3 e per effetto della specchio $M_3 - M_5$, c'è una corrente che scorre verso l'alto per M_5 .

Questa corrente si somma a quella per M_7 e va a costituire i_s .

Si ottiene: $v_s \cdot g_{m7} \cdot 2 = i_s \Rightarrow \frac{v_s}{i_s} = \frac{1}{2g_{m7}}$

Calcoliamo ora Q_2 :

$$Q_2 = C_{P1, H5} R_{P1, H5}^o C_{P2} R_{P2}^{P1, H5} + C_{P2} R_{P2}^o C_{P1, H6} R_{P1, H6}^{P2} + C_{P1, H6} R_{P1, H6}^o C_{P1, H5} R_{P1, H5}^{P1, H6}$$

Calcoliamo $R_{P2}^{P1, H5}$: resistenza vista da C_{P2} quando $C_{P1, H5}$ è un cortocircuito mentre $C_{P1, H6}$ è circuito aperto.

Il segnale differenziale genera corrente per M_1 che scorre per M_4 , viene specchiata su M_6 . La stessa corrente deve scorrere per M_3 affinché l'unità resti nulla in tensione. Supponiamo che la corrente per M_3 scorra verso il basso.

Per fare ciò la tensione al gate di M_3 generata da v_s deve tendere.

ha corrente per M_1 non scorre per M_3 , ma va a finire a massa attraverso $C_{P1, H5}$ che è cortocircuito.

$\Rightarrow$ se non scorre corrente per M_3 non scorre neppure per M_5 . Perciò i_s è solo la corrente che scorre per M_7 . Perciò $R_{P2}^{P1, H5} = 1/g_{m7}$

Calcoliamo $R_{P1, H6}^{P2}$: resistenza vista da $C_{P1, H6}$ quando C_{P2} è cortocircuito.

Dato che C_{P2} cortocircuito, non scorre corrente per M_3

$\Rightarrow$ non deve scorrere nemmeno per M_6 . L'unico modo affinché la corrente M_6 sia nulla è che $v_s = 0$

$\Rightarrow R_{P1, H6}^{P2} = 0$

Calcoliamo ora $R_{P1, H5}^{P1, H6}$: segnale di tensione al gate di

M_5 , C_{P1H6} è un cortocircuito, C_{P2} è un circuito aperto.

Per M_6 non scorre corrente perché ha il gate a massa, $\Rightarrow$ non deve scorrere corrente per $M_8 \Rightarrow$ nemmeno per M_7 e per M_5 , quindi non c'è tensione v_{gs} di M_5 quindi il gate di M_5 è a massa, il generatore di test è nullo e $R_{P1H5} = 0$

Però l'equazione con s diventa:

$$1 + s \left(\frac{C_{P1}}{g_{m4}} + \frac{C_{P2}}{2g_{m7}} \right) + s^2 \left(C_{P1} \cdot C_{P2} \cdot \frac{1}{2g_{m3}g_{m7}} \right) =$$

$$= \left(1 + s \frac{C_{P1}}{g_{m4}} \right) \left(1 + \frac{sC_{P2}}{2g_{m7}} \right)$$

d) studiamo il rumore.

Studiamo prima il circuito 2:

$$S_{meq} = \frac{8KT\gamma}{g_{m1}} (G)^2 + 8KT\gamma g_{m3} R_{out}^2 + 8KT\gamma g_{m4} R_{out}^2 + 8KT\gamma g_{m7} R_{out}^2$$

Circuito 1:

$$S_{meq} = \frac{8KT\gamma}{g_{m1}} G^2 + 8KT\gamma g_{m7} R_{out}^2 + 8KT\gamma g_{m5,6} R_{out}^2 + 8KT\gamma g_{m3,4} (R_{g5} R_{out})^2$$

$$+ \frac{8KT}{R} (R g_{m5} R_{out})^2 \quad \text{Dai cui } S_{in} = \left(23 \frac{mV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$$

Per il circuito 2 si ottiene: $S_{in} = \left(29,7 \frac{mV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$

*Importante: leggi la conclusione sulle slide sul perché il rumore del circuito 1 è inferiore grazie all'introduzione di un guadagno tra primo e secondo stadio.

28/10/2h

5/11/2h

Esercitazione 9: file E08-2025

a) Se i gate di M_1 e M_2 si abbiano entrambi della stessa quantità per effetto di un segnale di modo comune, allora anche il drain di M_6 si avrà della stessa quantità.

Bisogna garantire che il transistor M_6 continui a operare in zona di saturazione. Però:

$$V_{DS} - V_{OV6} - V_{SG1} = V_{CH, max} = 1,8 V$$

Se V_{CH} scende, deve essere garantito che M_3 operi ugualmente in zona di saturazione.

$$V_{CH, min} = V_{GS, H_3} - V_T = \underbrace{V_{OV, H_3} + V_T}_{V_{GS, H_3}} - V_T = V_{OV, H_3} = 0,2V$$

Studiamo ora il range dell' output:

$V_{out, max}$ è limitato dalla saturazione di M_7 :

$V_{out, max} = V_{DD} - V_{OV, 7} = 2,6V$; mentre $V_{out, min}$ è limitato dalla saturazione di M_8 : $V_{out, min} = V_{OV, 8} = 0,2V$

Ora devo trovare un modo per aumentare $V_{CH, max}$ di 200 mV

Proviamo agire o su $V_{OV, 1}$ o su $V_{OV, 6}$. Ma $V_{OV, 1}$ vale 0,2V e non è possibile portarla a 0. Quindi proviamo agire su $V_{OV, 6}$ che vale 0,4V. La corrente che scorre per M_6 ha espressione:

$$I_6 = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_6 (V_{OV, 6})^2$$

Non devo modificare la

polarizzazione del circuito, quindi se riduco $V_{OV, 6}$ di un fattore 2, allora devo aumentare $\left(\frac{W}{L}\right)_6$ di un fattore 4.

Però: $\left(\frac{W}{L}\right)_6 = \frac{200}{1}$. Per mantenere costanti i rapporti nello specchio di corrente, devo cambiare anche $\left(\frac{W}{L}\right)_5$, infatti deve valere che $\left(\frac{W}{L}\right)_5 = \left(\frac{W}{L}\right)_6 = \frac{200}{1}$

Anche la corrente per M_7 non deve cambiare, perciò

$$\left(\frac{W}{L}\right)_7 = \frac{200}{1}$$

b) Supponiamo che $V_p = \frac{V_d}{2}$ e $V_n = -\frac{V_d}{2}$. Però non corrente i_{H_1} verso il basso per M_1 :

$i_{H_1} = \frac{V_d}{2} g_{m1}$, questa corrente scorre per M_3 e specchiata su M_4 . Però la corrente che scorre in uscita dal primo stadio è il doppio di i_{H_1} :

i_{cc1} : corrente di corto circuito del primo stadio:

$$i_{cc1} = -\frac{g_{m1}}{2} \cdot 2 \cdot V_{d1}$$

Però: $G_1 = -\frac{g_{m1}}{2} \cdot 2 \cdot r_{o1} \parallel r_{o2}$

dove $r_{o1} \parallel r_{o2}$ equivale a R_{out} .

Il secondo stage è un common source e ha

guadagno: $G_2 = -g_{m8} r_{o8} \parallel r_{o7}$

Ovvero il guadagno complessivo in DC vale:

$$G_{DC} = g_{m1} r_{o2} \parallel r_{o4} g_{m8} r_{o8} \parallel r_{o7} = 3500 = 70,88 \text{ dB}$$

Abbiamo ora cercato di incrementare questo guadagno: rivedo i termini sapendo che:

$$g_{m1} = \frac{2I_1}{V_{ov1}} \quad ; \quad r_{o2} \parallel r_{o4} = \frac{r_{o2}}{2} = \frac{V_A @ L_{min} \cdot L}{2 \cdot L_{min} \cdot I_1}$$

$$g_{m8} = \frac{2I_8}{V_{ov8}} \quad ; \quad r_{o8} \parallel r_{o7} = \frac{r_{o8}}{2} = \frac{V_A @ L_{min} \cdot L}{2 \cdot L_{min} \cdot I_8}$$

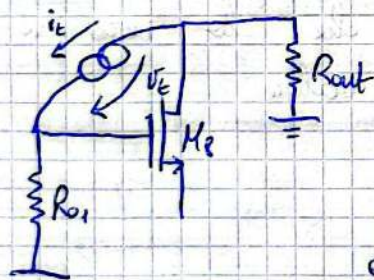
Proviamo raddoppiare la lunghezza L dei transistor, da cui:

$L_1 = L_2 = L_3 = L_4$ da un valore di 0,35 a un valore di 0,7.

Mentre: $L_5 = L_7$ da 1μ a 2μ .

Gli aspect ratio devono restare gli stessi per non cambiare la polarizzazione, perciò se raddoppio la lunghezza allora devo raddoppiare anche la lunghezza di tutti i transistor coinvolti.

c) Calcoliamo il polo di C_c , il circuito equivalente da studiare è il seguente:



Dove R_{out} è la resistenza vista dall' output e R_{o1} è la resistenza vista dall' uscita del primo stadio ha tensione al gate di M_8 vale $\frac{1}{2} R_{o1}$ e genera una corrente per M_8 pari a $i_t \cdot R_{o1} \cdot g_{m8}$. Per R_{out} scorre una corrente:

$$i_t (1 + g_{m8} R_{o1})$$

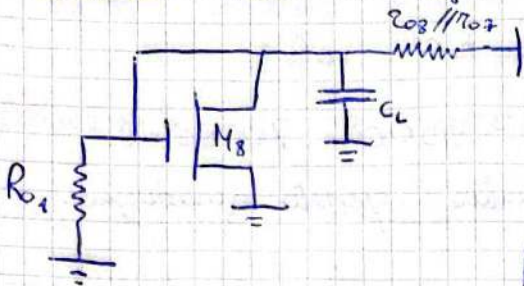
$$\frac{v_E}{i_t} = \frac{i_t \cdot R_{o1} - (-i_t (R_{o1} g_{m8} + 1) R_{out})}{i_t} = R_{o1} + R_{out} + g_{m8} R_{o1} R_{out} \approx$$

$\approx R_{o1} (g_{m8} R_{out})$. Questa coincide con R_{cc} , cioè la resistenza vista da C_c quando le altre capacità sono circuiti aperti

$$f_{pL} = \frac{1}{2\pi C_c (R_{o1} \cdot G_2)} \quad \text{dove } G_2 \text{ è il guadagno del secondo}$$

stadio e f_{pL} è il low frequency pole.

troviamo ora l'high frequency pole

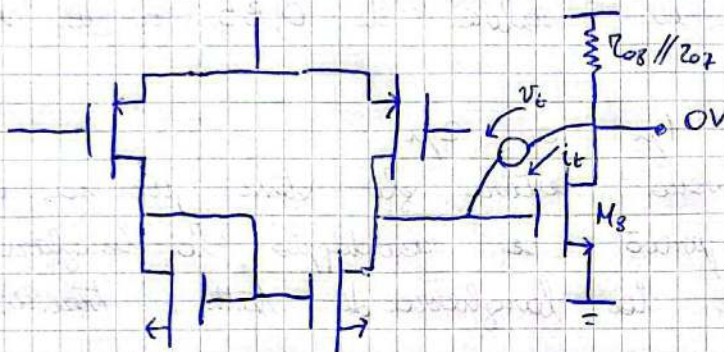


la resistenza vista da C_L è:

$$R_{eq} \approx \frac{1}{g_{m3}}, \text{ perciò:}$$

$$f_{pH} = \frac{1}{2\pi C_L \frac{1}{g_{m3}}} = 318 \text{ MHz}$$

Calcoliamo ora gli zeri. C_L introduce uno zero a frequenza infinita. Invece C_c introduce uno zero a frequenza finita. Per trovare lo zero di C_c consideriamo il seguente circuito:



l'unità è a 0V, perciò non può scorrere corrente per $r_{03} || r_{07}$. Il gate di M_3 si trova a tensione V_t perciò per M_3 scorre una corrente pari a:

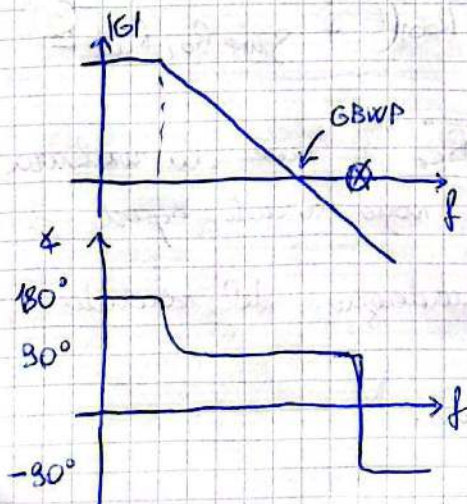
$V_t \cdot g_{m3}$. Se per $r_{03} || r_{07}$ non scorre corrente, allora tutta la corrente di M_3 scorre per il generatore di test. Perciò $\frac{V_t}{i_t} = -\frac{1}{g_{m3}}$. Questo comporta che lo zero si trova sul semipiano di destra, e ha valore:

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_c \frac{1}{g_{m3}}} = 318 \text{ MHz}$$

Ora calcoliamo il GBWP:

$$GBWP = f_{pL} \cdot G = \frac{1}{2\pi C_c G_2 R_{01}} \cdot g_{m1} R_{01} \cdot G_2 = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} = 160 \text{ MHz}$$

Diagramma di Bode:



Dato che f_z e f_{pH} sono vicini al GBWP, dobbiamo calcolare ϕ_H .

$$\phi_H = 180^\circ - \arctan\left(\frac{GBWP}{f_{pL}}\right) - \arctan\left(\frac{GBWP}{f_{pH}}\right) - \arctan\left(\frac{GBWP}{f_z}\right)$$

$$= 37^\circ$$

d) $GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} = \frac{2I_1}{2\pi C_c V_{ov1}}$ per diminuire il GBWP

possiamo ridurre I_1 , senza però modificare V_{ov1} .

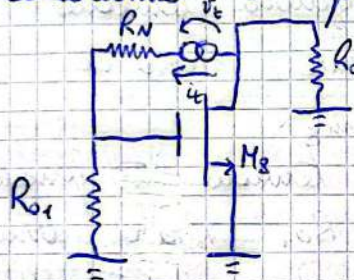
$I_1 = \mu_n C_{ox} \frac{1}{2} \left(\frac{W}{L}\right) (V_{ov1})^2$, se non modifica V_{ov1} allora

modifico $\left(\frac{W}{L}\right)$ Di conseguenza, devo diminuire anche

$\left(\frac{W}{L}\right)$ del transistor 2 e del transistor 6 per non modificare le loro tensioni di overdrive.

e) M_9 non può operare in zona di saturazione. Se opera in zona di saturazione, varrebbe dire che agirebbe come un generatore di corrente. Però M_9 è in serie con C_c , quindi non può agire come un generatore di corrente. Perciò M_9 sicuramente è in zona lineare, perciò possiamo sostituirlo con un resistore R_N .

Calcoliamo il polo in questo caso:



C_c è la capacità parassita di M_8

$p_{P_2}^0 = \frac{1}{2\pi C_c R_{O2}}$ polo di C_c quando le altre capacità sono circuiti aperti.

$p_{P_{M_9}}^0 = \frac{1}{2\pi C_c R_{O1}}$ polo di C_c quando le altre capacità sono circuiti aperti.

Calcoliamo ora il polo di C_c : i_t scade per R_{O1} e il gate di M_9 va a tensione: $i_t \cdot R_{O1}$ ha tensione al gate di M_9 genera una corrente per M_9 : $i_t \cdot g_{m9} R_{O1}$.

La corrente per R_{O2} è la somma tra i_t e la corrente per M_9 . ha tensione ai capi di R_{O2} vale:

$-R_{O2} (1 + g_{m9} R_{O1}) i_t$. Perciò:

$\frac{v_t}{i_t} = R_{O1} + R_{O2} + g_{m9} R_{O1} R_{O2} + R_N \approx g_{m9} R_{O1} R_{O2}$

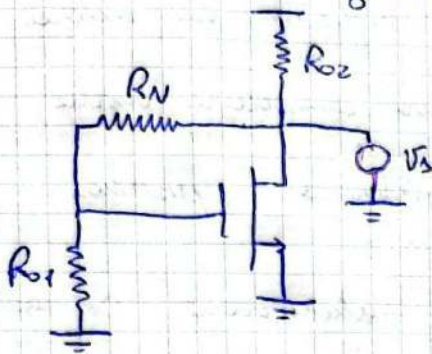
Il polo dominante vale: $p_{P_2} = \frac{1}{2\pi C_c R_{O1} \cdot G_2}$, la presenza di

R_N ha un'influenza trascurabile su p_{P_2} .

Vediamo ora la sua influenza ad alte frequenze:

ad alte frequenze C_c è un corto circuito, dobbiamo

quindi calcolare i poli di C_L e C_1 in presenza di R_N e con C_C corto circuito.
 Studiamo il seguente circuito per calcolare il polo di C_1 :



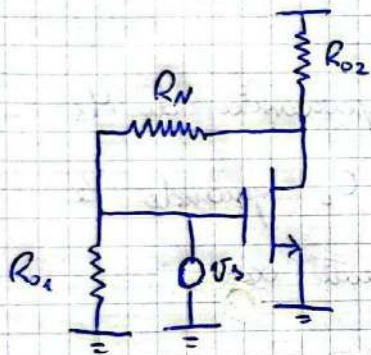
la tensione al gate di M_S vale:

$$\frac{V_S R_{O1}}{R_{O1} + R_N}, \text{ ma } R_N \ll R_{O1}, \text{ perciò}$$

il partitore di tensione vale in realtà circa 1. Quindi al gate di M_S ho praticamente V_S . Da cui:

$$f_{PH}^0 = \frac{1}{2\pi C_L \frac{1}{g_{mS}}}, \text{ da cui } \tau^0 = C_L \frac{1}{g_{mS}}$$

Calcoliamo ora il polo di C_1 :



al gate di M_S si genera tensione V_S , perciò una corrente verso il basso pari a $V_S \cdot g_{mS}$.

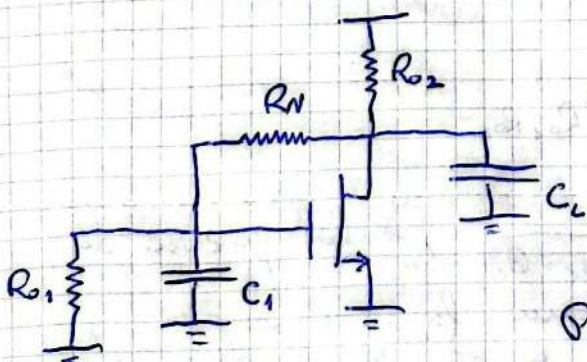
Ai capi di R_{O1} la tensione è fissata da V_S , perciò per R_{O1} scorre corrente pari a $\frac{V_S}{R_{O1}}$. Dato che R_N è molto

più piccolo di R_{O1} e R_{O2} , e il generatore di test ha bassa impedenza, la corrente che scorre per M_S scorre quasi interamente per R_N .

Però i_S coincide con la corrente per M_S , da cui:

$$f_{PHS}^0 = \frac{1}{2\pi C_1 \frac{1}{g_{mS}}}, \text{ da cui } \tau^0 = C_1 \frac{1}{g_{mS}}$$

Calcoliamo ora τ^∞ :



τ_L^∞ si calcola come la resistenza vista da C_L quando C_1 è un corto circuito. Però:

$$\tau_L^\infty = C_L \cdot R_{O2} \parallel R_N \approx C_L R_N$$

Per calcolare τ_1^∞ si pone C_L come

cortocircuito, si mette il generatore di test al posto di C_1 e si calcola $\frac{V_t}{i_t}$.

V_t porta a tensione V_t il gate di M_1 , dato che C_L è un circuito, in uscita dal generatore di tensione i è corrente pari a:

$$\frac{V_t}{R_{o1}} + \frac{V_t}{R_N} \quad , \quad \text{ma } R_{o1} \gg R_N, \quad \text{perci\u00f2:}$$

$$V_{t1}^{on} = C_L R_N$$

Ben\u00f2 ricapitolando: il polo a pi\u00f9 bassa frequenza non cambia con la presenza di R_N e vale:

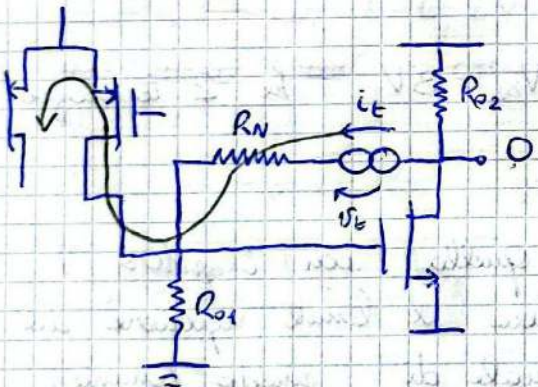
$$p_{P_L} = \frac{1}{2\pi C_L (R_{o1} \parallel G_2)} \quad . \quad \text{Il polo a frequenza intermedia } p_{P_2}$$

$$\text{vale: } p_{P_2} = \frac{1}{2\pi (C_L + C_1) \frac{1}{g_{m3}}} \quad . \quad \text{Il polo a frequenza pi\u00f9}$$

alta, p_{P_H} , vale:

$$p_{P_H} = \frac{1}{2\pi (C_L \parallel C_1) R_N}$$

Calcoliamo ora lo zero:



V_{SM3} tensione al gate di M_3 e vale:

$$V_{SM3} = V_t - i_t \cdot R_N, \quad \text{la corrente che} \\ \text{scorre per } M_3 \text{ vale:}$$

$V_{SM3} \cdot g_{m3}$, tutta questa corrente coincide con $-i_t$. Perci\u00f2:

$$(V_t - i_t \cdot R_N) g_{m3} = -i_t \Rightarrow \frac{V_t}{i_t} = R_N - \frac{1}{g_{m3}}, \quad \text{con } R_N \text{ quindi}$$

possiamo cambiare sia il valore assoluto dello zero, che il suo segno.

Dobbiamo calcolare R_N : I_{D3} \u00e8 la corrente per M_3 che opera in zona ohmica:

$$I_{D3} = \mu_m C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} + \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$R_N = \left(\frac{\partial I_{D3}}{\partial V_{DS}} \right)^{-1} \bigg|_{V_{DS}=0}$$

, la condizione \u00e8 $V_{DS}=0$ perch\u00e9 \u00e8 il valore di V_{DS} di polarizzazione dovuto alla presenza di C_c in serie con M_3 .

$$R_N^{-1} = \left. \frac{\partial I_{D5}}{V_{DS}} \right|_{V_{DS}=0} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{OV} + V_{DS}) \Big|_{V_{DS}=0} \Rightarrow$$

$$R_N = \frac{1}{\mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) V_{OV3}}, \text{ dove } V_{OV3} = \underbrace{V_{DS}}_{V_6} - \underbrace{V_{GS,H3}}_{V_5} - V_T = 1,6V$$

Dimensioniamo R_N in modo tale che $f_z = f_{P2}$, in questo modo si ottiene un margine di fase pari a:

$$\phi_N = 180^\circ - \arctan\left(\frac{GBWP}{f_{P2}}\right) - \arctan\left(\frac{GBWP}{f_{P1}}\right) = 69^\circ$$

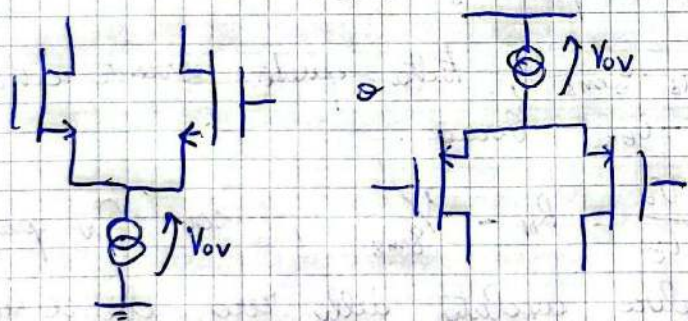
29/10/24

Esercitazione 10 : file E09_2025

Il guadagno richiesto è elevato $\Rightarrow$ usiamo due stadi.
 È inoltre richiesto un output range elevato, anche questo consiglia di usare 2 stadi per separare così il range in ingresso da quello in uscita.

Per input si selezionano nMOS o pMOS a seconda delle richieste del common mode.

$V_{CH}|_{min} = 0,5V$; $V_{CH}|_{max} = 2V$. $V_{DD} = 3V$. Le 2 topologie possibili sono:



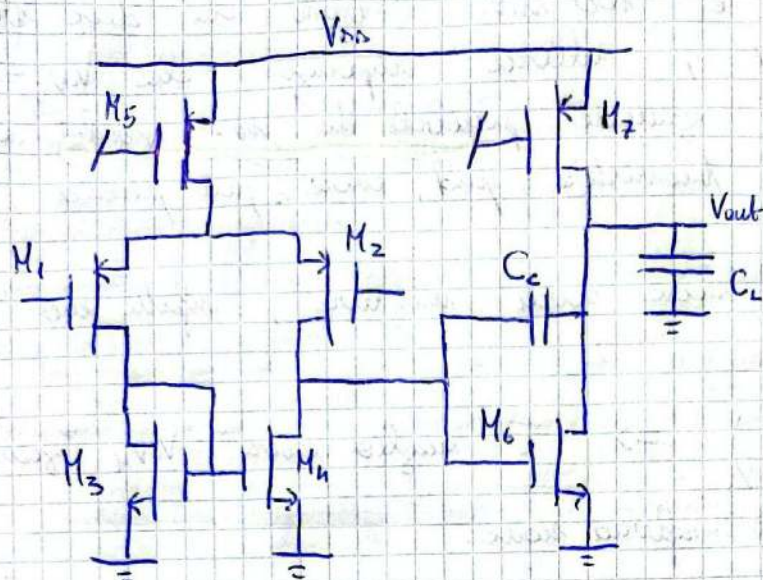
Quella con i pMOS impone il limite superiore del segnale di modo comune.
 Quella con gli nMOS invece impone il limite inferiore.

Ho vincoli più stringenti su $V_{CH,min}$ rispetto a $V_{CH,max}$.

Non posso usare gli nMOS, perché $V_{CH,min} = 500mV$ che è minore di V_T , perciò è impossibile polarizzare correttamente gli nMOS input pair. Perché per polarizzare il circuito si ha bisogno che $V_{CH} > V_T + V_{OV} + V_{OV}$, ma V_{CH} è minore di $V_T \Rightarrow$ impossibile usare gli nMOS.

Devo usare i PMOS come input pair.

Prova del circuito:



$V_{out, max} = 2,8V \leq V_{DD} - V_{ov7} \Rightarrow V_{ov7} \leq 3V - 2,8V = 0,2V$, perciò imponiamo che $V_{ov7} = 0,2V$.

$V_{out, min}$ è limitato dalla saturazione del transistor $M6$, perciò:

$V_{out, min} = V_{ov6} \leq 0,2V$; perciò può imporre che $V_{ov6} = 0,2V$.
Abbiamo così esaurito i vincoli disponibili dal range di V_{out} .

Prendiamo ora la specifica sul common mode:

$V_{CM, max} = V_{DD} - V_{ov5} - \underbrace{V_{SG1}}_{V_T + V_{ov1}} \geq 2V$ si ottiene che:

$$V_{ov5} + V_{ov1} \leq 0,4V.$$

$$V_{CM, min} = \begin{cases} V_{CM, min} = V_{GS3} - V_T = V_{ov3} \leq 0,5V \\ V_{CM, min} = V_{GS6} - V_T = V_{ov6} \leq 0,5V \text{ che è già verificato.} \end{cases}$$

V_{ov5} non influenza il circuito se non sulla dinamica del segnale di modo comune. Ma a parte ciò non influenza altri fattori, non appare né nel guadagno e nemmeno nella stabilità per esempio.

V_{ov1} invece influenza il guadagno, influenza il GBWP, la transconduttanza dello stadio di input e pure i parametri

sul rumore. Perciò imponiamo V_{ov1} il più piccolo possibile che solitamente è 100 mV. Dato che deve valere che $V_{ov1} + V_{ov5} \leq 0,4V$, allora impongo che $V_{ov5} = 0,3V$. Se ma il valore più grande possibile di V_{ov5} perché a parità di corrente, il transistor può essere più piccolo salvando così area.

Inoltre l'input referred noise sarà migliore, infatti esso vale:

$\left(1 + \frac{g_{m4}}{g_{m1}}\right) \propto \left(1 + \frac{V_{ov1}}{V_{ovH}}\right) \Rightarrow$ è meglio avere V_{ovH} grande per minimizzare l'input referred noise.

Abbiamo esaurito le informazioni ricavabili dal common mode.

Studiamo ora il GBWP: $GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c}$
 $E_{in}^2 = \frac{8KTY}{g_{m1}} \left(1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}}\right) = \frac{8KTY}{g_{m1}} \left(1 + \frac{V_{ov1}}{V_{ovH}}\right)$, la cosa che dobbiamo dimensionare è g_{m1} , infatti conosciamo tutte le tensioni di overdrive.

Guadagno: $G = g_{m1} \cdot \frac{r_{o2}}{2} \cdot g_{m6} \cdot \frac{r_{o6}}{2}$, questo nell'ipotesi che $r_{o1} = r_{o2} = r_{o3} = r_{o5}$ e $r_{o6} = r_{o7}$.

Il guadagno può essere scritto come:

$$G = \frac{V_A @ L_{min} \cdot L_2}{V_{ov1} \cdot L_{min}} \cdot \frac{V_A @ L_{min} \cdot L_6}{V_{ovH6} \cdot L_{min}}$$

Se non fosse data la C_c , GBWP e E_{in}^2 si metterebbero a sistema per ricavare le due incognite C_c e g_{m1} .

In questo caso già conosciamo C_c che è fornito dal testo, perciò ricaviamo g_{m1} sia dal vincolo su GBWP che dal vincolo su E_{in}^2 e vediamo quale è più stringente.

Dall'equazione sul GBWP si ottiene:

$$g_{m1} \gg 20\text{MHz} \cdot 2\pi C_c \quad \text{Mentre da } E_{in}^2:$$

$$g_{m1} \gg \frac{8KTY \left(1 + \frac{V_{ov1}}{V_{ovH}}\right)}{(25\text{mV}/\sqrt{Hz})^2}$$

$$\begin{cases} g_{m1} \gg 125 \mu S \\ g_{m1} \gg 51,2 \mu A/V \end{cases} \Rightarrow g_{m1} \gg 125 \mu S$$

Però: $\frac{2I_1}{V_{ov1}} \gg 20 \text{ MHz} \cdot 2\pi \cdot C_c \Rightarrow I_1 \gg \frac{20 \text{ MHz} \cdot 2\pi \cdot C_c \cdot V_{ov1}}{2} = 6,28 \mu A$

Imponiamo quindi $I_1 = 7 \mu A$ per semplicità.
Conoscendo la corrente e conoscendo V_{ov} si può ricavare l'aspect ratio.

Uciamo ora l'informazione sulla internal compensation dell'OTA

se low frequency pole è dato dalla capacità di Miller:

$$p_L = \frac{1}{2\pi C_c (r_{o2} \parallel r_{o1} \cdot g_{m6} \cdot r_{o6} \parallel r_{o2})}$$

High frequency pole: $\frac{1}{2\pi C_L \cdot 1/g_{m6}} = p_H$ e si calcola con C_c corto circuito.

Calcoliamo la frequenza dello zero: (posizionato nel semipiano di destra)

$$p_z = \frac{1}{2\pi C_c \cdot 1/g_{m6}} \cdot p_H \text{ e } p_z \text{ dipendono da } g_{m6} \text{ e quindi}$$

da quanta corrente scorre per M_6 . Espressione di ϕ_H :

$$\phi_H = \underbrace{180^\circ - \arctan\left(\frac{GBWP}{p_L}\right)}_{\approx 90^\circ} - \arctan\left(\frac{GBWP}{p_H}\right) - \arctan\left(\frac{GBWP}{p_z}\right) \geq 60^\circ$$

Dato che $C_L = C_c$, allora $p_H = p_z$, però:

$$90^\circ - 2 \arctan\left(\frac{GBWP}{p_H}\right) \geq 60^\circ \Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{GBWP}{p_H}\right) \leq 15^\circ$$

$$\frac{GBWP}{p_H} \leq \tan(15^\circ) \Rightarrow p_H = \frac{GBWP}{\tan(15^\circ)} = 83 \text{ MHz} \quad \text{Da}$$

cui si ottiene $g_{m6} \geq 522 \mu S \Rightarrow I_6 \geq 52 \mu A$. Scegliamo

una corrente I_6 : $I_6 = 60 \mu A$.

Abbiamo ora sfruttato il guadagno e l'aspect ratio. se guadagno ci serve per dimensionare le lunghezze dei transistori.

$$G = \frac{2I_1}{V_{ov1}} \cdot \frac{V_A @ L_{min} \cdot L_1}{2I_1 \cdot L_{min}} \cdot \frac{2I_6}{V_{ov6}} \cdot \frac{V_A @ L_{min} \cdot L_6}{2I_6 \cdot L_{min}} \quad \text{Scegliamo prima}$$

$L = L_{min}$ e guardiamo quanto il risultato del guadagno

$\bar{e}$ lontano dall'obiettivo. Con $L = L_{min}$ si ottiene

$G = 2150 = 68 \text{ dB}$ "Il guadagno si dimostra di 12 dB per un fattore 4.

Proviamo quindi imporre: $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 2L_{min} = 0,7 \mu\text{m}$

$$L_6 = L_7 = 2L_{min} = 0,7 \mu\text{m}$$

Nella soluzione invece imporre $L_6 = L_{min}$, quindi si ricava il valore di G_2 . Dopo resta come unica incognita L_1 , si ottiene che $L_1 > \frac{10}{G_2} \cdot \frac{L_{min}}{V_1} \cdot V_{ov1} \Rightarrow$ si ottiene.

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 1,6 \mu\text{m}$$

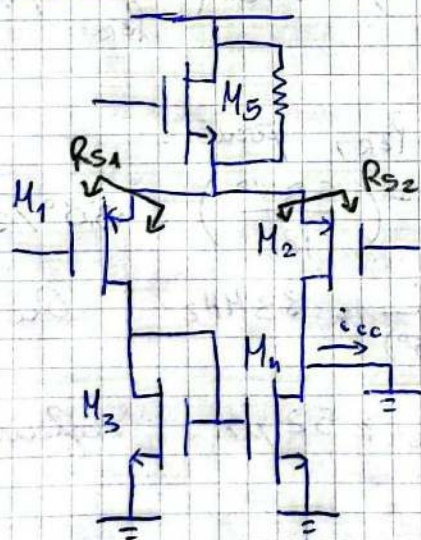
M_5 è definito grazie al CMRR: $CMRR \triangleq \frac{G_{diff}}{G_{CM}}$, dove:

$G_{diff} = g_{m1} \cdot R_{o1} \cdot G_2$, mentre: $G_{CM} = g_{mCM} \cdot R_{o1} \cdot G_2$. Perciò

$CMRR = \frac{g_{m1}}{g_{mCM}}$, da cui per il CMRR la seconda parte

del circuito non è influente. g_{m1} già l'abbiamo dimensionato, quindi ora dobbiamo ricavare g_{mCM} . 6/11/24

Studiamo la funzione di trasferimento di modo comune usando il teorema di Norton.



Idealmente la corrente i_{cc} nel caso di segnale di modo comune è 0. In realtà c'è una piccola corrente residua che va a i_{cc} dovuta alle asimmetrie del circuito. Un'asimmetria è dovuta allo specchio di corrente $M_3 - M_4$. Infatti solo la corrente che scorre per il canale di M_3 viene specchiata su M_4 ,

ma non tutta la corrente che scorre per M_1 scorre per il canale di M_3 a causa della presenza di r_{o3} .

Quattro dal drain di M_1 verso il basso vedo $1/g_m$, mentre dal drain di M_2 verso il basso vedo massa. Perciò la corrente non si equipartisce perfettamente tra M_1 e M_2 .

Consideriamo i due correnti separatamente. Partiamo dall'errore dovuto allo specchio di corrente (quindi l'impedenza vista dai drain di M_1 e M_2 è la stessa). Gli input aumentano di V_{CH} , anche il drain di M_5 aumenta di V_{CH} . Si genera una corrente per r_{o5} pari a:

$$i_{H5} = \frac{V_{CH}}{r_{o5}}$$

Dato che stiamo considerando

ora che l'impedenza dai drain di M_1 e M_5 sia la stessa, questa corrente i_{H5} si divide equamente tra M_1 e M_2 . Perciò:

$$i_{H1} = i_{H2} = \frac{V_{CH}}{2r_{o5}}$$

ha corrente per

M_2 va a meno sul percorso di i_{cc} , la corrente di M_1 corre in parte sul canale di M_3 e viene specchiata su M_4 . Perciò:

$$i_{H1} = i_{H1} \cdot \frac{r_{o3}}{1/g_{m3} + r_{o3}} = i_{H1} \frac{g_{m3} r_{o3}}{1 + g_{m3} r_{o3}}, \text{ perciò poniamo}$$

ricavare il valore di i_{cc} :

$$i_{cc} = i_{H1} - i_{H2} = i_{H1} \frac{g_{m3} r_{o3}}{1 + g_{m3} r_{o3}} - i_{H1} = - \frac{i_{H1}}{1 + g_{m3} r_{o3}}$$

perché $i_{H2} = i_{H1}$

$$= - \frac{V_{CH}}{2r_{o5} (1 + g_{m3} r_{o3})} \stackrel{N}{=} - \frac{V_{CH}}{2r_{o5} g_{m3} r_{o3}}$$

Possiamo definire

la transconduttanza equivalente che chiamiamo g_{mCH} :

$$g_{mCH} = \frac{-1}{2r_{o5} g_{m3} r_{o3}}$$

Studiamo ora il secondo contributo, consideriamo ora lo specchio di corrente ideale, ma studiamo l'effetto della diversa impedenza vista dai drain di M_1 e M_2 :

$$i_{H5} = \frac{V_{CH}}{2r_{o5}}, \text{ ora } i_{H1} \text{ e } i_{H2} \text{ sono differenti:}$$

$$i_{H1} = \frac{R_{S2}}{R_{S2} + R_{S1}} i_{H5} ; i_{H2} = \frac{R_{S1}}{R_{S2} + R_{S1}} i_{H5}, \text{ guarda il disegno}$$

del circuito per capire cosa sono R_{S1} e R_{S2} .

$$i_{cc} = i_{H1} - i_{H2}$$

$$R_{S2} = \frac{r_{o2}}{1 + g_{m2} r_{o2}} ; R_{S1} = \frac{r_{o1} + 1/g_{m3}}{1 + g_{m1} r_{o1}} ; \text{ per simmetria}$$

vale che $g_{m1} r_{o1} = g_{m2} r_{o2}$, può porci a ricavare l'espressione di i_{cc} :

$$i_{cc} = i_{H5} \frac{\frac{r_o}{1+g_{m1}r_o} - \frac{r_o + 1/g_{m3}}{1+g_{m1}r_o}}{\frac{r_o}{1+g_{m1}r_o} + \frac{r_o + 1/g_{m3}}{1+g_{m1}r_o}} = i_{H5} \frac{-1/g_{m3}}{2r_o + 1/g_{m3}} \approx \frac{-1}{2r_o + 1/g_{m3}} \quad \text{trascurabile}$$

$$\approx -\frac{1}{2g_{m3}r_{o1}} i_{H5} = \frac{-V_{CH}}{2r_{o5}g_{m3}r_{o1}}, \quad \text{anche in questo caso}$$

possiamo calcolare g_{mCH} : $g_{mCH} = \frac{-1}{2r_{o5}g_{m3}r_{o1}}$, possiamo

ora ricavare G_{CH} sapendo i due contributi di errore:

$$G_{CH} = \frac{1}{2r_{o5}} \epsilon, \quad \text{dove } \epsilon = \epsilon_H + \epsilon_i \quad \text{con}$$

$$\epsilon_H = \frac{1}{g_{m3}r_{o3}} \quad \text{e} \quad \epsilon_i = \frac{1}{g_{m3}r_{o1}}. \quad \text{Possiamo quindi}$$

calcolare il CMRR:

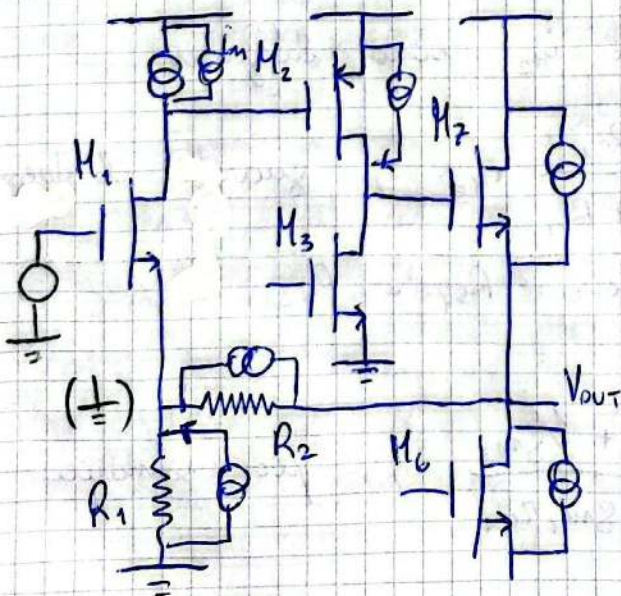
$$CMRR = \frac{g_{m1}}{\frac{1}{2r_{o5}} \epsilon} = \frac{2g_{m1}r_{o5}}{\epsilon}, \quad \text{il parametro che dobbiamo}$$

dimensionare è r_{o5} in base al CMRR richiesto. Si ottiene che $r_{o5} \geq 167 k\Omega$.

$$r_{o5} = \frac{V_A @ L_{min} \cdot L_5}{L_{min} \cdot I_5}, \quad \text{ponendo } L_5 = L_{min} \quad \text{si ottiene}$$

$r_{o5} = 500 k\Omega$ che rispetta il vincolo richiesto di $r_{o5} \geq 167 k\Omega$.

L'esercizio dell'esercitazione è finito. Come esercizio aggiuntivo calcoliamo il rumore del seguente circuito:



Il loop agisce per ridurre a 0 il segnale di controllo del transistor di input.

Ottenendo un guadagno ideale pari a:

$$G_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Il loop agisce affinché il source del MOSFET di

input sia a massa virtuale, perciò tutta la corrente del generatore di R_1 move per R_2 . Perciò:

$$S_{OUT} \Big|_{R_1} = \frac{kT}{R_1} R_2^2 \quad \text{Calcoliamo il rumore di } R_2:$$

Tutta la corrente di questo generatore move per R_2 per poi rientrare nel generatore (ha un andamento circolare)
Perciò: $S_{OUT} \Big|_{R_2} = \frac{kT}{R_2} R_2^2$

Studiamo il contributo del rumore del transistor di input: usiamo come generatore di rumore un generatore di tensione connesso al gate. Il trasferimento è equivalente a G_{id} , perciò:

$$S_{OUT} \Big|_{H_{in}} = \frac{kT \gamma}{g_{m1}} G_{id}^2 \quad \text{Contributo di } M_6 \text{ e } M_7 \text{ è lo stesso:}$$

$$S_{OUT} \Big|_{M_6, M_7} = 8kT \gamma g_{m6} R_{out}^2, \quad \text{dove } R_{out} = \frac{R_{out}^0}{1 - G_{loop}}$$

Perciò: $R_{out}^0 = 1/g_{m5}$. Mentre G_{loop} vale:

$$G_{loop} = -g_{m1} r_{o1} g_{m2} r_{o2} // r_{o3} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{Facendo i conti}$$

si nota che R_{out} è molto piccola, perciò il contributo

$S_{OUT} \Big|_{M_6, M_7}$ è trascurabile.

Rumore di M_2 : per effetto del $loop$ il gate di M_7 è a massa virtuale, perciò la corrente del generatore di rumore di M_2 move per il canale di M_2 modificando la tensione al gate di M_2 . La variazione del gate di M_2 viene divisa per $g_{m1} r_{o1}$ nella propagazione verso l'unità, quindi questo termine diventa trascurabile. Stesso discorso per M_3 .

Anche il generatore di corrente, che è implementato attraverso un MOSFET, ha un contributo di rumore. La corrente del generatore di rumore di M_6 (mosfet del generatore di corrente) va in un punto di massa virtuale che

è il gate di M_2 . La corrente del generatore di rumore scorre per M_1 , il gate di M_1 è a massa perciò questa corrente ne modifica il rumore. Perciò viene modificata la tensione al source di un valore pari a:

$$- \frac{i_n}{g_{m1}}. \text{ Si genera quindi una corrente per } R_1 \text{ pari}$$

$$a: - \frac{i_n}{g_{m1}} \cdot \frac{1}{R_1} \text{ Queste due correnti si sommano e}$$

scorrono per R_2 . Perciò:

$$S_{out} \Big|_{M_6} = 4kT \delta g_{m6} \left(-\frac{1}{g_{m1}} - \left(\frac{1}{g_{m1} R_1} + 1 \right) R_2 \right)^2$$

30/10/24

Esercitazione 11 : file E10-2025

Comunque al drain di M_1 c'è M_3 , perciò M_1 vede dal suo drain r_{o3} che ha un valore alto di resistenza. Questo fa sì che il trasferimento tra V_{in} comunque al source di M_1 e il gate di M_1 sia più o meno unitario. Stessa cosa per M_2 , perciò la tensione al source di M_2 viene riportata in modo pressoché identico al gate di M_2 .

Stesso discorso per l'ingresso V_{in}^+ con i transistori M_{11} e M_{12} . Dato che i gate di M_5 e M_8 si muovono di segno opposto uno rispetto all'altro, si genera una corrente uguale per entrambi. Dato che hanno source in comune e stessa transconduttanza, allora la tensione al loro source non varia.

$$i_{M5} = \frac{V_d}{2} g_{m5}$$

Stesso discorso per M_6 e M_7 .

Supponendo V_d positiva, i_{M5} scorre verso l'alto e i_{M6} verso il basso. La corrente per M_6 viene specchiata su M_{15} e la corrente per M_8 viene specchiata su M_{16} .

Le correnti per M_{15} e M_{16} scorrono in verso opposto, quindi si sommano e scorrono verso l'unità.

costituendo i_{cc} . Possiamo calcolare il guadagno.

$$G = \frac{g_{m5}}{2} \cdot 2 \cdot r_{o15} \parallel r_{o16}, \text{ dove } r_{o15} \parallel r_{o16} = R_{out}.$$

Calcoliamo il range della tensione in uscita:

$V_{out, max}$ è limitato dal transistor M_{16} , perciò:

$$V_{out, max} = V_{DD} - V_{OV15} = 2,9V, \text{ mentre } V_{out, min} = V_{OV16} = 0,1V$$

Il valore minimo di V_{out} è limitato al transistor M_{16} .

Calcoliamo ora il range del segnale in ingresso di modo comune.

V_{CH} deve garantire il corretto funzionamento di M_1 :

$$V_{CH, max} = V_{DD} - V_{OVH3} - V_{GSM1}. \text{ Altra condizione: } M_5 \text{ deve}$$

operare correttamente. Perciò: $V_{CH, max} = V_{DD} + V_T - V_{GSM1}$. Questa seconda equazione è meno restrittiva della prima quindi può non essere considerata.

M_{13} e M_{11} sono simmetriche quindi sono equazioni analoghe.

La differenza sta nel fatto che sopra M_5 non c'è nulla, mentre sopra M_6 c'è M_3 . M_6 deve operare in saturazione.

Ricordando che il gate di M_6 segue V_{CH} si ottiene la condizione:

$$V_{CH, max} = V_{DD} - \overbrace{V_{SGH3} + V_T}^{-V_{OV3}} - \underbrace{V_{GSM1}}_{= V_{GSM1}}. \text{ Dato che } V_{OVH3} = 0,1V$$

mentre $V_{OVH3} = 0,2V$, la condizione più restrittiva è la prima equazione. Perciò:

$$V_{CH, max} = V_{DD} - V_{OVH3} - V_{GSM1} = 2V. \text{ Calcoliamo ora } V_{CH, min}.$$

M_1 deve operare in saturazione:

7/11/24

$$V_{CH, min} = V_{OVH1} + V_{GSM2}. \text{ La condizione su } M_7 \text{ è meno}$$

restrittiva. Per garantire il funzionamento lungo il percorso

$M_{10} - M_8 - M_{12}$:

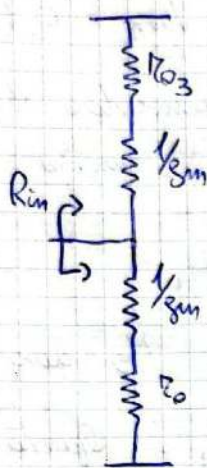
$$V_{CH, min} = V_{GSM10} - V_T + V_{GSM2} = V_{OVH10} + V_{GSM2}. \text{ La condizione}$$

più restrittiva è: $V_{CH, min} = V_{OVH11} + V_{GSM2} = 1V$

c) $GBWP = G(0) \cdot \frac{f_L}{C_L}$ l'unico condensatore presente nel circuito è C_L perciò:

$$GBWP = \underbrace{g_{m5} r_{o16} // r_{o15}}_{G(0)} \cdot \frac{1}{2\pi C_L r_{o15} // r_{o16}} = \frac{g_{m5}}{2\pi C_L}$$

d) Il circuito equivalente per il calcolo di R_{in} è:



$R_{in} = \frac{1/2 g_{m1} + r_{o3}}{2}$ I transistori diventano canali resistivi dal valore $1/2 g_m$ per via della loro configurazione transdiode

e) Trovo l'uscita in cortocircuito, calcolo la corrente totale dovuta ai generatori di corrente in uscita S_{Iout} , divido questa quantità per $G^2 = g_{m5}^2 R_{out}^2$ e poi moltiplico tutto per R_{out}^2 . In questo modo ricavo l'input referred noise. Perciò in definitiva per 8/11/21 calcolare l'input referred noise calcolo:

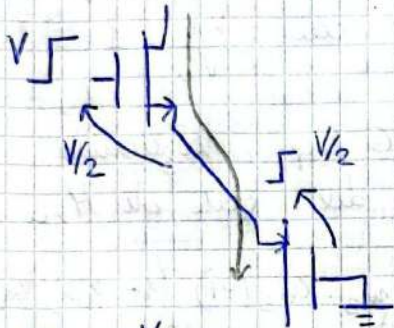
$$\frac{S_{Iout}^2}{g_{m5}^2}$$

M_{16} e M_{15} iniettano corrente direttamente in input. la corrente per M_3 e M_{10} è moltiplicata e va direttamente nel corto circuito. Perciò i generatori di rumore di M_3 , M_{10} , M_{15} e M_{16} hanno trasferimento unitario in uscita.

$$S_{Iout}^2 = h \cdot h K T \sum_{M_3, M_{10}, M_{15}, M_{16}} g_{m_i}^2, \quad \text{dove } g_{m_i} \text{ è la } g_m \text{ di questi } i \text{ transistori.}$$

Studiamo ora il rumore dello stadio di input. Quindi consideriamo M_3 , M_{13} , M_{11} e M_4 . Chiamo g_{m8} la transconduttanza di questi transistori.

ha corrente del generatore M_3 scorre per M_1 e poi
 va a massa per via della tensione nulla in ingresso.
 ha resistenza vista dal drain di M_1 è $1/g_{m1}$ perché
 in configurazione transdiodo. Perciò la tensione al gate
 di M_5 vale: $V_{g_{m5}} = \frac{i_n}{g_{m1}}$ ha tensione al gate
 di M_5 comanda lo stadio differenziale $M_5 - M_3$.



Se ha uno stadio differenziale e incremento
 un gate di una tensione V mentre
 l'altra lo tengo a 0, è come avere
 un segnale di modo comune di $V/2$ e
 un segnale differenziale di $V/2$, perciò

$V_{ch} = V/2$ e $V_d = \pm V/2$. Perciò il trasferimento tra $V_{g_{m5}}$
 e l'uscita vale $g_{m5}/2$.

Perciò: $S_{I_{out}}^2 = h \cdot h K T \gamma g_{m3} \left(\frac{g_{m5}}{2g_{m1}} \right)^2$

Chiamo: g_{m_i} la transconduttanza riferita ai transistori M_1 ,
 M_2 , M_{11} , M_{12} . ha corrente del generatore di corrente di
 rumore di M_1 fa aumentare la tensione del gate
 di M_1 di un valore $\frac{i_n}{g_{m1}}$. Mentre il trasferimento tra
 il gate di M_1 e l'uscita è pari a $g_{m5}/2$.

Perciò: $S_{I_{out}}^2 \Big|_{M_1, M_2, M_{11}, M_{12}} = h \cdot h K T \gamma g_{m1} \left(\frac{g_{m5}}{2g_{m1}} \right)^2$

Chiamo ora g_{m0} la transconduttanza dei transistori M_5 ,
 M_6 , M_7 e M_8 . Il generatore di corrente di rumore di
 M_5 può essere sostituito con un generatore di tensione
 al gate di M_5 , e a questo punto il trasferimento
 tra il gate di M_5 e l'uscita è come detto in
 precedenza pari a $g_{m5}/2$. Perciò:

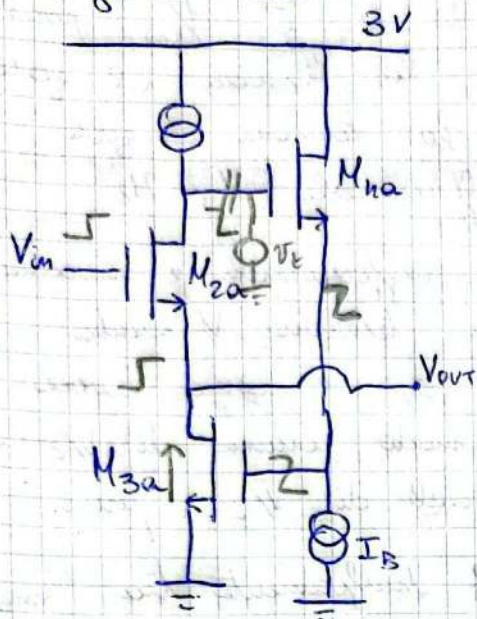
$S_{I_{out}}^2 \Big|_{M_5, M_6, M_7, M_8} = h \cdot h K T \gamma g_{m5} \left(\frac{g_{m5}}{2g_{m5}} \right)^2 = h \cdot \frac{h K T \gamma}{g_{m5}} \left(\frac{g_{m5}}{2} \right)^2$

Una volta calcolato $S_{I_{out}}^2$ possiamo ricavare E_{in}^2 dividendo
 per g_{m5}^2 . Si ottiene:

$E_{in}^2 = \frac{16 K T \gamma}{g_{m5}} \left(\frac{1}{h} + \frac{g_{m5}}{h g_{m1}} + \frac{g_{m0}}{g_{m5}} + \frac{g_{m5} g_{m3}}{h g_{m1}} \right)$

Esercizio 2

Figura 2a:



Il loop del circuito in figura 2a agisce in modo tale da tenere nulla la tensione di comando del transistor M_{2a} . Perciò il source del transistor M_{2a} segue il gate, da cui $\frac{V_{out}}{V_{in}} = 1$ e $G_{in} = 1$.

Calcoliamo ora G_{loop} tagliando in corrispondenza del gate di M_{1a} .

$$G_{loop}(0) = \underbrace{\frac{g_{m1} r_{o1}}{1 + g_{m1} r_{o1}}}_{\text{trasferimento gate-source di } M_{1a}} \cdot \underbrace{g_{m3} r_{o3} (-1)}_{\text{trasferimento gate-drain di } M_3} \underbrace{(1 + g_{m2} r_{o2})}_{\text{trasferimento source-drain di } M_2}$$

$\frac{g_{m1} r_{o1}}{1 + g_{m1} r_{o1}} \approx 1 \Rightarrow$ quasi source follower ideale.

La tensione al gate di M_{3a} moltiplicata per g_{m3} genera una corrente per M_{3a} verso il basso. Dato che il drain di M_{2a} è in circuito aperto, tutta la corrente di M_{3a} scorre per r_{o3} . Perciò rende in tensione il source di M_{2a} . Il trasferimento tra source e drain di M_{2a} con drain di M_{2a} in circuito aperto è $1 + g_{m2} r_{o2} \approx g_{m2} r_{o2}$.

in definitiva: $G_{loop}(0) = -80000$.

Calcolo ora R , la resistenza vista dall' output:

$R = \frac{R_{open}}{1 - G_{loop}}$, dove $R_{open} \approx r_{o3}$ e $1 - G_{loop}(0) \approx g_{m3} r_{o3} g_{m2} r_{o2}$

perciò: $R \approx \frac{1}{g_{m3} g_{m2} r_{o2}} \approx 250 \Omega$

b) Consideriamo ora il circuito per intero.

Per calcolare $V_{CM, min}$ dobbiamo fare il percorso da massa all' input. Dato che per effetto del loop il drain di M_5 segue l' ingresso, c'è il rischio di portare M_5 in zona satura. Perciò:

$V_{CH, \min} = V_{OV5} + V_{GS, M2}$ Stesso discorso vale per simmetria per
 M_{5B} . Verifichiamo ora la saturazione di M_3 .

$V_{CH, \min} = V_{OVH3a} + V_{GS, M2a}$ Dato che $V_{OVH5} = V_{OVH3}$ le due
equazioni restituiscono lo stesso valore di $V_{CH, \min}$ pari a:

$$V_{CH, \min} = 0,9 \text{ V.}$$

Studiamo ora $V_{CH, \max}$: se aumenta V_p , allora aumenta
anche il source di M_{2a} , aumenta anche il gate di M_{1a} .
La polarizzazione non cambia, il drain di M_{6a} è fisso
in tensione perciò il risultato che M_{1a} vada in
zona ohmica.

Il drain di M_{2a} è fisso in tensione, infatti vale che

$$V_{D2a} = V_{GS3a} + V_{GS1a}, \text{ queste due tensioni sono fisse perciò}$$

è fisso V_{D2a} . C'è il rischio quindi di portare M_{2a} in
zona ohmica. Condizione per M_{1a} :

$$V_{CH, \max} = V_{DD} - V_{SGM6} + V_T = V_{DD} - V_{OVH6}. \text{ Condizione per } M_{2a}:$$

$$V_{CH, \max} = V_{GS, M3} + V_{GS, M1} + V_T = 3V_T + V_{OVH3} + V_{OVH1} \text{ ha condizione}$$

più stringente è quella di M_{2a} , perciò $V_{CH, \max} = 2,4 \text{ V.}$

c) Per il teorema di Norton costruiamo l'unità a mano.

Calcoliamo i_{cc} :

V_p aumenta di $V_d/2$ e perciò anche il gate di M_{1a} e
il source di M_{1b} .

V_m diminuisce di $V_d/2$, perciò anche il gate di M_{1b} e
il source di M_{1a} . Il risultato è che la tensione
di comando di M_{1a} vale V_d , mentre quella di
 M_{1b} vale $-V_d$.

Per M_{1a} si genera una corrente verso il basso pari a:

$$i_{M1a} = V_d \cdot g_{m1a}. \text{ Per } M_{1b} \text{ si genera una corrente}$$

verso l'alto pari a: $i_{M1b} = V_d \cdot g_{m1b}.$

i_{cc} è la somma di queste correnti e vale:

$$i_{cc} = 2 V_d \cdot g_{m1a}, \text{ perciò in definitiva:}$$

$$G = 2 g_{m1a} R_{out}$$

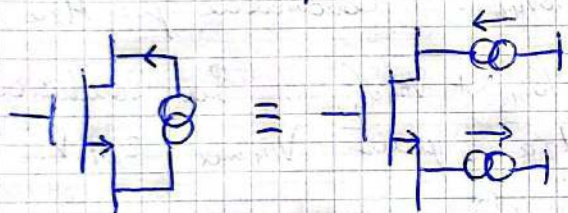
d) Avendo tanti transistori, è utile raggrupparli in gruppi dove i transistori hanno lo stesso effetto sull'uscita.

Calcoliamo S_{out}^2

Il generatore di rumore di M_{5a} vede R (calcolata nel punto a)) da una parte e il source di M_{1b} dall'altra. Dato che R è molto piccola, tutta questa corrente va verso sinistra e non serve per M_{3a} , non avendo effetti sull'uscita. Stesso discorso per M_{5b} , M_{3a} e M_{3b} . Nessuno di questi transistori che iniettano corrente verso massa virtuale hanno effetti sull'uscita.

I transistori $6a$ e $6b$ iniettano corrente direttamente in uscita.

$\Rightarrow S_{out}^2|_{M_{6a}, M_{6b}} = 2 \cdot h K T \gamma g_{m6}$
Per il generatore del transistor M_{1b} è comodo splittarlo in 2, uno al drain l'altro al source. In questo modo:



Non serve la sovrapposizione degli effetti.

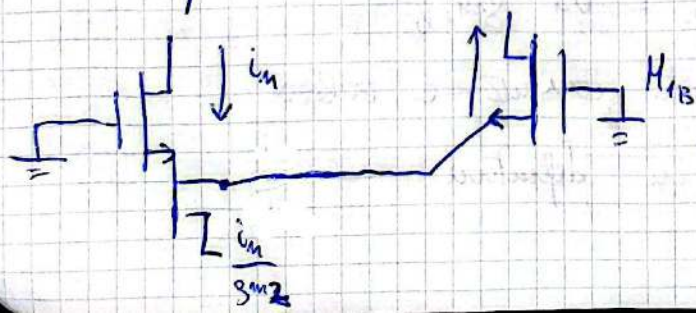
Il generatore di corrente al source di M_{1b} vede massa virtuale e non ha effetti sull'uscita.

Il generatore al drain va diretto in uscita. Analogamente per M_{1a} . Perciò: $S_{out}^2|_{M_{1a}, M_{1b}} = 2 \cdot h K T \gamma g_{m1} (1+0)^2$

Splittiamo il generatore in 2 anche per i transistori M_2 .

Il generatore connesso al source di M_{2a} manda corrente direttamente a massa virtuale, quindi non influenza l'uscita.

La corrente i_{in} del generatore connesso al drain di M_{2a} serve per M_{2a} e la tensione al source cambia,



diminuendo di $\frac{i_{in}}{g_{m2}}$.
Sceglie anche la tensione al source di M_{1b} e si genera una corrente per

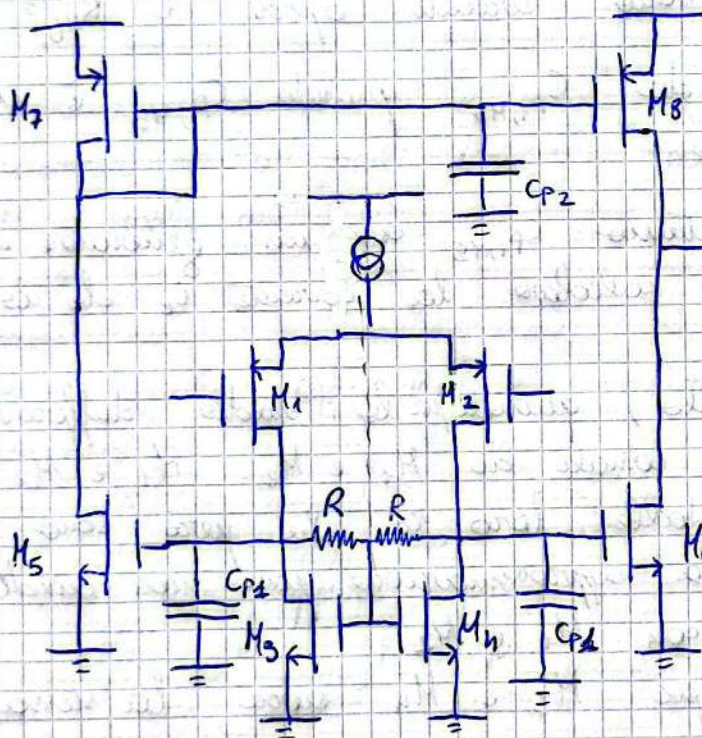
M_{1b} pari a: $\frac{i_m}{g_{m2}} \cdot g_{m1}$ Brevio:

$$S_{I_{out}}^2 \Big|_{M_{2a}, M_{2b}} = 2 \cdot 4KT \delta g_{m2} \left(\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \right)^2$$

Calcoliamo ora l'effetto del generatore di M_{1b} : il generatore inietta corrente al source di M_{1b} ; questa node è dentro al loop, perciò è una vera e propria virtuale $\Rightarrow$ la corrente scorre tutta per M_{1b} cambiando la tensione al gate. Il drain di M_{2b} ha impedenza alta, quindi la corrente che dal gate di M_{1b} raggiunge l'unità generata dalla tensione al gate di M_{1b} è piccola e ha contributo trascurabile sull'uscita.

Esercitazione extra 30/10/24

Esercizio



Il circuito ha un centro di simmetria. Muovendo il gate di M_2 di una tensione $v_d/2$ si genera una corrente i_{M2} per M_2 pari a:

$$i_{M2} = \frac{v_d}{2} g_{m2}$$

il transistor ha gate e source a massa $\Rightarrow$ non può muoversi

corrente nel canale. $r_o \ll R$. Brevio i_{M2} vede un'impedenza

z data dal parallelo tra R e $1/sC_p$.

$i_{M2} \cdot \frac{R}{1+sC_p R}$ è la tensione al gate di M_6 , che moltiplicata

per g_{m6} dà la corrente per M_6 che va a finire in output.

Stesso discorso per M_1 e M_5 , la corrente di M_5 va a finire nello specchio di corrente che la replica in output. lo specchio in alto ha la capacità C_2

che introduce un polo. Perciò i cc vale:

$$i_{cc} = \frac{v_d}{2} g_{m2} \frac{R}{1 + s C_P R} g_{m6} + \frac{v_d}{2} g_{m1} \frac{R}{1 + s C_P R} g_{m5} \frac{1}{1 + s C_2 \frac{1}{g_{m7}}}$$

la resistenza d'unità vale:

$$R_{out} = \frac{r_{o3} \parallel r_{o6}}{1 + s C_L (r_{o6} \parallel r_{o3})} \quad G = \frac{i_{cc}}{v_d} \cdot R_{out}$$

Calcoliamo ora il guadagno tramite un procedimento diverso, usando il time constant method.

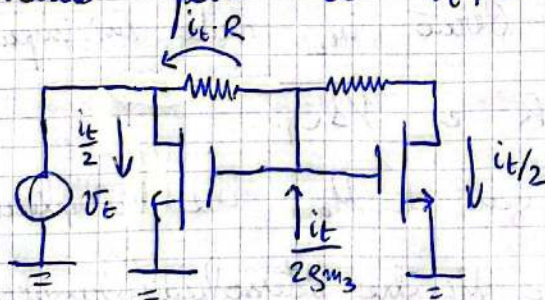
Equazione: $1 + b_1 s + b_2 s^2$ Dove:

$$b_1 = 2 C_{P1,H5} R_{H5}^o, \quad b_2 = C_{P1,H5} \cdot C_{P1,H6} R_{H5}^o R_{H6}^{G_{H5}}, \quad \text{dobbiamo}$$

quindi calcolare R_{H5}^o che è la resistenza vista da $C_{P1,H5}$ quando le altre sono circuiti aperti e $R_{H6}^{G_{H5}}$ che è la resistenza vista da $C_{P1,H6}$ quando $C_{P1,H5}$ è un cortocircuito.

Per calcolare R_{H5}^o sostituiamo $C_{P1,H5}$ con un generatore di tensione v_t e due calcolare la corrente i_t che lo attraversa.

L'input signal è nullo, quindi per lo stadio differenziale non muove corrente per i canali di M_1 e M_2 . M_1 e M_2 possono essere sostituiti dalle loro r_o che però sono elevate, perciò in prima approssimazione posso non considerare la parte di circuito con M_1 e M_2 . Per effetto del loop, per M_3 e M_4 scorre la stessa corrente pari a $i_t/2$:

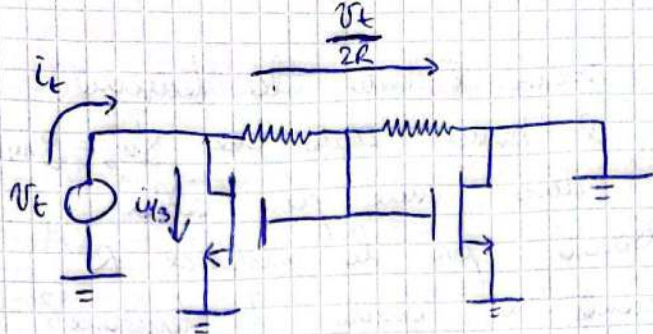


la tensione al gate di M_3 e M_4 vale: $\frac{i_t}{2 g_{m3}}$

$$v_t = \frac{i_t}{2 g_{m3}} + \frac{i_t}{2} R \Rightarrow \frac{v_t}{i_t} = \frac{R}{2} + \frac{1}{2 g_{m3}}$$

Perciò $b_1 = R + \frac{1}{g_{m3}}$

Calcoliamo ora $R_{H6}^{G_{H5}}$, il circuito da considerare è:



la corrente che dal generatore arriva a massa passando per le due resistenze R vale:

$$\frac{V_t}{2R}$$

la tensione ai gate del transistor vale $V_t/2$, perciò la corrente che scorre per M_3 vale:

$$i_{M_3} = \frac{V_t}{2} g_{m3}$$

i_t è la somma di queste correnti:

$$i_t = \frac{V_t}{2R} + \frac{V_t}{2} g_{m3} \Rightarrow \frac{V_t}{i_t} = 2R \parallel \frac{2}{g_{m3}} = \frac{2R g_{m3}}{R + g_{m3}}$$

Perciò il polinomio diventa:

$$1 + C_{P1} \left(R + \frac{1}{g_{m3}} \right) s + s^2 C_{P1}^2 \left[\left(2R \parallel \frac{1}{g_{m3}} \right) \left(\frac{R}{2} + \frac{1}{2g_{m3}} \right) \right]$$

Si ricavano così i poli. Calcoliamo ora gli zeri: dotti dalle due C_{P1} .

$$R \cdot \frac{1}{g_{m3}} \quad (1 + s C_{P1} R) (1 + s C_{P1} \frac{1}{g_{m3}})$$

$$a_2 s^2 + a_1 s + 1, \text{ dove } a_1 = C_{P1, M5} R_{M5,0}^{H5} \cdot 2 \quad e$$

$$a_2 = C_{P1, M5} R_{M5,0}^{H5} C_{P1, M6} R_{M6,0}^{H5} \quad \text{Calcoliamo } R_{M6,0}^{H5}$$

Se il gate di M_5 è cortocircuitato a massa, allora per M_5 non scorre corrente. Non scorre corrente neppure per $M_7 \Rightarrow$ neppure per M_8 . Se non scorre corrente per M_8 e l'output deve essere a tensione nulla, allora non deve scorrere corrente neppure per $M_6 \Rightarrow$ il gate di M_6 deve essere a 0V e questo succede se $C_{P1, M6}$ è un cortocircuito, perciò $R_{M6,0}^{H5} = 0$.

Ora cui $a_2 = 0$. Calcoliamo ora R_{M5}^{H5} ponendo un generatore di test al posto di $C_{P1, M5}$ e $C_{P1, M6}$ è un circuito aperto. Il segnale differenziale genera corrente per M_1 e M_2 , la tensione ai gate di M_3 e M_4 sta fissa, si abbassa la tensione al gate di M_6 . Per M_6 si genera corrente verso l'alto, per M_8 deve scorrere la stessa corrente $\Rightarrow$ la stessa corrente scorre per M_7 e M_5 .

Se la corrente per M_5 va verso l'alto, la tensione al gate di M_5 va verso il basso. Dato che $g_{m_6} = g_{m_5}$, la tensione al gate di M_5 deve essere pari alla tensione al gate di M_6 . Perciò per le resistenze R in realtà non scorre corrente e anche la tensione al gate di M_3 e M_4 deve essere uguale a quella del gate di M_5 , perciò pari a v_t . Se il gate di M_3 vale v_t , per M_3 si genera una corrente pari a: $v_t \cdot g_{m_3}$. Stessa corrente scorre per M_4 , che passa da M_1 , M_2 e prelevata dal generatore di test.

Perciò: $i_t = v_t g_{m_3} + v_t g_{m_3} \Rightarrow \frac{v_t}{i_t} = \frac{1}{2g_{m_3}}$

Perciò lo zero vale: $1 + sC_{p1} \cdot Z \cdot \frac{1}{2g_{m_3}}$ che si semplifica con uno dei poli calcolati prima.

Studiamo ora il rumore: partiamo da quello del resistore R posizionando un generatore di corrente in parallelo a R . Come prima, visto che gli input sono nulli, la parte $M_1 - M_2$ è costituita solo dalle loro r_o che sono elevate, non hanno alcun ruolo $\Rightarrow$ non consideriamo questa parte. Splittiamo il generatore in 2, consideriamo quello connesso al drain di M_3 che ha corrente pari a i_n . Per M_3 scorre $i_n/2$ per M_4 $i_n/2$. Il gate di M_3 aumenta di $\frac{i_n}{2g_{m_3}}$ Per R scorre $i_n/2$.

Chiamo X il gate di M_5 che ha la seguente tensione:

$X: \frac{i_n}{2g_{m_3}} + \frac{i_n}{2} R$ Chiamo Y il nodo di gate di M_6

che ha tensione: $Y: \frac{i_n}{2g_{m_3}} - \frac{i_n}{2} R$

Le tensioni X e Y generano correnti per M_5 e M_6 . La corrente per M_5 scorre anche per M_3 per effetto degli specchi di corrente.

La porzione di corrente dovuta al segnale di modo comune $\frac{i_n}{2g_{m_3}}$ di X e Y viene respinta e non scorre in uscita. In uscita scorre solo la corrente dovuta

al contributo differenziale $\pm \frac{i_m}{2} R$.

Il generatore di rumore di R connesso ai gate di M_3 e M_4 inietta corrente per metà in M_3 e per metà in M_4 , genera una tensione di modo comune ai gate di M_5 e M_6 che non dà alcun effetto in uscita.

$\Rightarrow$ quando il generatore viene splittato, uno genera segnale di modo comune e segnale differenziale, ma solo il segnale differenziale ha effetto in uscita.
L'altro genera solo segnale differenziale che non ha alcun effetto in uscita.

21/11/24

11/11/24
Esercizio 12: file E11-2025

a) La corrente del generatore da $6 \mu A$ si equipartisce tra Q_1 e Q_2 , trascurando la porzione di corrente che va alle basi di Q_1 e Q_2 , ma per Q_5 che per Q_6 scorrono $3 \mu A$ di corrente. Trascurando la porzione di corrente che scorre nella base di Q_{10} , per Q_3 scorrono $100 \mu A$ di corrente. $V_{BE3} = 0,7 V$, perciò per R_5 scorre una corrente pari a:

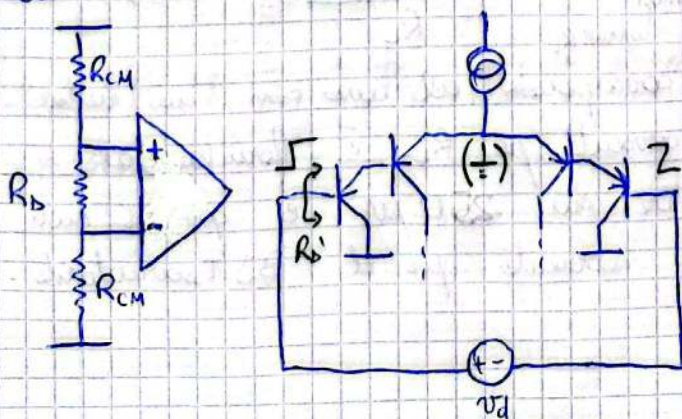
$$I_{R_5} = \frac{0,7 V}{R_5} = 20 \mu A$$

Trascurando la corrente di base per Q_8 , la corrente per Q_7 vale $I_{Q_7} = 6 \mu A$.

$$I_{Q_{11}} = I_0 = 250 \mu A \quad \text{mentre} \quad I_{Q_{10}} = \frac{I_0}{\beta_{mpm}} = 1,25 \mu A$$

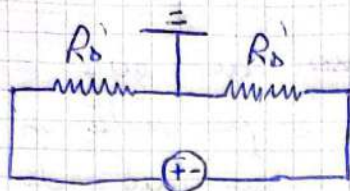
$$I_{Q_3} = I_{Q_4} \cong \frac{I_{Q_1}}{\beta_{mpm}} = 150 \mu A$$

b) Bisogna distinguere tra resistenza differenziale e resistenza di modo comune.



Il circuito è simmetrico, e perciò sotto l'effetto di un segnale differenziale il centro può essere considerato a massa.

Il modello con le resistenze è:



Dobbiamo calcolare quindi il valore di R_D' :

$$R_D' = \frac{1}{g_{m3}} \left(\frac{1}{g_{m3}} + \frac{P_{PMP}}{g_{m1}} \right), \text{ dato che } I_{Q1} \gg I_{Q3},$$

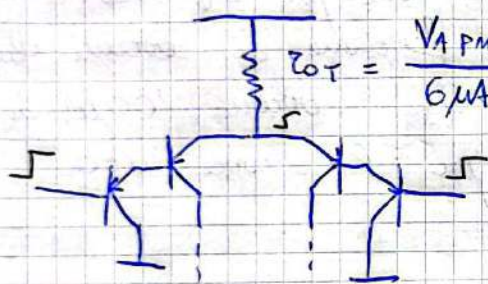
non è vero che $\frac{1}{g_{m3}} \ll \frac{P_{PMP}}{g_{m1}}$, infatti vale che:

$$\frac{1}{g_{m3}} = \frac{V_{th}}{I_{Q3}} = V_{th} \cdot \frac{P_{PMP}}{I_{Q1}} \text{ e } \frac{P_{PMP}}{g_{m1}} = \frac{P_{PMP} V_{th}}{I_{Q1}}, \text{ per cui}$$

$$R_D' = \frac{2 P_{PMP}^2}{g_{m1}} = \frac{2 P_{PMP}}{g_{m3}} = 6,9 \text{ M}\Omega$$

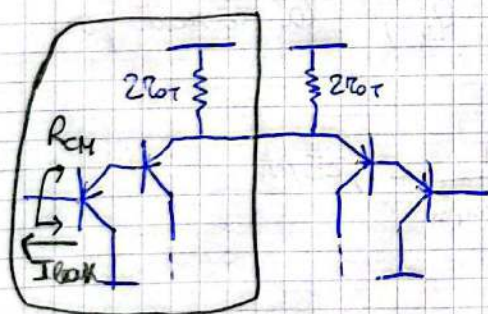
$$R_D = 2 R_D' = 14 \text{ M}\Omega$$

Calcoliamo ora R_{CH} :



$$R_{OT} = \frac{V_{A PMP}}{6 \mu A} = 1,67 \text{ M}\Omega; \text{ dove } R_{OT} \text{ è la resistenza del generatore di corrente.}$$

Per essere più comodo dividiamo R_{OT} in 2:

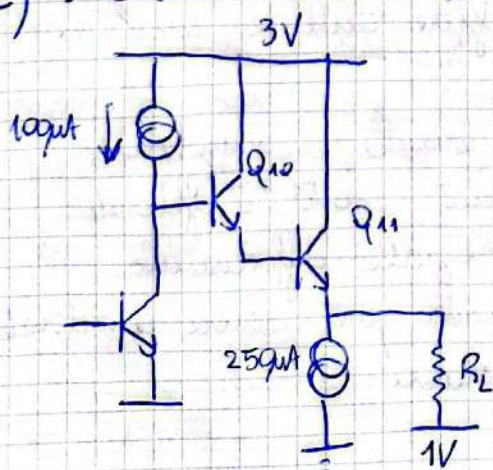


$$R_{CH} = \frac{1}{g_{m3}} \left(\frac{1}{g_{m3}} + \frac{P_{PMP}}{g_{m1}} (1 + 2 R_{OT}) \right) \approx$$

$$\approx 2 \frac{P_{PMP}^2}{g_{m1}} \cdot R_{OT} = 2,7 \text{ G}\Omega$$

$$I_{leak} \approx \frac{3 \mu A}{P_{PMP}^2} = 7,5 \text{ nA}$$

c) Studiamo ora lo stadio d'uscita:



$$V_{O, min} = \frac{1V - V_{out, min}}{R_L} = 250 \mu A = I_O$$

Che corrisponde al caso in cui tutta la corrente per R_L è fornita dal generatore da $250 \mu A$ e quindi non scorre corrente per il BSTsarrante.

perciò $V_{out, min} = 1V - R_L I_O = 0,5V$

la seconda condizione su $V_{out, min}$ è tenere in zona attiva i transistori.

$V_{out, min} = V_{CE, sat} = 0,2V$. Se $R_L = 2K\Omega$ la condi-

zione più stringente è la prima. In ogni caso

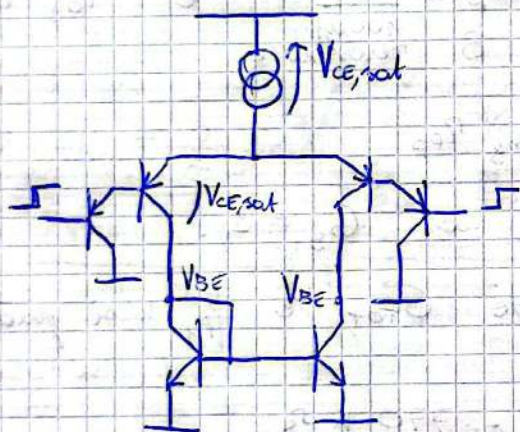
$V_{out, min}$ dipende dal valore di R_L . Calcoliamo ora

$V_{out, max}$: aumentando il valore di V_{out} , aumenta la tensione alla base di Q_{10} , infatti $V_{B,10} = V_{out} + 1,4V$.

V_{out} non può valere eccessivamente perché il generatore da 100 μA deve operare in zona attiva.

$V_{out, max} = 3V - V_{CE, sat} - V_{BE} - V_{BE} = 1,4V$

Calcoliamo il range dell'ingresso di modo comune:



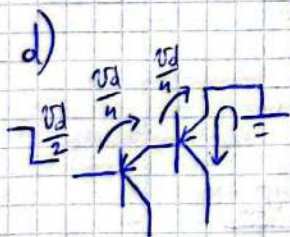
$V_{CM, max} = V_{DD} - V_{CE, sat} - 2V_{BE} = 1,4V$

$V_{CG} = V_{BE3} + V_{BE8} - V_{BE7} = V_{BE} = 0,7V$

Calcoliamo ora $V_{CM, min}$:

$V_{CM, min} = V_{BE} + V_{CE, sat} - 2V_{BE} = -0,4V$

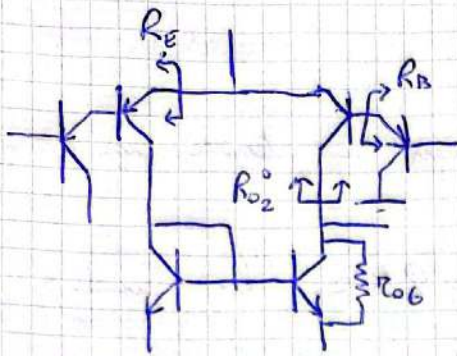
perciò $V_{CM, min} = 0V$



$i_{H1} = \frac{V_d}{h} g_{m1}$, $i_{CC} = 2i_{H1} = \frac{V_d}{2} g_{m1}$

$R_{out} = R_{out1} \parallel R_{in2}$, dove R_{out1} è la resistenza d'uscita del primo stadio mentre R_{in2} è la resistenza d'entrata del secondo stadio.

$R_{in2} = \beta_{PMF} \left[\frac{1}{g_{m7}} + \beta_{MPM} \left(\frac{1}{g_{m8}} + R_D \parallel \beta_{MPM} \frac{1}{g_{m9}} \right) \right] \approx \beta_{PMF} \beta_{MPM} \left(R_D \parallel \frac{\beta_{MPM}}{g_{m8}} \right) = 80K\Omega$



$$r_{o6} \parallel \frac{R_{o2}}{1 - G_{loop}} \quad \text{dove } G_{loop} = -1$$

$$R_{o2} = \left[R_E \parallel R_B^* + r_{o2} \left(1 + \frac{\beta_{PMF} R_E}{R_E + R_B^*} \right) \right]$$

dove $R_B^* = \frac{\beta_{PMF}}{g_{m2}} + R_B = \frac{2\beta}{g_{m2}}$ con $R_B = \frac{1}{g_{mn}}$ quindi

$$R_E = \frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{\beta_{PMF} g_{m3}} = \frac{2}{g_{m1}}$$

$$R_E + R_B^* \approx R_B^* \cdot R_{o2} \approx r_{o2} \left(1 + \frac{2\beta_{PMF}/g_{m1}}{2\beta/g_{m2}} \right) = 2 r_{o2}$$

Però $R_{out1} = r_{o2} \parallel r_{o6} \approx r_{o2}$ dato che $V_{Ampm} = 10 V_{Amp}$
 $3,3 \text{ M}\Omega$

Guadagno del primo stadio: $G_1 \approx \frac{g_{m1}}{2} r_{o2}$

$G_2 = g_{m3} r_{o3} \parallel r_{op} \parallel R_{in3}$, dove r_{op} è la r_o del generatore da $100 \mu A$ e R_{in3} è la resistenza di ingresso del terzo stadio. $r_{op} = \frac{V_{AF}}{100 \mu A}$ e r_{o3} è trascurabile in quel parallelo di 3 resistenze.

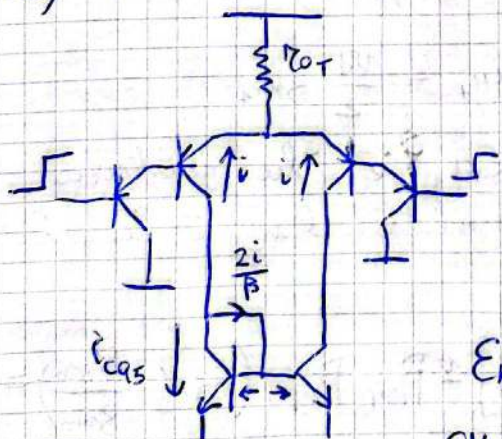
$$R_{in3} \approx \beta_{PMF}^2 R_L \Rightarrow G_2 \approx g_{m3} r_{op}$$

$$G_{TOT} = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 = 97 \text{ dB} \quad \text{con } G_3 = 1.$$

$f_{P1} = \frac{1}{2\pi C_c R_{out1} (G_2)}$, sapendo G_{TOT} e f_{P1} si può

calcolare che $GBWP = \frac{g_{m1}}{4\pi C_c} = 770 \text{ KHz}$

e)



$$i = \frac{V_{cm}}{2r_{ot}} ; i_{cq5} = i - \frac{2}{\beta} i$$

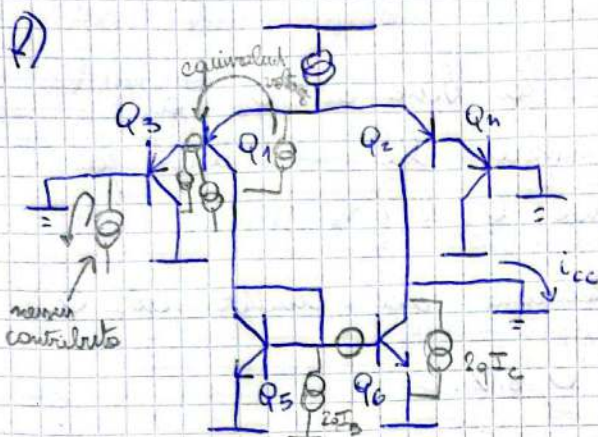
$$i_{cc} = i - i_{cq5} = \frac{2}{\beta} i = \frac{2}{\beta} \frac{V_{cm}}{2r_{ot}} = \frac{V_{cm}}{\beta r_{ot}}$$

E_n è l'errore dovuto allo specchio.

$$CHRR = \frac{G_d}{G_{un}} = \frac{g_{m1}}{2} \cdot \frac{1}{\frac{2}{\beta} \cdot \frac{1}{2r_{ot}}} = \frac{g_{m1} \beta r_{ot}}{2} = 83 \text{ dB}$$

Esercitazione 13

Cominciamo innanzitutto l'esercizio dell'esercitazione precedente:



Il rumore degli stadi successivi al primo rumore viene per G_1 per calcolare l'input referred noise, visto che G_1 è abbastanza grande questi diventano trascurabili $\Rightarrow$ calcoliamo solo il rumore del primo stadio.

La transconduttanza gain dello stadio vale

$$G_{md} = \frac{g_{m1}}{2}; R_{bb'} = 250 \Omega \quad Q_5, Q_6$$

$$S_{OUT}^2 = 2qI_{C6} + 2qI_{C5} + \underbrace{4qI_{B5,6}}_{\substack{B_{PMP} \\ \text{transconduttanza}}} + 8KT R_{bb'} (g_{m6})^2$$

$$+ \left(\frac{2qI_{B1} + 2qI_{C3}}{2qI_{B1} + 2qI_{B1}} \right) \left(\frac{1/g_{m3}}{1/g_{m3} + B_P (1/g_{m1} + R_E)} \right)^2 B_{PMP}^2$$

$$R_E = \frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1} B_P} = \frac{2}{g_{m1}}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{B/g_{m1}}{B/g_{m1} + B(\frac{3}{g_{m1}})} \right] = \frac{1}{4}$$

$$4qI_C \cdot \frac{1}{4} \cdot B_{PMP} = qI_C B_{PMP} \Rightarrow \text{questo contributo rende trascurabili gli altri.}$$

Quindi in definitiva:

$$S_{OUT}^2 \approx 8qI_{C1} \cdot \frac{1}{4} \cdot B_{PMP} \quad \text{da cui } E_{min} = \frac{2qI_{C1} B_{PMP}}{G_{md}^2} = \frac{qI_{C1} B_{PMP}}{g_{m1}^2}$$

$$= \frac{qI_{C1} B_{PMP} \cdot KT}{g_{m1}^2 \cdot KT} = \frac{8KT}{g_{m1}} B_{PMP} = \left(75 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}} \right)^2$$

$$a) V_{BQ1} = V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{V_{DD}}{2} = 1,5V.$$

Il loop agisce per rendere la base di Q_2 a massa virtuale, questo significa che il loop fa in modo che I_0 scorra per Q_1 .

$$I_{Q1} = I_0. \quad V_A \text{ è la tensione all'emittore di } Q_1$$

$$\text{e vale: } V_A = 1,5V - 0,7V = 0,8V.$$

Chiamo I_B la corrente che scorre per R_{F1} e R_B , vale che $I_B = \frac{0,8V}{R_{F1} + R_B} = 100\mu A$. Corrente per Q_3 deve

scorrere una corrente pari a $50\mu A \Rightarrow I_{Q3} = 50\mu A$.

$$I_{Q2} = \frac{50\mu A}{\beta_{PMF}} = 1,25\mu A. \quad V_{out} = V_A + 50\mu \cdot R_{F2} = 1,5V.$$

$$V_{BQ2} = 3V - 2V_{BE} = 1,6V. \quad \text{È facile verificare che tutti}$$

i transistori girano in zona attiva. È facile anche calcolare tutti i valori di g_m e r_o .

b) Per calcolare G_{eq} tagliamo il loop alla base di Q_2 .
Dobbiamo calcolare R_c , la resistenza ricostruita quindi quella che si vede dalla base di Q_2 .

$$R_c = \beta_{PMF} \left(\frac{1}{g_{m2}} + \frac{\beta_p}{g_{m3}} \right) = \beta \left(\frac{\beta}{g_{m3}} + \frac{\beta}{g_{m3}} \right) = \frac{2\beta^2}{g_{m3}}$$

di emittore

Posizioniamo un generatore di test across alla base di Q_2 , dobbiamo calcolare la tensione ai capi dell'impedenza ricostruita. Oppure: posizioniamo un generatore di corrente di test alla base di Q_2 e calcoliamo la corrente che scorre per l'impedenza ricostruita.

$$G_{eq} = -\beta_{PMF} \cdot \beta_{PMF} \cdot \frac{\overbrace{r_{o3}}^{N1}}{\underbrace{r_{o3} + \left\{ R_{F2} + \left[(R_{F1} + R_B) \parallel \left(\frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \right) \right] \right\}}_{\substack{\text{non abbiamo} \\ \text{considerato} \\ R_1 \parallel R_2 \text{ che è trascurabile}}}} \cdot \frac{\overbrace{R_{F1} + R_B}^{N1}}{\underbrace{R_{F1} + R_B + \frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}}}_{\text{trascurabile}}}$$

Quindi facendo un po' di semplificazioni:

$$G_{loop} = -\beta_{PMF}^2 = -1600$$

Il loop agisce per contrastare la variazione della tensione V_{BE} di Q_1 .

Calcoliamo R_{in} :

$$R_{in} = R_1 // R_2 // \left\{ \beta_{PMF} \left[\frac{1}{g_{m1}} + (R_B + R_{F1}) // (R_{F2} + r_{o3}) \right] (1 - G_{loop}(0)) \right\}$$

molto grande $\Rightarrow$ trascurabile nel parallelo

$$\Rightarrow R_{in} \approx R_1 // R_2 = 3K\Omega$$

Calcoliamo ora la resistenza in uscita:

$$R_o = \frac{\overbrace{r_{o3}}^{\text{trascurabile}} // \left\{ R_{F2} + \left(\overbrace{R_{F1} + R_B}^{\text{trascurabile}} // \frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \right) \right\}}{1 - G_{loop}} \approx \frac{R_{F2}}{\beta^2} = 1,85 \Omega$$

c) Abbiamo calcolato le singolarità di G_{loop} .

Cin introduce una coppia polo-zero che sono molto vicini tra loro. Quando Cin è aperto, dall'emitter di Q_1 vedo come resistenza di base $\frac{R_1 // R_2}{\beta} \ll \frac{1}{g_m}$, quando

Cin è corto circuito vedo sempre $\frac{1}{g_m}$ dall'emitter di Q_1 .

$\Rightarrow$ Cin non ha alcun effetto su G_{loop} , perché il trasferimento è lo stesso sia che Cin è corto circuito sia che Cin è circuito aperto.

Chiamo $r_{o|_{C_L}}$ quella dovuta a C_L :

$$r_{o3} // \left\{ R_{F2} + \left[\left(\frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \right) // (R_{F1} + R_B) \right] \right\} \approx R_{F2}$$

Calcolo ora $r_{o|_{C_B}}$.

$$R_B // \left\{ R_{F1} + \left[(R_{F2} + r_{o3}) // \frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \right] \right\} \approx R_{F1} + \frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \approx 1K$$

$$\text{Banco } f_L = \frac{1}{2\pi C_B \left(R_{F1} + \frac{r_{o1} + R_c}{1 + g_{m1} r_{o1}} \right)} = 73,6 KHz$$

Calcoliamo ora $r_{o|_{C_B}}$: costante di tempo di C_L quando

C_B è un cortocircuito.

$$\gamma_{CL}^{C_B} = C_L R_{F2} + \left[\frac{R_{O1} + R_C}{1 + g_m R_O} \parallel R_{F1} \right] \approx R_{F2} C_L, \text{ da cui}$$

$$f_{TH} = 570 \text{ KHz}$$

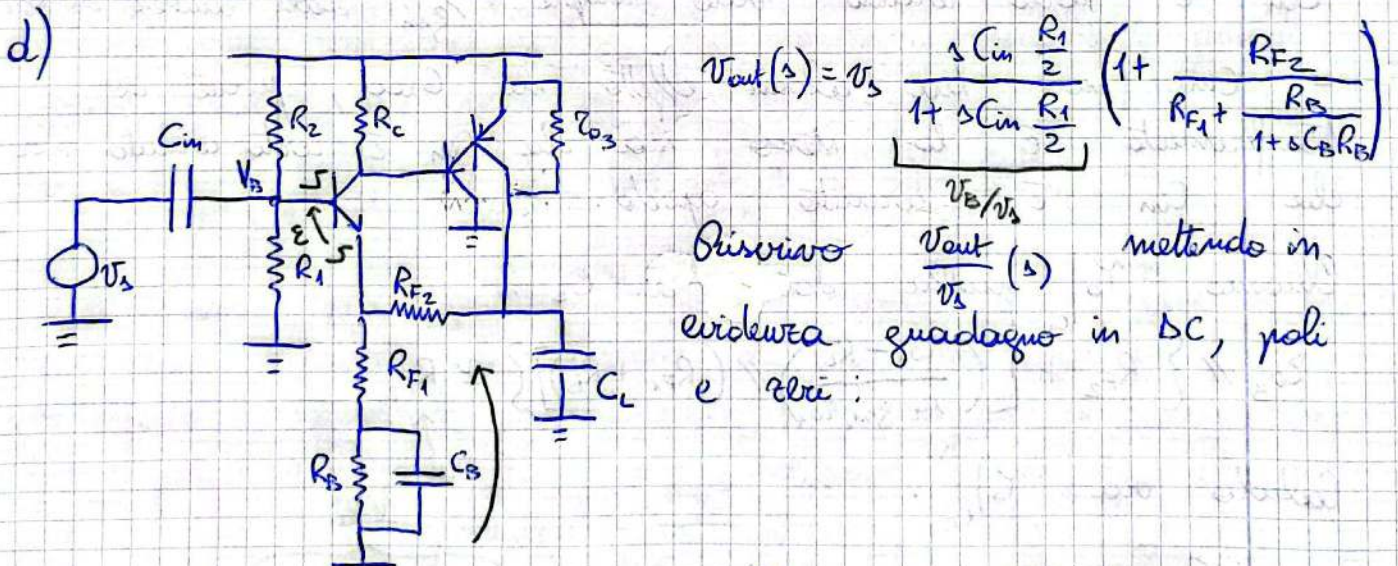
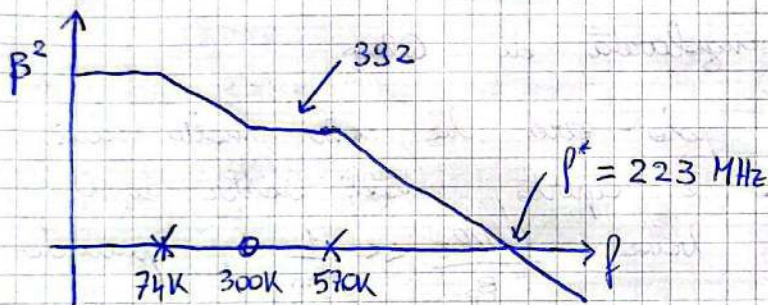
Abbiamo calcolato gli zeri: C_L introduce uno zero a frequenza infinita.

Se il ramo con R_{F1} , R_B e C_B è un cortocircuito, sto miscolando Glog. Brevio:

$$R_{F1} + R_B \parallel \frac{1}{sC} = 0 \Rightarrow \frac{R_{F1} + R_B + sC R_B R_{F1}}{1 + sC R_B} = 0$$

$$p_z = \frac{1}{2\pi C_B R_B \parallel R_{F1}} = 300 \text{ KHz} \text{ e questo è uno zero negativo} \Rightarrow \text{standard.}$$

Diagramma di Bode:



$$\Rightarrow \left. \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{ideal} = \frac{sC_{in} R_1 / 2}{1 + sC_{in} \frac{R_1}{2}} \cdot \frac{R_B + R_{F1} + R_{F2}}{R_B + R_{F1}} \frac{\left[1 + sC_B R_B \left(\frac{R_{F1} + R_{F2}}{R_B + R_{F1} + R_{F2}} \right) \right]}{\left[1 + sC_B (R_{F1} \parallel R_B) \right]}$$

$$f_{in} = \frac{1}{2\pi C_{in} R_{1/2}}$$

Nell'intorno della banda del segnale, ovvero 500 kHz, il guadagno vale:

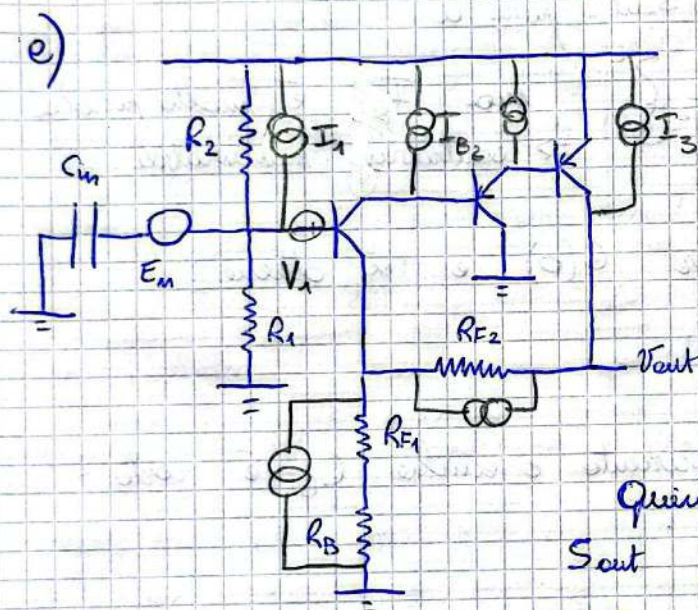
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_{F2}}{R_{F1}} = 57;$$

questo perché il primo termine

$$\frac{\Delta C_{in} R_{1/2}}{1 + \Delta C_{in} R_{1/2}}$$

vale circa 1, mentre nell'ultimo termine

gli 1+ si possono togliere sia al numeratore che al denominatore. Svolgendo poi i conti si ottiene l'espressione $1 + \frac{R_{F2}}{R_{F1}}$.



Calcoliamo prima S_{out} , poi dividiamo per $G(0)$ per calcolare l'input referred noise, dove

$$G(0) = 1 + \frac{R_{F2}}{R_B + R_{F1}}$$

I_1 prende in considerazione i rumori di: R_1 , R_2 e I_{BQ1} .

Quindi I_1 genera un contributo per S_{out} pari a:

$$\left(\frac{4kT}{R_1} + \frac{4kT}{R_2} + \underbrace{\frac{2qI_{B1}}{2}}_{\text{trascurabile}} \right) \left[\underbrace{\frac{R_1 \parallel R_2}{\frac{R_1}{2}}}_{\frac{R_1}{2}} \cdot G(0) \right]^2$$

V_1 prende in considerazione i rumori di $R_{bb'}$ e $\frac{I_C}{g_{m1}^2}$,

da un contributo a S_{out} pari a:

$$\left(4kT R_{bb'} + \underbrace{\frac{2qI_C}{g_{m1}^2}}_{\frac{2kT}{g_{m1}}} \right) [G(0)]^2$$

I_3 prende in considerazione: I_{CQ3} che va a finire dritta = niente in waste. Perciò il suo contributo su S_{out} è pari a: $2qI_C \left[\underbrace{R_{out, \text{died loop}}}_{\approx \frac{R_{F2}}{\beta^2}} \right]^2$ che è un contributo trascurabile.

Il generatore di R_{F2} genera corrente che non è interessante per R_{F2} , perché il nodo di emitter di Q_1 è massa virtuale. Servo il suo contributo su Sout vale:

$$\frac{hKT}{R_{F2}} R_{F2}^2$$

Il contributo su Sout del generatore di corrente del rumore di R_{F1} e R_B vale:

$$\frac{hKT}{R_{F1} + R_B} R_{F2}^2, \text{ sempre perché l' emitter di } Q_1 \text{ è a}$$

massa virtuale perciò non può scorrere corrente per $R_{F1} - R_B \Rightarrow$ questa corrente scorre per R_{F1} .

I_{B2} dà un contributo a Sout pari a:

$$2qI_{B2} \left\{ \left[1 + \frac{1}{g_{m1}(R_B + R_{F1})} \right] R_{F2} \right\}^2 \text{ ma } I_{B2} \text{ è molto piccola} \\ \Rightarrow \text{contributo trascurabile.}$$

trascurabile

Calcolato Sout si divide per $G(0)$ e si ottiene:

$$E_{min} = \left(11mV / \sqrt{Hz} \right)^2$$

Ora in AC C_{in} è cortocircuito e anche C_B è corto = circuito. $G(\infty) = 1 + \frac{R_{F2}}{R_{F1}}$

Dato che C_{in} è cortocircuito, il contributo di I_1 è nullo perché va a finire direttamente a massa.

Il contributo di V_1 non cambia, cambia solo il trasferimento che non è più $G(0)$ ma $G(\infty)$.

Gli ultimi due termini di Sout in queste condizioni valgono: $\frac{hKT}{R_{F2}} R_{F2}^2 + \frac{hKT}{R_{F1}} R_{F2}^2 \Rightarrow$ uguale a prima ma togliendo R_B .

Non ho capito un caxxo di come calcolare $I_{n, in}$; prova a guardare il PDF.

22/11/21

22/11/21

Esercitazione 1h : file E13 - 2025

a) Guadagno del primo stadio in DC:

$$G_1 = - \frac{g_{m1}}{2} \cdot 2 \left(\overbrace{r_{o1} \parallel r_{o2}}^{R_{o1}} \right)$$

Guadagno del secondo stadio in DC: (C_c circuito aperto)

$$G_2 = - g_{m6} \underbrace{r_{o7} \parallel r_{o6}}_{R_{o2}}$$

$$\text{ovvero } G_{DC} = G_1 \cdot G_2 = 3500 = 71 \text{ dB}$$

$$p_{p1} = \frac{1}{2\pi C_c R_{o1} (g_{m6} R_{o2})} ; \quad p_{p2} = \frac{g_{m6}}{2\pi C_c} \quad / \quad p_z = \frac{1}{2\pi C_c \left(-\frac{1}{g_{m6}} + R_N \right)}$$

$$GBWP = G_{DC} \cdot p_{p2} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} = 160 \text{ MHz} \quad \text{L'obiettivo}$$

richiesto è ottenere $\phi_M = 80^\circ$

$$p_{p2} = 400 \text{ MHz} \quad \phi_M = 180^\circ - \arctan\left(\frac{GBWP}{p_{p1}}\right) - \arctan\left(\frac{GBWP}{p_{p2}}\right) + \arctan\left(\frac{GBWP}{p_z}\right)$$

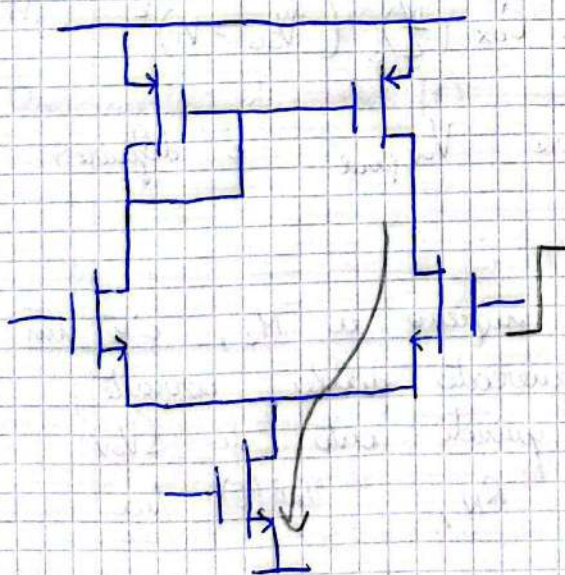
dove p_{z1} è lo zero nel semipiano sinistro, quindi lo zero negativo.

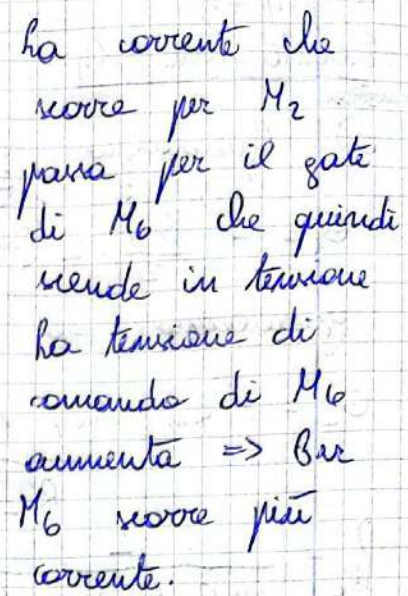
$$\text{Risolviendo l'equazione si ottiene: } p_z = \frac{GBWP}{\tan(12^\circ)} = 752 \text{ MHz}$$

Conoscendo p_z possiamo calcolare R_N :

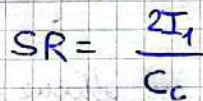
$$\text{si ottiene un valore di: } R_N = 611 \Omega$$

b) Studiamo prima l'internal SR, limitato dal primo stadio

Diamo in ingresso a M_2 un'ampia segnale a gradino.Quasi tutta la corrente scorre per M_2 . M_1 , M_3 e M_4 sono spenti.



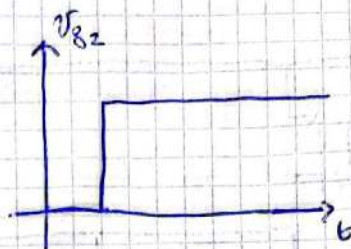
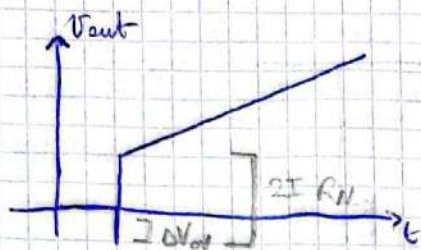
Vant ha andamento nel tempo:



è la tensione ai capi di C_c , ma una volta che la corrente per M_6

$$I_{M6, \text{final}} = I_{M6, \text{bias}} + 2I_1 = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_p (V_{SG} - V_T)^2$$
$$\Delta V_{ar} = V_{ar, \text{final}} - V_{ar, \text{initial}}$$

Quando si accende il segnale in ingresso a M_2 , c'è un gradino istantaneo di V_{out} generato dalla corrente che scorre per R_N . Tenendo quindi conto di ΔV_{ov} e della transizione ai capi di R_N , $V_{out}(t)$ ha grafico:

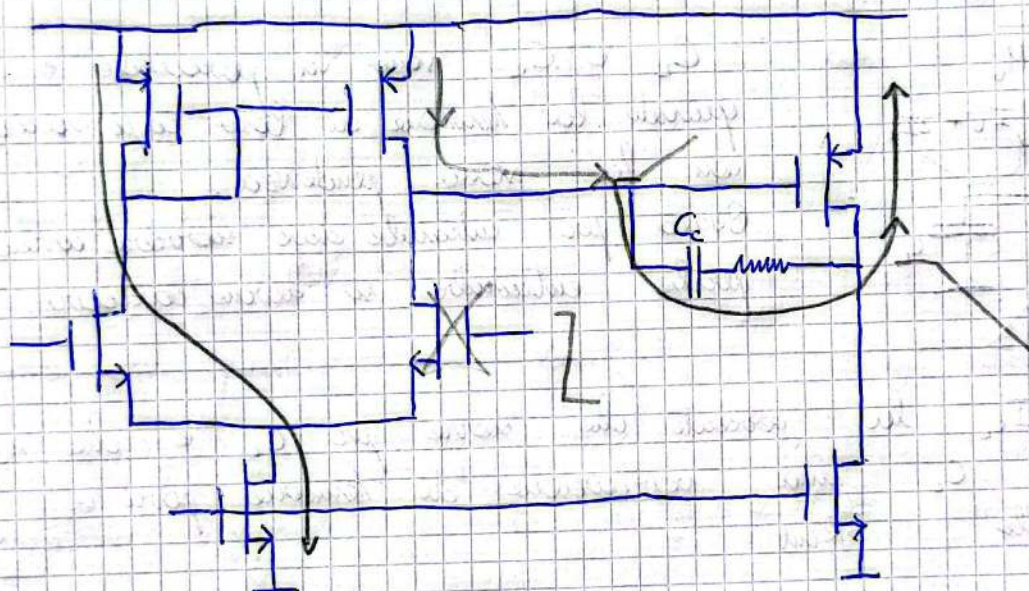


Gli effetti di ΔV_{ov} e $2I_1 \cdot R_N$ avvengono praticamente sovrapposti.

Definiamo: SR_{int}^+ lo slew rate internal per un gradino positivo in ingresso.

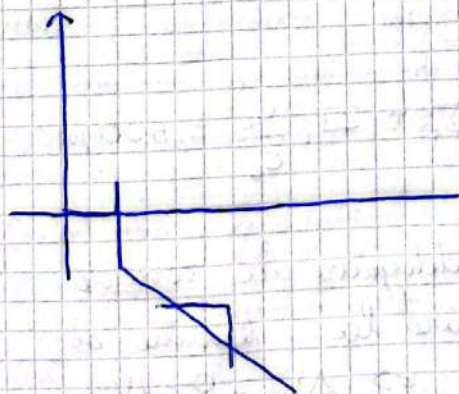
$$SR_{int}^+ = \frac{2I_1}{C_c} = 100 \text{ V}/\mu\text{s}$$

Calcoliamo ora lo slew rate negativo:



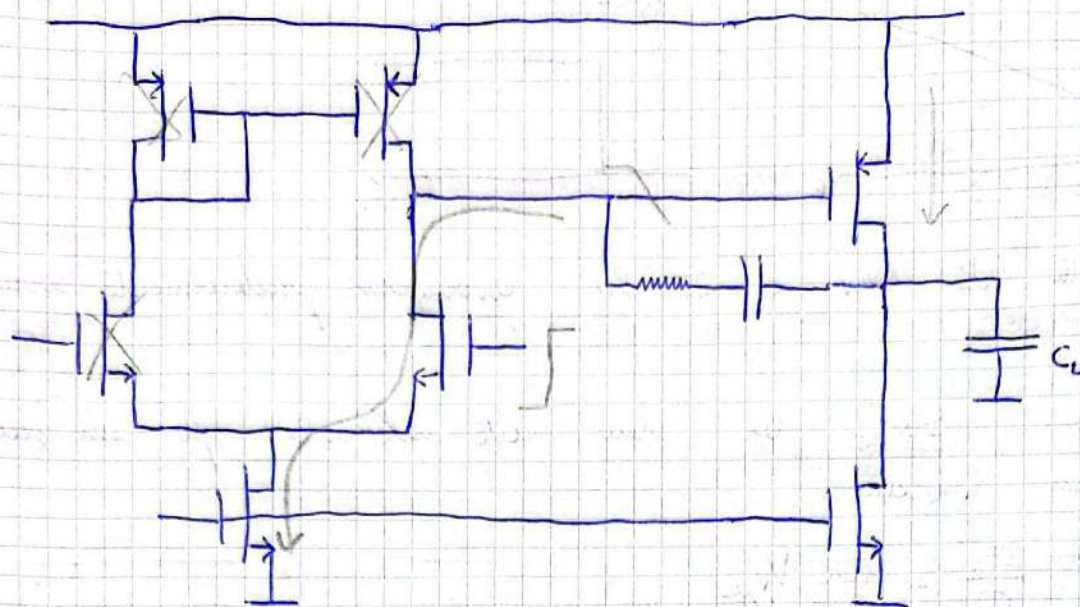
Supponiamo ora un largo segnale negativo al gate di M_2 . M_2 si spegne e tutta la corrente scorre per M_1 .

Andamento di $V_{out}(t)$

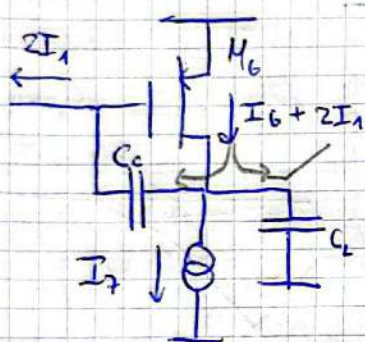


$$SR_{int}^- = \frac{2I_1}{C_c} = 100 \text{ V}/\mu\text{s}$$

Studiamo ora quanto vale lo slew rate causato dal secondo stadio.



Ora conta anche la presenza di C_L !



C_L e C_c sono in parallelo e quindi la tensione ai loro capi varia con la stessa pendenza.

Servirà per entrambe deve scorrere corrente perché entrambe si devono caricare.

Chiamo ΔI_{C_L} la corrente che scorre per C_L e che genera su C_L una variazione di tensione pari a quella dello SR_{int} :

$$\frac{\Delta I_{C_L}}{C_L} = SR_{int} \Rightarrow \frac{\Delta I_{C_L}}{C_L} = \frac{2I_1}{C_c} \Rightarrow \Delta I_{C_L} = 2I_1 \frac{C_L}{C_c}$$

$\Rightarrow$ qual è la corrente totale che deve essere fornita da M_6 ?

$$I_{M_6}^+ \Big|_{at SR} = I_7 + 2I_1 + \Delta I_{C_L} = I_7 + 2I_1 + 2I_1 \frac{C_L}{C_c} = 500 \mu A$$

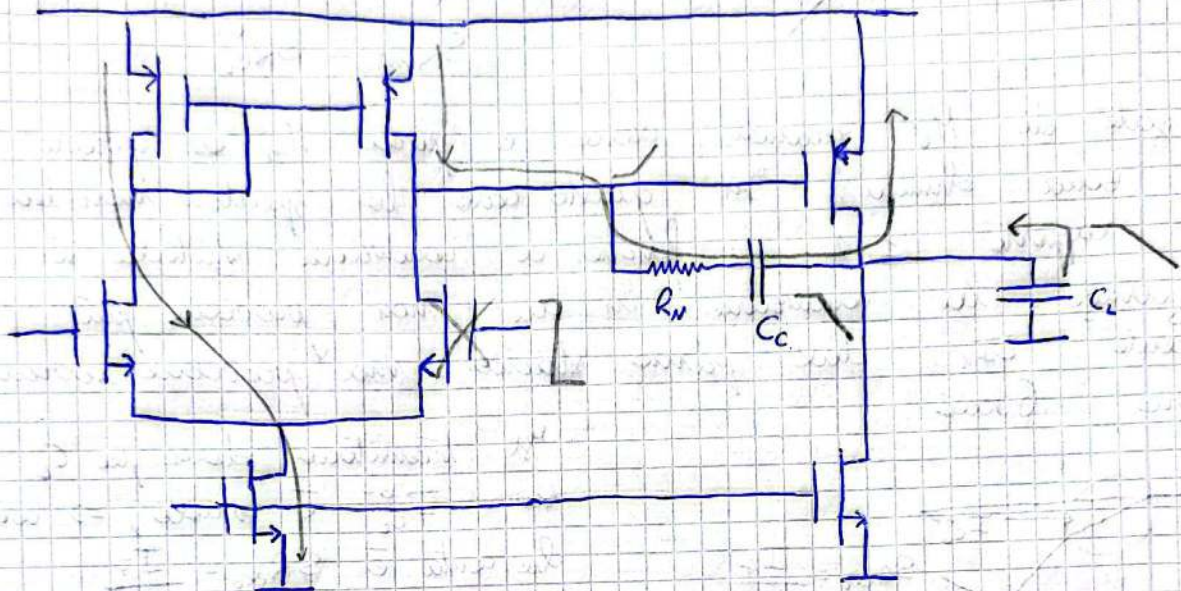
$I_7 = 250 \mu A \Rightarrow$ è richiesto di raddoppiare la corrente per M_6 . Ovvero dobbiamo aumentare la tensione di overdrive di $\sqrt{2}$. $V_{OV_{M_6}} = 0,28 V \Rightarrow \Delta V_{OV} = 0,08 V$.

M_6 è in grado di fornire quella corrente affinché

SR_{ext} non è una limitazione. Ormai abbiamo dimostrato che lo slew rate positivo è limitato da quello interno.

$$SR^+ = SR_{int}^+$$

Studiamo ora lo slew rate negativo, considerando anche le limitazioni del secondo stadio:



Anche in questo caso $\Delta I_{C_L} = 2I_1 \frac{C_L}{C_C}$

$I_{M_6} = I_7 - 2I_1 - \Delta I_{C_L}$ questa equazione dà come risultato $I_{M_6} = 0 \Rightarrow$ la condizione è possibile solo se il transistore M_6 è spento.

I_7 è in grado quindi di caricare sia C_C che C_L .

Se l'equazione su I_{M_6} dà un risultato < 0 , è una condizione impossibile perché per il PMOS non può scorrere corrente in quel verso. In questo caso lo SR complessivo è limitato da quello esterno.

Dato che quando M_6 è spento la tensione al gate di M_6 è fissa, C_C e C_L sono in parallelo.

$$SR_{ext}^- = \frac{I_7}{C_C + C_L}$$

All'inizio per C_C scorre una corrente pari a $2I_1$,

$$I_1 - I_n = \Delta K_M (V_{SG} - V_{T0})^2 \quad \text{Calcoliamo il contributo}$$

in V_{OS} :

$$V_{OS} = \frac{\Delta K_{OM} V_{OV_M}^2}{2 K_{in} V_{OV_i}} = \frac{\Delta K_{OM} V_{OV_M}^2 \cdot \frac{K_M}{K_M} \cdot \frac{V_{OV_i}}{V_{OV_i}}}{2 K_{in} V_{OV_i}} = \frac{\Delta K_M}{K_M} \cdot \frac{V_{OV_{in}}}{2}$$

$I_3 = I_1$

I_1

Però in definitiva, considerando sia le differenze tra M_1 e M_2 sia quelle tra M_3 e M_4 , si ottiene V_{OS} pari a:

$$V_{OS} = \Delta V_T - \frac{\Delta K}{K} \frac{V_{OV_1}}{2} + \Delta V_{TM} \frac{V_{OV_1}}{V_{OV_M}} + \frac{\Delta K_M}{K_M} \frac{V_{OV_{in}}}{2} \quad \text{In realtà}$$

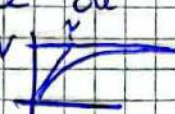
V_{OS} è un valore statistico, perciò:

$$\sigma_{V_{OS}} = \sqrt{(\sigma_{\Delta V_T})^2 + \sigma_{\Delta V_{TM}}^2 \left(\frac{V_{OV_1}}{V_{OV_M}}\right)^2 + \sigma_{\frac{\Delta K}{K}}^2 \left(\frac{V_{OV_1}}{2}\right)^2 + \sigma_{\frac{\Delta K_M}{K_M}}^2 \left(\frac{V_{OV_i}}{2}\right)^2}$$

$\Rightarrow$ il segno di V_{OS} non ha rilevanza.

d) Avevamo già calcolato che: $GBWP = 160 \text{ MHz}$,

$$\tau_{\text{closed loop}} \approx \frac{1}{2\pi GBWP} = 1 \text{ ms}$$

ha pendenza iniziale di $v_{\text{out}}(t)$ che ha andamento esponenziale ΔV  $\bar{e}$.

$$\frac{\Delta V}{\tau} = \frac{200 \text{ mV}}{1 \text{ ms}} = 200 \text{ V}/\mu\text{s}$$

Dobbiamo però considerare il

limite imposto dalla slew rate.

$$\frac{2I}{C_c} \cdot t_{\text{slew}} = \Delta V_{\text{lin}} \Rightarrow \frac{2I}{C_c} = \frac{\Delta V - \Delta V_{\text{lin}}}{\tau} \text{ ma possiamo}$$

definire ΔV_{lin} come: $\Delta V_{\text{lin}} = SR_{\text{int}} \cdot t_{\text{slew}}$ perciò

$$SR_{\text{int}} = \frac{\Delta V - SR_{\text{int}} \cdot t_{\text{slew}}}{\tau} \Rightarrow t_{\text{slew}} = 1 \text{ ms}$$

$$v_o(t) = \Delta V + \underbrace{(SR_{\text{int}} \cdot t_{\text{slew}} - \Delta V)}_{\Delta V_{\text{lin}}} e^{-\frac{(t-t_{\text{slew}})}{\tau}} \quad \text{Il valore}$$

finale che $v_o(t)$ deve raggiungere è $\Delta V - \Psi$.

Definiamo t_{lin} il tempo in cui v_o ha andamento lineare (non limitato dalla SR) prima di raggiungere $\Delta V - \Psi$. Si ottiene che $t_{\text{lin}} = 3 \text{ ms}$. Perciò:

$$t_{\text{SOH}} = t_{\text{lin}} + t_{\text{slew}} = 4 \text{ ms}$$

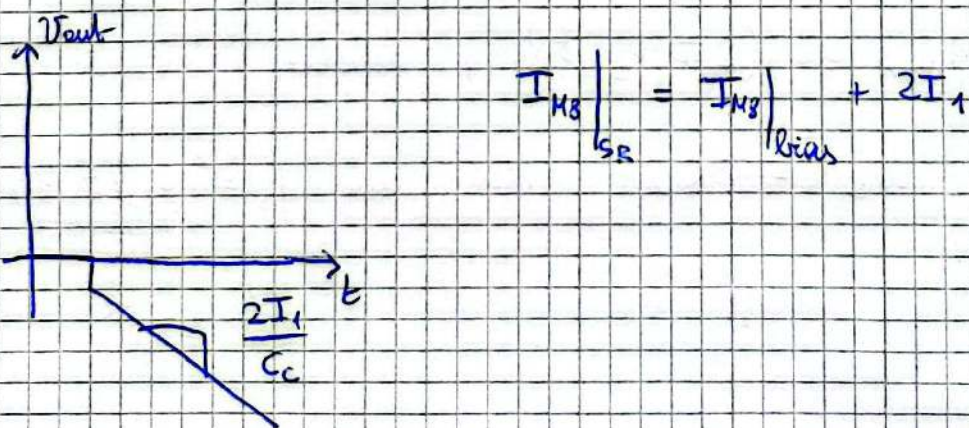
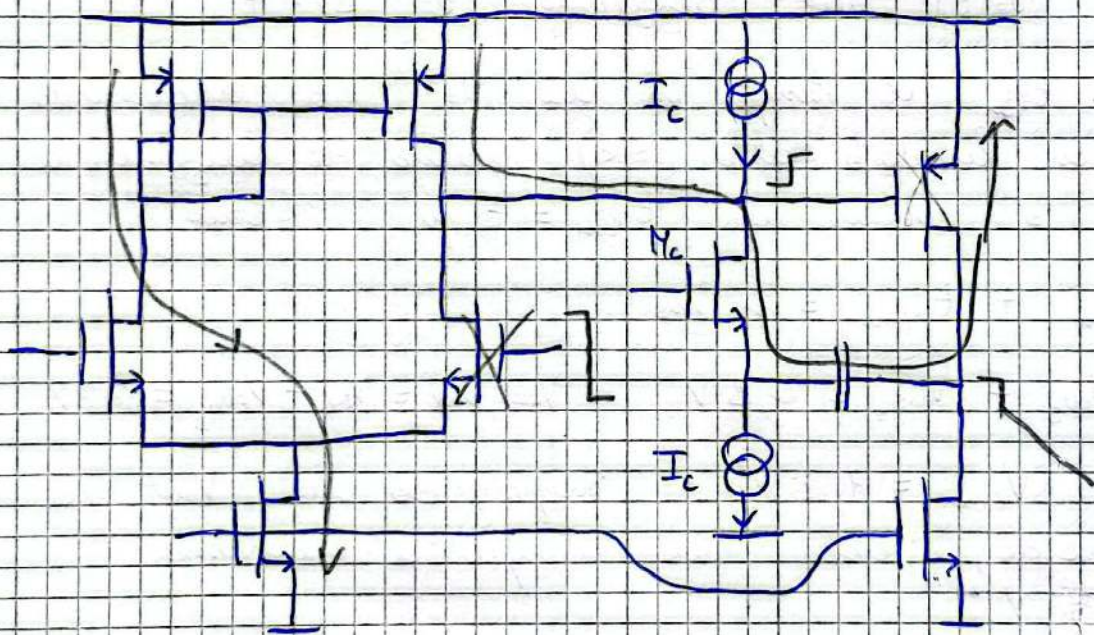
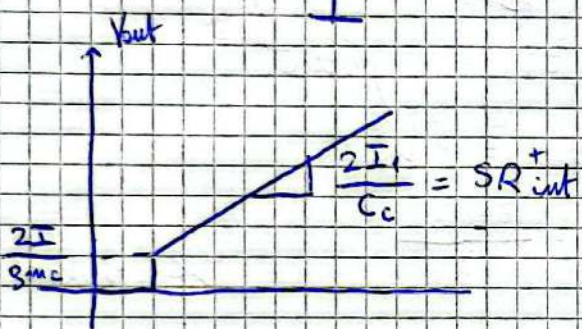
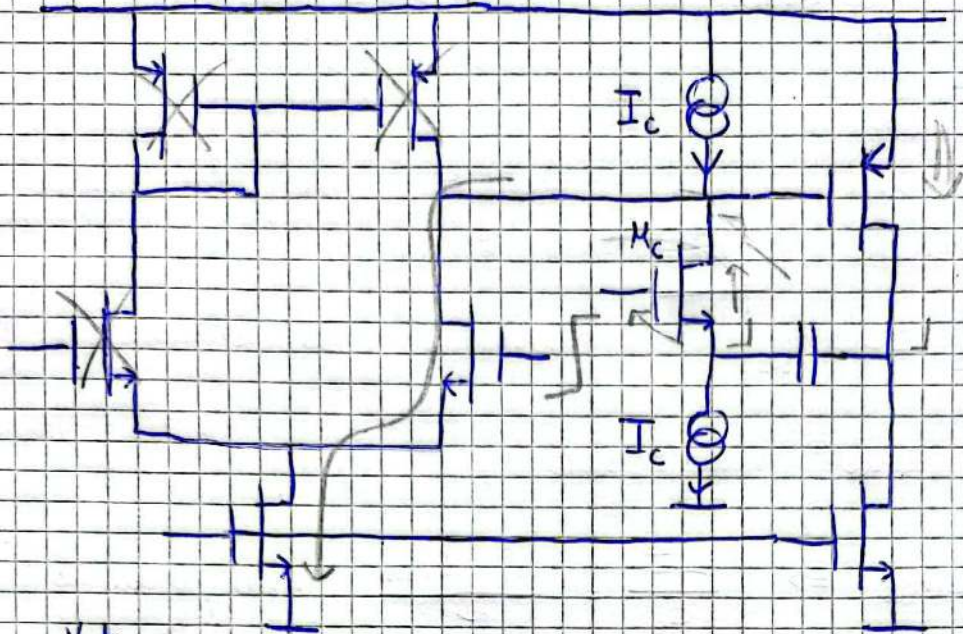
$$e) V_{\text{out, min}} = V_{\text{ov}_5} + V_{\text{os}_1} = 0,9 \text{ V}, \quad V_{\text{out, max}} = V_{\text{os}} - V_{\text{ov}_{H_3}} = 2,8 \text{ V}$$

Da cui $\Delta V_{\text{max}} = 1,9 \text{ V}$. Supponendo che V_{out} sia una sinusoide, essa ha ampiezza massima $A_{\text{max}} = 0,95 \text{ V}$.

se $v_{\text{out}} = A_{\text{max}} \sin(2\pi f_s t)$, allora

$$\left. \frac{dv_{\text{out}}}{dt} \right|_{\text{max}} = A_{\text{max}} \cdot \omega_s = SR_{\text{int}} \quad \text{da cui } f_s = 16,75 \text{ MHz}$$

2)



27/11/21

2/12/21

Esercitazione 15 : file E-14-2025

$$a) \quad i_d = \frac{V_d}{2} g_{m1}, \quad i_{cc} = 2 \cdot \frac{V_d}{2} g_{m1}$$

$$R_{out} = r_{o6} + r_{o8} (1 + g_{m6} r_{o6})$$

$$\approx g_{m6} r_{o6} r_{o8} = \mu_6 r_{o8}$$

R_{out} è influenzata da G_{loop} che vale -1

$$R_{out}'' = \frac{R_{out}''^0}{1 - G_{loop}}$$

$$R_{o2} = \frac{1}{g_{m1}} (1 + g_{m2} r_{o2}) + r_{o2}$$

$$\approx 2 r_{o2} \quad \text{dato che } g_{m1} = g_{m2}$$

$$R_{out}''^0 = r_{o2} + 2 r_{o2} (1 + g_{m4} r_{o4}) \approx$$

$$\approx 2 r_{o2} g_{m4} r_{o4} \Rightarrow$$

$$R_{out}'' \approx \mu_n r_{o2}$$

Sapendo i_{cc} e R_{out} possiamo calcolare il guadagno differenziale.

$$G = g_{m1} [\mu_6 r_{o8} \parallel \mu_n r_{o2}] = 84,6 \text{ dB}$$

$$b) \quad V_{CH, \min} = V_{GS1} + V_{ov3} = 0,9 \text{ V} \quad \text{sapendo che } V_{ov1} = 0,1$$

e $V_{ov3} = 0,2 \text{ V}$.

$$V_{CH, \max} = V_{cas} - V_{GS3} + V_T = V_{cas} - V_{ov3} = 1,1 \text{ V}$$

$$I_{M3} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_{M3} \cdot V_{ov3}^2 \quad \text{Voglio abbassare } V_{ov3}$$

di 100 mV $\Rightarrow$ da 0,2V voglio che diventi 0,1V per abbassare il limite inferiore di $V_{CH, \min}$ di 0,1V.

Per farlo devo dimezzare V_{ov3} ma se voglio mantenere la stessa corrente I_{M3} , devo aumentare

$\frac{W}{L}$ di un fattore h , perciò aumento W di un fattore h . Per tenere 1:1 il rapporto dello specchio di corrente, devo anche aumentare W di M_{10} .

Perciò $\left(\frac{W}{L}\right)_9 = \left(\frac{W}{L}\right)_{10} = \frac{80}{1}$

c) Calcoliamo l'output voltage range:

supponiamo di muovere il modo d'uscita, il guadagno è molto alto $\Rightarrow$ i modi di uscita supponiamo che non si muovano.

$$V_{out, max} = V_{DD} - V_{SG7} - V_{SG7} + V_T = V_{DD} - V_T - V_{OV7} - V_{OV5} = 1,8V$$

$$V_{out, min} = V_{cas} - V_T = 0,7V$$

Per aumentare $V_{out, max}$ posso modificare V_{OV} . Possiamo ridurre per esempio V_{OV5} e poi aumentare $\left(\frac{W}{L}\right)$ di conseguenza.

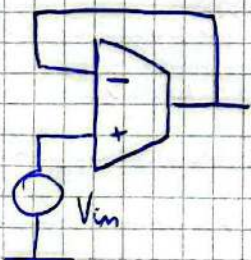
Modifichiamo ora $V_{CH, max}$ e $V_{out, min}$.

$V_{out, min}$ dipende solo da V_{cas} , quindi posso modificare V_{cas} da 1,3V a 1,2V.

$V_{CH, max}$ dipende sia da V_{cas} che da $V_{OV_{H3}}$.

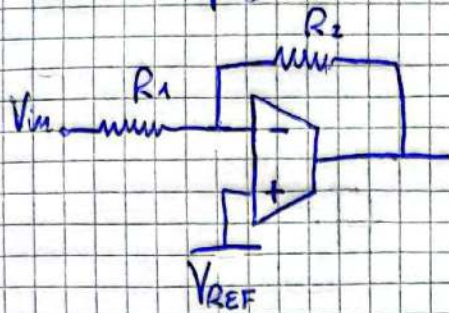
Ma se vogliamo aumentare $V_{CH, max}$ aumentando V_{cas} , aumenteremmo anche $V_{out, min}$ riducendo il range di V_{out} . $\Rightarrow$ per aumentare $V_{CH, max}$ è meglio $V_{OV_{H3}}$, aggiungendo poi il termine $\frac{W}{L}$ come già visto in precedenza.

d) Dato che: $0,9V < V_{CH} < 1,1V$ mentre $0,7V < V_{out} < 1,8V$

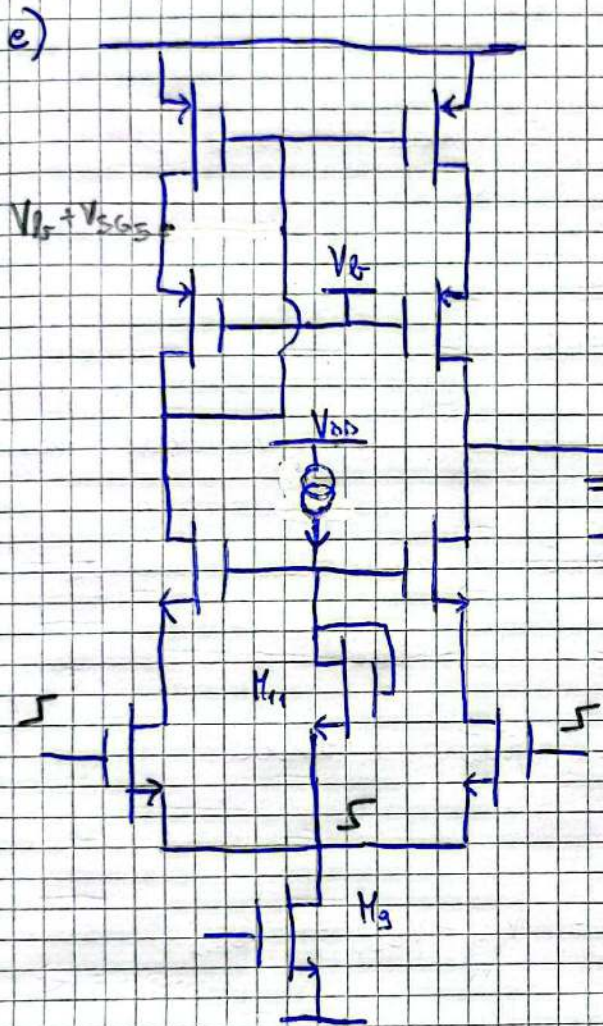


questa configurazione non è buona per via della differenza di range tra input e output.

La configurazione migliore è la seguente:



In questo caso $V^+ = V^- = V_{ref} \Rightarrow$
 V_{in} non cambia. Cambia solo
 V_{out} .



$$V_{out, max} = V_D + V_T = 2,3V$$

$$V_D, max = V_{DD} - V_{OV_2} - V_{SG_5} =$$

$$= 1,8V \quad \text{da cui}$$

$$V_{out, max} = V_D, max + V_T =$$

$$= V_{DD} - V_{OV_5} - V_{OV_2}$$

Modificando V_{ch} , il source
 di M_1 e M_2 segue V_{ch} .

Dato che la corrente per
 M_{11} è fissata dal generatore
 di corrente, $V_{GS_{11}}$ è fisso
 perciò anche il gate di M_{11}
 segue V_{ch} , e di conseguenza
 anche il gate di M_3 e M_4
 per via della configurazione
 transdiode.

Per legge di Kirchhoff delle maglie:

$$V_{GS_{11}} = V_{GS_3} + V_{GS_1} \quad \text{se } |V_{GS_1}| > 150 \text{ mV allora}$$

$$V_{GS_{11}} = 0,95V \quad I_{M_{11}} = 0,2\mu A = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{11} (V_{GS_{11}} - V_T)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{si ricava } \left(\frac{W}{L}\right)_{11} = \frac{0,65}{20}$$

Studiamo il range di V_{ch} : come già spiegato,
 il gate di M_3 e M_4 segue la tensione V_{ch} .
 Se V_{ch} aumenta, anche il gate di M_3 e M_4 aumenta.

$$V_{in, max} = \begin{cases} V_{DD} - V_{GS1} & \leftarrow \text{meno restrittiva} \Rightarrow \text{non si considera} \\ V_{out, min} + V_T & \leftarrow \text{più restrittiva} \end{cases}$$

$V_{out, min} + V_T$ deriva in realtà dall'equazione:

$V_{G_n, max} = V_{out, min} + V_T$ dove $V_{out, min} = 0,7V$.

$V_{CH, max}$ si può calcolare in 2 modi, vince il più restrittivo.

$- V_{CH, max} = V_{DD} - V_{SG2}$

$- V_{G_n, max} = V_{out, min} + V_T$ Per legge di K della maglia:

$V_{G_n} = V_{CH} - V_{GS1} + V_{GS11}$ Per cui l'equazione diventa:

$V_{CH} - V_{GS1} + V_{GS11} = V_{out, min} + V_T$ da cui

$V_{CH, max} = 1,05V \leftarrow \text{condizione più restrittiva.}$

Calcoliamo $V_{out, min}$:

$V_{out, min} = V_{G_n} - V_T$, dove $V_{G_n} = V_{CH} - V_{GS1} + V_{GS11}$

da cui $V_{out, min}$ dipende da V_{CH} .

$g) V_{CH} = 1V \Rightarrow V_{out, min} = V_{CH} - V_{GS1} + V_{GS11} - V_T = 0,65V$

Per arrivare a $V_{out, max} = 2,8V$, vuol dire che $V_{ov6} = V_{ov8} = 0,1V$. Ma M_6 e M_8 devono portare la stessa corrente anche con V_{ov} differente.

$\Rightarrow$ bisogna modificare $\frac{W}{L}$ di conseguenza.

Ovvero anche cambiare V_B :

$V_{out, max} = 2,8V \Rightarrow V_{ov5,6,7,8} = 0,1V$ e

$$V_D = V_{DD} - V_{ov7} - V_{AS5} = 2,2V$$

$$i) G = g_{m1} R_{out}, \quad f_P = \frac{1}{2\pi C_L R_{out}};$$

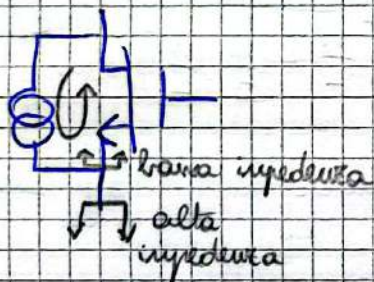
$GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_L}$ dove $g_{m1} = \frac{2I}{V_{ov}}$. Se non voglio modificare né la corrente di bias I , né C_L , allora devo modificare V_{ov} . Se voglio diminuire g_{m1} , allora devo aumentare V_{ov} di un fattore 2.

5) Calcoliamo il rumore

3 generatori di corrente di M_3 e M_6 iniettano corrente di modo comune $\Rightarrow$ non hanno effetto sull'uscita.

La corrente di M_1 e M_2 va diretta in uscita.

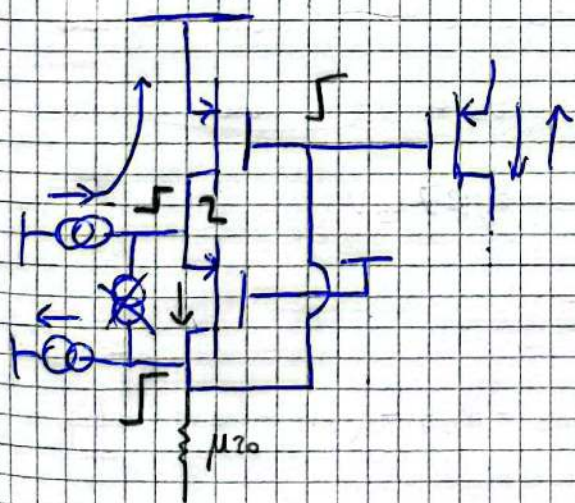
La corrente di M_3 gira in circolo:



perché la corrente va verso la bassa impedenza.

Stesso discorso per M_6 . Questa corrente non scorre in uscita.

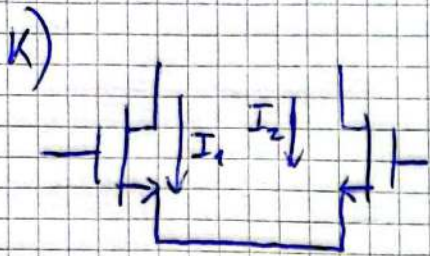
Stesso discorso per M_6 . Per M_5 :



Per effetto del loop il source di M_5 è massa virtuale. Se usiamo lo split theorem vediamo che i due generatori generano 2 correnti uguali e opposte per $M_3 \Rightarrow$ nessun effetto sull'uscita.

La corrente di M_3 va in output, anche quella di M_7 . Perciò:

$$E_{in}^2 = 2 \left(\frac{4KT\delta}{g_{m1}} + \frac{4KT\delta g_{m7} R_{out}}{g_{m1}^2 R_{out}^2} \right) = \frac{8KT\delta}{g_{m1}} \left(1 + \frac{g_{m7}}{g_{m1}} \right)$$



Ora calcolare la differenza delle tensioni in ingresso tale che $I_1 = I_2$, che compensa quindi le diverse tensioni di soglia.

$$I_1 = I_2 \text{ per: } \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_1 = K_n \Rightarrow$$

$$K_n (V_{G1} - V_{S1} - V_{T1})^2 = K_n (V_{G2} - V_{S2} - V_{T2})^2 \quad \text{da cui}$$

$$V_{G1} - V_{S1} - V_{T1} = V_{G2} - V_{S2} - V_{T2} \Rightarrow V_{G1} - V_{G2} = V_{OS} \quad \text{e}$$

$$V_{OS} = V_{T1} - V_{T2} = -0,1 \text{ V.}$$

l) Ora l'offset è generato da una differenza tra i due transistori del rapporto $\frac{W}{L}$.

$$I_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_1 V_{ov}^2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left[\frac{W}{L} + \frac{\Delta}{2} \frac{W}{L} \right] V_{ov}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left[\frac{W}{L} - \frac{\Delta}{2} \frac{W}{L} \right] V_{ov}^2, \quad \text{dove}$$

$$\frac{W}{L} = \frac{1h}{0,35} \quad \text{e} \quad \Delta \frac{W}{L} = \frac{1}{0,35}$$

$$I_{cc} = I_1 - I_2 = I \frac{\Delta K}{K} \quad \text{in regime di piccolo segnale:}$$

$$I_{cc} = g_{m1} V_d, \quad \text{nel nostro caso } V_d = V_{OS} \quad \text{da}$$

$$\text{cui: } V_{OS} = \frac{I}{g_{m1}} \cdot \frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta K}{K} \frac{V_{ov1}}{2} = -3,57 \text{ mV}$$

m)

$$I_7 = K_p (V_{D6} - V_{G7} - |V_{T7}|)^2 = K_p (V_{DD} - V_{G7} - (|V_T| - |\Delta V_T|))^2$$

$$V_{SG7} = \sqrt{\frac{I_7}{K_p}} + |V_T| - |\Delta V_T|$$

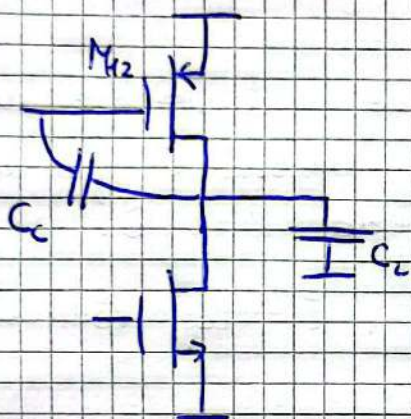
$$I_3 = K_p \left(\sqrt{\frac{I_7}{K_p}} + |\Delta V_T| - |\Delta V_T| - |V_T| \right)^2$$

$$I_3 = I_7 - 2 \sqrt{I_7 K_p} |\Delta V_T| \quad \text{dove } I_7 = I_2$$

$$i_{cc} = I_3 - I_2 = - \frac{2 \sqrt{I_7 K_p}}{g_{m7}} |\Delta V_T| = - g_{m7} |\Delta V_T|$$

$$V_{os} = - \frac{g_{m7}}{g_{m1}} |\Delta V_T|$$

$$n) \quad GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} \quad ; \quad P_2 = \frac{g_{m12}}{2\pi C_c}$$



$$\frac{P_2}{GBWP} = \beta = \frac{\frac{g_{m12}}{2\pi C_c}}{\frac{g_{m1}}{2\pi C_c}} = \frac{g_{m12}}{g_{m1}}$$

da cui si ricava g_{m12}
 da cui si ricava I_{12} e da
 cui $\left(\frac{W}{L}\right)_{12}$

a) Aggiungendo il secondo stadio aumenta l'output voltage range e inoltre rende indipendenti i range in input e output.

Perdo in stabilità e compensazione.

29/11/24

3/12/24

Esercitazione 16 : file E15-2025

Per calcolare G_{log} tagliamo il circuito al gate di M_1 e applichiamo il generatore di test. Questo equivale a inviare un segnale differenziale v_t e un segnale $v_t/2$ di modo comune. Supponiamo che il CMRR sia molto alto $\Rightarrow$ trascuriamo l'ingresso di modo comune.

Scevro una corrente i per M_1 e M_2 pari a

$$i = v_t \frac{g_{m1}}{2} \quad \text{da cui} \quad i_{cc} = g_{m1} v_t \quad \text{Per cui il}$$

guadagno del primo stadio è:

$G_1 = \frac{g_{m1}}{2} \cdot 2 \cdot r_{o2} \parallel r_{on}$. Studiamo ora la propaga-
zione del segnale per gli stadi successivi:

M_3 si comporta come un follower ideale. La stessa tensione al source di M_3 si trasprime al gate di $M_7 \Rightarrow$ la tensione al gate di M_7 è praticamente identica a quella in uscita dal primo stadio. Questo genera una corrente per M_7 verso il basso se la tensione al gate di M_7 è positiva.

La tensione in uscita dal primo stadio è la stessa al gate di M_6 . Se la tensione è positiva, la corrente per M_6 scorre verso l'alto.

$i_{cc2} = -v_{o1} (g_{m6} + g_{m7})$ dove v_{o1} è la tensione in uscita dal primo stadio.

Ora calcoliamo la resistenza d'uscita del secondo stadio.

$R_{out2} = r_{o6} \parallel r_{o7} \parallel (R_2 + R_1)$ perciò:

$G_2 = - (g_{m6} + g_{m7}) r_{o6} \parallel r_{o7} \parallel (R_1 + R_2)$. Possiamo

quindi scrivere l'espressione di $G_{log}(0)$:

$$G_{log}(0) = - \underbrace{\frac{g_{m1} r_{o2} \parallel r_{on}}{G_1}}_{G_1} \cdot \underbrace{(g_{m7} + g_{m6}) \cdot (r_{o6} \parallel r_{o7} \parallel (R_1 + R_2)) \frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{G_2} = -2800$$

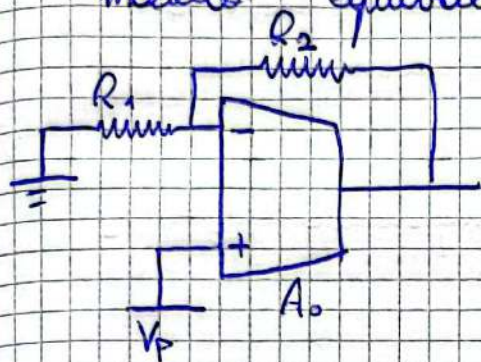
Calcoliamo ora G_{id} : per G_{id} dobbiamo vedere l'effetto della retroazione.

Se aumento il gate di M_2 , si abbassa il gate di M_6 , aumenta il drain di M_6 , aumenta il gate di M_1 . Perciò l'effetto del log è annullare la tensione differenziale tra i gate di M_1 e M_2 .

Servo se da V_{in} al gate di M_2 , ho V_{in} anche al gate di M_1 . Da cui:

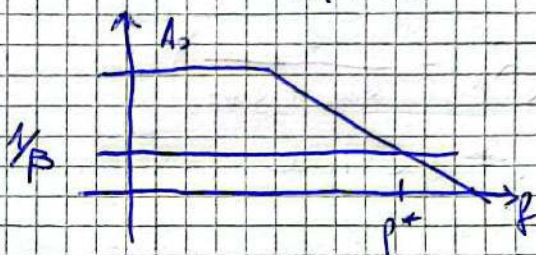
$$G_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \text{stadio non invertente.}$$

Modello equivalente:

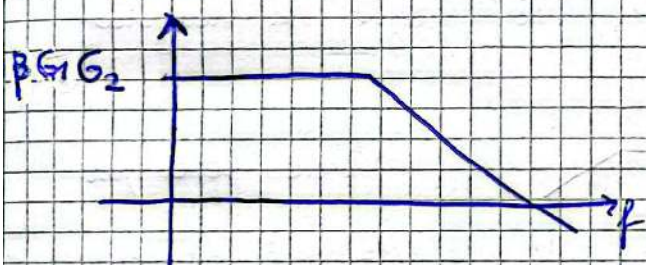


$$A_o = G_1 \cdot G_2$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Quando non è facile distinguere A_o da β , si può fare:



e in questo caso p^* è l'intersezione del diagramma con l'asse 0 dB

b) Razioniamo la rete di compensazione tra gate e drain di M_6 .

$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$p_p = \frac{1}{2\pi C_c R_{out1} G_2} \leftarrow \text{polo dominante}$$

$$\text{dove } G_2 = (g_{m6} + g_{m7}) R_{out2}$$

$$GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

C_c introduce il secondo

polo: (lo calcolo considerando C_c corto circuito)

$$p_{p2} = \frac{1}{2\pi C_c \left(\frac{1}{g_{m6} + g_{m7}} \parallel \underbrace{(R_1 + R_2)}_{\text{trascurabile}} \right)} = \frac{g_{m6} + g_{m7}}{2\pi C_c}$$

Beglio compensare il secondo polo posizionando lo zero alla stessa frequenza:

lo zero si ha quando le correnti di M_6 e M_7 non vanno verso l'unità, ma scorrono entrambe per la rete di compensazione. Breve:

$f_{z_{right}} = \frac{g_{m6} + g_{m7}}{2\pi C_c}$ questo zero è posto nel semipiano destro. Se consideriamo la presenza della nulling resistance:

$$f_{z_{left}} = \frac{1}{2\pi C_c \left(R_N - \frac{1}{g_{m6} + g_{m7}} \right)}, \text{ imponendo } f_z = f_{z_{right}}$$

si ricava $R_N = 1,2 \text{ k}\Omega$

c) Partiamo dall'internal slew rate: supponiamo di dare in input al gate di M_2 un ampio segnale positivo. La corrente che scorre per la coda M_5 scorre interamente per M_2 , M_1 si spegne, si spegnono anche M_3 e M_4 .

Il gate di M_6 deve essere , stessa cosa per il gate di M_7 . Breve per M_6 si genera corrente verso il basso, per M_7 verso l'alto. Queste correnti si sommano e vanno nella rete di compensazione. Quando questa corrente generata da M_6 e M_7 , che passa per R_N e C_c , è pari alla corrente per M_2 e M_5 , le tensioni ai gate di M_6 e M_7 non variano più e l'unità aumenta a rampa. Nella valutazione dell'internal slew rate non consideriamo la presenza di C_c .

$$SR_i^+ = \frac{I_5}{C_c} = \frac{2I_1}{C_c} =$$

Per lo slew rate interno negativo il ragionamento è analogo, si decrementa molto il gate di M_2 ,

M_2 si spegne, tutta la corrente di M_5 scorre

per M_1 , questa corrente per M_3 e M_4 fa venire a rampa il gate di M_6 . Stesso andamento per il gate di M_7 . Per M_6 corrente verso l'alto, per M_7 invece verso il basso. Questa corrente proviene dalla rete di compensazione. Quando questa corrente è pari a quella per $M_1 - M_5$, allora V_{out} tende a rampa. Quindi:

$$SR_i = \frac{I_5}{C_c} = \frac{2I_1}{C_c}$$

Passiamo ora al calcolo dello slew rate esterno:

diamo in ingresso un gradino positivo al gate di M_2 , tutta la corrente di M_5 scorre per M_2 . M_1, M_3, M_4 si spengono e il gate di M_6 inizia a scendere lo stesso per il gate di M_7 . Per M_6 corrente verso l'alto e per M_7 corrente verso il basso. Questa corrente non solo carica C_c , ma carica anche C_L .

Affinché lo SR esterno non sia limitante, deve valere

che $SR_{C_L} = SR_i$, $SR_{C_L} = \frac{I_L}{C_L}$ mentre

$$SR_i = \frac{I_5}{C_c} \Rightarrow I_L = \frac{I_5}{C_c} C_L \quad \text{Per la legge di}$$

K delle correnti al modo di unità del secondo
radio:

$$I_L + I_5 = I_{M_6}' + I_{M_7}' \quad \text{durante lo slew rate. Tieni}$$

dire che I_{M_6}' e I_{M_7}' non sono le correnti di polarizzazione di M_6 e M_7 . Perciò:

$$I_{M_6}' = I_{6 \text{ bias}} + \Delta I_6, \quad I_{M_7}' = -I_{7 \text{ bias}} + \Delta I_7 \quad \text{perciò}$$

$$I_{M_6}' + I_{M_7}' = I_{6 \text{ bias}} + \Delta I_6 - I_{7 \text{ bias}} + \Delta I_7, \quad I_{6 \text{ bias}} = I_{7 \text{ bias}}$$

$$\Rightarrow I_{M_6}' + I_{M_7}' = \Delta I_6 + \Delta I_7$$

$$I_L + I_5 = I_5 \left(1 + \frac{C_L}{C_C}\right) \Rightarrow I_5 \left(1 + \frac{C_L}{C_C}\right) = \Delta I_6 + \Delta I_7$$

$$\Delta I_6 + \Delta I_7 = 300 \mu A, \quad \text{si può supporre che } \Delta I_6 = \Delta I_7$$

dato che i gate di M_6 e M_7 si muovono prati = corrente della stessa quantità.

Dato che ΔI_7 si sottrae a I_{7max} , tutta la corrente è portata da I_6 , perciò:

$$I_5 \left(1 + \frac{C_L}{C_C}\right) = \underset{300 \mu A}{I_6'} \quad \text{quando } M_7 \text{ è spento.}$$

Per calcolare lo SR negativo, diamo un gradino ampio e negativo al gate di M_2 . M_2 si spegne, tutta la corrente di M_5 scorre per M_1 , poi M_3 e viene specchiata su M_n . Il gate di M_6 aumenta $\Rightarrow$ il gate di M_7 aumenta. M_6 e M_7 portano la stessa corrente, M_6 verso l'alto e M_7 verso il basso. Si trova con la legge di K delle correnti come prima i valori di I_{n6} e I_{n7} , ma ora è M_6 che si spegne mentre M_7 porta la corrente.

Però:

$$I_5 \left(1 + \frac{C_L}{C_C}\right) = I_7' = 300 \mu A$$

$$V_{G6}|_{bias} = 2,2V; \quad V_{G6, max} = 2,8V \Rightarrow V_{G6} \text{ può aumentare di } 0,6V. \quad I_7 = 125 \mu A, \quad \text{mentre } I_7' = 300 \mu A,$$

M_7 può facilmente portare i $175 \mu A$ addizionali senza che M_n vada nella regione ohmica.

Però il circuito non è limitato dallo SR esterno

d) Il secondo stadio non contribuisce al rumore (o meglio contribuisce in modo trascurabile) perché per calcolare l'input referred noise, questo rumore va diviso per il

guadagno del primo stadio, il che lo rende appunto trascurabile.

Lo stesso ragionamento può essere fatto per l'offset
l'offset del secondo stadio, quando viene riferito
in input, diventa trascurabile.

$I_1 = I_2$ anche se $V_{T1} \neq V_{T2}$, perciò:

$$K_M (V_{GS} - V_{T1})^2 = K_M (V_{GS} - V_{T2})^2 ; \quad V_{GS} = \Delta V_{GS}, \text{ dove}$$

$$\Delta V_{GS} = \Delta V_T \quad \text{con} \quad \Delta V_T = \frac{A_{V_{TM}}}{\sqrt{W_1 L_1}}$$

Studiamo ora gli effetti della diversità sullo specchio
di corrente:

$$I_3 = K_P (V_{SG_3} - V_{T3})^2 \quad \text{e} \quad I_n = K_P (V_{SG_n} - V_{Tn})^2$$

$$I_3 = K_P \left(V_{OV_3} + \frac{\Delta V_T}{2} \right)^2 \quad \text{e} \quad I_n = K_P \left(V_{OV_3} - \frac{\Delta V_T}{2} \right)^2$$

I_1, I_2 e I_3 sono uguali. È I_n che è diversa
perché lo specchio non specchia perfettamente.

$$i_{cc} = I_n - I_3 = K_P \cdot 2 V_{OV_3} \frac{\Delta V_T}{2} + 2 K_P V_{OV_3} \frac{\Delta V_T}{2} = 2 K_P \Delta V_T V_{OV_3}$$

$V_{GS} \cdot g_{m1}$ è la corrente che compenra per dare i_{cc} .

$$\Rightarrow V_{GS} = \frac{i_{cc}}{g_{m1}} = \frac{2 K_P V_{OV_3} \Delta V_T}{g_{m1}} = \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \Delta V_{TP}$$

$$\text{dove} \quad \Delta V_{TP} = \frac{A_{V_{TP}}}{\sqrt{W_3 L_3}}$$

Calcoliamo ora la varianza
dell'offset:

$$6 V_{OS} = \sqrt{\frac{A_{V_{TM}}^2}{W_1 L_1} + \frac{A_{V_{TP}}^2}{W_3 L_3} \left(\frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right)^2}$$

$$e) \quad I_1 = \left(K_M + \frac{\Delta K}{2} \right) V_{OV_i}^2 ; \quad I_2 = \left(K_M - \frac{\Delta K}{2} \right) V_{OV_i}^2 \quad \text{basiamo}$$

quindi ricavare i_{cc} :

$$i_{cc} = 2 \frac{\Delta K_M}{2} V_{OV_i}^2 \quad i_{cc} \quad \text{è fornita da } V_{OS}, \text{ perciò}$$

$$i_{cc} = V_{OS} \cdot g_{m1} \Rightarrow V_{OS} = \frac{\Delta K_M V_{OV_i}^2}{g_{m1}} \quad \text{dove}$$

$$V_{ov1}^2 = \frac{I_1}{K_n}$$

perciò: $V_{os} = \frac{\Delta K_n}{K_n} \frac{I_1}{g_{m1}}$

perciò $V_{os} = \frac{\Delta K_n}{K_n} \frac{V_{ov1}}{2}$

$$\frac{2I_1}{V_{ov}}$$

Contributo dello specchio di corrente:

$$I_3 = \left(K_P + \frac{\Delta K_P}{2} \right) V_{ov3}^2, \quad I_n = \left(K_P - \frac{\Delta K_P}{2} \right) V_{ov3}^2$$

$$i_{cc} = \Delta K_P V_{ovM}^2 = \frac{\Delta K_P}{K_P} I_3, \quad i_{cc} = V_{os} g_{m1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{os} = \frac{\Delta K_P}{K_P} \cdot \frac{V_{ov1}}{2} \quad \text{dato che} \quad g_{m1} = \frac{2I_1}{V_{ov}} \quad \text{e che}$$

$$I_3 = I_1 \quad \text{Calcoliamo ora la varianza:}$$

$$\sigma(V_{os}) = \frac{V_{ov1}}{2} \sqrt{\frac{K_{n1}K_{nmin}}{W_1L_1} + \frac{K_{n1}K_{pmax}}{W_3L_3}} \quad \text{dove} \quad \frac{\Delta K}{K} = \frac{K_{\Delta}K}{\sqrt{WL}}$$

$$f) \quad \varepsilon \approx \frac{1}{\frac{g_{m1} r_{o1}}{\text{contributo del mirror}}} + \frac{1}{\frac{g_{m1} r_{oi}}{\text{contributo dell'input}}} \quad G_{CM} = \frac{1}{2r_{o5}} \varepsilon$$

$$G_d = g_{m1} \Rightarrow CMRR = \frac{2g_{m1} r_{o5}}{\varepsilon} \quad \text{e questo è il}$$

CMRR deterministico. Passiamo ora a calcolare quello statistico:

$$i_{cc}|_{CM} = i_{Mn} - i_{M3}, \quad \text{chiamo} \quad i = \frac{i_{CM}}{2} = \frac{V_{CM}}{2r_{o5}} \Rightarrow$$

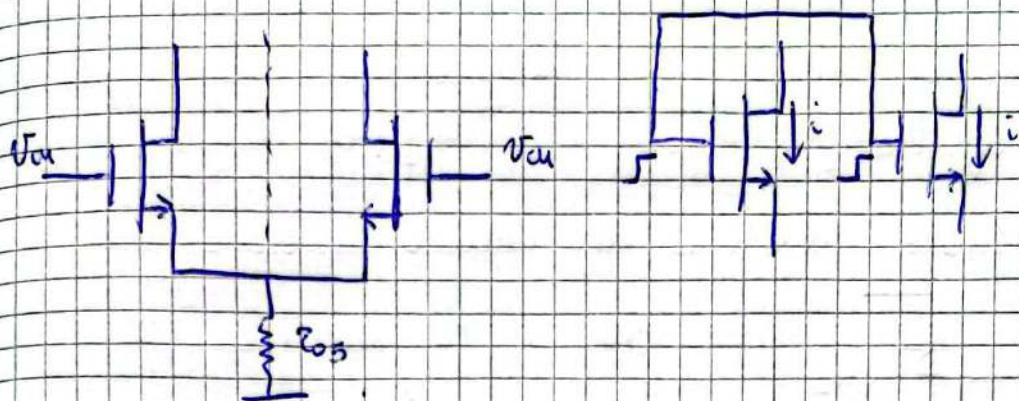
$$i_{cc}|_{CM} = i \left(\frac{g_{m1}}{g_{m3}} - 1 \right) = \frac{g_{m1} - g_{m3}}{g_{m3}} i = \frac{\Delta g_m}{g_{m3}} i$$

$$g_m = 2K V_{ov} = 2K(V_{os} - V_T) \Rightarrow \frac{\partial g_m}{\partial V_T} = -2KV_T$$

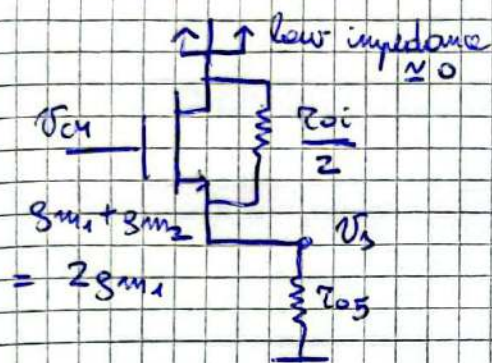
$$\frac{\Delta g_m}{g_m} = \frac{2K\Delta V_T}{2KV_{ov}} = \frac{\Delta V_T}{V_{ov}} \quad \text{perciò:}$$

$$i_{cc}|_{CM} = \frac{\Delta V_T}{V_{ov}} \cdot \frac{1}{2r_{o5}} \cdot V_{CM}$$

Ora lo stadio di input:



se unisce i due transistori in un unico:



$$g_{m1} = g_m + \frac{\Delta g_m}{2}$$

$$g_{m2} = g_m - \frac{\Delta g_m}{2}$$

$$V_s = \frac{V_{in} \cdot r_{os} \parallel r_{oi}/2}{r_{os} \parallel r_{oi}/2 + 1/2g_{m1}} = V_{in} \frac{r_{oi} \frac{r_{os}}{2}}{r_{oi} \frac{r_{os}}{2} + (r_{os} + \frac{r_{oi}}{2}) \frac{1}{2g_{m1}}}$$

$$I_1 = (V_{in} - V_s) g_{m1} ; \quad I_2 = (V_{in} - V_s) g_{m2}$$

$$i_{cc} = I_1 - I_2 = (V_{in} - V_s) \underbrace{(g_{m1} - g_{m2})}_{\Delta g_{mi}}$$

$$V_{in} - V_s = \frac{V_{in}}{1 + 2g_{m1}(r_{os} \parallel \frac{r_{oi}}{2})}$$

transconductance gain:

$$g_{m_{ch}} = \frac{\Delta g_{mi}}{1 + 2g_{m1}(r_{os} \parallel \frac{r_{oi}}{2})} \approx \frac{\Delta g_{mi}}{2g_{mi}} \cdot \frac{1}{r_{os} \parallel \frac{r_{oi}}{2}}$$

CMRR statistico dovuto all' input:

$$CMRR_{stat,i} = \frac{g_{m1} r_{os} \parallel \frac{r_{oi}}{2} V_{ov1}}{2 \frac{A_{V_{in}}}{\sqrt{W_1 L_1}}} \quad \text{anche ponendo } r_{os} \rightarrow \infty,$$

il CMRR è limitato dalla presenza di \$r_{oi}\$.

6/12/24

8/12/24

Esercitazione 17

Completiamo l'esercizio dell'esercitazione precedente.

$$R_0 = 1 \text{ k}\Omega, \quad W_{\min} = 0,5 \mu\text{m}, \quad K_{\Delta R/R} = 5\%$$

$$G_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \Delta G_{id} = \frac{\Delta R_2}{R_1} - \frac{\Delta R_1 R_2}{R_1^2} \quad \text{da cui}$$

$$\frac{\Delta G_{id}}{G_{id}} = \frac{\frac{\Delta R_2 R_1}{R_1 (R_1 + R_2)} \cdot \frac{R_2}{R_2}}{\frac{\Delta R_2}{R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}} - \frac{\Delta R_1}{R_1} \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 (R_1 + R_2)} =$$

$$= \frac{\Delta R_2}{R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{\Delta R_1}{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ora che abbiamo ricavato}$$

l'espressione lineare, possiamo passare ai termini statistici.

$$\frac{\sigma(G_{id})}{G_{id}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[\sqrt{\frac{K_{\Delta R_2/R_2}^2}{W_2 L_2} + \frac{K_{\Delta R_1/R_1}^2}{W_1 L_1}} \right]$$

$K_{\Delta R/R}$ è diverso da $K_{\Delta R/R}$. Perché $K_{\Delta R/R}$ è riferito a due resistori idealmente uguali e posizionati vicini nel circuito. Mentre $K_{\Delta R/R}$ è riferito al singolo resistore rispetto a se stesso. Vale che:

$$K_{\Delta R/R} \approx K_{\Delta R/R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{perci\u00f2:}$$

$$\frac{\sigma(G_{id})}{G_{id}} \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{K_{\Delta R/R}^2}{2W_2 L_2} + \frac{K_{\Delta R/R}^2}{2W_1 L_1}}$$

$$R_1 = \frac{R_0 \cdot L_1}{W_1} \Rightarrow L_1 = \frac{W_1 R_1}{R_0} = 20 \mu\text{m} \quad \text{e} \quad R_2 = \frac{R_0 L_2}{W_2}$$

da cui $L_2 = 40 \mu\text{m}$. Una volta calcolato ci\u00f2, possocalcolare il valore numerico di $\frac{\sigma(G_{id})}{G_{id}} = 0,91\%$ il risultato \u00e8 che $\frac{\sigma(G_{id})}{G_{id}} \leq 0,5\%$

Per ottenere questo risultato, posso imporre $W_1 = 2 W_{min}$.
 Per non variare il valore di R_1 , devo aumentare anche L_1 di un fattore 2.
 Questo discorso va fatto anche per R_2 ovviamente.

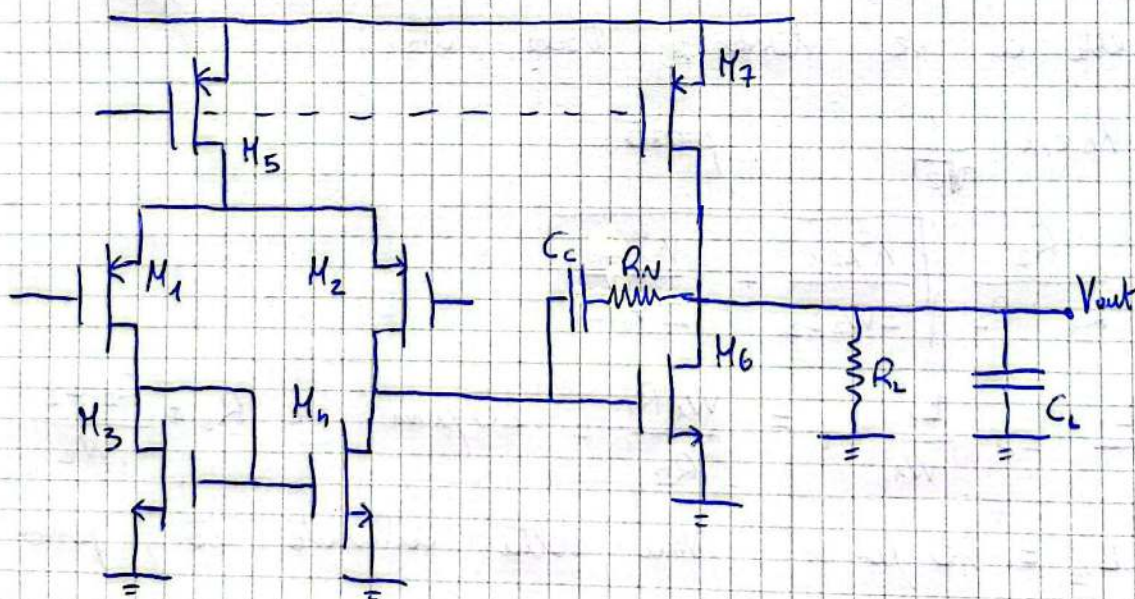
Per esempio supponiamo di aumentare sia W che L di entrambi i transistori, allora l'espressione di $\frac{G(Gid)}{Gid}$ diventa:

$$\frac{G(Gid)}{Gid} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{K_{DR/R}^2}{2W_2L_2N^2} + \frac{K_{DR/R}^2}{2W_1L_1N^2}} = \frac{R_2}{N(R_1 + R_2)} \sqrt{\frac{K_{DR/R}^2}{2W_2L_2} + \frac{K_{DR/R}^2}{2W_1L_1}}$$

Però io voglio ridurre $\frac{G(Gid)}{Gid}$ da 0,91 a 0,5, dove imporre $N \approx 2$. Ma l'area è proporzionale a $N^2 \Rightarrow$ lo vantaggio è aumentare l'area occupata.

File: E16_2025

Partiamo dal vincolo sul range riguardante il common mode. Il segnale V_{cm} deve essere compreso tra 0,9V e 2,1V. È simmetrico, quindi $p_0 =$ tensione usata sia pMOS che nMOS per lo stadio di input. Però il testo specifica di usare pMOS.



$$V_{out,max} = V_{DD} - V_{ov7} \geq 2,8V \Rightarrow V_{ov7} = 0,2V$$

$$V_{out, min} = V_{ov6} \leq 0,2V \Rightarrow V_{ov6} = 0,2V$$

$$V_{ch, min} = V_{ov3} \leq 0,3V ; V_{ch, max} = V_{DD} - V_{ov5} - V_{SGH1} \geq 2,1V$$

dove $V_{SGH1} = |V_T| + V_{ov1} \Rightarrow$ l'equazione diventa:

$$\underbrace{V_{DD} - 2,1 - V_T}_{0,3V} \geq V_{ov5} + V_{ov1} \quad \text{Voglio tenere } V_{ov1} \text{ più piccolo}$$

possibile per aumentare il guadagno e ridurre il rumore. Berio $V_{ov1} = 0,1V$. Bene $V_{ov5} = 0,2V$.

$\Rightarrow V_{ov1} = V_{ov2} = 0,1V$, mentre $V_{ov5} = 0,2V$. V_{ov5} non influenza su guadagno e rumore, quindi ha impiego al valore massimo per occupare meno area.

Per evitare problemi di offset, è opportuno che $V_{o3} = V_{ov6} \Rightarrow V_{ov3} = V_{ov1} = 0,2V$.

Dimensioniamo la corrente che scorre per il primo stadio: questa dipende dal rumore e dal GBWP. 9/12/24

Per uno stadio differenziale, l'equivalent input noise vol:

$$E_{in}^2 = \frac{8KT\gamma}{g_{m1}} \left(1 + \frac{V_{ov1}}{V_{ov6}}\right) \leq \left(\frac{n}{\sqrt{Hz}}\right)^2 \quad \text{l'unica incognita di questa disuguaglianza è la transconduttanza.}$$

$$GBWP = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} ; SR_{int} = \frac{2I_1}{C_c} \quad \text{Nel nostro caso}$$

è data dal testo la C_c , perciò l'unica parametro mancante per GBWP e SR_{int} è I_1 .

Per la condizione sul rumore: $g_{m1} \geq 53 \mu A/V$

Dalla condizione sul GBWP: $g_{m1} \geq 628 \mu A/V$

Dalla condizione sulla SR: $I_1 \geq 25 \mu A$.

la condizione più restrittiva è quella sul GBWP da cui $I_1 = 32 \mu A$ e $g_{m1} = 640 \mu A/V$. Sapendo questi parametri possiamo ricalcolare E_{in} , GBWP e SR_{int} .

$$GBWP = 102 \text{ MHz} ; \quad SR_{int} = 64 \text{ V}/\mu\text{s} ; \quad E_m^2 = \left(5,85 \frac{\mu\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$$

Dimensioniamo ora il secondo stadio.
imponiamo che il GBWP coincida con il secondo polo:

$$GBWP = \frac{1}{2\pi C_L \left(R_L \parallel \frac{1}{g_{m6}} \right)} ; \quad SR_{ext} > SR_{int}$$

f_{P2} trascurabile

$SR_{ext} = \frac{I_{M7}}{C_L + C_C} > SR_{int}$ conoscendo g_{m6} che C_C , da questa condizione possiamo ricavare I_{M7} .

Ponendo $f_{P2} = GBWP$ si ottiene $g_{m6} > 1,92 \text{ mA/V}$
da cui $I_6 > 192 \mu\text{A}$. Dalla condizione su SR_{ext}
si ottiene: $I_7 > 256 \mu\text{A}$. Possiamo quindi porre

$$I_6 = 260 \mu\text{A} \quad \text{da cui} \quad g_{m6} = 2,6 \text{ mA/V} = g_{m7}$$

Abbiamo ora dimensionare R_N al fine di soddisfare la richiesta nel margine di fase.

Voglio che f_{P2} , f_z e $GBWP$ siano tutti coincidenti, per avere $\phi_M = 90^\circ$.

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_C \left(R_N \parallel \frac{1}{g_{m6}} \right)} = GBWP = f_{P2} \quad \text{Da questa}$$

equazione si ricava che $R_N = 1,5 \text{ K}\Omega$.

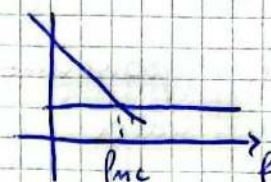
Il flicker noise non è lo stesso per PMOS e NMOS, infatti vale che:

$$K_p^{1/f} = 10^{-26} [V^2 \cdot F] \quad \text{e} \quad K_n^{1/f} = 4 \cdot 10^{-25} [V^2 \cdot F]$$

$$E_m^{1/f} = \frac{1}{f} \left[2 \frac{K_n^{1/f}}{C_{ox} W_H L_H} \underbrace{\left(\frac{V_{ov1}}{V_{ovH}} \right)^2}_{\substack{\text{come scrivere} \\ \frac{g_{m3}}{g_{m1}}}} + 2 \frac{K_p^{1/f}}{C_{ox} W_H L_H} \right]$$

trascurabile perché $K_p^{1/f} \ll K_n^{1/f}$

se il secondo termine è trascurabile, allora l'unica
 incognita è L_M , dato che è fissato dalla corrente
 $\frac{W}{L}$ perché possiamo ricavare:

$$E_n^{1/f} = \frac{1}{f} \left[2 \frac{K_M^{1/2}}{C_{ox} \frac{W_M}{L_M} L_M^2} \left(\frac{V_{OV1}}{V_{OV_M}} \right)^2 \right]$$


Basta imporre l'equazione: $E_n^{1/f}(f_{nc}) = E_{in}^2$ così da
 ricavare L_M che è l'unica incognita.

Si ottiene $L_M \geq 1,7 \mu m$, scegliamo $L_M = 2 \mu m$.

Nota: in questo caso lo specchio di corrente è fatto
 da nMOS, perciò potrebbe essere che il rapporto
 $\frac{V_{OV1}}{V_{OV_M}}$ è tale che anche se $K_M^{1/2} \gg K_P^{1/2}$, i

termini $\frac{K_M^{1/2}}{C_{ox} W_M L_M} \left(\frac{V_{OV1}}{V_{OV_M}} \right)^2$ e $\frac{K_P^{1/2}}{C_{ox} W_P L_P}$ sono comparabili,

anche per il contributo di L_M e L_P . Se invece lo
 specchio di corrente è fatto da pMOS, allora
 sarà alt il contributo di rumore $1/f$ dello specchio
 e trascurabile.

Ora abbiamo assunto per semplicità che il termine
 di rumore $1/f$ relativo ai pMOS sia trascurabile.

Una volta calcolato L_M e aver posto $L_P = L_{min}$,
 dovremo verificare questa ipotesi.

Lavoriamo nell'offset:

$$\sigma(V_{os}) = \sqrt{\underbrace{\frac{A_{VT,P}^2}{W_1 L_1} + \frac{A_{VT,M}^2}{W_3 L_3} \left(\frac{V_{OV1}}{V_{OV3}} \right)^2}_{\text{variazione di } V_T} + \underbrace{\left(\frac{V_{OV1}}{2} \right)^2 \left[\left(\frac{\Delta K_M}{K_M} \right)^2 + \left(\frac{\Delta K_D}{K_D} \right)^2 \right]}_{\text{variazione dei parametri geometrici}}}$$

Vediamo che valore di $\sigma(V_{os})$ ottengo se impongo
 tutti i parametri con il loro valore minimo:

$L_3 = L_4 = 1,7 \mu m$ e $L_1 = L_{min}$. Impostando tutti i valori minimi otteniamo:

$\delta(V_{os}) = 3,8 mV$, ora richiesto che $\delta(V_{os}) \leq 5 mV$

Però possiamo scegliere $L_1 = L_2 = L_{min}$ lavoriamo ora sulla specifica di A_o :

$$A_o = \underbrace{g_{m1} r_{o2} \parallel r_{on}}_{\approx g_{m1} r_{o1}} \cdot \underbrace{g_{m6} [r_{o6} \parallel r_{o7} \parallel R_L]}_{G_{2,max} = g_{m6} R_L}$$

Impostiamo prima $L_6 = L_7 = L_{min}$ e calcoliamo A_o in questo caso: $A_o|_0 = 69 dB$

$G_{2,max} = 78 dB \Rightarrow$ devo cambiare G_1 .

$A_{o,target} = g_{m1} R_{out,target} \cdot G_{2,max}$, da cui $R_{out,1,min} = 200 k\Omega$

$R_{out,1} = r_{o2} \parallel r_{on} = 181 k\Omega$ che non è un valore sufficiente,

se aumento L_1 e L_2 di un fattore 2 $\Rightarrow L_1 = L_2 = 2 L_{min}$

allora aumento G_1 . leggo meglio nel PDF quest'ultima parte che non ho capito benissimo.

Ora con il vincolo nel CMRR dimensiono r_{o5}

$$E = \frac{1}{3g_{m4} r_{o4}} + \frac{1}{g_{m4} r_{o1}}$$

16/12/24

13/12/24

Esercitazione 18 file E17-2025

a) $G_{TOT} = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3$ $G_1 = - \frac{g_{m1}}{2} 2 \cdot r_{o2} \parallel r_{on}$,

$G_2 \approx g_{m5} \frac{g_{m8}}{g_{m7}} \cdot r_{o8}$, $G_3 = - g_{m11} r_{o11} \parallel r_{o12}$

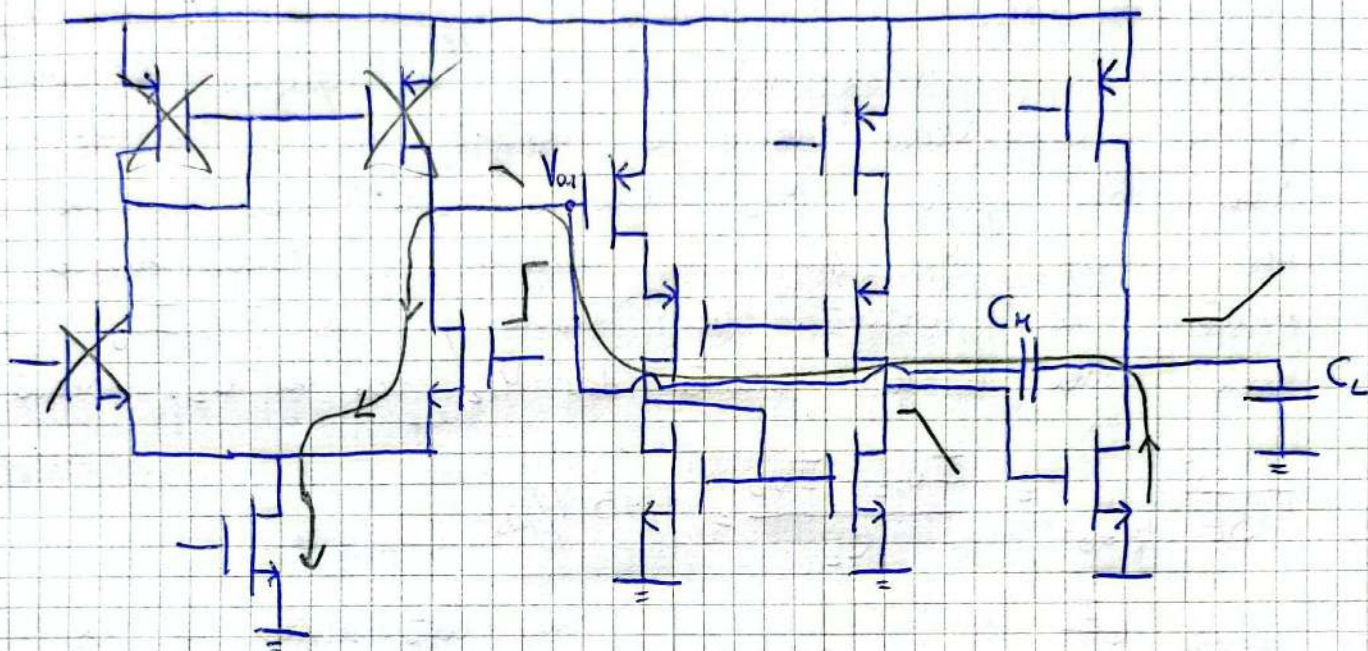
Svolgendo i conti si ottiene: $G_{TOT} = 1,37 \cdot 10^6 = 122 dB$

Il polo dominante è dato dalla capacità di Miller $f_L \approx \frac{1}{2\pi C_M \underbrace{r_{o1} \parallel r_{o2}}_{R_{o1}}} (G_2 \cdot G_3) = 2,9 Hz$

R_{o1} è la resistenza d'uscita del primo stadio.

$$GBWP = \frac{G_1 G_2 G_3}{2\pi C_H R_{o1} G_2 G_3} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_H} = 1 \text{ MHz}$$

Studiamo ora lo slew-rate:



Quando il gate di M_{11} raggiunge una tensione tale per cui la corrente per M_{11} è pari a quella per M_0 , la tensione al gate di M_5 smette di salire e la corrente che scorre per C_H genera una tensione crescente a rampa in uscita.

$SR_{int}^+ = \frac{I_{H0}}{C_H} = 2,5 \text{ V}/\mu\text{s}$. Studiamo ora lo SR complessivo, tenendo conto anche di C_L :

la tensione al gate di M_{11} non può rendere troppo vicino M_{11} si spegne, quindi la corrente rimanente per eguagliare quella di M_0 viene presa da M_{12} .

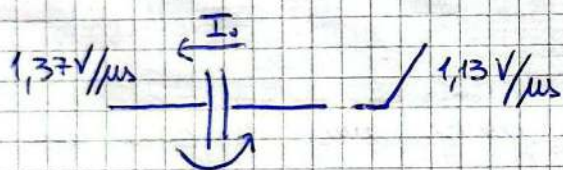
la limitazione data dall'external slew-rate avviene quando M_{11} è completamente spento e la corrente di M_{12} si suddivide tra C_H e C_L :

$$SR_{ext}^+ = \frac{I_{12}}{C_L + C_H} = 1,19 \text{ V}/\mu\text{s} \quad \text{affinché } M_0 \text{ vada}$$

in zona lineare, è necessario che V_{o1} passi dal valore di polarizzazione $2,2V$ al valore $0,2V$.
 Perciò deve avvenire una variazione in tensione $\Delta V = 2V$.
 Vediamo quanto tempo è impiegato perché avvenga questa variazione.

Sapendo che il guadagno tra il gate di M_5 e il gate di M_{11} è elevato, appena il gate di M_5 tende di qualche mV, M_{11} si spegne. Possiamo quindi considerare pressoché costante il gate di M_5 .
 Con M_{11} spento, M_{12} deve caricare sia C_M che C_L .
 All'inizio M_0 non è ancora in zona lineare, perciò la corrente che scorre per C_M è I_{M_0} , il resto della corrente fornita da M_{12} va in C_L . Perciò:

$$\left. \frac{\Delta V_{out}}{\Delta t} \right|_{t=0^+} = \frac{I_{M_{12}} - I_{M_0}}{C_L} = 1,13 \text{ V}/\mu\text{s}$$



Sul lato destro di C_M
 $\Delta V_{out}/\Delta t = 1,13 \text{ V}/\mu\text{s}$. Complessivamente la variazione di tensione nel tempo deve essere

$2,5 \text{ V}/\mu\text{s}$, perciò la variazione di tensione nel tempo sul lato sinistro vale $1,37 \text{ V}/\mu\text{s}$

$\frac{\Delta V_{o1}}{t_{dis}} = 1,37 \text{ V}/\mu\text{s}$, $\Delta V_{o1} = 2V$ e t_{dis} è il tempo che impiega V_{o1} a scaricarsi. Perciò $t_{dis} = \frac{2V}{1,37 \text{ V}/\mu\text{s}}$

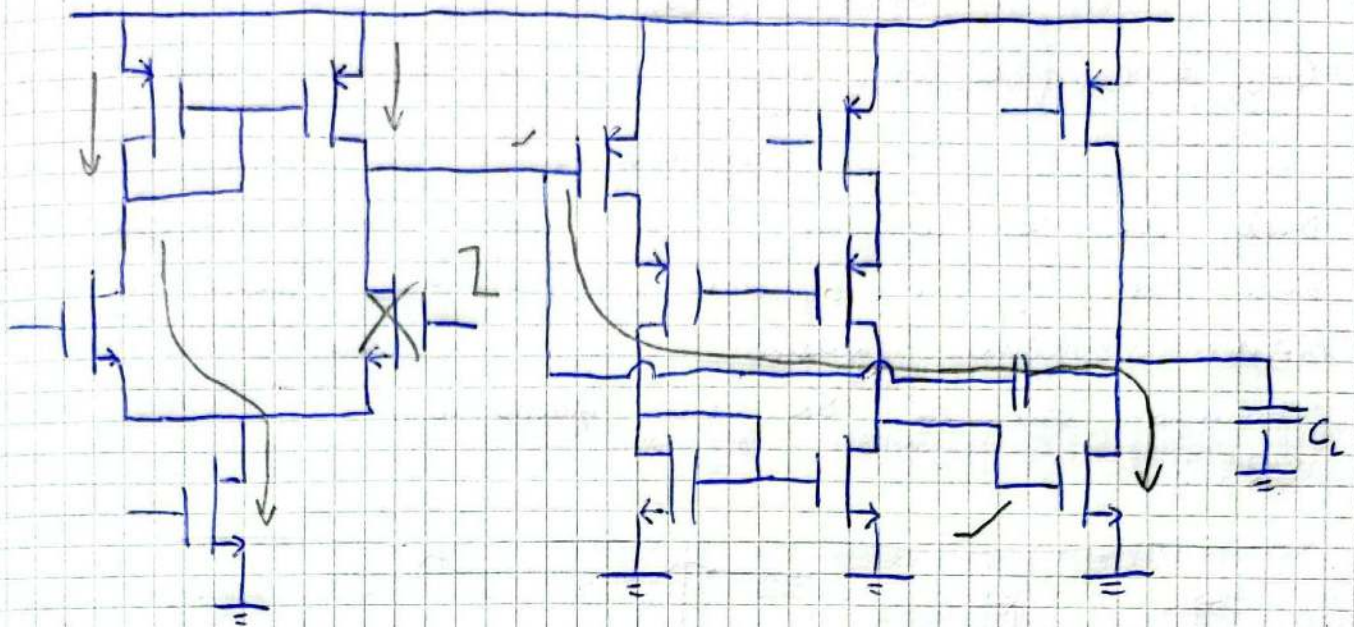
$V_{ov_{M_{12}}} = 0,2$; $V_{out}|_{bias} = 1,5V$ perciò V_{out} varia di $1,3V$.

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta t} = 1,13 \text{ V}/\mu\text{s}, \quad \frac{1,3V}{t_{ch,out}} = 1,13 \text{ V}/\mu\text{s} \quad \text{dove } t_{ch,out} \text{ è}$$

il tempo impiegato dall'uscita per caricarsi.

Si ottiene $t_{ch,out} = \frac{1,3V}{1,13 \text{ V}/\mu\text{s}}$

studiamo ora lo slew rate negativo:



Anche in questo caso la corrente che scorre per C_L è la stessa che scorre per M_6 . Quindi $SR_{int}^- = SR_{int}^+$.
Per quanto riguarda lo SR esterno:

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta t} = SR_{int} = \frac{I_{C_L}}{C_L} \Rightarrow I_{C_L} = SR_{int} \cdot C_L$$

$I_{M1}|_{SR}$ è la corrente che scorre per M_{11} durante lo slew-rate. Questa vale: $I_{M1}|_{SR} = \underbrace{I_{M2}}_{100\mu A} + I_{M6} + I_{C_L} = 210\mu A$

Affinché lo SR non sia limitato dallo SR_{ext} è necessario che M_{11} porti $210\mu A$, partendo da un valore di polarizzazione di $100\mu A \Rightarrow$ vuol dire che I_{M1} deve aumentare di un fattore 2 $\Rightarrow V_{ov}$ deve aumentare di un fattore $\sqrt{2}$.

$$V_{ov,M1}|_{bias} = 0,2 \text{ mentre } V_{ov,M1}|_{SR} = 0,2V \cdot \sqrt{2}$$

- b) La resistenza d'uscita del primo stadio non cambia, quindi il guadagno del primo stadio non cambia e rimane $G_1 = -\frac{g_{m1}}{2} \cdot r_{o2} \parallel r_{o4}$.
Anche il guadagno del secondo stadio non cambia: $G_2 = 2 g_{m5} r_{o3}$, anche G_3 non cambia.

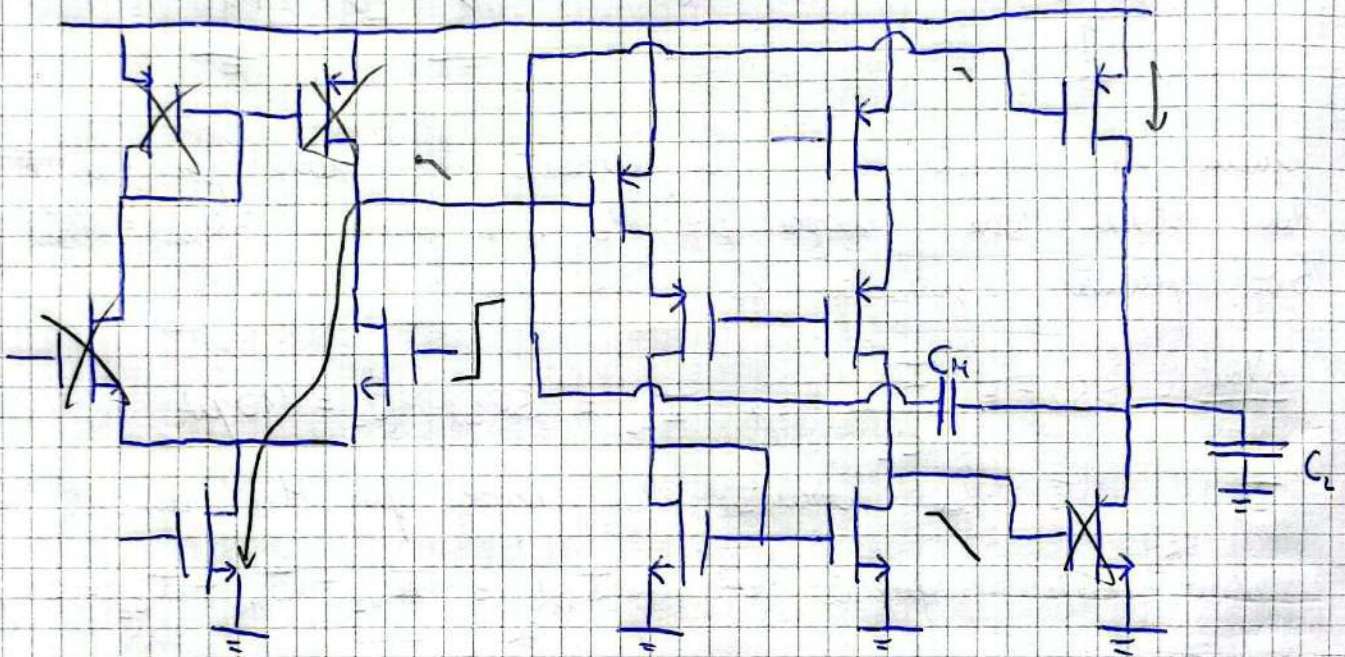
Si aggiunge però il guadagno G_{1-3} tra il primo e il terzo stadio: $G_{1-3} = -g_{m12} r_{o11} \parallel r_{o12}$

$$G_{TOT} = G_1 (G_2 - G_3 + \underbrace{G_{1-3}}_{\text{trascurabile}}) \approx G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \text{ come prima}$$

Dato che non cambia G_{TOT} , non cambia neppure l'espressione di f_L e quindi più o meno anche il GBWP rimane uguale.

Studiamo ora la SR in questo caso:

SR⁺:



$$\left. \frac{\Delta V_{out}}{\Delta t} \right|_{t=0^+} = \frac{I_{M12}|_{bias} - I_{M0}}{C_L}$$

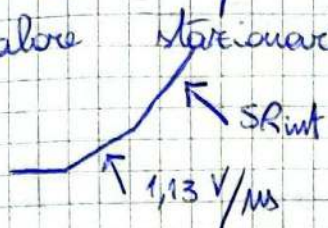
Il gate di M_5 diminuisce con pendenza $1,37 \text{ V}/\mu\text{s}$, perciò la tensione di comando di M_{12} aumenta $\Rightarrow M_{12}$ porta più corrente, in condizioni stazionarie la corrente per M_{12} è tale che la tensione ai capi di C_L varia con pendenza SR int.

$$I_{M12}|_{SR} = I_{M0} + I_{C_L}, \text{ dove } I_{C_L} = SR_{int} \cdot C_L = 210 \mu\text{A}$$

Per lo stesso ragionamento di prima, se I_{M12} aumenta

deve aumentare anche $V_{ov12} \Rightarrow V_{ov12}|_{SR} = 0,29V$

V_{out} ha un piccolo tratto iniziale con il quale sale con pendenza $1,13 V/\mu s$, poi sale con pendenza SR_{int} quando la corrente per M_{12} raggiunge il valore stazionario. Si può assumere trascurabile la prima parte con pendenza $1,13 V/\mu s$



c) L'effetto significativo è solo quello dovuto alla non idealità del primo stadio.

$$\sigma(V_{os}) = \sqrt{\frac{A_{V_{T1}}^2}{W_1 L_1} + \frac{A_{V_{T2}}^2}{W_2 L_2} \left(\frac{V_{ov1}}{V_{ov2}} \right)^2} = 6,6 mV$$

d) Per gli nMOS: $V_T = \underbrace{V_{Tn}}_{\text{valore nominale}} + 50 mV$

La variazione della tensione di soglia dei transistori in input non ha effetti sull'uscita.
Dedichiamo il transistor M_0 :

$$I = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right)_0 (V_G - V_{Tn} - \Delta V_T)^2$$

$$I_{M_0}|_{ideal} = 10 \mu A ; I_{M_0}|_{process\ variation} = 5,62 \mu A$$

La corrente di M_0 si divide equamente tra i due rami. Dato che è minore rispetto al caso ideale, lo specchio di corrente $M_3 - M_4$ ha una tensione di overdrive inferiore al caso nominale.

Si ottiene: $V_{GS_{M3}}|_{process\ variation} = 0,75V$ il valore nominale

è $0,8V$ c'è una differenza quindi di $50 mV$, da cui $\Delta V_{os} = \frac{50 mV}{g_{m1} R_{o1}} = 0,27 mV$

g_{m1} però è diverso, perché ora per i transistori in input scorre meno corrente.

$$c) C_{gs11} = \frac{2}{3} C_{ox} W_{11} L_{11} = 82 \text{ fF}$$

le tre capacità interagiscono ma non sono dipendenti.
 $\Rightarrow$ 3 poli. Il denominatore sarà del tipo:

$$(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1) \approx (1 + a_1 s) \left(1 + \frac{a_3}{a_1} s^2 + \frac{a_2}{a_1} s \right)$$

a_1 già sappiamo che è: $a_1 = C_L R_{o1} G_2 G_3$

Chiamo $\frac{a_3}{a_1} = a_2'$ e $\frac{a_2}{a_1} = a_1'$, perciò:

$$(1 + a_1 s) (1 + a_1' s + a_2' s^2)$$

$$a_1' = C_L R_L^\circ + C_{gs11} R_{gs11}^\circ$$

Per calcolare R_L° metto il generatore di prova v_t al posto di C_L ottenendo:

$$i_t \approx v_t g_{m5} \cdot \underbrace{2}_{\text{mirror ratio}} \cdot r_{o8} \cdot g_{m11} \Rightarrow R_L^\circ \approx \frac{1}{2 r_{o8} g_{m5} g_{m11} G_2}$$

Anche per il calcolo di R_{gs11}° posiziono il generatore di prova ottenendo:

$$i_t = g_{m11} (r_{o11} \parallel r_{o12} \parallel R_{o1}) g_{m5} \cdot \underbrace{\sqrt{2}}_{\text{mirror ratio}} v_t \Rightarrow R_{gs11}^\circ = \frac{1}{g_{m11} G_2 \left(\frac{R_{o1} \parallel r_{o11} \parallel r_{o12}}{r_{o8}} \right)}$$

R_L° e R_{gs11}° sono simili, ma $C_L \gg C_{gs11} \Rightarrow$

$$a_1' \approx C_L R_L^\circ =$$

Calcoliamo ora a_2' : $a_2' = C_L R_L^\circ C_{gs11} R_{gs11}^\circ$

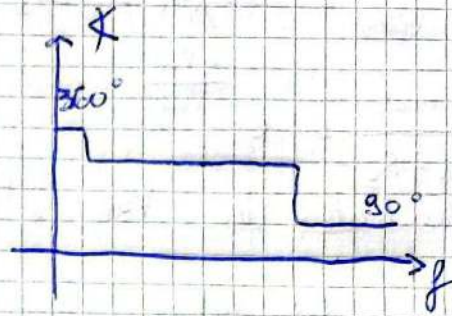
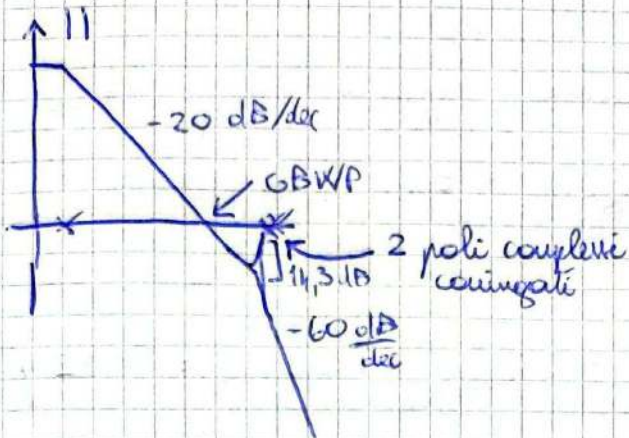
$$R_{gs11}^\circ \approx r_{o8}$$

$$1 + a_1' s + a_2' s^2 = 1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2} \quad \text{da cui:}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C_L C_{gs11} r_{o8} g_{m11} G_2}} \quad \text{da cui } f_0 = 14 \text{ MHz}$$

$$Q = 5,2 = 14,3 \text{ dB}$$

Diagramma di Bode:



21/12/24

13/12/24

Esercitazione 19

file: E18-2025 (ci ho capito poco dalla lezione, leggere PDF)

Esercizio 1

$V_{CE, sat} = 0,1V$. Consideriamo $R_{in} = 0$ e togliamo Q_{13} , quindi trascuriamo la presenza del current limiter.

a) $V_{OB} = 0V$ e $R_L = 50k\Omega$

Se il nodo di output è a $0V$, Q_{12} è spento.

In questo caso il generatore da $50\mu A$ diventa un generatore di polarizzazione. Se non scorre corrente per R_L :

$$I_{BQ11} = 50\mu A \quad e \quad I_{BQ10} = \frac{50\mu A}{\beta_{NPN}}$$

Calcoliamo il range di V_{out} : il generatore da $50\mu A$ deve operare in zona attiva diretta, quindi

$V_{out, min} = V_{CE, sat} = 0,1V$. (Non ho capito perché faccia = ma l'assunzione di $V_{out} = 0V$ per spegnere Q_{12} , per poi calcolare sotto questa ipotesi il range di V_{out} .)

$$V_{out, max} = V_{DD} - \underbrace{V_{CE, sat}}_{\substack{\text{generatore da} \\ 100\mu A}} - \underbrace{2V_{BE}}_{Q_{10}, Q_{11}} = 1,5V$$

Se V_{out} aumenta, aumenta la tensione ai capi di R_L

$$I_{Q11} = 50\mu A + \frac{V_{out, max}}{R_L} = 80\mu A \quad \text{questo con } R_L = 50k\Omega$$

$$\text{Se invece } R_L = 1k\Omega, \quad I_{Q11} = 50\mu A + \frac{V_{out, max}}{R_L} = 1,58mA$$

$$V_{in} \text{ generale: } I_{Q11, max} \approx \frac{V_{out, max}}{R_L} = I_s \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_{Th}}} \quad \text{questo } V_{BE} \text{ può essere riscritto come: } V_{BE, bias} + \Delta V_{BE}$$

$$I_{Q_{11}, bias} = 50 \mu A = I_{s1} e^{\frac{V_{BE, bias}}{V_{th}}}$$

$$\frac{V_{out, max}}{50 \mu A R_L} = e^{\frac{\Delta V_{BE}}{V_{th}}}, \text{ poniamo supporre che } V_{out, max} \text{ sia indipendente da } V_{BE} \text{ e valga } 1,5 V. \text{ Si trova:}$$

$$\Delta V_{BE} = 88 \text{ mV}$$

$$V_{out, max} \Big|_{R_L = 1 k\Omega} \approx V_{DD} - V_{CE, sat} - 2V_{BE, bias} - 2\Delta V_{BE} = 1,32 V$$

Riguardo al dubbio su V_{out} : in polarizzazione $V_{out} = 0V$ e quindi Q_{12} è spento. Poi in condizioni di piccolo segnale si valuta il range di V_{out} .

b) Ora V_{out} è a $1V \Rightarrow Q_{12}$ è acceso. In condizione di polarizzazione la corrente che scorre per R_L è nulla.

Se faccio la legge di Kirchhoff sulla maglia con Q_{10} , Q_{11} e Q_{12} , ottengo: $V_{BE10} + V_{BE11} + V_{BE12} = 0$.
 Il che è impossibile, a meno che Q_{12} sia spento.

$\Rightarrow Q_{12}$ è spento e per Q_{11} scorrono $50 \mu A$.

Per quanto riguarda $V_{out, min}$: se V_{out} cala si genera una tensione ai capi di R_L che causa corrente.

Il minimo di V_{out} è limitato dal funzionamento del generatore da $50 \mu A$.

$V_{out, min} = V_{CE, sat}$. Durante $V_{out, min}$ la corrente necessaria vale:

$$I_{R_L, max} = \frac{V_{DD} - V_{out, min}}{R_L} \approx 18 \mu A$$

$$V_{out, max} = V_{DD} - V_{CE, sat} - 2V_{BE}$$

$$I_{Q_{11}, max} = 50 \mu A + \frac{V_{out, max} - V_{DD}}{R_L} = 60 \mu A \quad \text{la corrente aumenta}$$

di poco $\Rightarrow V_{BE}$ poniamo supporre che non cambi e rimanga costante a $0,7 V$.

$$c) V_{out, max} = V_{DS} - V_{CE, sat} - 2V_{BE} = 1,5V$$

$$I_{Q11, finale} = \underbrace{50\mu}_{transcurabile} + \frac{V_{out, max} - V_{DS}}{R_L}$$

$$I_{Q11, bias} = 50\mu A = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_{th}}}, \quad I_{Q11, finale} = \frac{V_{out, max} - V_{DS}}{R_L} = I_s e^{\frac{V_{BE} + \Delta V_{BE}}{V_{th}}}$$

$$\Delta V_{BE} = 62 mV, \quad \text{perci\u00f2 } V_{out, max, finale} = V_{DS} - V_{CE, sat} - 2V_{BE, bias} - 2\Delta V_{BE} = 1,38V$$

Calcoliamo ora la dinamica negativa di V_{out} .

ipotizziamo che $V_{out, min} = 0,1V$, in questo caso $I_{R_L} = \frac{V_{DS} - V_{CE, sat}}{R_L} = 300\mu A \gg 50\mu A$ forniti dal generatore. $\Rightarrow$ non \u00e8 possibile raggiungere $0,1V$.

Finch\u00e9 agisce solo il generatore da $50\mu A$, V_{out} pu\u00f2 scendere solo di $50 mV \Rightarrow$ in questo caso $V_{out, min} = 0,95V$.

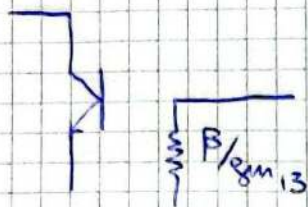
Se tutta la corrente di $50\mu A$ va per R_L , Q_{10} e Q_{11} si spengono. La corrente del generatore da $100\mu A$ va nella base di Q_{12} e Q_{12} si accende. Q_{12} si accende e pu\u00f2 fornire ulteriore corrente. Ora la limitazione \u00e8 data da $V_{CE, sat, Q3} + V_{BE, Q12} \Rightarrow V_{out, min}$ \u00e8 limitata da Q_{12} : $V_{out, min} = V_{CE, sat} + V_{BE, PNP} = 0,9V$. In questo caso

$$I_{R_L} = \frac{0,1V}{R_L} = 100\mu A.$$

d) Dobbiamo dimensionare R_{lim} in modo tale da avere corrente massima per Q_{11} pari a $45 mA$. Quando scendiamo a $45 mA$, il transistor Q_{13} deve accendersi.

$V_{BE} = 0,7 = 45 mA \cdot R_{lim} \Rightarrow R_{lim} = 15,6 \Omega$. Il ruolo di Q_{13} \u00e8 che quando si accende, riduce la corrente di base per Q_{10} e di conseguenza si riduce I_{Q11} . C' \u00e8 quindi una retroazione negativa, possiamo calcolarne G_{loop} :

Tagliamo alla base di Q_{13}



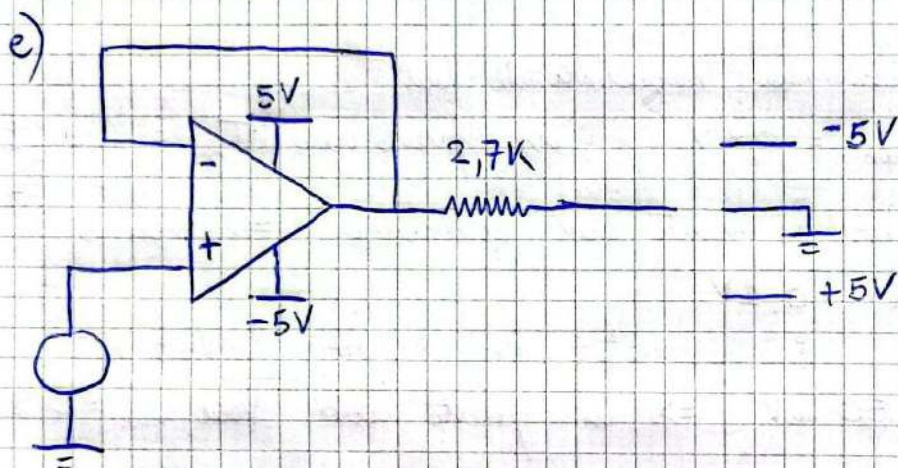
l'impedenza ricostruita vale β/gm_{13}

$$G_{loop} = gm_{13} \beta^2 R_{lim} \quad \text{Supponendo che}$$

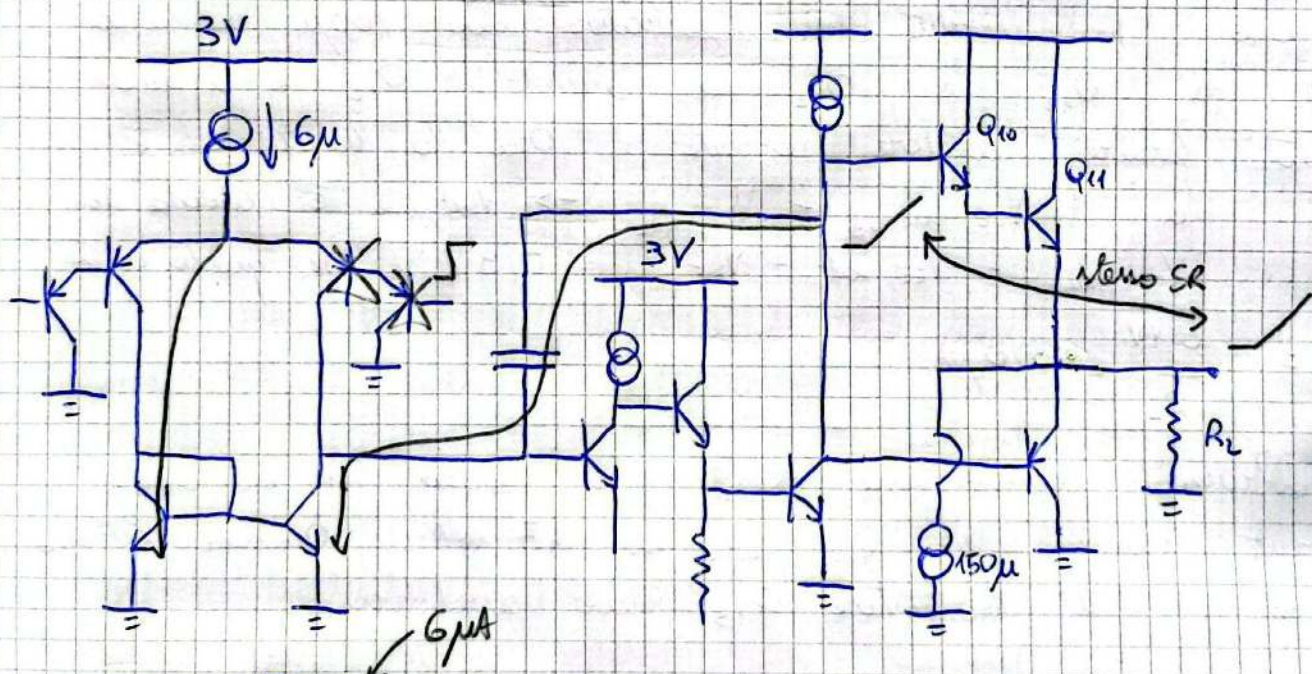
Q_{13} porta una corrente di $100 \mu A$,

$gm_{13} = \frac{100 \mu A}{V_{th}}$ grande $\Rightarrow V_{th}$ possiamo supporre che funziona la retroazione negativa.

Si ottiene $G_{loop} = -2400$ che è un valore



Calcoliamo lo SR interno:



$$SR_{int} = \frac{I_{tail}}{C_c} = 0,5 V/\mu s$$

stadio hanno stesso SR perché il terzo stadio funziona da buffer.

l'uscita del secondo e terzo

Caso A:

Se $V_{DD} = -5V$, per qualsiasi valore di V_{out} la corrente scorre verso il basso per R_L provenendo da Q_{11} . I_L è la corrente che scorre per il carico e varia da un valore minimo di $1,48 \text{ mA}$ a un valore massimo di $2,22 \text{ mA}$. la variazione di corrente è piccola $\Rightarrow V_{BE}$ non cambia, la corrente è fornita da Q_{11} e l'uscita può seguire la sinusoide in ingresso.

Caso C:

$V_{DD} = 5V$, ora la corrente per R_L scorre sempre verso l'alto. Ci sono gli stessi valori di I_{Lmin} e I_{Lmax} , ma I_L scorre nel verso opposto rispetto a prima.

Anche in questo caso l'uscita può seguire l'ingresso.

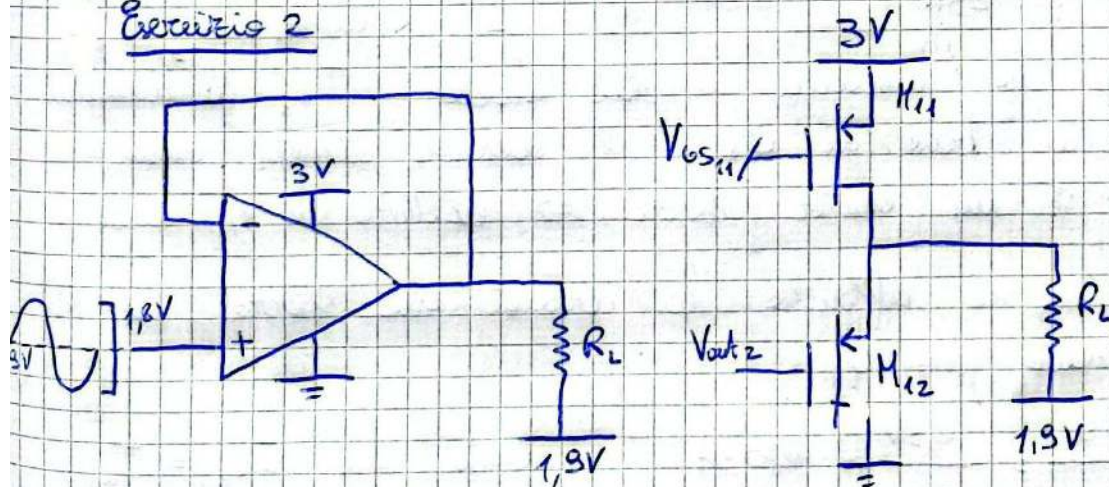
$V_{out,min} = -0,5V$, ma ora il circuito non è più alimentato tra $0V$ e $5V$, ma è alimentato tra $-5V$ e $+5V \Rightarrow V_{out}$ può ammontare $-0,5V$ senza influire sul funzionamento del circuito.

Caso B:

$V_{DD} = 0V$. Quando V_{in} assume valore minimo, per R_L scorrono $370 \mu A$ verso l'alto.

Non ho capito, guardo PDF. Nel PDF è spiegato bene.

Esercizio 2



$$I_{M11,min} = \frac{V_{out,max} - 1,9V}{R_L} = 300 \mu A$$

$$V_{out,max} = 1,9V + 0,9V = 2,8V \Rightarrow V_{GS11} = 200 \text{ mV}$$

$$V_{out, min} = 1V.$$

$$V_{OV_{M7}} = 0,1V \quad V_{out, min} = V_T + V_{OV_{M12}} + V_{OV_{M7}}$$

Se $V_{out} = 1V$, per R_L scorre una corrente verso l'alto pari a $300 \mu A$. Questa corrente si somma a quella di polarizzazione di M_{11} che vale $300 \mu A$.

In questo caso, con corrente per $M_{12} > 300 \mu A$, dobbiamo garantire che tutto funzioni comunque in saturazione.

Dobbiamo garantire che $V_{OV_{M12}} |_{V_{out, min}}$ permetta comunque a V_{out} di rendere a $1V$.

$$I_{M_{12}} = 1,8 mA \Rightarrow V_{OV_{M12}} < 0,3V.$$

leggo dal PDF non ho capito cosa stiamo facendo.

20/12/24

22/12/24

Esercitazione 20 : file E19 - 2025

Si ricordi che:

$$E_m^2 \frac{1}{f} = \frac{1}{f} \left(\underbrace{\frac{V_{A1}^2}{C_{ox} \frac{W_{p1} L_{p1}^2}{L_{p1}}}}_{trascurabile} + \frac{V_{m1}^2}{C_{ox} \frac{W_{n1} L_{n1}^2}{L_{n1}}} \left(\frac{V_{ovp}}{V_{ovm}} \right)^2 \right)$$

Esercizio

$$a) I_{R_1} = \frac{V_{DD} - V_{BE}}{R_1} = \frac{2,3V}{23K} = 100 \mu A$$

C'è un loop che funziona in tal modo: I_{R_1} fa aumentare la tensione alla base di Q_2 , il collettore di Q_2 diminuisce, Q_3 è un emitter follower $\Rightarrow$ emettitore di Q_1 scende.

$\Rightarrow$ il loop agisce affinché la corrente che scorre per R_1 scorra interamente per Q_1 .

$$I_{RE_1} = \frac{1V - V_{BE}}{R_{E1}} = \frac{0,3V}{3K} = 100 \mu A \quad \text{Dato che } I_{RE_1} = I_{R_1},$$

non scorre corrente per $R_F \Rightarrow$ non c'è tensione ai capi di $R_F \Rightarrow$ per R_{E2} scorre corrente pari a:

$$I_{RE_2} = \frac{0,3V}{R_{E2}} = 1 mA$$

$\Rightarrow$ per Q_3 servono 1mA di corrente e possiamo assumere che tutta questa corrente scorra per R_L .
 la corrente per Q_2 è uguale a I_B .
 Se vogliamo che $V_{out} = 1,5V$, la base di Q_1 deve avere una tensione pari a $2,2V$. Perciò

$$V_{DD} - I_{RE_2} R_L = V_{out,bias} + V_{BE} \text{ da cui } R_L = 800 \Omega$$

b) il loop agisce per contrastare qualsiasi variazione della tensione V_{BE} di Q_1 . In caso di loop ideale, anche la base di Q_1 è a tensione V_{in} .

$$i_{RE_1} = \frac{V_{in}}{R_{E1}}, \text{ dato che la tensione di comando di}$$

Q_1 è nulla, i_{RE_1} proviene tutta dal ramo di R_F . Perciò $V_{RE_1} = i_{RE_1} R_F$, si può calcolare anche la tensione ai capi di R_{E2} :

$$V_{RE_2} = V_{in} \left(1 + \frac{R_F}{R_{E1}} \right) \text{ ha resistenza vista verso la}$$

base di Q_1 vale:  $r_{\pi} (\beta r_o)$ questa è

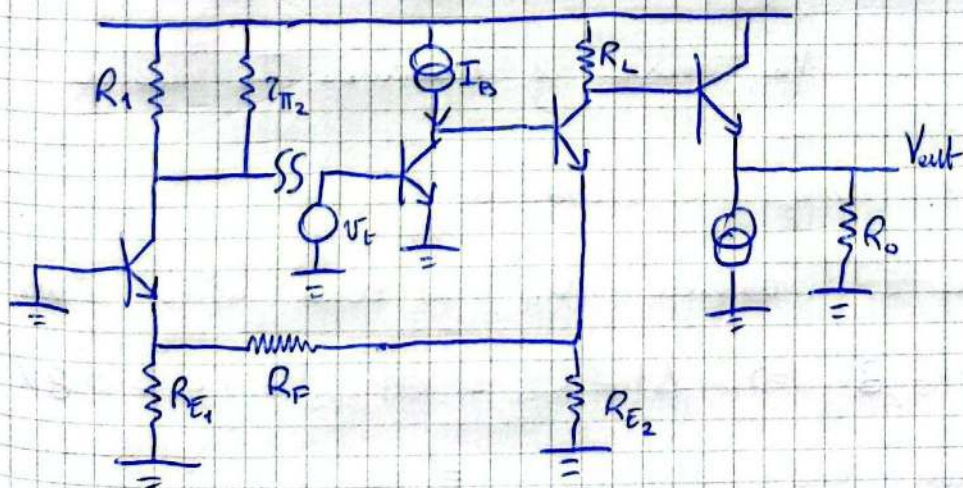
molto più grande di $R_L \Rightarrow$ tutta la corrente che scorre per Q_3 scorre anche per R_L . Q_1 è un emitter follower.

Perciò:

$$V_{out} \approx V_{RL} = - \left(i_{RE_1} + \frac{V_{RE_2}}{R_{E2}} \right) R_L = - V_{in} \left[\frac{1}{R_{E1}} + \left(1 + \frac{R_F}{R_{E1}} \right) \frac{1}{R_{E2}} \right] R_L$$

l'obiettivo è avere $G_{id} = -50$ da cui $R_F = 53K\Omega$

c) Calcolo G_{loop} e studio il seguente circuito:



$$G_{loop}(0) = -g_{m2} \frac{\overbrace{z_{02}}^{\approx 1}}{z_{02} + z_{\pi} + \beta_m (R_{E2} \parallel (R_F + R_{E1} \parallel \frac{1}{g_{m1}}))} \beta_{mpm} \frac{R_{E2}}{R_{E2} + R_F + (R_{E1} \parallel \frac{1}{g_{m1}})}$$

$$\cdot \frac{R_{E1}}{R_{E1} + \frac{1}{g_{m1}}} \underbrace{z_{\pi 2} \parallel R_1}_{\approx R_1} \approx -g_{m2} \beta_{mpm} \frac{R_{E2}}{R_F} R_1 = -50$$

$G_{loop}(0)$ diminuisce all' aumentare di R_F . c'è un trade off tra G_{loop} e G_{id} .

Calcoliamo l'impedenza di input:

$$R_{in} = R_{in}^0 (1 - G_{loop}) \quad G_{loop} \text{ agisce per aumentare } R_{in}$$

$$R_{in}^0 = r_{\pi 1} + \beta_m (R_{E1} \parallel (R_F + R_{E2} \parallel R_{EQ3})) \quad \text{dove } R_{EQ3} \text{ è la resistenza vista dall'emittore di } Q_3$$

$$R_{in}^0 \approx r_{\pi 1} + \beta_m R_{E1} \Rightarrow R_{in} = 32,6 \text{ k}\Omega$$

Impedenza di output:

$$R_{out} \approx R_o \parallel \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{R_L}{\beta_m} \right) = 17 \Omega$$

$$d) V_{in, max} \Big|_{Q_1} = 0,7V - V_{CE, sat} + V_{BE} - 1V = 0,2V$$

$$\Delta V_{Q3, max} = \underbrace{V_{BQ1} - 0,3V}_{\Delta V_{Q3i}} - V_{CE, sat} = 1,7V$$

$$V_{in} \left(1 + \frac{R_F}{R_{E2}} \right) + \frac{\Delta V_{Q3i}}{V_{in}} \left(\frac{1}{R_{E1}} + \left(1 + \frac{R_F}{R_{E1}} \right) \frac{1}{R_{E2}} \right) R_L = \Delta V_{Q3, max}$$

perciò $V_{in, max} = 24,8 \text{ mV}$

$$V_{out, min} = 1,5V + G_{id} V_{in, max} = 260 \text{ mV} > V_{CE, sat} \Rightarrow$$

anche nel caso di $V_{in, max}$ il generatore I_n non va in saturazione.

Calcoliamo ora il range negativo di V_{in} :

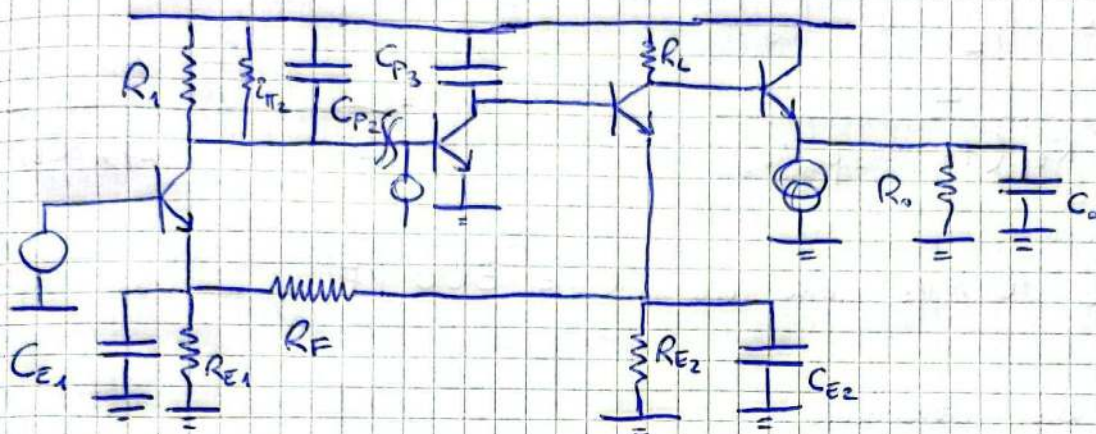
l'unica limitazione è mantenere Q_n in zona attiva diretta:

$$V_{out, max} = 3V - V_{BE} = 2,3V \Rightarrow \Delta V_{out, max} = V_{out, max} - 1,5V = 0,8V$$

$$\Delta V_{out, max} = V_{in, min} \cdot G_{id} \Rightarrow V_{in, min} = 16 \text{ mV}$$

$$\Delta V_{RE2, \max} = 0,3V = V_{in} \left(1 + \frac{R_F}{R_{E1}}\right) \Rightarrow V_{in, \min} = 16 \text{ mV}.$$

e) il circuito diventa:



Abbiamo calcolato la stabilità, quindi quello di cui siamo interessati è G_{loop} .

L'effetto di C_O è trascurabile su G_{loop} , perché dato che $R_L \ll R_{O3}$ C_O introduce un polo e uno zero più o meno alla stessa frequenza.

$$f_{P2} \approx \frac{1}{2\pi C_{P2} (R_1 \parallel R_{T2})} = 8 \text{ MHz} \quad \text{polo di } C_{P2}$$

C_{P3} vede una resistenza equivalente molto superiore rispetto a C_{E1} e C_{E2} , perciò possiamo supporre che sia lei a introdurre il polo dominante.

$$f_{P0} \approx \frac{1}{2\pi C_{P3} (R_{T3} + \beta_{M1} R_{E2})} = 5,3 \text{ MHz} \quad \text{Ora calcoliamo gli}$$

altri due poli introdotti da C_{E1} e C_{E2} , supponendo C_{P3} cortocircuitata.

$$f_{P1} = \frac{1}{2\pi C_{E1} (R_{E1} \parallel \frac{1}{g_{m1}})} \quad \text{e} \quad f_{P1H} = \frac{1}{2\pi C_{E2} (R_{E2} \parallel \frac{1}{g_{m3}})} = 3 \text{ GHz}$$

$$= 310 \text{ MHz}$$

come previsto, entrambi molto maggiori di f_{P0} .

Tutte le capacità avranno G_{loop} e cortocircuitata $\Rightarrow$ tutti gli zeri sono a frequenza infinita.

Per la compensazione aggiungo C_H tra la base e il collettore di Q_2 .

C_H non introduce ulteriori poli, ma va a modificare i valori di f_{P_2} e f_{P_0} .

$$f_{P_H} = \frac{1}{2\pi C_H (R_1 (1 + g_{m2} \beta_n R_{E2}))}$$

resistenza dalla base di Q_2

$$GBWP = \frac{g_{m2} \beta \frac{R_{E2}}{R_F} R_1}{2\pi C_H (R_1 g_{m2} \beta_n R_{E2})} =$$

$$= \frac{1}{2\pi C_H R_F} = 10 \text{ MHz da cui } C_H = 300 \text{ pF, ora}$$

f_{P_H} è il polo dominante.

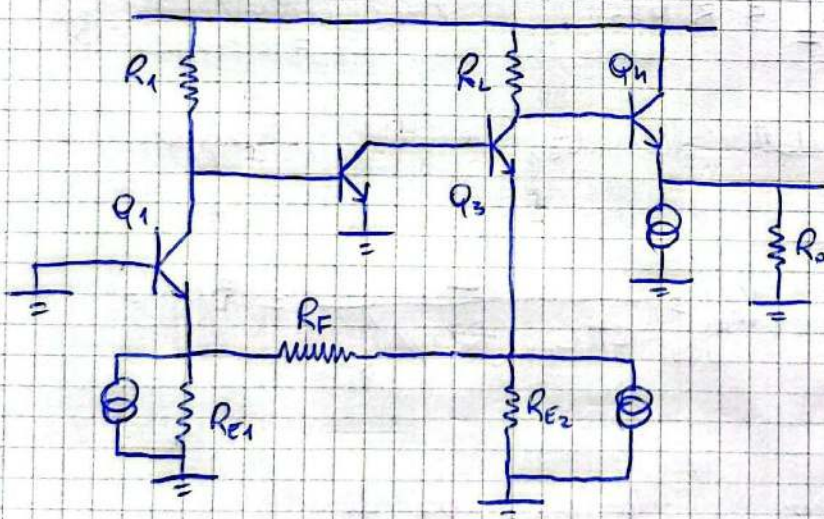
Ora f_{P_2} e f_{P_0} calcolati in precedenza non esistono più, c'è un nuovo polo dato da

$$f_{P_{new}} = \frac{1}{2\pi (C_{P_2} + C_{P_3}) \frac{1}{g_{m3}}} \quad \text{e} \quad f_{P_{right}} = \frac{1}{2\pi C_H \frac{1}{g_{m3}}}$$

Queste due singolarità sono poste ben oltre il GBWP e non influenzano sul margine di fase.

A parte f_{P_H} , tutti gli altri poli sono molto oltre il GBWP $\Rightarrow$ non ci sono più problemi di stabilità.

1) Circuito da considerare

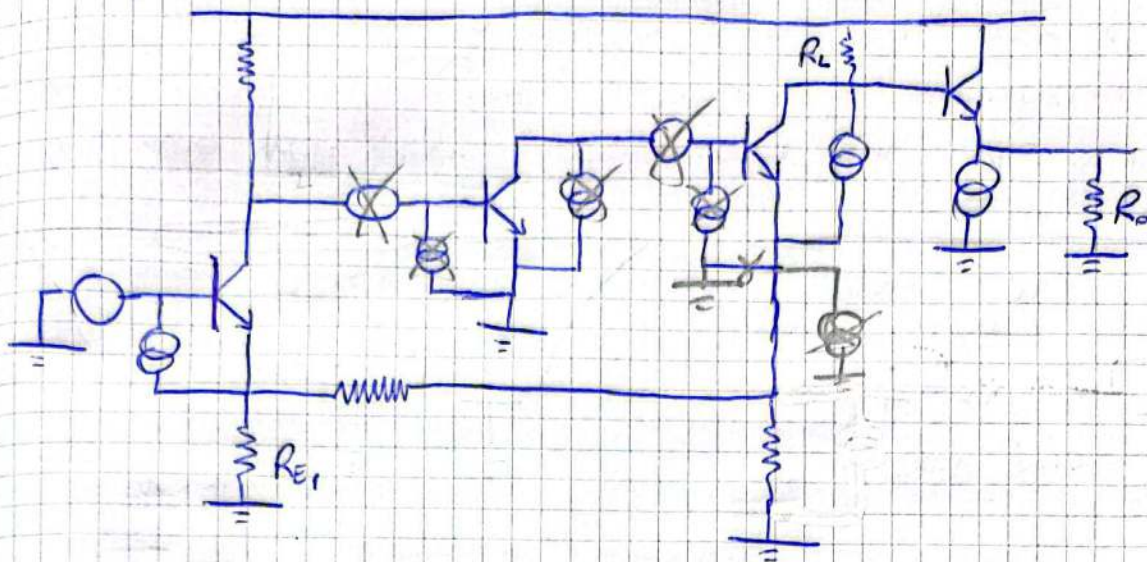


Per effetto del loop, la corrente del generatore di R_{E2} scorre interamente per Q_3 .

$$S_{out} \Big|_{R_{E2}} \approx \frac{4KT}{R_{E2}} R_L^2 ; \quad S_{out} \Big|_{R_{E1}} = \frac{4KT}{R_{E1}} \left[\left(1 + \frac{R_F}{R_{E2}} \right) R_L \right]^2$$

contributo dominante

3) Circuito da considerare.



I rumori generati da Q_2 vengono contrastati dal loop.

Q_3 il loop reagisce per tenere la base di Q_3 a massa virtuale $\Rightarrow$ non genera contributo.

il generatore alla base di Q_3 si può dividere in 2: quello connesso alla base manda corrente in Q_2 e non ha effetto. l'altro ha lo stesso trasferimento del generatore di RE_2 , ma il generatore ha corrente piccola $\Rightarrow$ trascurabile.

$$S_{out}|_{Q_3 \text{ base}} = \frac{2q I_{Q3}}{\beta_m} R_L^2 \ll S_{out}|_{RE_2}$$

la collector noise corrente di Q_3 ha andamento irregolare ^{in Q_3} (si può verificare splittando il generatore) $\Rightarrow$ non ha effetto.

BJT di input:

$$S_{out}|_{Q_1} = 4kTR_N G_{id}^2 + 2q I_{Q1} \cdot \frac{1}{\beta_m} \left[\left(1 + \frac{R_E}{R_{E1}} \right) R_L \right]^2 + 2q I_{Q1} \cdot \frac{1}{g_{m1}^2} G_{id}^2$$

trascurabile

$$\frac{2q I_{Q1}}{g_{m1} I_{Q1}} \cdot \frac{kT}{q} = \frac{2kT}{g_{m1}}$$